

ГЕНЕРАЦИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕННОЙ КИЛЬВАТЕРНОЙ ВОЛНЕ, ВОЗБУЖДЕННОЙ МОЩНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

Н. А. Андреюк, А. И. Голубев, Н. П. Пятаков, Б. П. Якутов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Введение

Развитие ускорительной техники привело к созданию все более масштабных комплексов, длиной в десятки километров, с целью достижения большей энергии ускоряемых частиц. Напряженность электрического поля таких установок обычно не превышает значений 10^4 – 10^5 В/см, чтобы не допустить электрического пробоя среды, вызванного эмиссией электронов с металлических стенок ускорителя. В связи с этим ограничением в последнее время все больший интерес вызывают альтернативные методы ускорения частиц в лазерных полях и в полях разделения зарядов в плазме, лишенных ограничений, связанных с пробоем среды [1]. Напряженность ускоряющего поля, создаваемого в плазменных ускорителях, достигает значений порядка 10^9 – 10^{10} В/см при длине ускорения от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров. Рекордной на настоящий момент является энергия 4,2 ГэВ у электронов, ускоренных в плазме на длине 9 см лазерным излучением мощностью 300 ТВт [2]. При таком способе ускорения мощный короткий лазерный импульс, распространяясь в плазме докритической плотности, возбуждает волну колебаний электронной плотности, идущую вслед за ним. В результате в плазме генерируются продольные электрические поля, ускоряющие электроны. Так как процесс возбуждения электронной плазменной волны лазерным импульсом в чем-то аналогичен возбуждению кораблем волн на поверхности воды, то подобные волны принято называть кильватерными.

В настоящей работе при помощи разработанного во ВНИИЭФ параллельного релятивистского кода PLASMA-2P (2D3V), основанного на методе «частиц-в-ячейке», в двумерной постановке проведено численное моделирование ускорения электронов в кильватерной волне, возбужденной в плазме гелия лазерным импульсом. Целью расчетов было изучение зависимости максимальной энергии электронов от толщины и плотности плазмы, а также интенсивности лазерного излучения. Другой целью расчетов было моделирование различных режимов ускорения электронов в кильватерной волне.

1. Возбуждение плазменной кильватерной волны лазерным импульсом

Идея использовать лазерный импульс для возбуждения электронной плазменной волны с целью уско-

рения электронов, впервые была предложена в работе [3]. Лазерный импульс, распространяясь в плазме докритической плотности, вытесняет электроны из области поля за счет действия пондеромоторной силы. Положительно заряженные ионы остаются при этом практически неподвижны. Позади лазерного импульса образуется область с избыточным положительным зарядом, которая в свою очередь, начинает притягивать электроны обратно. Таким образом, в плазме возбуждаются колебания плотности электронов, следующие за лазерным импульсом. Плазменная волна плотности заряда распространяется с фазовой скоростью, равной групповой скорости лазерного импульса и совершает колебания с плазменной частотой $\omega_{pl} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$, n_e – начальная плотность электронов плазмы, e – заряд, m_e – масса электрона. Электроны плазмы, попав в область избыточного положительного заряда, захватываются подобной волной и ускоряются до энергий от сотен до тысячи МэВ. Величину ускоряющего поля в кильватерной волне можно оценить по формуле [3]:

$$E_m \text{ [В/см]} \approx mc\omega_{pl}/e = (0,924 \cdot n_e [\text{см}^{-3}])^{1/2}. \quad (1)$$

где c – скорость света. При такой напряженности поля, скорость электрона в плазменной волне, вычисленная наивно, нерелятивистски, достигает скорости света. Например, для плотности электронов плазмы $n_e = 0^{19} \text{ см}^{-3}$, напряженность электрического поля в плазменной волне составит величину $E_m \approx 3 \cdot 10^9$ В/см, на несколько порядков большую величины электрического поля ($\sim 10^5$ В/см) в современных ускорителях.

