

# МЕХАНИЗМ ИНИЦИИРОВАНИЯ МОЛНИИ, ОСНОВАННЫЙ НА РАЗВИТИИ ЛАВИН РЕЛЯТИВИСТСКИХ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Е. И. Бочков

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

Проблема инициирования разряда молнии остается одной из нерешенных задач физики атмосферного электричества, несмотря на долгую историю исследований. Ясно, что для старта лидера молнии напряженность электрического поля в некотором объеме грозового облака должна возрастать до величины, обеспечивающей лавинообразное размножение электронов в результате ударной ионизации молекул воздуха электронами. Для пробоя сухого воздуха нормальной плотности необходима напряженность однородного поля не ниже  $E_{br} \approx 26$  кВ/см [1]. С увеличением высоты величина  $E_{br}$  уменьшается прямо пропорционально плотности воздуха. При наличии осадков (precipitations) порог пробоя уменьшается до  $E_{br, pr} \approx 10-14$  кВ/см в зависимости от размера и формы частиц осадков [2]. Интрига состоит в том, что значения напряженности поля, измеряемые внутри грозовых облаков, нормированные на

нормальные условия, не превышают 3–4 кВ/см [3], т. е. в три раза меньше  $E_{br, pr}$ .

Одна из перспективных гипотез связывает инициирование разряда молнии с развитием в атмосфере лавин релятивистских убегающих электронов (ЛРУЭ), иницируемых электронами вторичного космического излучения [4]. Получены экспериментальные свидетельства связи между процессами инициирования молнии и генерации УЭ высоких энергий в грозовой атмосфере. Так, во время удара молнии внутри грозовых облаков зарегистрированы поля с напряженностью (см. рис. 1) [5], близкой к пороговой величине, при которой в воздухе теоретически возможно убежание электронов  $E_{тин} = 2,18 \cdot 10^5 \cdot P$  кВ/(см·атм.), где  $P$  – давление, выраженное в атмосферах [6]. В грозовых облаках зарегистрировано усиление рентгеновского излучения, которое прекращалось во время удара молнии (см. рис. 2) [7]. Единственным источником усиления может быть тормозное излучение электронов достаточно высоких энергий.

