

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ПУЧКОВ ТРУБ С ТРЕУГОЛЬНОЙ РАВНОСТОРОННЕЙ РАССТАНОВКОЙ

Р. А. Анпилогов, В. А. Белугин, Д. Н. Поздьяев

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

В работе исследовался вопрос соотношения гидравлических сопротивлений при двух выделенных направлениях поперечного обтекания пучка гладких труб плотной треугольной равносторонней расстановки. Исследование проводилось по трем направлениям: анализ стандартной эмпирической формулы для расчета гидравлического сопротивления, анализ экспериментальных данных и расчетное исследование. Поперечное течение в пучке труб, как и обтекание одиночного цилиндра, является отрывным турбулентным течением, поэтому в работе предпринята попытка использования одного из гибридных RANS-LES методов, а именно, метода моделирования отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation, DES). Результаты исследования служат аргументом в пользу того, что обсуждаемое соотношение для плотных трубных пучков слабо зависит от шага расстановки.

1. Типы поперечного обтекания равносторонних треугольных пучков труб. Формула Локшина

Будем рассматривать равносторонний треугольный пучок с расстоянием между ближайшими трубами (шагом расстановки) a и диаметром труб d . На рис. 1 изображена небольшая область такого пучка вместе с геометрическими параметрами, которые используются в дальнейших построениях. Величина $\sigma_{\Delta} = a/d$ – относительный шаг расстановки. Особенностью равностороннего пучка труб является то, что в нем присутствуют два естественных направления течения, шахматное и диагональное, которые чередуются с шагом 30° при мысленном повороте потока относительно пучка. Гидравлические сопротивления единицы длины трубного пучка при шахматном и диагональном направлениях течения могут быть различны.

Равносторонний пучок труб представляет собой частный случай равнобедренного пучка труб, для оценки гидравлического сопротивления которого существует эмпирическая формула, охватывающая широкий диапазон возможных параметров пучка – «формула Локшина», предложенная В. А. Локшиным с соавторами в работе [1]. Формула широко известна и часто рекомендуется в справочниках по теплогидравлическим расчетам – см. [2, 3]. В подходе Локшина коэффициент сопротивления пучка, опре-

деляющий перепад полного давления, зависит от нескольких безразмерных параметров:

- поперечного относительного шага σ_{\perp} ,
- продольного относительного шага σ_{\square} , который используется для вычисления параметра геометрического сжатия $\psi = (\sigma_{\perp} - 1)/(\sigma' - 1)$, $\sigma' = \sqrt{0,25 \cdot \sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\square}^2}$,
- числа рядов z ,
- числа Рейнольдса.

Формула Локшина имеет следующий вид:

$$\Delta p^* = \xi \cdot \frac{\rho v_{\perp}^2}{2}, \quad \xi = \xi_0(z+1), \quad \xi_0 = C \text{Re}^{-0,27},$$

$$C = 3,2 + 0,66(1,7 - \psi)^{1,5}, \quad 0,1 \leq \psi \leq 1,7, \quad \sigma_{\perp} \geq 1,44; \quad (1)$$

$$C = 3,2 + 0,66(1,7 - \psi)^{1,5} + \frac{1,44 - \sigma_{\perp}}{0,11} (0,8 + 0,2(1,7 - \psi)^{1,5}),$$

$$0,1 \leq \psi \leq 1,7, \quad 1,08 \leq \sigma_{\perp} \leq 1,44;$$

$$C = 0,44(\psi + 1)^2, \quad 1,7 \leq \psi \leq 6,5, \quad \sigma_{\perp} \geq 1,44;$$

$$C = (0,44 + 2(1,44 - \sigma_{\perp}))(\psi + 1)^2, \quad 1,7 \leq \psi \leq 6,5, \quad \sigma_{\perp} \leq 1,44.$$

Формула Локшина применима в диапазоне чисел Рейнольдса $10^3 - 2 \cdot 10^5$. Число Рейнольдса определяется по средней скорости V_{\perp} в свободном сечении (выделено жирными линиями) в основании минимального треугольного элемента пучка, перпендикулярно к которому набегаёт поток и по диаметру труб – $\text{Re} = V_{\perp} d / \nu$, где ν – кинематическая вязкость. Подсчет рядов в пучке осуществляется, как показано на рис. 1, при этом длина рядов – $\sigma_{\square} d$.

