

КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ СИЛЬНОТОЧНЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В НЕЙТРОННЫХ ТРУБКАХ С УЧЕТОМ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА

С. В. Николаев, С. И. Сафронов

ФГУП «ВНИИА им. Н. Л. Духова», г. Москва

Построение трехмерных математических моделей, существенно воспроизводящих реальные образцы, с последующим их численным анализом на персональных ЭВМ является трудной, но реализуемой задачей для значительного числа многоэлементных систем оптики заряженных частиц. Последнее означает, что компьютерное проектирование становится неотъемлемой составляющей процесса разработки, производства и эксплуатации современных систем оптики заряженных частиц, поскольку построение трехмерных компьютерных макетов позволяет в реальное время исследовать десятки вариантов конструкции искомой системы, не прибегая при этом к созданию опытных образцов, оценить те характеристики системы, измерение которых либо трудоемко, либо невозможно с требуемой точностью, и значительно расширить границы поиска наиболее технологичной и надежной в эксплуатации конструкции с близкими к требуемым параметрами [1].

Ниже рассмотрен алгоритм компьютерной реализации счетной модели нейтронных трубок в осесимметричном приближении с учетом объемного заряда. Данный алгоритм реализован в виде пакета прикладных программ «СЭОС-Заряд».

Алгоритм реализации счетной модели нейтронных трубок с объемным зарядом

Математические модели, описывающие различные системы оптики заряженных частиц, как необходимый компонент включают описание индуцированных в системе электромагнитных полей и траекторий движения в этих полях заряженных частиц. Вследствие этого математические модели, используемые в случае таких систем, в основе своей достаточно близки, а различия обусловлены назначением конкретных систем, их выходными характеристиками. Это позволяет создавать компьютерные макеты разных по назначению систем оптики заряженных частиц в рамках единого пакета программ. В качестве примера можно привести электронно-оптические системы (ЭОС), рентгеновские и рассматриваемые ниже нейтронные трубки.

Основные уравнения математической модели систем оптики заряженных частиц с объемным зарядом в осесимметричном случае

Полагаем, что электроды искомой системы S_i находятся под заданными потенциалами $V_i, i = 1, 2, \dots, N$ и образуют многосвязную поверхность S в трехмерном пространстве R^3

$$S = \bigcup_{i=1}^N S_i, \quad S_i \cap S_j = \emptyset, \quad i \neq j. \quad (1)$$

Траектории заряженных частиц в квазистатическом поле, индуцированном электродами S (1) под потенциалами $V_i, i = 1, 2, \dots, N$ искомой системы, с учетом кулоновских сил описываются системой дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{dr}{dt}(x, t) \right) = -e \varphi(x, t), \quad r(x, 0) = r_0, \quad \dot{r}(x, 0) = \dot{r}_0, \quad (2)$$

где r – радиус-вектор частицы массы m и заряда e , \dot{r} – вектор скорости, t – пролетное время. Потенциал $\varphi(x, t)$ (2) удовлетворяет внутренней задаче Дирихле для уравнения Пуассона

$$\Delta \varphi(x, t) = -\rho(x, t), \quad x \in \bar{G}, S, \quad (3)$$
$$\varphi(x, t) = \sum_{i=1}^N \chi_{S_i}(x) V_i, \quad x \in S,$$

где $\rho(x, t)$ – пространственная плотность заряда, \bar{G} – замкнутая область

$$\bar{G} = G \cup S, \quad (4)$$

G – рабочая область искомой системы, ограниченная электродами S .

Представим $\varphi(x, t)$ в виде суммы трех потенциалов

$$\varphi(x, t) = \varphi(x) + \varphi_{cul}(x, t) + \varphi_{ind}(x, t), \quad (5)$$

где потенциал электростатического поля $\varphi(x)$ удовлетворяет уравнению Лапласа с условиями Дирихле на S

$$\Delta\varphi(x) = 0, \quad x \in R^3, S, \quad \varphi(x) = \sum_{i=1}^N \chi_{S_i}(x)V_i, \quad x \in S, \quad (6)$$

$\chi_{S_i}(x)$ – характеристическая функция множества точек поверхности S_i . Решение краевой задачи (6) допускает представление в виде потенциала простого слоя

$$\varphi(x) = \int_S \frac{u(x_1)}{|x-x_1|} d\mu(x_1), \quad x \in R^3, S, \quad (7)$$

с плотностью $u(x)$, $x \in S$, удовлетворяющей граничному интегральному уравнению I рода

$$[Au](x) = f(x), \quad [Au](x) = \int_S \frac{u(x_1)}{|x-x_1|} d\mu(x_1), \quad (8)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \chi_{S_i}(x)V_i,$$

где $d\mu(x)$ – сужение элемента евклидова объема на поверхность S , а $|x-x_1|$ является евклидовым расстоянием между точками x и x_1 .

