

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ТЕРМОЯДЕРНОМ ГОРЕНИИ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

С. И. Глазырин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Введение

Взрывы сверхновых – это одно из наиболее значимых событий во Вселенной. Светимость звезды становится сравнимой со светимостью галактики-родителя, что позволяет нам проводить наблюдения в наиболее удаленных частях нашего мира. А хорошая повторяемость параметров взрыва позволяет проводить количественные измерения. Именно благодаря этому сверхновые типа Ia сыграли огромную роль в космологии. Они помогли открыть ускорение расширения Вселенной и определить ее современный состав [1, 2], что было отмечено Нобелевской премией 2011 года.

Считается что сверхновые Ia типа связаны со взрывами вырожденных объектов – белых карликов (БК) [3]. С одиночным БК ничего происходить не будет, ему нужна соседняя звезда в двойной системе. Тут разделяют два варианта компаньонов: вырожденный и невырожденный. Но в любом случае сам взрыв связан с активными ядерными реакциями в звезде. Такие реакции можно рассматривать полностью аналогично химическим. Выделяют два варианта стационарного горения вещества звезды: дефлаграционный и детонационный. Это, соответственно, дозвуковое и сверхзвуковое горение. При детонации звезда горит до элементов железного пика (Fe, Ni,...) [4]. В дефлаграционном режиме прогорание происходит до промежуточных элементов, в окрестности Mg, из-за медленности фронта звезда успевает сильно расширяться и чисто дефлаграционное горение должно в конце концов затухнуть (впервые дефлаграционное горение было рассмотрено в работе [5], но там оно вызвало пульсации звезды, которые позже перешли в детонацию). Согласно наблюдениям остатков доля промежуточных элементов составляет около половины массы звезды. Это означает, что чисто детонационный сценарий также не подходит. В результате на сегодняшний день считается, что при взрыве реализуется сценарий перехода изначальной дефлаграции в детонацию. Это происходит, когда плотность среды падает до некоторой критической ρ_{cr} . Согласно численным расчетам эта плотность $\rho_{cr} \sim 10^7$ г/см³. Каким образом происходит этот переход и как вычислить ρ_{cr} – не известно до сих пор, что составляет важнейшую фундаментальную задачу термоядерных сверхновых.

Существует целый набор многомерных неустойчивостей фронта медленного горения: Ландау – Даррье,

Рэлей – Тейлора, взаимодействие с турбулентностью. Но все эти неустойчивости рассматривают фронт горения как бесконечно тонкую границу раздела, на которой скачком меняются плотность, скорость и термодинамические параметры вещества. Наряду с такими неустойчивостями существует еще одномерная, которая была открыта Зельдовичем при исследовании горения пороха [6]. Это так называемая термопульсационная неустойчивость, и связана она с сильной температурной зависимостью скорости горения. На сегодняшний день нет ответа на вопрос о роли данной неустойчивости при распространении пламени в сверхновой. С одной стороны есть теоретические работы [7], в которых показано, что при термоядерном горении в БК фронт должен пульсировать. С другой стороны, в прямом численном моделировании фронта с полной сеткой реакций и физической теплопроводностью [8] такие пульсации не наблюдались. В данной работе мы продвинемся дальше и покажем, что при прямом моделировании фронта пульсации не наблюдаются, согласно результатам [8], но их возможно возбудить искусственным образом, заменив скорость реакции на более сильную зависимость от температуры.

Модель горения белого карлика

Белый карлик – это вырожденная звезда, состоящая практически целиком из смеси ¹²C и ¹⁶O. Типичные параметры центра белого карлика перед взрывом следующие: $\rho \sim 10^9$ г/см³, $T \sim 10^9$ К. При таких условиях вещество полностью ионизовано, ионы невырождены и нерелятивистские. Электроны, совсем наоборот, вырождены и релятивистские. Это означает, что все кинетические эффекты переноса определяются электронами, а именно выполнены два соотношения для безразмерных чисел Льюиса и Прадтля: $Le \gg 1$, $Pr \ll 1$. Таким образом, можно пренебречь всеми эффектами переноса, кроме теплопроводности. Для вырожденного релятивистского электронного газа ее можно найти в [9, 10]. Также в данной системе лучистая теплопроводность имеет тот же порядок, что и электронная. Для такой плотной среды существуют аппроксимационные выражения [11, 12]. Уравнение состояния среды должно учитывать как вырожденную компоненту, так и невырожденные ионы и излучение, и представлено в работе [13].