Для шахматного (рис. 1а) и диагонального (рис. 1б) протекания расстановки геометрические параметры σ_{\perp} , σ_{\square} , ψ естественным образом различаются и могут быть выражены через значение относительного шага σ_{Δ} :

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp}^{max} &= \sigma_{\Delta}, \quad \sigma_{\square}^{max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{\Delta}, \quad \sigma_{\perp}^{diag} = \sqrt{3} \sigma_{\Delta} \\ \psi^{max} &= 1, \quad \psi^{diag} = \frac{\sqrt{3} \sigma_{\Delta} - 1}{\sigma_{\Delta} - 1}, \quad \sigma_{\square}^{diag} = \frac{1}{2} \sigma_{\Delta} \end{aligned} \quad (2)$$

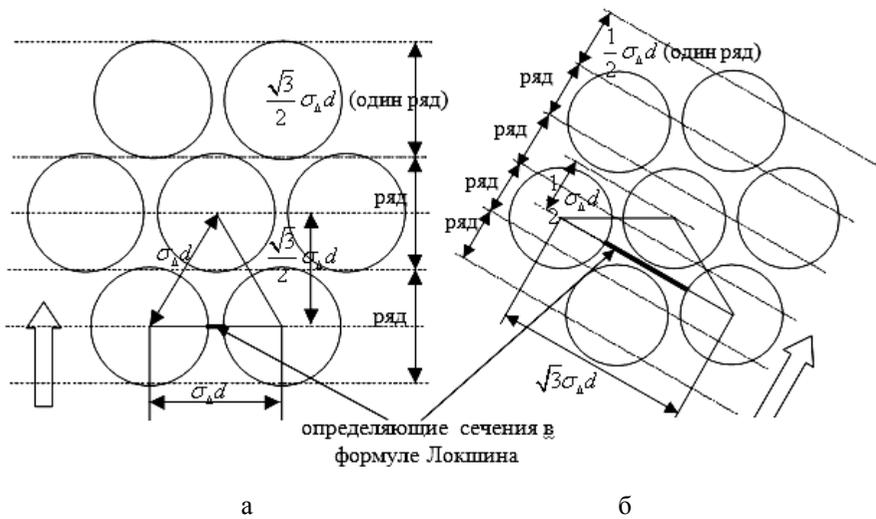


Рис. 1. Геометрические параметры треугольного равностороннего пучка при двух ориентациях потока, выраженные через диаметр труб d и относительный шаг равносторонней расстановки σ_{Δ} : а – шахматное направление течения, б – диагональное направление течения

В соответствии с выражениями (2), $\sigma_{\perp}^{diag} > \sqrt{3}$, $\psi^{diag} > \sqrt{3}$ при любом $\sigma_{\Delta} > 1$ и ψ^{diag} становится тем больше, чем плотнее расстановка.

Исходя из формулы Локшина, выражения для расчета перепада полного давления в случаях шахматного и диагонального направлений можно выписать отдельно. При этом удобно привести их к единому виду, выбрав в качестве определяющей число Рейнольдса скорости величину, пропорциональную скорости набегающего потока V , например $V_{\Delta} = \sigma_{\Delta} V / (\sigma_{\Delta} - 1)$ для обоих случаев протекания. Величина V_{Δ} задает единое число Рейнольдса Re_{Δ} . В случае шахматного протекания V_{Δ} равна средней скорости V_{\perp} в узком сечении, перпендикулярном потоку, а в случае диагонального протекания представляет собой эффективную величину. Тогда, исходя из (1) и используя выражения (2), для шахматного направления:

$$\Delta p_{max}^* = \chi^{max} \frac{\rho(V_{\Delta})^2}{2}, \quad \chi^{max} = \chi_0^{max} (z+1),$$

$$\chi_0^{max} = C_{\Delta}^{max} \cdot Re_{\Delta}^{-0,27}, \quad (3)$$

$$C_{\Delta}^{max} = 3,2 + 0,66(0,7)^{1,5} + \frac{1,44 - \sigma_{\Delta}}{0,11} (0,8 + 0,2(0,7)^{1,5}),$$

$$1,08 \leq \sigma_{\Delta} \leq 1,44;$$

$$C_{\Delta}^{max} = 3,2 + 0,66(0,7)^{1,5}, \quad \sigma_{\Delta} \geq 1,44.$$

Для диагонального направления легко получить формулу

$$\Delta p_{diag}^* = \chi^{diag} \frac{\rho(V_{\Delta})^2}{2}, \quad \chi^{diag} = \chi_0^{diag} (z+1),$$

$$\chi_0^{diag} = C_{\Delta}^{diag} \cdot Re_{\Delta}^{-0,27}, \quad (4)$$

$$C_{\Delta}^{diag} = 0,44 (\psi^{diag} + 1)^2 \cdot (\sqrt{3})^{1,73} / (\psi^{diag})^{1,73},$$

$$\psi^{diag} \leq 6,5.$$

Область применимости формулы для диагонального течения (4) заканчивается на значении $\psi^{diag} = 6,5$, что соответствует $\sigma_{\Delta} = 1,154$. Для шахматного течения формула (3) применима вплоть до $\sigma_{\Delta} = 1,08$.