В свою очередь, потенциал кулоновского поля $\varphi_{cul}(x,t)$ с плотностью $\rho(x,t)$ допускает представление в виде объемного потенциала

$$\varphi_{cul}(x,t) = \frac{1}{4\pi} \int_G \frac{\rho(x_1,t)}{|x-x_1|} d\mu(x_1), \quad x \in \bar{G}. \quad (9)$$

Последнее, потенциал поля $\varphi_{ind}(x,t)$, индуцированного поверхностной плотностью зарядов, наведенной на S кулоновским полем $\varphi_{cul}(x,t)$, допускает представление в виде потенциала простого слоя

$$\varphi_{ind}(x,t) = \int_S \frac{u_{ind}(x_1,t)}{|x-x_1|} d\mu(x_1), \quad x \in G, \quad (10)$$

с плотностью $u_{ind}(x_1,t)$, $x \in S$, удовлетворяющей граничному интегральному уравнению I рода

$$[Au_{ind}](x,t) = f(x,t),$$

$$[Au_{ind}](x,t) = \int_S \frac{u_{ind}(x_1,t)}{|x-x_1|} d\mu(x_1), \quad (11)$$

$$f(x,t) = -\varphi_{cul}(x,t), \quad x \in S.$$

Численное интегрирование уравнений движения заряженных частиц

Движение частицы массы M и заряда q в электрическом поле $\varphi(x,t)$ описывается уравнением (2). Все величины подвергаются обезразмериванию для устранения возможных ошибок при работе с числами сильно различных порядков.

Важным моментом является выбор шага интегрирования по времени и шага сетки потенциалов. Так как в рассматриваемых приборах имеют место сильно неоднородные электрические поля, то для достижения более точных результатов целесообразно интегрировать уравнения движения с переменным временным шагом. В силу того, что во многих случаях распределение частиц по пространству внутри области довольно велико, желательно подбирать временной шаг для каждой частицы отдельно. Однако в случае учета взаимодействия частиц между собой временной шаг интегрирования обязан быть одинаков для всех частиц. Для достижения компромисса была разработана описанная ниже схема.

Расчет траекторий происходит в два этапа. На первом (предварительном) этапе взаимодействием между частицами пренебрегается, частицы движутся только под действием электростатического поля электродов, т. е. независимо друг от друга. Интегрирование уравнения движения частиц производится по явной схеме второго порядка с автоматическим выбором шага. Расчет идет до тех пор, пока частицы не достигнут приемника либо не вылетят за границы области. Таким образом, имеются данные в виде двумерных массивов о положении и скорости на каждом временном шаге всех частиц, причем в общем случае количество временных шагов и их величины у каждой частицы различно.

В конце предварительного этапа по результатам анализа полученных траекторий строятся расчетная сетка потенциалов и одномерный массив временных шагов, необходимые на следующем этапе расчета. Построенная подобным образом расчетная сетка потенциалов покрывает только область, в которой лежат траектории частиц.

На втором этапе происходит повторное интегрирование уравнений движения частиц, но уже с учетом кулоновского взаимодействия между собой. В этом случае потенциал $\varphi(x,t)$ полного поля представляется в виде суммы трех потенциалов: $\varphi(x,t) = \varphi(x) + \varphi_{cul}(x,t) + \varphi_{ind}(x,t)$, причем $\varphi_{cul}(x,t) + \varphi_{ind}(x,t)$ пересчитывается на каждом временном шаге, а потенциал $\varphi(x)$ электростатического поля электродов в узлах построенной сетки был вычислен на предыдущем этапе. Следует отметить, что $\varphi_{cul}(x,t) + \varphi_{ind}(x,t)$ рассчитывается только в узлах тех ячеек, в которых находятся частицы. Такой подход позволяет существенно уменьшить количество вычислений. Кроме того, вычисление потенциала электростатического поля происходит однократно на всей расчетной сетке, которая, как правило, занимает только часть области внутри электродов.