Как показано в [3], кильватерная волна в плазме возбуждается наиболее эффективно, если пространственная длина лазерного импульса $L_\tau = c\tau_L$ меньше, либо равна половине плазменной длины волны $\lambda_{pl}/2 = \pi c/\omega_{pl}$, где τ_L – длительность лазерного импульса, ω_{pl} – плазменная частота, c – скорость света. В расчетах, представленных в настоящей работе, $L_\tau = 10,5$ мкм, а отношение λ_{pl}/L_τ менялось в пределах от 0,5 до 2 в зависимости от начальной плотности электронов плазмы.

2. Постановка задачи и метод расчета

Для моделирования процесса ускорения электронов кильватерной волной чаще всего используют

PIC-коды (Particle-In-Cell) – математические программы, моделирующие взаимодействие лазерного излучения с бесстолкновительной плазмой путем решения системы уравнений Максвелла-Власова методом «частиц-в-ячейке». Подробное описание основных положений этого метода содержится в книге [4]. В настоящей работе для численного моделирования лазерно-плазменного ускорения электронов использовался разработанный во ВНИИЭФ релятивистский параллельный PIC-код PLASMA-2P [5]. Расчеты проводились в двумерной постановке. Расчетная область, плазменная мишень и система координат, принятая при моделировании, схематически показаны на рис. 1.

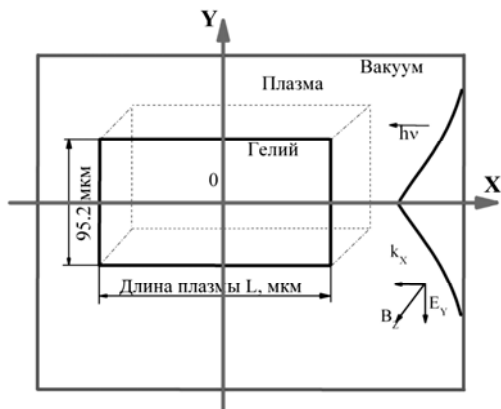


Рис. 1. Расчетная область для численного моделирования лазерно-плазменного ускорения электронов

Лазерный импульс, имеющий линейную поляризацию, длину волны 0,911 мкм, прямоугольный профиль по времени и гауссов по пространству $I(y) = I_0 \cdot \exp[-(y/y_0)^2]$, где $y_0 = 8,5$ мкм, I_0 – интенсивность, изменялась от $1 \cdot 10^{18}$ до $5 \cdot 10^{19}$ Вт/см², запускался с правой границы расчетной области и распространялся в отрицательном направлении оси X. Длительность импульса была равна 35 фс.

Расчетная область представляла собой вытянутый прямоугольник с размерами 0,215 мм по оси Y и от 0,5 до 2,2 мм вдоль оси X в зависимости от задачи. Шаг сетки в обоих направлениях составлял $\Delta X = \Delta Y \approx 0,04$ мкм. Мишень моделировалась как двукратно ионизованная плазма гелия. Толщина плазмы вдоль оси Y равнялась 0,095 мм. Длина плазмы вдоль оси X изменялась от 0,215 мм до 2 мм. Начальная плотность электронов была ниже критической и варьировалась от $2,5 \cdot 10^{18}$ до $4 \cdot 10^{19}$ см⁻³. При максимальном размере плазмы расчетная сетка состояла из ≈ 300 миллионов ячеек, а для моделирования плазмы использовалось ≈ 2 миллиарда 200 миллионов квазичастиц. Расчет такой задачи производился на 768 вычислительных ядрах суперЭВМ.

3. Генерация ускоряющего поля в лазерно-плазменной волне. Длина дефазировки

Электроны набирают энергию в плазменной кильватерной волне за счет ускорения в поле разделения зарядов, возбуждаемом лазерным импульсом. Длина одного периода поля равна плазменной длине волны $\lambda_{pl} = 2\pi c/\omega_{pl}$, причем только половина каждого периода плазменной волны является для электронов ускоряющей, на другой половине напряженность поля направлена в противоположную сторону. На рис. 2 представлена картина продольного поля разделения зарядов, полученная при расчете кильватерной волны с плотностью электронов $n_e = 2,5 \cdot 10^{18}$ см⁻³ и интенсивностью $I = 2 \cdot 10^{18}$ Вт/см². На этом рисунке показано поле в первом периоде плазменной волны и силы, действующие на сгусток электронов.