С помощью формул (3) и (4) можно оценить соотношение потерь полного давления в шахматном и диагональном направлениях течения. Будем рассматривать перепад полного давления на одной и той же длине в глубине пучка в обоих случаях. Для определенности выберем длину, равную длине ряда в шахматном направлении – $L = \sigma_{\square}^{max} d$. В то же время, на длину L в диагональном направлении придется $\sigma_{\square}^{max} / \sigma_{\square}^{diag} = \sqrt{3}$ рядов, см. рис. 1. Обозначим

$\Delta p_{0,max}^*$ и $\Delta p_{0,diag}^*$ перепады, набирающиеся на длине L , соответственно в шахматном и в рядном направлениях течения в глубине пучка. С учетом разницы в длине рядов, очевидно, что:

$$\Delta p_{0,max}^* = \chi_0^{max} \cdot \frac{\rho(V_{\Delta})^2}{2},$$

$$\Delta p_{0,diag}^* = \chi_0^{diag} \sqrt{3} \frac{\rho(V_{\Delta})^2}{2} \quad (5)$$

Тогда, определяется как:

$$K = \frac{\Delta p_{0,max}^*}{\Delta p_{0,diag}^*} = \frac{\chi_0^{max}}{\chi_0^{diag} \sqrt{3}} = \frac{C_{\Delta}^{max}}{C_{\Delta}^{diag} \sqrt{3}}. \quad (6)$$

Величина K соответствует соотношению перепадов полных давлений для достаточно длинных

равносторонних пучков труб одинаковой длины, в которых реализуется шахматное и диагональное течение. Величина K в подходе Локшина не зависит от числа Рейнольдса при выбранном относительном шаге пучка.

2. Анализ экспериментальных данных. Ожидаемое соотношение гидравлических сопротивлений

Легко убедиться, что формула Локшина предсказывает почти независимый от величины σ_{Δ} коэффициент сопротивления $C_{\Delta}^{диаг}$ при диагональном протекании, что приводило бы к резкому спаду K от значений $\sim 1,5$ при $\sigma_{\Delta} = 1,1$ к значениям $\sim 0,8$ при $\sigma_{\Delta} = 1,5$. Такое положение дел представляется маловероятным. Чтобы прояснить данный вопрос, был проведен анализ экспериментальных данных, собранных в статье [1], и анализ нескольких современных исследований [4–6], при этом рассматривались только равносторонние пучки.

Для шахматного направления коэффициенты $C_{\Delta}^{шах}$ были оценены по результатам работ [4], [5] и [6] для значений σ_{Δ} , равных 1,1; 1,16 и 1,5; соответственно. Для диагонального направления коэффициенты $C_{\Delta}^{диаг}$ были оценены для значений σ_{Δ} , равных 1,172; 1,21 и 1,305 по результатам, приведенным в работе [1], и для $\sigma_{\Delta} = 1,5$ по результатам работы [6].

В отличие от случая шахматного направления, для диагонального направления отмечено существенное отличие экспериментальных значений от полученных по формуле Локшина. Для лучшей аппроксимации значений $C_{\Delta}^{диаг}$ в области $\sigma_{\Delta} < 1,2-1,3$ формула (4) была модифицирована следующим образом:

$$C_{\Delta,анпр}^{диаг} = 0,505(\psi^{диаг} + 1)^2 \cdot (\sqrt{3})^{1,73} / (\psi^{диаг})^{1,73} \quad (7)$$

Результаты анализа экспериментальных данных и расчет по формуле Локшина представлены на рис. 2.

В таблице приводятся значения величин $C_{\Delta}^{шах}$ и $C_{\Delta}^{диаг} \sqrt{3}$, необходимые для расчета удельного соотношения перепадов, полученные непосредственно по формулам (3) и (4), а также, более достоверные их значения по результатам описанного анализа. На рис. 2а представлены те же данные в графическом виде. Рис. 2б демонстрирует зависимость удельного соотношения перепадов от относительного шага по формуле Локшина и согласно проведенному анализу.

