

# ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЕРВИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УСКОРЕНИЯ

Е. А. Осоченко, А. В. Ванин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Ограничения применения элементной базы при создании прецизионных инерциальных датчиков, разрабатываемых во ВНИИЭФ, не позволяет применять интеллектуальные и компенсационные принципы построения, что приводит к необходимости разработки датчиков прямого измерения физической величины. Среди различных типов наиболее точными являются датчики с виброчастотными первичными преобразователями (ПП), обладающие высокими метрологическими характеристиками и долговременной стабильностью выходного параметра.

В данной работе приведены результаты оптимизации метрологических параметров виброчастотного первичного преобразователя, изготовленного из пьезоэлектрического монокристаллического материала.

Рассматриваемый в рамках данной работы ПП, представляет собой объемную конструкцию [1] (см. рис. 1), состоящую из основания 1, чувствительного элемента 2, подвеса чувствительного элемента 3 с упругими шарнирами 4 в области его крепления к основанию, и силочувствительного стержневого резонатора 5 в виде сдвоенного камертона, один конец которого соединен с основанием 1, а второй с чувствительным элементом 2. Нейтральная плоскость 6 резонатора 1 и нейтральная плоскость 7 шарниров подвеса 4 разнесены в пространстве на расстояние  $h$ , тем самым образуя кинематическую схему, позволяющую получить значение растягивающей (сжимающей) силы  $N$ , действующей на резонатор в направлении его оси, превосходящую инерционную силу  $F_{и}$ , воздействующую на инерционную массу в отношении расстояния  $l_{ц.м.}$  от оси поворота подвеса 3 до центра масс конструкции к расстоянию  $h$ .

Как известно [2], колебания изгиба призматического стержня при действии растягивающей (сжимающей) силы в направлении его длины определяется следующим дифференциальным уравнением:

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \mp N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\rho S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости материала;  $J$  – момент инерции стержня в направлении колебаний;  $N$  – осевая сила;  $\rho$  – плотность материала;  $S$  – площадь поперечного сечения стержня.

Решение уравнения (1) найдем в форме  $y = X(A \cos pt + B \sin pt)$  с учетом граничных условий в виде  $X_i = \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right)$ . Частота колебаний призматического стержня с жестко заземленными концами при действии силы в направлении его длины определяется из выражения вида:

$$f = f_0 \sqrt{1 + NB - \gamma(NB)^2}, \quad (2)$$

где  $B$  – величина, обратная критической силе стержня резонатора;  $f_0$  – частота колебаний не нагруженного стержня резонатора.

$$f_0 = 1,0279 \cdot \frac{w}{L_p^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3)$$

где  $w$ ,  $L_p = l$  – ширина и длина стержня, соответственно.

$$B = 0,02533 \frac{l^2}{EJ_{\min}}, \quad (4)$$

где  $J_{\min}$  – минимальный момент инерции стержня.

Разложим выражение (2) в ряд и представим в виде приращения частоты:

$$\Delta f = f_0 \left[ \pm \frac{1}{2} NB - \frac{1}{8} (NB)^2 \pm \frac{1}{16} (NB)^3 \right], \quad (5)$$

где  $\Delta f$  – девиация частоты.

Как уже было отмечено, коэффициент преобразования инерционной силы  $F_{и}$  в силу растяжения (сжатия) резонатора  $N$  в первом приближении (предполагая отсутствие влияния упругого шарнира) определяется выражением:

$$N = F_{и} \frac{l_{ц.м.}}{h_0} = ma \frac{l_{ц.м.}}{h_0}, \quad (6)$$

где  $m$  – масса чувствительного элемента;  $a$  – величина измеряемого ускорения.

С учетом (4) и (6) выражение (5) примет следующий вид:

$$\Delta f = f_0 \left[ \pm \frac{1}{2} k_1 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right) - k_2 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right)^2 \pm \frac{1}{2} k_3 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right)^3 \right], \quad (7)$$

где  $k_1, k_2, k_3$  – постоянные коэффициенты.