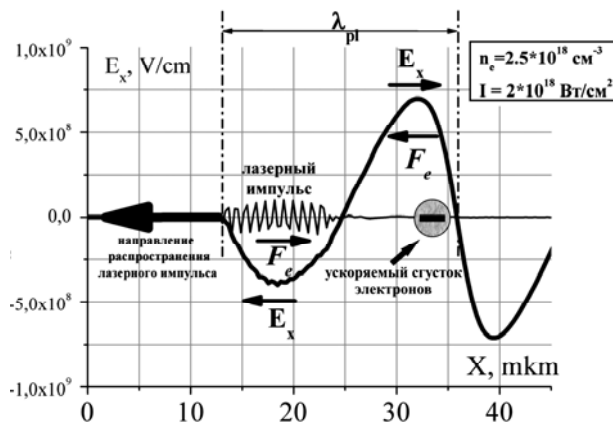


Рис. 2. Продольное электрическое поле в кильватерной волне, ускоряющее электроны

На рис. 2 показаны направления вектора напряженности поля по оси X – E_x и направление силы F_e – действующей на электроны со стороны поля E_x . Распределение поля получено при численном моделировании возбуждения кильватерной волны в плазме с $n_e = 2,5 \cdot 10^{18}$ см⁻³ лазерным импульсом с $I = 2 \cdot 10^{18}$ Вт/см². Направление распространения лазерного импульса – справа налево.

Из рис. 2 видно, что амплитуда ускоряющего поля составляет $\sim 7 \cdot 10^8$ В/см. При более высоких значениях интенсивности излучения и плотности плазмы амплитуда поля возрастает. Максимальное значение амплитуды поля, наблюдаемое в расчетах, составляет примерно $1,5 \cdot 10^{10}$ В/см при плотности электронов $n_e = 2 \cdot 10^{19}$ см⁻³ и интенсивности $I = 5 \cdot 10^{19}$ Вт/см². Под действием таких сильных электрических полей электрон за несколько фемтосекунд достигает скорости порядка скорости света. Групповая скорость лазерного импульса с увеличением плотности плазмы, наоборот, уменьшается. Фазовая скорость кильватерной волны равна групповой скорости лазерного импульса и определяется выражением:

$$v_{ph} = v_g = \left(c \sqrt{1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_0^2}} \right) \quad (2)$$

где ω_0 – частота лазерного импульса. Таким образом, при достаточной длине плазмы, ускоряемый сгусток электронов может выйти из участка ускоряющего поля и перейти в область тормозящего поля. Длину участка плазмы, где происходит только ускорение электронов, принято называть длиной дефазировки – l_d . Если считать, что электрон в плазменной волне движется со скоростью света, то длина дефазировки равна [6]:

$$l_d = \frac{\lambda_{pl}}{2(c - v_{ph})} c \approx \frac{\omega_0^2}{\omega_{pl}^2} \lambda_{pl} \quad (3)$$

Согласно этому выражению, длина дефазировки для длины волны лазерного импульса $\lambda_0 = 0.911$ мкм и плотности плазмы $2,5 \cdot 10^{18}$, $5 \cdot 10^{18}$, $1 \cdot 10^{19}$, $2 \cdot 10^{19}$ и $4 \cdot 10^{19}$ см⁻³ составляет 11,3; 4; 1,4; 0,5 и 0,18 мм соответственно. Формула (3) дает приближенную оценку длины дефазировки; в действительности, эта длина может быть еще меньше.