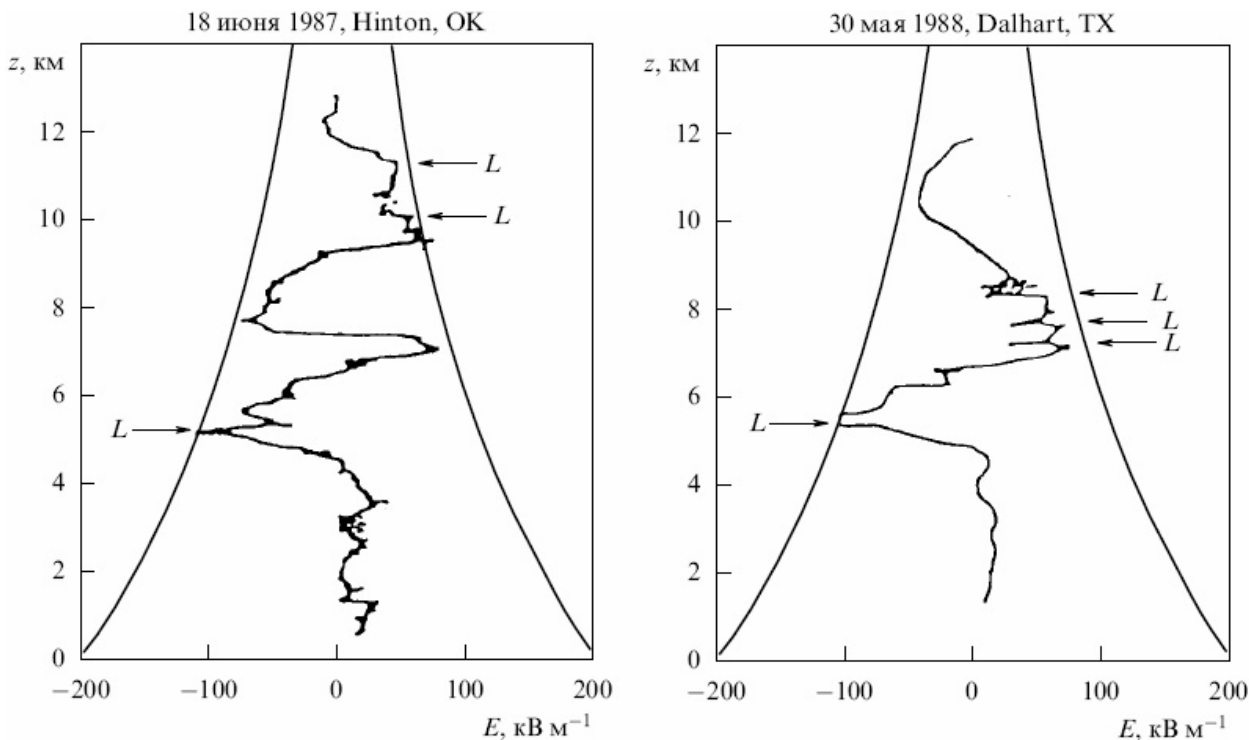


Рис. 1. Сопоставление измеренного электрического поля [5] с величиной пороговой напряженности поля, при которой теоретически возможно убежание электронов. Стрелки  $L$  (lightning) фиксируют вспышки молнии

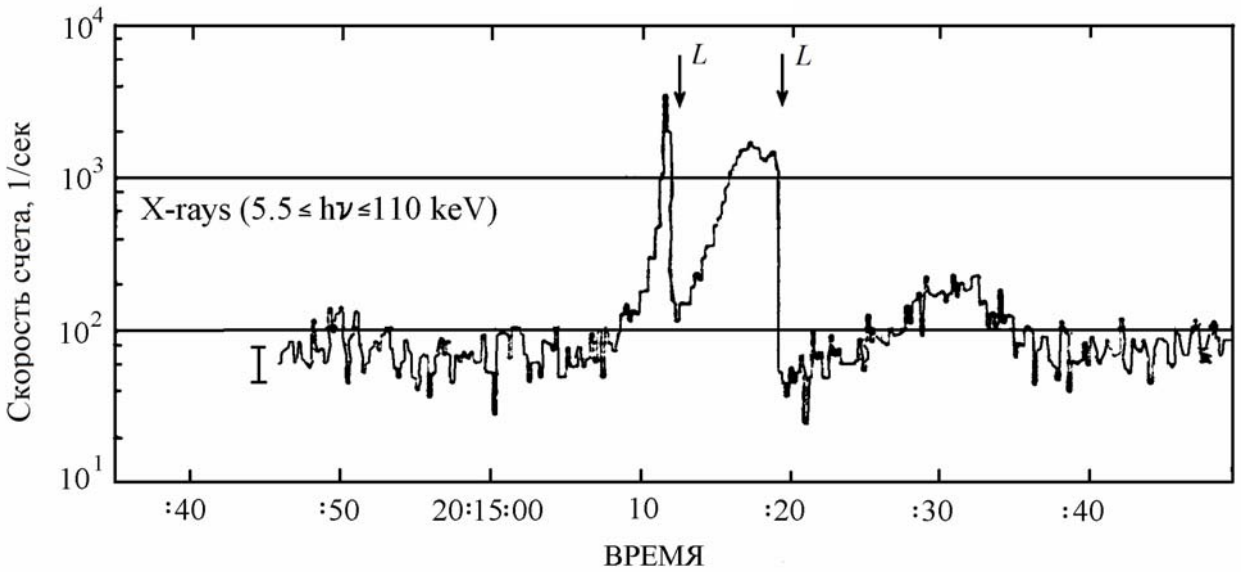


Рис. 2. Временная зависимость скорости счета рентгеновских фотонов [7]. Стрелки L фиксируют моменты вспышки молнии (lightning)

Механизм инициирования лидера молнии с участием ЛРУЭ выглядит следующим образом. УЭ, сталкиваясь с молекулами воздуха, генерируют большое количество электрон-ионных пар, в результате чего в атмосфере возникает ионизованная область, поляризация которой в грозовом поле приводит к локальному усилению электрического поля до пробойного значения. В работе [8] выполнена оценка этого процесса для случая, когда источником затравочных УЭ является широкий атмосферный ливень (ШАЛ), инициируемый космической частицей с энергией  $> 10^{15}$  эВ. Однако численным моделированием эволюции в грозовом поле проводящего канала, созданного совместным действием ШАЛ и ЛРУЭ, показано, что данный механизм требует либо нереально больших значений энергии первичной космической частицы, инициирующей ШАЛ ( $\sim 10^{20}$  эВ), либо формирования в атмосфере не наблюдавшихся до сих пор протяженных электрических полей с напряженностью 7–10 кВ/см [9].