Данные по сопротивлению при шахматном и диагональном протекании равносторонних треугольных пучков труб с различными относительными шагами σ_{Δ} . Экспериментальные значения величин $C_{\Delta}^{шах}$ и $C_{\Delta}^{диаг} \sqrt{3}$, значения по формуле Локшина и аппроксимированные значения в области отсутствия экспериментальных данных.

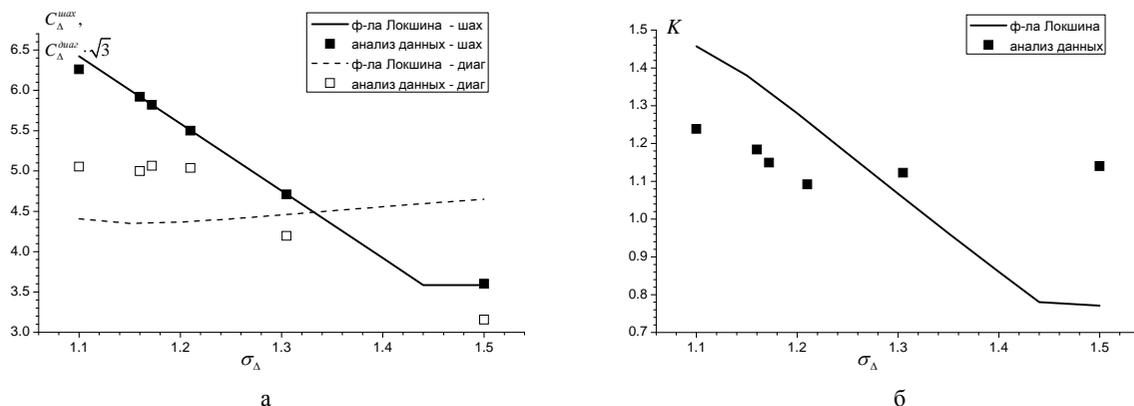


Рис. 2. Результаты анализа экспериментальных данных и расчет по формуле Локшина: а – зависимости величин $C_{\Delta}^{шах}$ и $C_{\Delta}^{диаг} \sqrt{3}$ от шага равностороннего пучка σ_{Δ} ; б – значение удельного соотношения перепадов полного давления

σ_{Δ}	1,1	1,16	1,172	1,21	1,305	1,5
$C_{\Delta}^{шах}$ (эксп)	6,26	5,92	-----	-----	-----	3,60
$C_{\Delta}^{шах}$ (Лок)	6,42	5,92	5,82	5,50	4,71	3,59
$C_{\Delta}^{шах}$ (анпр)			5,82	5,50	4,71	
$C_{\Delta}^{диаг} \sqrt{3}$ (эксп)	-----	-----	5,06	5,04	4,19	3,16
$C_{\Delta}^{диаг} \sqrt{3}$ (Лок)	4,41	4,35	4,35	4,37	4,46	4,65
$C_{\Delta}^{диаг} \sqrt{3}$ (анпр)	5,05	5,00				

По результатам проведенного анализа, зависимость $C_{\Delta}^{diag}(\sigma_{\Delta})$ существенно отличается от «формульной», что приводит к примерному постоянству K на уровне значений 1.1–1.25 в диапазоне относительных шагов $\sigma_{\Delta} = 1,1–1,5$, в отличие от предсказаний формулы Локшина.

3. Расчетное исследование

Расчеты проводились для расстановок с двумя значениями относительного шага: $\sigma_{\Delta} = 1,1$ и $\sigma_{\Delta} = 1,16$. Для каждого значения σ_{Δ} исследовались 4 модели: пятирядный шахматный пучок, шестирядный шахматный пучок, девятирядный диагональный пучок, десятирядный диагональный пучок. Выбор размеров моделей мотивирован геометрией трубного пучка в экспериментах [4]. Диаметр труб во всех расчетных моделях составлял 54 мм, расстояние между центрами труб – 59,4мм в случае $\sigma_{\Delta} = 1,1$ и 62,64мм в случае $\sigma_{\Delta} = 1,16$. Поперечная толщина трубного пучка составляет для всех моделей 70 мм. На рис. 3 представлена трехмерная модель пятирядного шахматного пучка с относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,1$, как пример использованных моделей. На боковых стенках, перпендикулярных осям труб, использовались периодические граничные условия, на верхней и нижней стенках – симметричные граничные условия.