4. Линейный и нелинейный режимы генерации кильватерной волны

Bubble – режим ускорения

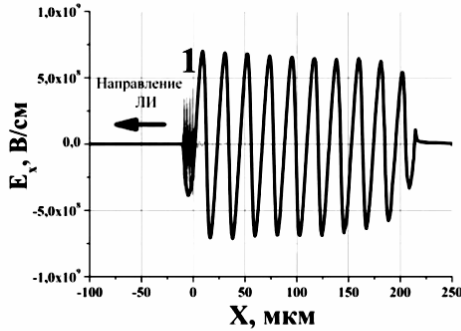
Для характеристики интенсивности лазерного импульса обычно используют безразмерную амплитуду лазерного поля, вычисляемую по формуле

$$a = eE_0 / (m\omega_0 c) \approx 0,85 \cdot \lambda_0 \cdot (I_0 / 10^{18})^{1/2}, \quad (4)$$

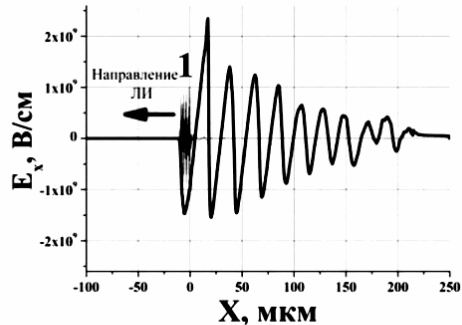
где E_{0x} – амплитуда напряженности электрического поля лазерного импульса, ω_0 , λ_0 – частота, с⁻¹ и длина волны лазерного излучения, мкм, I_0 – интенсивность лазерного импульса, Вт/см². Используя эту характеристику лазерного импульса, в литературе принято различать линейный и нелинейный режимы генерации кильватерной волны. Считается, что при $a^2 < 1$ кильватерная волна является линейной, при $a^2 \gg 1$ – сильно нелинейной [7]. На рис. 3 показано полученное при численном моделировании при помощи PIC-кода PLASMA-2P пространственное распределение напряженности продольного ускоряющего электрического поля E_x в линейной и нелинейной плазменной волне, бегущей за лазерным импульсом:

На рис. 3а показана картина поля в линейном режиме ускорения: $I_0 = 2 \cdot 10^{18}$ Вт/см², $a^2 = 1,2$; на рис. 3б – в нелинейном: $I_0 = 1 \cdot 10^{19}$ Вт/см², $a^2 = 6,1$, и на рис. 3в – в сильно нелинейном режиме ускорения, называемом режимом «пузыря» или bubble-режимом: $I_0 = 5 \cdot 10^{19}$ Вт/см², $a^2 = 30,3$.

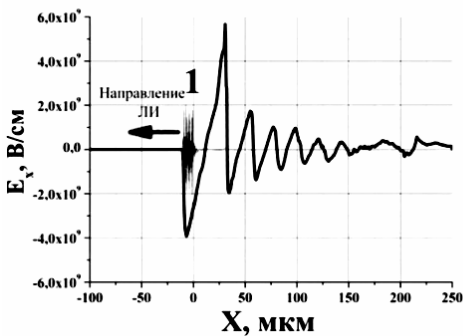
Из рис. 3 видно, что в линейном режиме продольное ускоряющее электрическое поле имеет синусоидальную форму, и позади лазерного импульса образуется много периодов плазменной волны с одинаковой амплитудой $E_x \approx 7 \cdot 10^8$ В/см. В нелинейном режиме ускоряющее поле имеет пилообразный характер с максимальной амплитудой $E_x \approx 3 \cdot 10^9$ В/см и быстро затухает. В режиме «пузыря» или bubble-режиме в плазменной волне остается только один-два периода колебаний с максимальной амплитудой $E_x \approx 6 \cdot 10^9$ В/см.