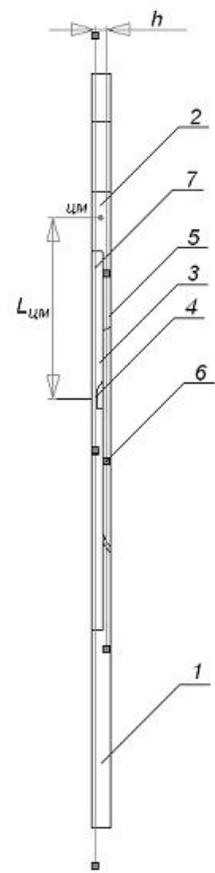
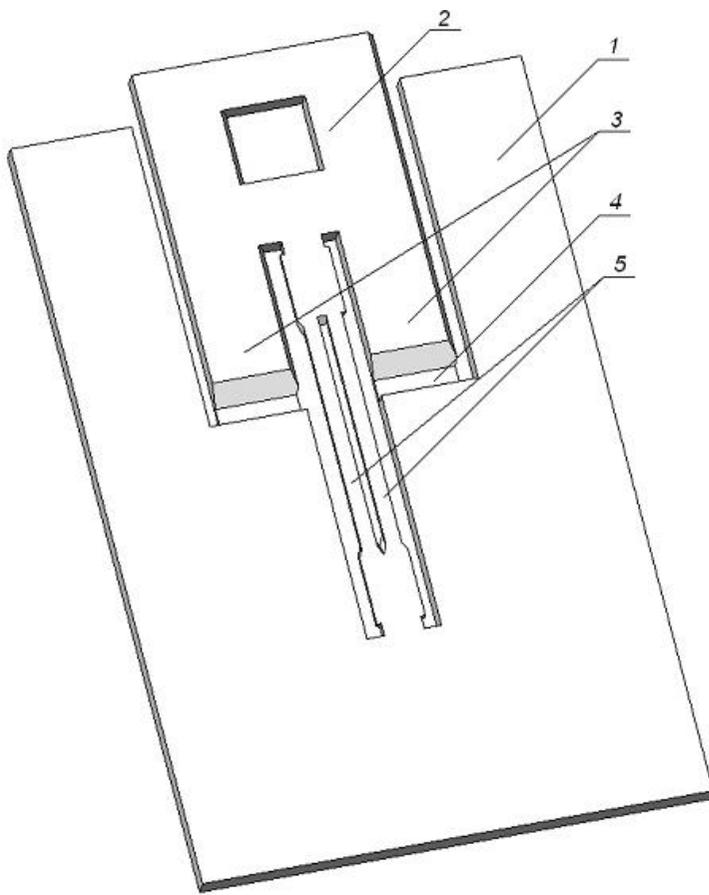


Рис. 1

При дифференциальном принципе построения прибора в предположении об идентичности ПП получим:

$$f_{\Sigma} = f_p + f_p \left[ k_1 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right) + \frac{1}{2} k_3 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right)^3 \right], \quad (8)$$

где  $f_p$  – начальная разность частот ПП в дифференциальной паре.

Вибрационная составляющая погрешности может быть определена при подстановке в выражение (8) значения ускорения, определяемого постоянной и переменной составляющей  $a = a_n + a_b \sin \omega t$ .

Выражение (8) примет вид:

$$f_{\Sigma б} = f_{\Sigma} + f_p \left[ k_1 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \sin \omega t \right) + \frac{1}{2} k_3 a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \sin \omega t \right)^3 \right]. \quad (9)$$

Как видно из выражения (9), за время измерения, кратное периоду колебаний, погрешность от действия

синусоидальной вибрации обратится в ноль. Однако следует заметить, что при более детальном рассмотрении функции преобразования, с учетом не идентичности ПП, в выражении (9) появляется постоянная величина, обусловленная нелинейностью характеристики преобразования, приводящая к детектированию вибрации. Минимум этой составляющей погрешности будет достигнут при минимальной разнице приведенных значений разницы начальных частот ПП и их коэффициентов преобразования.

Температурная составляющая погрешности носит как аддитивный, так и мультипликативный характер, зависящий от изменения линейных размеров конструкции и физико-механических свойств материала (модуля упругости, плотности).

Аддитивная ее часть обусловлена изменением начальной разности частоты.

$$\delta f_{pA} = f_p \frac{1}{\left(1 + b_l(T - T_0) + c_l(T - T_0)^2\right)} \times \frac{\left(1 + b_E(T - T_0) + c_E(T - T_0)^2\right)}{\sqrt{\left(1 + b_p(T - T_0) + c_p(T - T_0)^2\right)}}, \quad (10)$$

где  $b_l$ ,  $b_E$ ,  $b_p$  – температурные коэффициенты первого порядка линейного расширения, модуля упру-

гости и плотности, соответственно;  $c_l$ ,  $c_E$ ,  $c_p$  – температурные коэффициенты второго порядка линейного расширения, модуля упругости и плотности, соответственно;  $T$ ,  $T_0$  – начальная и расчетная температура, соответственно.