При таких температурах ядерные реакции проходят по сложной сетке с большим количеством изотопов. В данной работе будем предполагать, что БК состоит только из ^{12}C . Тогда можно рассматривать два варианта ядерной сетки:

1. Упрощенная сетка из одной реакции $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{24}\text{Mg}^*$ (скорость этой реакции можно найти в [14]). Из-за большого кулоновского барьера данная реакция является одной из самых медленных в полной ядерной сетке (остальные в основном проходят через α -частицы). Энерговыведение в реакции $q = 5,6 \cdot 10^{17}$ эрг/г.

2. α -сетка из 13 изотопов [15], которую мы будем называть «аргох13».

Также из-за того, что параметр вырождения $\Gamma \sim E_{\text{coul}}/E_{\text{kin}} \sim 1$, то при расчете скоростей необходимо учитывать электронное экранирование. Точное значение фактора экранирования нужно вычислять с помощью метода Монте-Карло, и оно может быть найдено в [16]. Выпишем систему для решения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho c_i)}{\partial t} + \text{div}(\rho c_i v) = \sum_j R_{ij},$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v v) = -\nabla p + f,$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \text{div}(v(E + p) - \kappa \nabla T) = \sum_{ij} q_{ij} R_{ij},$$

$$p = p(\rho, c_i, \epsilon).$$

Данная система решается в одномерном коде FRONT1D. Система уравнений расщепляется по физическим процессам. Для гиперболической части уравнения используется схема Курганова – Тадмора [17], параболическая часть решается методом Кранка – Николсона, для ядерных реакций написан простой решатель, который не допускает значений $c_i < 0$. Сетка ядерных реакций аргох13 содержит собственный решатель.

Стационарное распространение пламени

Дефлаграционный фронт пламени распространяется со скоростью, много меньшей скорости звука в среде (которая в данном случае $c_s \sim 10^9$ см/с). Так как для реальных скоростей реакции R_{ij} форма фронта горения неизвестна, то необходимо получить ее непосредственно в численном моделировании. Для этого зададим в области размером L при $t = 0$ среду с постоянной плотностью и температурой, такими, чтобы не произошло самосгорание за время расчета. Среду же будем поджигать с помощью горячей стенки. Для температуры на жесткой стенке $v = 0$ при $x = 0$ задаем следующую зависимость от времени:

$$T_{x=0} = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{\tau} t. \quad (2)$$

При этом $\tau \gg L/c_s$, что гарантирует постоянство давления. Через некоторое время в среде появляется пламя, которое распространяется с постоянной скоростью. Пример последовательных положений фронта показан на рис. 1. Будем определять текущую координату фронта как точку, где выполняется условие $c_{\text{C12}} = 0,5$. Пример зависимости координаты фронта от времени представлен на рис. 2. Хорошо видно, что спустя некоторое время скорость фронта стабилизируется и остается постоянной.