а



б



в

$$n_e = 2,5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3} \quad L = 230 \text{ мкм}$$

$$a - I = 2 \times 10^{18} \text{ Вт/см}^2$$

$$б - I = 1 \times 10^{19} \text{ Вт/см}^2$$

$$в - I = 5 \times 10^{19} \text{ Вт/см}^2$$

Рис. 3. Продольное ускоряющее поле E_x в плазменной кильватерной волне при различных режимах ускорения, $n_e = 2,5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $L = 230 \text{ мкм}$: а – линейный режим, $I_0 = 2 \cdot 10^{18} \text{ Вт/см}^2$; б – нелинейный режим, $I_0 = 1 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$; в – bubble-режим ускорения, $I_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$; 1 – поле E_y лазерного импульса 35 фс в плазме с $n_e = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$: 1 – эксперимент [11], 2 – расчет PIC-код PLASMA-2P, $I_0 = 1 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$

Распределения плотности электронов в кильватерных волнах, соответствующих трем режимам ускорения, обсуждавшимся выше, показаны на рис. 4.

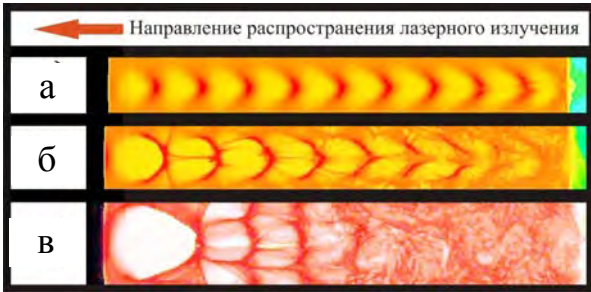


Рис. 4. Распределение плотности электронов в плазменной кильватерной волне: а – линейный режим, б – нелинейный режим, в – bubble-режим

На рис. 4 хорошо видны области разрежения (более светлые) и сгущения (более темные) электронной плотности. На рис. 4в приведен bubble-режим ускорения. Численное моделирование этого режима было впервые проведено в работе [7] в 2002 г. Очень скоро независимо, тремя группами ученых bubble-режим был экспериментально подтвержден [8–10].

5. Энергетические спектры ускоренных электронов

Полученные при численном моделировании спектры ускоренных электронов сравнивались с результатами, имеющимися в литературе. В работе [11] струя гелия облучалась лазерным импульсом длительностью 35 фс и интенсивностью $I_0 = 5 \cdot 10^{18} \text{ Вт/см}^2$. Плотность гелиевой плазмы – $n_e = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. На рис.5 сравнивается экспериментальный [11] и расчетный спектр, полученный для плазмы толщиной 0,43 мм при $I_0 = 1 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$

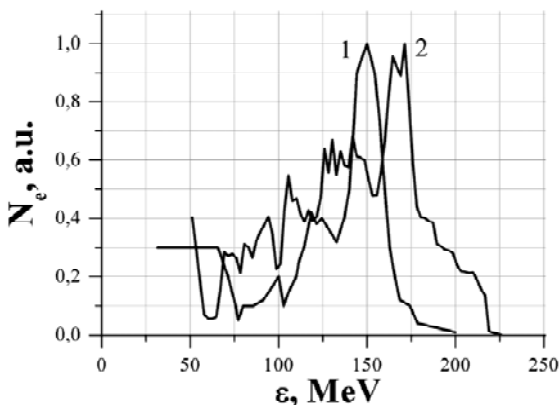


Рис. 5. Спектр электронов, ускоренных в кильватерной волне, возбужденной лазерным импульсом длительностью

Из рис. 5 видно, что у обоих спектров есть ярко выраженный максимум и резкий спад в сторону больших энергий. В расчете спектр получился шире и его максимум приходится на энергию 170 МэВ вместо 150 МэВ. В целом, однако, можно признать неплохое соответствие экспериментального и расчетного спектров.

На рис. 6 приведен энергетический спектр сгустка электронов, в котором находились электроны, ускоренные до рекордной энергии 850 МэВ. Эти электроны были ускорены в bubble-режиме, при этом $n_e = 2,5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $I_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$ и длина плазмы 2 мм.