Выражение (10) достигает минимума при

$$\begin{aligned} & \left(1 + b_l(T - T_0) + c_l(T - T_0)^2\right)^2 = \\ & = \frac{\left(1 + b_E(T - T_0) + c_E(T - T_0)^2\right)^2}{\left(1 + b_p(T - T_0) + c_p(T - T_0)^2\right)^2} \end{aligned}$$

или

$$\xi_l^2 = \frac{\xi_E}{\xi_p} \quad (11)$$

что является первым условием определения температурно-независимого среза монокристалла.

Мультипликативная часть обусловлена температурной зависимостью величины в круглых скобках выражения (8):

$$\delta f_{pM} = f_p a \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right) [a_1 + a_2], \quad (12)$$

где

$$a_1 = k_1 \left( \frac{\xi_p}{\xi_E} \xi_l - \frac{1}{\xi_l} \sqrt{\frac{\xi_E}{\xi_p}} - \sqrt{\frac{\xi_p}{\xi_E}} \right),$$

$$a_2 = k_3 a^2 \left( m \frac{l_{ц.м.}}{h_0} \frac{l^2}{EJ_{\min}} \right)^2 \frac{\xi_p}{\xi_E} \xi_l \left( 3 + 3 \frac{\xi_p}{\xi_E} \xi_l + \left( \frac{\xi_p}{\xi_E} \xi_l \right)^2 \right).$$

Выражение (12) достигает минимума при

$$[a_1 + a_2] = 0. \quad (13)$$

Решая совместно уравнения (11) и (13) относительно  $\xi_l$  определим условия для определения температурно-независимый среза монокристалла.

Рассмотрим величину, характеризующую эффективность преобразования силы в изменение частоты, – отношение относительной девиации частоты к относительной деформации стержней резонатора. Назовем эту величину коэффициентом эффективности преобразования. С точностью до 1 % его величина определяется выражением следующего вида:

$$K_{эф} = \frac{\varepsilon f}{\varepsilon} = \frac{1}{2} BES = 0,012 \frac{Sl^2}{J_{\min}}. \quad (14)$$

Предположим, что толщина стержня больше его ширины, тогда выражение (14) можно переписать в виде:

$$K_{эф} = 0,0144 \frac{l^2}{w^2}. \quad (15)$$

Таким образом, эффективность преобразования растет с увеличением длины стержней резонатора и уменьшением ширины его ветвей.

Обеспечение заданного значения мультипликативной погрешности в условиях жестких требований по аддитивной составляющей погрешности от изменения температуры и действия широкополосной случайной вибрации невозможно без выбора размеров ПП оптимальных с точки зрения технологических возможностей изготовления и обеспечения условия отсутствия паразитных частот в диапазоне изменения основной (рабочей) частоты.

Решением задачи оптимизации является нахождение минимума целевой функции вида

$$F(b, h_p, l, w, f, m, l_{ц.м.}, h_0, J_{\min}, T) \rightarrow \min \quad (16)$$

при наложении ограничений, связанных с топологическими нормами изготовления, заданными габаритными размерами и условиями воздействия внешних факторов.

При помощи конечно-элементного метода производится расчет собственных форм колебаний конструкции в диапазоне частот от нуля до значения, превышающего тройное значение рабочей частоты ПП на 5÷10 %.

Каждая мода кодируется в соответствии с направлением колебаний и номером формы. Расчет производится с учетом топологических норм для максимально и минимально податливого ПП в условиях действия измеряемого ускорения и повышенных (пониженных) температур. Критерием оптимизации является получение ПП с максимальным коэффициентом эффективности и полосой частот ниже и выше частоты рабочего резонанса свободной от паразитных (близлежащих) форм колебаний. Величина полосы частот определяется исходя из максимальной девиации рабочей частоты в условиях действия измеряемой величины, вкладом погрешностей от действия дестабилизирующих факторов, с учетом коэффициента запаса не менее 1,1. По результатам расчетов строится модальная картина – зависимость частоты колебаний от изменения рассматриваемого параметра.

На рис. 2, 3 представлены примеры правильного и неправильного построения модальной картины в зависимости от взаимного расположения форм колебаний при изменении толщины резонатора. Из графика рис. 2 не видно взаимного влияния форм колебаний. Из графика рис. 3 явно видно, что наиболее предпочтительной является толщина 90 мкм, а при толщине 108 мкм возможно взаимное влияние форм колебаний рабочей частоты (1рXY (res)) и «паразитной» формы (1sM+2sYZ).