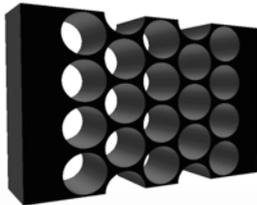


Рис. 3. Геометрия пятирядного пучка с шахматным направлением течения, $\sigma_{\Delta} = 1,1$, в трех измерениях

Расчеты проводились средствами ЛОГОС3D методом DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) с модельными константами по умолчанию. В расчете, после установления стационарного течения, измерялся перепад полного давления на модельной геометрии, после чего, в соответствии с подходом Локшина, вычислялся коэффициент сопротивления всего пучка и сопротивление на характерной длине $L - \chi_0^{max}$ и $\chi_0^{diag} \sqrt{3}$. Последовательным изменением параметров потока в расчетах было обеспечено достижение набора чисел Рейнольдса Re_{Δ} в диапазоне $10^4 - 10^5$.

В расчетах использовалась сетка, представляющая собой комбинацию полиэдрального замощения всей модели с размерами ячеек ~2–4 мм и концентрических окружностей, образующих пристеночный слой суммарной толщины 0,9 мм вокруг труб –

см. рис. 4. Пристеночный слой состоит из 25 слоев с прогрессивно увеличивающейся со знаменателем 1.1 толщиной от стенки. Дополнительные RANS – расчеты показали достаточность разбиения такой области на ~15–20 слоев в исследуемом диапазоне чисел Рейнольдса. Размеры гексагональных ячеек были взяты как предельно допустимые для описания крупных, энергонесущих, вихрей с размером порядка величины зазора. Шаг по времени 10^{-4} с обеспечивал максимальные числа Куранта ~5 при $Re_{\Delta} \approx 10^5$.

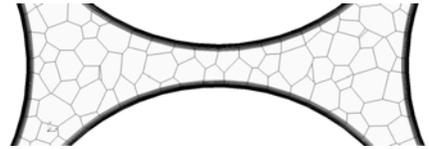


Рис. 4. Пример использованной расчетной сетки, $\sigma_{\Delta} = 1,1$

На рис. 5 представлены расчетные сопротивления на характерной длине для пучков с относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,16$, вместе с соответствующими экспериментальными результатами. Для шахматного протекания использовались результаты работы [5] по исследованию сопротивления шестирядного пучка труб. Для диагонального направления ожидаемая зависимость была экстраполирована по данным, приведенным в работе [1], для восьмирядного пучка сочень близким относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,172$. Для данного пучка приводится значение коэффициента $C = 25,0$ в диапазоне чисел $Re = 0,8 - 4,0 \cdot 10^4$, в подходе Локшина, что соответствует ожидаемой зависимости сопротивления от числа Re_{Δ} вида $2,89 \cdot (9 + 1) \cdot Re_{\Delta}^{-0,27}$ для девятирядного пучка с $\sigma_{\Delta} = 1,172$, в диапазоне чисел $Re_{\Delta} \square 3 - 13 \cdot 10^4$. Для учета погрешности эксперимента и погрешности аппроксимации полагаем диапазон ожидаемых значений коэффициента сопротивления в этом случае равным $\pm 15\%$.

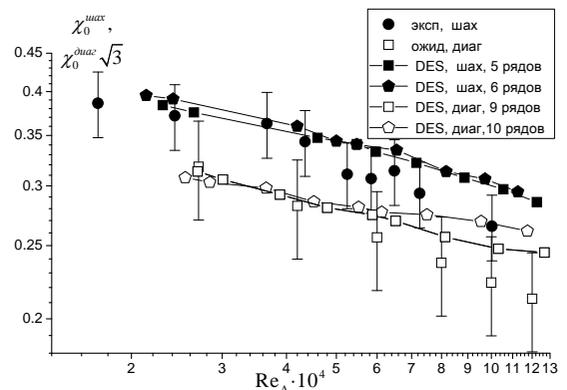


Рис. 5. Сопротивления на характерной длине $L - \chi_0^{max}$ и $\chi_0^{diag} \sqrt{3}$ для пучков относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,16$, в зависимости от числа Re_{Δ}

На рис. 6 представлены расчетные сопротивления на характерной длине для пучков с относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,1$, а также, соответствующие экспериментальные результаты для пятирядного пучка при шахматном протекании [4]. Экспериментом был охвачен небольшой диапазон чисел Рейнольдса, при погрешности измерения коэффициента сопротивления в 15%. Указанную погрешность измерения сопротивления авторы связывают со значительным разбросом фактических диаметров труб и реальных шагов разбивки трубных досок, измеренных перед сборкой исследуемого пучка. При этом утверждению авторов работы [5], в этом эксперименте могла иметь место ошибка измерения сопротивления макета в сторону занижения фактического результата. Отметим также, что в работе [7] данная экспериментальная кривая приводится с увеличенными на ~15% значениями. С учетом сказанного, расчетное описание экспериментальных данных по шахматному направлению является вполне удовлетворительным.