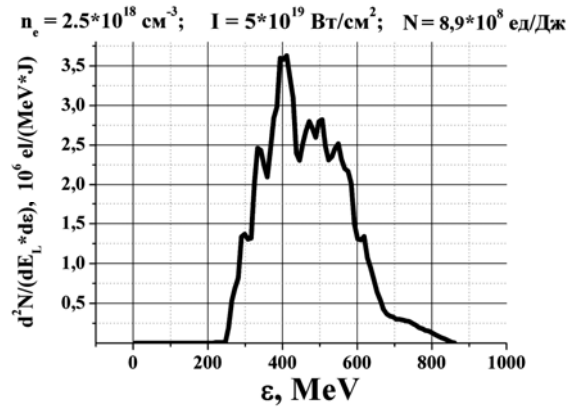


Рис. 6. Энергетический спектр сгустка электронов, ускоренных в bubble-режиме: $n_e = 2,5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $I_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$ и длина плазмы 2 мм

Из рис. 6 видно, что спектр имеет ясно выраженный максимум при энергии 400 МэВ, а его ширина составляет ≈ 300 МэВ. Характерный пространственный размер данного пучка электронов в момент вылета из плазмы составляет $\sim 15,6 \text{ мкм}$.

Пространственная картина плотности электронов, демонстрирующая вылет из плазмы сгустка электронов с энергией 850 МэВ, представлена на рис. 7. Лазерный импульс и кильватерная волна распространяются справа налево. Сгусток электронов отмечен стрелкой.

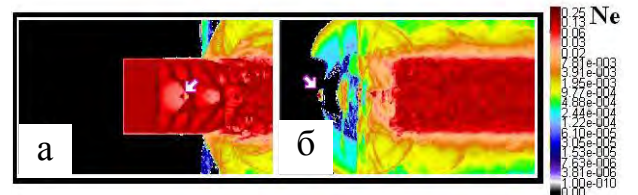


Рис. 7. Распределение плотности электронов в плазме: а – до вылета, б – после вылета из плазмы сгустка электро-

нов, ускоренных в «пузыре». Ступок обозначен стрелкой. $n_e = 2,5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $I_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ Вт/см}^2$ и длина плазмы 2 мм

6. Представление результатов расчетов при помощи параметров подобия

При анализе расчетов, моделирующих ускорение электронов в кильватерной волне, были найдены параметры подобия. При помощи этих параметров полученные в разных расчетах величины, характеризующие кильватерное ускорение, удалось представить в виде единых обобщающих зависимостей. Из всех характеристик кильватерной волны наибольший интерес вызывает напряженность продольного электрического поля, ускоряющего электроны, а также максимальная энергия, которую приобретают в этой волне электроны.

На рис. 8 нанесена максимальная напряженность ускоряющего поля, полученная в расчетах при различной плотности плазмы и интенсивности лазерного излучения, как функция параметра $n_e^{1/2} \cdot a^{3/2}$, где n_e – плотность электронов, a – безразмерная амплитуда лазерного поля.

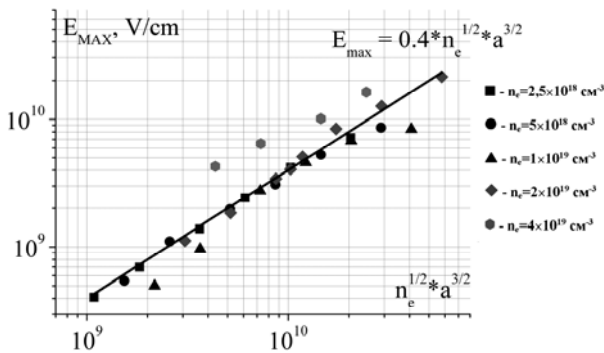


Рис. 8. Зависимость амплитуды продольного ускоряющего поля от параметра подобия $n_e^{1/2} \cdot a^{3/2}$

Из рис. 8 видно, что результаты расчетов хорошо ложатся на прямую линию, описываемую уравнением:

$$E_{max}[\text{В/см}] = 0,4 \cdot n_e^{1/2} \cdot a^{3/2} \quad (5)$$

Используя выражение для параметра силы волны, амплитуду напряженности ускоряющего поля в кильватерной волне можно записать в виде:

$$E_{max} \sim n_e^{1/2} \cdot \lambda_0^{3/2} \cdot I^{3/4} \quad (6)$$

Напряженность поля зависит, как и следовало ожидать, от плотности электронов плазмы (согласно формуле (1)) и интенсивности лазерного излучения. Зависимость $E_{max} \sim \lambda_0^{3/2}$ от длины волны лазерного излучения в наших расчетах не была проверена.