На рис. 4 представлен график суммарной модальной картины для резонатора при изменении массы, присоединенной к стержням резонатора, для трех различных толщин резонатора.

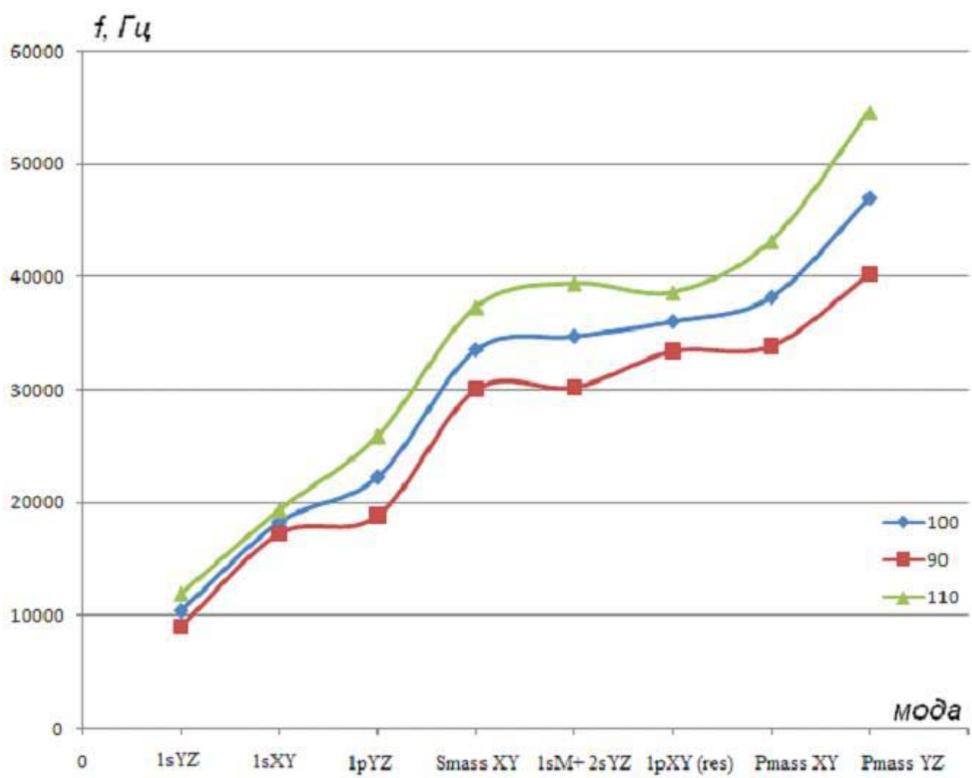


Рис. 2

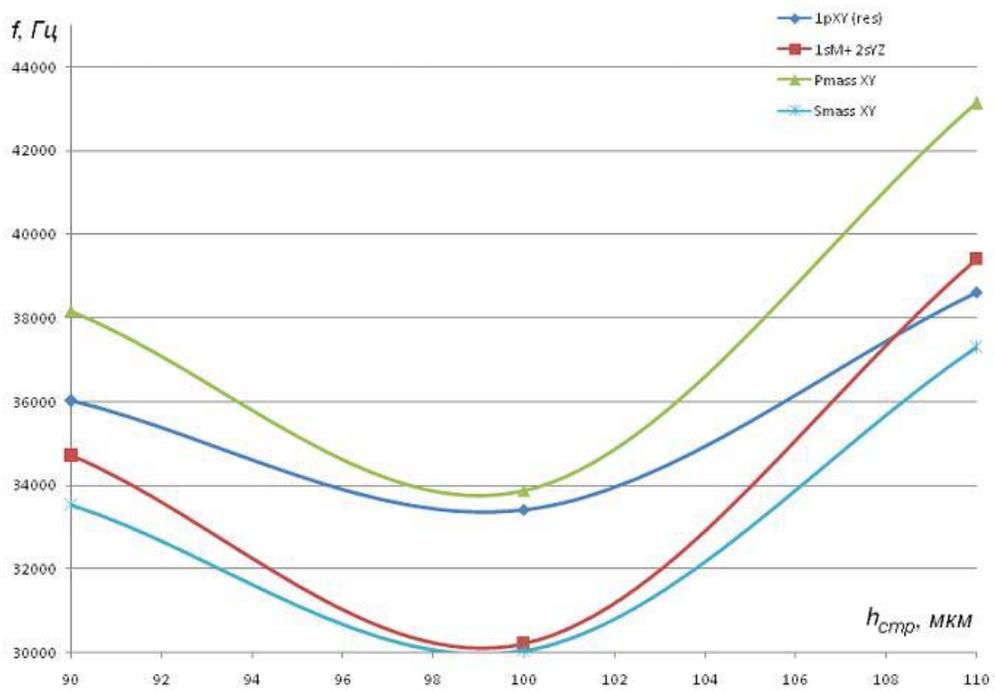


Рис. 3

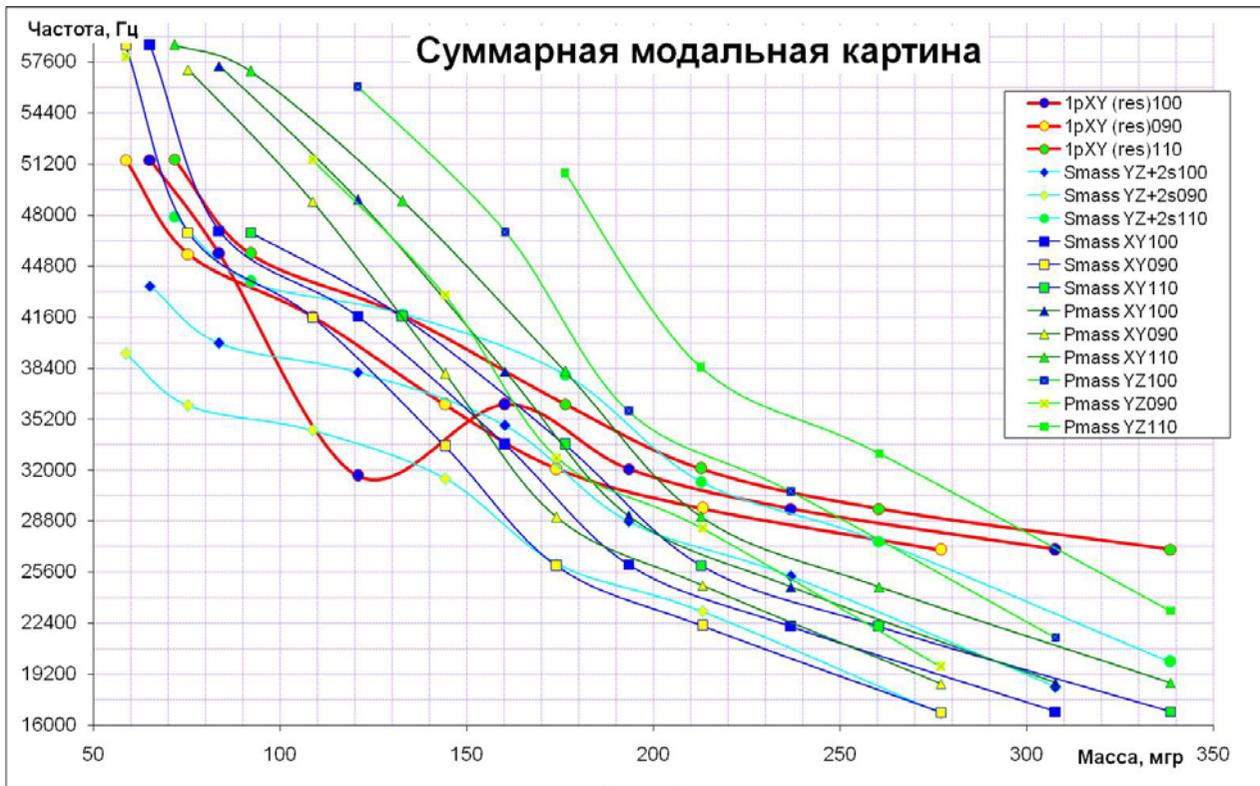


Рис. 4

При величине присоединенной массы 120 мг, прослеживается завязка основного резонанса (мода 1pXY (res)) с модами колебаний Smass YZ+2s, Smass XY. Данный график является показательным. Подобные завязки резонансов различных форм колебаний могут происходить на частотах, соответствующих точкам пересечения кривых, соответствующих тем или иным формам колебаний.

Представленная методика позволяет смоделировать оптимальные параметры конфигурации любой колебательной системы с целью получения полосы частот ниже и выше частоты рабочего резонанса свободной от паразитных (близлежащих) форм колебаний.

## Литература

1. Патент RU 2217767 опубликован в БИ 27.11.2003.
2. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985.
3. Ицкович Г. М. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 1986.
4. Ананьев И. В., Тимофеев П. Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. М.: Машиностроение, 1965.