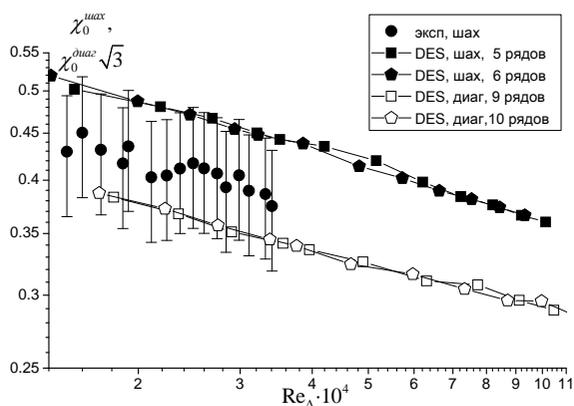


Рис. 6. Сопротивления на характерной длине $L - \chi_0^{max}$ и $\chi_0^{diag} \sqrt{3}$ для пучков с относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,1$, в зависимости от числа Re_{Δ}

Как для случая расстановок с относительным шагом $\sigma_{\Delta} = 1,16$, так и для случая $\sigma_{\Delta} = 1,1$ было получено удовлетворительное описание экспериментальных зависимостей. Сопротивления на характерной длине для пучков разной рядности хорошо согласованы между собой, как и предсказывает подход Локшина. Величина K в расчетах почти не зависит от числа Рейнольдса и составляет ~1,27 для относительного шага $\sigma_{\Delta} = 1,1$ и ~1,22 для относительного шага $\sigma_{\Delta} = 1,16$, что согласуется с ее значениями (1,24 и 1,18) по результатам анализа экспериментальных данных (см. рис 2,б). Показатели степени при числе Рейнольдса, характеризующие наклон расчетных зависимостей, составили во всех случаях -0,18 против -0,27 в подходе Локшина. Расчетный наклон, скорее всего, отражает не физику течения, а свидетельствует о худшем

описании течения на фиксированной расчетной сетке при переходе от относительно низких скоростей течения к высоким.

Заключение

Проведенный анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод о слабой зависимости соотношения гидравлических сопротивлений при двух выделенных направлениях поперечного протекания плотной треугольной равносторонней расстановки труб от ее относительного шага. Значение соотношения, вероятно, составляет ~1,1–1,25 между шахматным и диагональным направлениями, для пучков труб с относительными шагами расстановки ~1,1–1,5.

В расчетах методом моделирования отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation, DES) было получено удовлетворительное описание экспериментальных данных по гидравлическому сопротивлению трубных пучков с малыми относительными шагами. Расчетное соотношение сопротивлений в двух направлениях течения качественно и количественно согласуется с результатами анализа экспериментальных данных.

Литература

1. Локшин В. А., Мочан С. И., Фомина В. Н. Обобщение материалов по аэродинамическим сопротивлениям шахматных поперечно омываемых пучков труб // Теплоэнергетика. 1971. № 10. С. 67–70.
2. Кириллов П. Л., Юрьев Ю. С., Бобков В. П. Справочник по теплогидравлическим расчетам. – М.: Энергоатомиздат, 1990. С. 36.
3. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. С. 611.
4. Беленький М. Я., Готовский М. А., Фокин Б. С. Экспериментальное исследование теплогидравлических характеристик поперечно обтекаемых суперплотных шахматных пучков труб // Теплоэнергетика. 2000. № 10. С. 44–48.
5. Бурков В. К., Константинов В. Ф. Исследование теплоаэродинамических характеристик поперечно-омываемых суперплотных шахматных пучков труб // Теплоэнергетика. 2003. № 5. С. 56–60.
6. Анисин А. А. Повышение энергетической эффективности пучков гладких труб и профилированных каналов для газо-жидкостных теплообменных аппаратов энергетических установок. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. СПбГПУ, 2009.
7. Крюков И. А. Сопротивление суперплотных пучков труб // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т. 15, вып. 6., С. 1–9.