Вычисление напряженности полного поля

Для сокращения временной сложности задачи в осесимметричном случае для расчета напряженно-

сти квазистатического поля в рабочей области можно использовать прямоугольные сетки с разложением $\varphi(\rho, z)$ в ячейках сетки по линейно независимым гармоническим полиномам до третьего порядка включительно [2]

$$\varphi(\rho, z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 - \frac{a_2}{2} \rho^2 - \frac{2}{3} a_3 z^3 + a_3 z \rho^2.$$

Такое разложение имеет погрешность $O(h^2)$. Тогда, если $\varphi_0 = \varphi(\rho, z)$, $\varphi_1 = \varphi(\rho + h_\rho, z)$, $\varphi_2 = \varphi(\rho + h_\rho, z + h_z)$ и $\varphi_3 = \varphi(\rho, z + h_z)$ – потенциалы в узлах ячейки сетки, где h_ρ и h_z – шаги сетки по координатам ρ и z соответственно, то

$$a_0 = \varphi_0 + 2(\varphi_0 - \varphi_3)/(h_\rho(2\rho + h_\rho)),$$

$$a_1 = \frac{1}{h_z} \left[\varphi_1 \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{h_z} + 4(\varphi_3 - \varphi_0) + 2(\varphi_2 - \varphi_1) \right] \frac{1}{3h_\rho} - \frac{\varphi_2 + \varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_3}{h_\rho(2\rho + h_\rho)} \rho^2,$$

$$a_2 = 2 \frac{\varphi_0 - \varphi_3}{h_\rho(2\rho + h_\rho)}, \quad a_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_0 - \varphi_3 - \varphi_1}{h_z h_\rho(2\rho + h_\rho)}.$$

Напряженность электростатического поля в точке (ρ^*, z^*) внутри ячейки выражается в виде

$$E_\rho = -\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = a_2 l_\rho - 2a_3 l_\rho l_z,$$

$$E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = a_1 - 2a_2 l_z + 2a_3 l_z^2 - a_3 l_\rho^2,$$

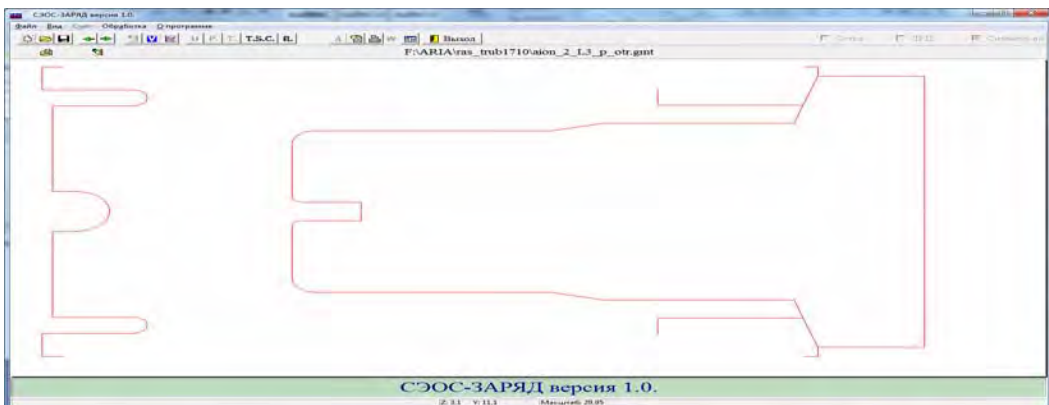
где $l_\rho = \rho^*$, $l_z = z^* - z$.

Программная реализация

Описанные выше алгоритмы реализованы в виде расчетных программ, входящих в пакет прикладных программ «СЭОС-Заряд». В пакет также включены программы обработки и визуализации результатов. Вызов всех программ производится из единой программы-оболочки, в которой задаются геометрия электродов, их потенциалы, пространственное распределение вылета частиц, распределение по энергиям, скоростям и другие параметры (рис. 1,а). Также можно построить изображение проекции заданной геометрии (рис. 1,б)

Электрод	Эквн	Внут	Эквн	Эквн	Стрелка(D)/Радиус(R)	Число расчетных точек
1,1	1	1,5	1	7,8	0	130
1,2	2,1	1,5	3,6	0	1,5	30
1,3	2,1	1,5	1	1,5	0	22
1,4	1	7,8	4,7	7,8	0	74
1,5	4,7	9	4,7	7,8	0,6	18
1,6	4,7	9	0,53	9	0	42
1,7	0,53	9	0,53	10,7	0	17
1,8	0,53	10,7	1,53	10,7	0	10
2,1	11,78	1,1	11,78	5	0	100
2,2	12,18	0,7	11,78	1,1	0,4	20
2,3	11,78	5	12,78	6	1	40
3,1	14,88	0,7	12,18	0,7	0	30
3,2	14,88	0,7	14,88	0	0	7
4,1	12,78	6	23,43	6	0	60
4,2	23,43	6	25,78	6,55	0	10
4,3	25,78	6,55	34,38	6,55	0	43
4,4	34,38	6,55	35,43	10	0	20
4,5	35,43	10	40,23	10	0	20
4,6	40,23	10	40,23	0	0	25
4,7	35,43	10	35,43	10,7	0	3
4,8	35,43	10,7	34,78	10,7	0	3
4,9	28,23	9	28,23	7,85	0	5
4,10	28,23	7,85	34,78	7,85	0	10

а



б

Рис. 1. а – задание геометрии электродов; б – графическое изображение проекции электродов

Исходный код расчетных программ написан на языке программирования Fortran, программа-оболочка написана с использованием компилятора C++ Builder. Расчеты проводятся на ПК (в настоящее время на Intel Core i7).