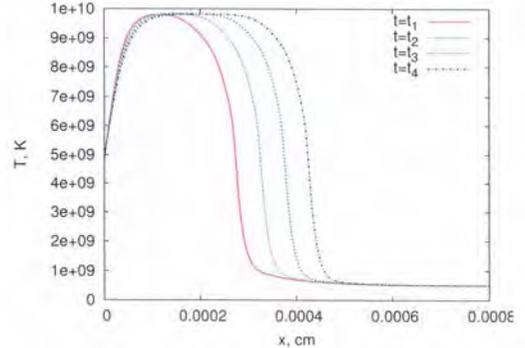


Рис. 1. Последовательные положения фронта для $\rho = 2 \cdot 10^9$ г/см³

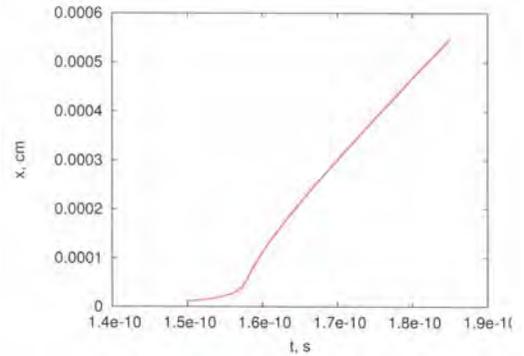


Рис. 2. Координата фронта в зависимости от времени для $\rho = 2 \cdot 10^9$ г/см³

Проведем простейшие теоретические оценки скорости фронта. Для стационарного дефлаграционного горения характерное время прогорания (при максимальной температуре) должно быть равно скорости теплопередачи на толщине фронта

$$\tau_{\text{nucl}} = \frac{Q}{\dot{S}}, \quad \tau_{\text{cond}} = \frac{d^2}{\kappa}, \quad (3)$$

таким образом, толщина фронта и его скорость равны, соответственно

$$d = \sqrt{\kappa \frac{\dot{S}}{Q}}, \quad v = \frac{d}{\tau} = \sqrt{\kappa \frac{Q}{\dot{S}}}. \quad (4)$$

В табл. 1 представлены результаты скорости горения, полученные в численном расчете и аналитически из выражения (4). Видно, что простая одношаговая реакция (как и теоретическая оценка, проведенная по ней) завышает скорость горения в 3–6 раз. Это связано с тем фактом, что скорости реакций ($R(T_{\text{max}})$) с α -частицами, которые преобладают в данном слу-

чае (см. рис. ниже), приблизительно в 100 раз меньше, чем реакции $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ при температуре T_{\max} , что согласно (4) означает падение скорости в 10 раз. Таким образом, для корректного описания горения необходимо использовать именно разветвленную сетку реакций. На рис. 3 представлена зависимость концентраций различных элементов от координаты за фронтом горения по расчету с approx13.

Таблица 1

Результаты численного моделирования и аналитических оценок для скорости и толщины фронта

$\rho_0, \text{г/см}^3$	Калор.	$T_{\max}, 10^9 \text{ К}$	ρ_w/ρ_b	$v_n, \text{ км/с}$	$\Delta x_{\text{fr}}, \text{ см}$
$2 \cdot 10^8$	C12+C12	6,9	1,54	70,1	$1,7 \cdot 10^{-4}$
	aprox13	6,8	1,60	18,2	$3,0 \cdot 10^{-4}$
	теор			203	$2,5 \cdot 10^{-5}$
$7 \cdot 10^8$	C12+C12	9,1	1,33	302	$1,8 \cdot 10^{-5}$
	aprox13	8,5	1,35	55,4	$4 \cdot 10^{-4}$
	теор			742	$3,0 \cdot 10^{-6}$
$2 \cdot 10^9$	C12+C12	11,3	1,26	854	$5,5 \cdot 10^{-6}$
	aprox13	9,8	1,23	134	$1 \cdot 10^{-4}$
	теор			1300	$1,0 \cdot 10^{-6}$

Примечание: T_{\max} – температура сгоревшего вещества, ρ_w/ρ_b – коэффициент расширения, v_n – нормальная скорость распространения пламени, Δx_{fr} – толщина фронта.

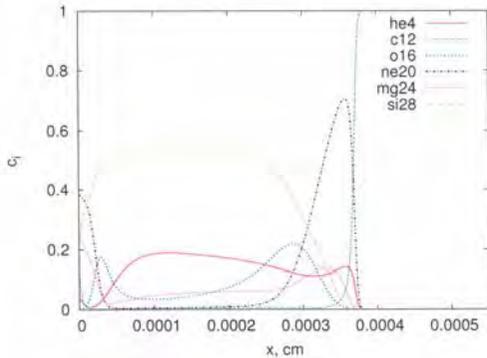


Рис. 3. Распределение элементов после фронта горения для $\rho = 2 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$, расчет по approx13