На рис. 9 приведены результаты многочисленных расчетов максимальной энергии электронов, ускоренных в кильватерной волне при различных значениях плотности плазмы, интенсивности лазерного излучения и длины участка ускорения:

Из рис.9 видно, что результаты расчетов хорошо ложатся на прямую линию, которая описывается выражением:

$$\varepsilon_{max}[\text{MeV}] = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot (a^{3/2} \cdot n_e^{1/2} \cdot L)^{0,9}, \quad (7)$$

где n_e и a определены выше, L – длина участка ускорения в плазме.

Расхождение результатов некоторых расчетов с величиной максимальной энергии, оцененной по формуле (6) связано, по-видимому, с эффектом дефазировки.

Подставляя в формулу (7) выражение (4), получим зависимость максимальной энергии электронов от параметров плазмы и лазерного импульса:

$$\varepsilon_{max} \sim (n_e^{1/2} \cdot \lambda_0^{3/2} \cdot I^{3/4} \cdot L)^{0,9} \quad (8)$$

Полученные при анализе результатов расчетов зависимости (5) и (7) позволяют с удовлетворительной точностью оценивать напряженность ускоряющего поля и максимальную энергию ускоренных кильватерной волной электронов при произвольных значениях интенсивности лазерного излучения, плотности и длине плазмы.

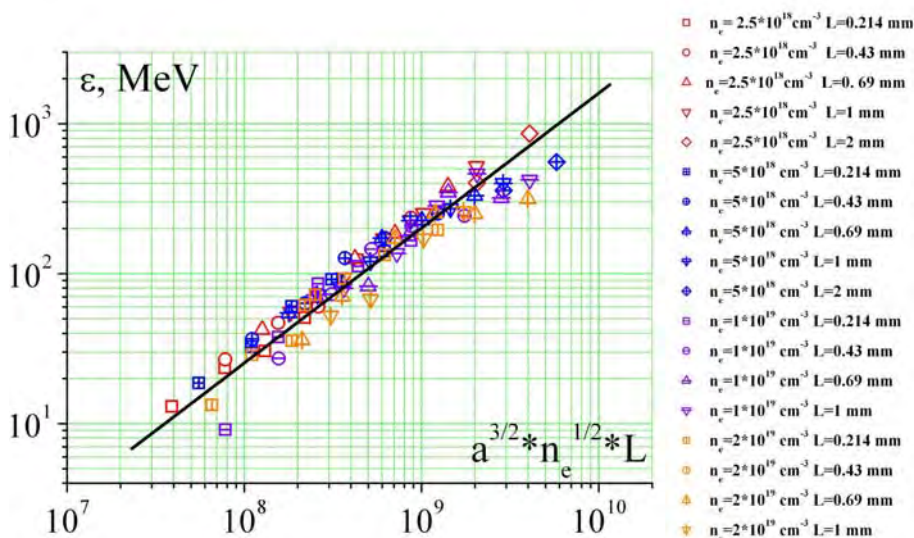


Рис. 9. Максимальная энергия электронов, полученная при численном моделировании, как функция параметра подобия $a^{3/2} \cdot n_e^{1/2} \cdot L$ для I_0 в диапазоне от $2 \cdot 10^{18}$ до $5 \cdot 10^{19}$ Вт/см²

Заключение

При помощи разработанного во ВНИИЭФ параллельного полностью релятивистского кода PLASMA-2P (2D3V), основанного на методе «частиц-в-ячейке», проведено численное моделирование ускорения электронов в линейном и нелинейном режимах в кильватерной волне, возбужденной в плазме гелия лазерным импульсом длительностью 35 фс и интенсивностью I_0 от $1 \cdot 10^{18}$ до $5 \cdot 10^{19}$ Вт/см². Начальная плотность электронов плазмы n_e принимала значения от $2,5 \cdot 10^{18}$ до $4 \cdot 10^{19}$ см⁻³, а длина плазмы изменялась от 0.2 до 2 мм.