Примеры расчетов макета нейтронной трубки

Одним из факторов, влияющих на срок эксплуатации нейтронной трубки, является эрозия электродов. Рассмотрим в качестве примера эрозию анода (рис. 1,б, правый электрод) нейтронной трубки вследствие бомбардировки вторичными электронами, вылетающими с катода (рис. 1,б, левый электрод).

При расчетах варьировалась область вылета электронов с катода и их распределение вылета. Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3.

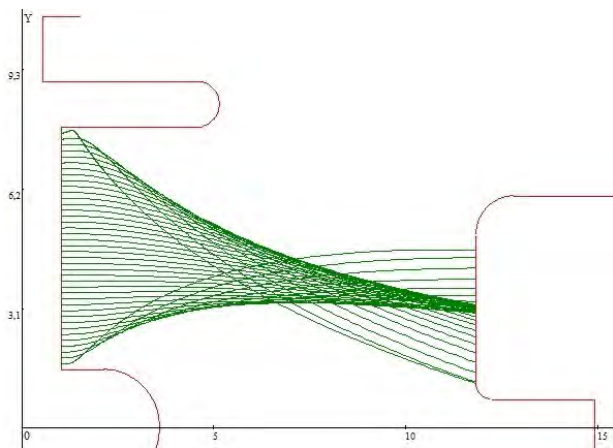
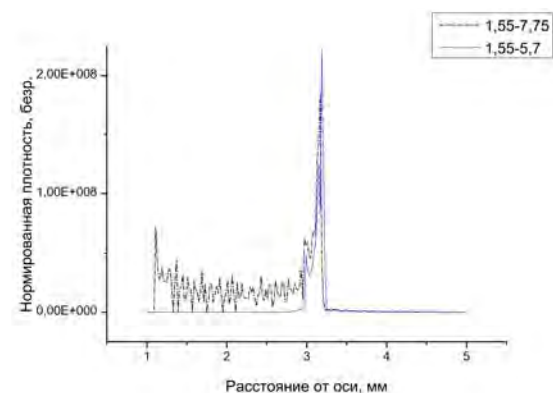
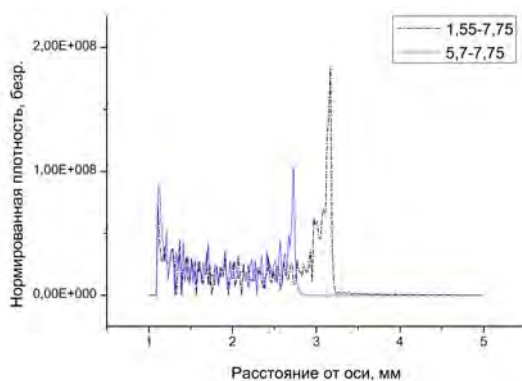


Рис. 2. Траектории электронов в пролетной области (количество выведенных траекторий уменьшено для наглядности)



а



б

Рис. 3. Распределение плотности вдоль образующей анода: а – вылет электронов со всей поверхности катода (пунктир), вылет электронов с области катода (расстояние от оси 1,55–5,7 мм); б – вылет электронов со всей поверхности катода (пунктир), вылет электронов с области катода (расстояние от оси 5,7–7,75 мм)

Видно, что на участок анода, находящийся на расстоянии 3–3,3 мм от оси системы, приходится наибольшее число электронов, что приводит к прожигу электрода в этом месте. Причем основной вклад вносят электроны, вылетевшие с участка катода, находящегося на расстоянии от оси 1,55–5,7 мм. Электроны, вылетевшие с оставшегося участка, создают почти равномерный фон.

Результаты, полученные при численном моделировании, согласуются с экспериментальными данными, полученными при фотографировании поверхности анода отработавшего ресурс макета нейтронной трубки.

Заключение

Описанный алгоритм компьютерного анализа пучков заряженных частиц в системах электронной оптики, реализованный в виде пакета программ, по-

казал свою работоспособность. Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными.

Дальнейшее развитие подразумевает переход от осесимметричной к трехмерной модели. Также планируется расширять функционал пакета, как за счет увеличения моделируемых процессов, так и за счет добавления новых типов обработки данных.

Литература

1. Демин С. К., Сафронов С. И., Тарасов Р. П. Численный анализ и синтез электронно-оптических систем сложной структуры // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 2. С. 97–103.
2. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. М.: Наука, 1985.
3. Силадьи М. Электронная и ионная оптика. М.: Мир, 1990.