Исследование пульсационной неустойчивости

В случае числа Льюиса $Le \gg 1$ единственный критерий, который определяет стабильность фронта, это число Зельдовича

$$Ze = \frac{\partial \log R(T)}{\partial \log T} \Big|_{T=T_{\text{гор}}} \quad (5)$$

Существует критическое число Ze_{cr} такое, что при $Ze > Ze_{cr}$ фронт неустойчив и пульсирует, при $Ze < Ze_{cr}$ – устойчив. Каким образом должна проявляться данная неустойчивость, показано на примере простой аналитической модели (но без гидродинамики) в работе [18]. В расчетах, приведенных в пре-

дыдущем разделе никаких пульсаций не наблюдалось. Попробуем создать их искусственным образом, поменяв скорость горения на закон Аррениуса

$$R(T) = Ae^{B/T_9}, \quad (6)$$

таким образом, число Зельдовича

$$Ze_{\text{Аррен}} = \frac{B}{T_{9\max}}. \quad (7)$$

Меняя значение B , мы меняем число Зельдовича. Значение A будем нормировать по скорости реакции $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$

$$\int_{T_1}^{T_2} R(T_9) dT_9 = \int_{T_1}^{T_2} R_{\text{C+C}}(T_9) dT_9, \quad (8)$$

где выбраны $T_1 = 1, T_2 = 10$ – температуры, при которых скорость ничтожна, и T_{\max} по предыдущим расчетам. На рис. 4 представлена зависимость координаты фронта от времени для пульсирующего режима. Необходимо заметить, что данные пульсации в присутствии гидродинамики не имеют регулярности. Таблица 2 представляет результаты для различных вариантов расчетов при $\rho = 2 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$. Видно, что при нормальной калорийности пульсаций не возникает. Для их возбуждения необходимо понизить значение q . Для реакции $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ число Зельдовича $Ze \sim 5$. В табл. 3 приведены критические числа Ze , при которых начинаются пульсации, таким образом, горение углерода стабильно по отношению к термопульсационной неустойчивости.

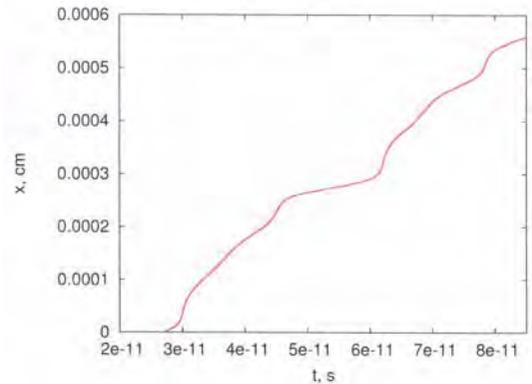


Рис. 4. Зависимость координаты фронта от времени для пульсирующего режима

Таблица 2

Результаты расчетов с законом Аррениуса

№	A	B	$q, 10^{17} \text{ эрг/г}$	$T_{9\max}$	комм.
1	$3,68 \cdot 10^6$	20,0	5,6	10	пламя
2	$1,38 \cdot 10^8$	50,0	5,6	10	пламя
3	$7,62 \cdot 10^{12}$	150,0	5,6	11	пламя
4	$1,47 \cdot 10^{15}$	200,0	5,6	14	детон.
5	$7,62 \cdot 10^{12}$	150,0	2,8	10	пульс.
6	$3,60 \cdot 10^{10}$	100,0	2,8	8	пламя
7	$5,32 \cdot 10^{11}$	125,0	2,8	8	пульс.
8	$1,39 \cdot 10^{11}$	112,5	2,8	8,2	пламя
9	$1,39 \cdot 10^{11}$	112,5	2,0	7,8	пульс.