Получены энергетические спектры ускоренных электронов, которые согласуются с экспериментальными результатами.

Установлено, что максимальная энергия электронов достигается при нелинейном «bubble»-режиме ускорения. Показано, что в этом режиме пучок электронов на длине 2 мм ускоряется до энергии 850 МэВ кильватерной волной, возбужденной в плазме гелия с $n_e = 2,5 \cdot 10^{18}$ см⁻³ лазерным импульсом с $I_0 = 5 \cdot 10^{19}$ Вт/см².

Результаты численного моделирования ускорения электронов в кильватерной волне, удалось обобщить, используя в качестве определяющих параметров плотность плазмы и интенсивность лазерного излучения. Напряженность продольного электрического поля, ускоряющего электроны, можно оценить по формуле $E_{max}[\text{В/см}] = 0,4 \cdot n_e^{1/2} \cdot a^{3/2}$, а максимальную энергию электронов вычислить при помощи выражения $\epsilon_{max}[\text{МеВ}] = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot (a^{3/2} \cdot n_e^{1/2} \cdot L)^{0,9}$, где $a = 0,85 \cdot \lambda \cdot (I/10^{18})^{1/2}$ – безразмерная амплитуда напряженности лазерного поля, n_e – плотность электронов плазмы, см⁻³, I – интенсивность лазерного излучения, Вт/см², L – длина участка ускорения в плазме, см, λ – длина волны лазерного излучения, мкм. Получен-

ные при анализе результатов расчетов зависимости позволяют с удовлетворительной точностью оценивать напряженность ускоряющего поля и максимальную энергию ускоренных кильватерной волной электронов при произвольных значениях интенсивности лазерного излучения, плотности и длине плазмы.

Литература

1. Костюков И. Ю., Пухов А. М. Плазменные методы ускорения электронов: современное состояние и перспективы // УФН. 2015 г. Т. 185, № 1. С. 89–96.
2. Leemans W. P. et al. Multi-GeV Electron Beams from Capillary-Guided Subpetawatt Laser Pulses in the Self-Trapping Regime // Phys. Rev. Lett., 2014. Vol. 113, 245002.
3. Tajima T., Dawson J. M. Laser Electron Accelerator // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43, No 4. P. 267–270.
4. Березин Ю. А., Вшивков В. А. Метод частиц в динамике разреженной плазмы. – Новосибирск: Наука, 1980.
5. Голубев А. И., Сысоева Т. Г., Якутов Б. П. Генерация ионов в тонких мишенях лазерными импульсами круговой поляризации. // Проблемы физики высоких плотностей энергии. Труды международной конференции XII Харитоновские тематические научные чтения // Россия, Саров, 19–23 апреля 2010 г. С. 369–374.
6. Андреев Н. Е., Горбунов Л. М. // Лазерноплазменное ускорение электронов // УФН. 1999 г. Т. 169, № 1. С. 53–58.
7. Pukhov A., Meyer-ter-Vehh J. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime // Appl. Phys. 2002. Vol. 74, P. 355.
8. Faure J., Glinec Y., Pukhov A. et. al. A laserplasma accelerator producing monoenergetic electron beams. // Nature. 2004. Vol. 431, P. 541.
9. Geddes C. G. R. et. al. High quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasmachannel guiding. // Nature. 2004. Vol. 431. P. 538.
10. Mangles S. P. D., Murphy C. D. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser plasma interactions // Nature. 2004. Vol. 431. P. 535.
11. Mangles S. P. D. et. al. Laser-Wakefield Accelerator of Monoenergetic Electron Beams in the First Plasma-Wave Period // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96. P. 215001.