Таблица 3

Критические числа Зельдовича для горения углерода при различных плотностях

ρ , г/см ³	$Z_{e_{cr}}$
$2 \cdot 10^8$	$18,4 < Z_e < 21,4$
$7 \cdot 10^8$	$15,3 < Z_e < 16,7$
$2 \cdot 10^9$	$13,7 < Z_e < 14,1$

Заключение

В данной работе рассмотрена задача об одномерном распространении дефлаграционного горения в условиях предсверхновой типа Ia. Получены основные параметры фронта горения – нормальная скорость распространения, скачок плотности и температуры на фронте. При этом полученный фронт для обоих рассмотренных вариантов сетки ядерных реакций (горение только углерода, α -цепь с горением углерода) оставался устойчивым.

Далее проведено исследование устойчивости фронта горения по отношению к термопульсационной неустойчивости. Показано, что существование такой неустойчивости возможно в условиях белого карлика, но только при искусственно завышенных, в 3–4 раза, числах Зельдовича. Соответствующие критические числа Зельдовича получены для различных плотностей. В результате можно сделать вывод об одномерной стабильности дефлаграционного фронта горения.

Автор выражает благодарность С. И. Блинникову и П. В. Сасорову за полезные обсуждения данной работы.

Литература

1. Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *The Astronomical Journal*. 1998. Vol. 116. P. 1009–1038.
2. Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae // *The Astrophysical Journal*. 1999. Vol. 517. P. 565–586.
3. Woosley S. E., Weaver T. A. The physics of supernova explosions // *Annual Review on Astronomy and Astrophysics*. 1986. Vol. 24. P. 205–253.

4. Arnett W. D. A Possible Model of Supernovae: Detonation of ¹²C // *Astrophysics and Space Science*. 1969. Vol. 5. P. 180–212.

5. Ivanova L. N., Imshennik V S., Chechetkin V M. Pulsation regime of the thermonuclear explosion of a star's dense carbon core // *Ibid.* 1974. Vol. 31. P. 497–514.

6. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // *ЖЭТФ*. 1942. Vol. 12. P. 498.

7. Bychkov V. V., Liberman M. A. Thermal Instability and Pulsations of the Flame Front in White Dwarfs // *The Astrophysical Journal*. 1995. Vol. 451. P. 711.

- 8 Timmes F. X., Woosley S. E. The conductive propagation of nuclear flames. I - Degenerate C + O and O + NE + MG white dwarfs // *Ibid.* 1992. Vol. 396. P. 649–667.

9. Yakovlev D. G., Urpin V. A. Thermal and Electrical Conductivity in White Dwarfs and Neutron Stars // *Soviet Astronomy*. 1980. Vol. 24. P. 303.

10. Glazyrin S. L., Blinnikov S. I. Coulomb corrections and thermo-conductivity of a dense plasma // *Journal of Physics A Mathematical General*. 2010. Vol. 43. P. 075501.

11. Iben Jr. I. Thermal pulses; p-capture, alpha-capture, s-process nucleosynthesis; and convective mixing in a star of intermediate mass // *The Astrophysical Journal*. 1975. Vol. 196. P. 525–547.

12. Weaver T. A., Zimmerman G. B., Woosley S. E. Presupernova evolution of massive stars // *Ibid.* 1978. Vol. 225. P. 1021–1029.

13. Blinnikov S. L., Dunina-Barkovskaya N. V., Nadyozhin D. K. Equation of State of a Fermi Gas: Approximations for Various Degrees of Relativism and Degeneracy // *Ibid. Supplement Series*. 1996. Vol. 106. P. 171.

14. Caughlan G. R., Fowler W. A. Thermonuclear Reaction Rates V // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. 1988. Vol. 40. P. 283.

15. Alpha-chain reaction networks: http://coco-cubed.asu.edu/code_pages/burn_helium.shtml.

16. Chabrier G., Potekhin A. Y. Equation of state of fully ionized electron-ion plasmas // *Physical Review E*. 1998. Vol. 58. P. 4941–4949.

17. Kurganov A., Tadmor E. New High-Resolution Central Schemes for Nonlinear Conservation Laws and Convection-Diffusion Equations // *Journal of Computational Physics*. 2000. Vol. 160. P. 241–282.

18. Glazyrin S. I., Sасorov P. V. Simple model of propagating flame pulsations // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2011. Vol. 416. P. 2090–2095.