Помимо ШАЛ единственным источником затравочных УЭ остается стационарное фоновое космическое излучение. Дуайер (Dwyer) выполнил численное моделирование развития ионизованной области, формирующейся в результате предьонизации атмосферы релятивистскими лавинами, инициируемыми фоновым космическим излучением [10]. В результате поляризации получены значения напряженности поля  $\sim 12$  кВ/см, достаточные для старта разряда в присутствии осадков. Дуайером учитывался механизм релятивистской обратной связи (relativistic feedback) [11], существенно увеличивающий скорость генерации ЛРУЭ и, как следствие, приводящий к быстрому росту проводимости атмосферы. Благодаря включению в модель обратной связи резко, за времена порядка нескольких миллисекунд, возрастает число УЭ, гене-

рирующих жесткое тормозное излучение. Однако характерное время нарастания импульса рентгеновского излучения, наблюдавшегося в натуральных экспериментах [7], относится к диапазону единиц – десятков секунд (см. рис. 2), что не согласуется с участием релятивистской обратной связи в процессе генерации молнии.

В связи с фундаментальностью проблемы инициирования разряда молнии в физике атмосферного электричества и несомненной привлекательностью гипотезы об инициировании молнии фоновым космическим излучением, усиленным генерацией ЛРУЭ, необходимы дальнейшие исследования. В предлагаемой работе разработана двумерная численная модель разряда в атмосфере с участием УЭ, электронов низких энергий, положительных и отрицательных ионов. Выполнено моделирование процесса формирования ионизованной области, поляризация которой без участия механизма релятивистской обратной связи порождает локальные поля с напряженностью, достаточной для инициирования молнии.

### Математическая формулировка задачи о развитии разряда в самосогласованном электрическом поле

Исследования процессов в грозовом поле с участием ЛРУЭ ведутся в терминах перенапряжения электрического поля  $\delta = eE / (F_{\min} P)$  относительно минимума силы трения, действующей на электрон в воздухе  $F_{\min} = 2,18 \cdot 10^5 \cdot P$  кВ/(см · атм). Напряженности пробивного поля в сухом воздухе ( $E_{br} \approx 26$  кВ/см) и в присутствии осадков ( $E_{br, pr} \approx 10-14$  кВ/см) соот-

ветствуют  $\delta_{br} \approx 11,5$  и  $\delta_{br, pr} \approx 4,5-6,5$ . Развитие ЛРУЭ в воздухе возможно, начиная с  $\delta_{th} = 1,3$  [6], чему соответствует критическая напряженность поля  $E_{th} = 2,83$  кВ/см при нормальных условиях. То обстоятельство, что пороговое значения  $\delta_{th}$  больше 1, обусловлено рассеянием электронов на молекулах, в результате чего они движутся под некоторым углом к направлению электрической силы  $-e\vec{E}$ .

В данной работе мы полагаем, что внешнее электрическое поле создается верхним положительным  $Q_p$  и равным ему по абсолютной величине нижним отрицательным  $Q_n$  зарядами, пространственная плотность которых распределена по закону Гаусса в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} \rho_p(z, r, t) &= \\ &= \frac{Q_p(t)}{\pi\sqrt{\pi}l_{z,p}l_{r,p}^2} \exp\left(-\frac{(z-z_p)^2}{l_{z,p}^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{l_{r,p}^2}\right), \\ \rho_n(z, r, t) &= \\ &= \frac{Q_n(t)}{\pi\sqrt{\pi}l_{z,n}l_{r,n}^2} \exp\left(-\frac{(z-z_n)^2}{l_{z,n}^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{l_{r,n}^2}\right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $z$  и  $r$  – вертикальная и радиальная координаты,  $z_p$  и  $z_n$  – координаты центров «тяжести» зарядов  $l_{z,n}$ ,  $l_{r,n}$ ,  $l_{z,p}$ ,  $l_{r,p}$  – ширины распределений.

Полагается, что заряд возмущения нарастают по линейному закону с характерным временем  $t_{ch}$ :

$$Q_p(t) = -Q_n(t) = k_{ch}t, \quad (2)$$

где  $k_{ch}$  – скорость нарастания заряда.

Кинетика УЭ в электрическом поле моделируется диффузионно-дрейфовым уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{re}}{\partial t} + \text{div}\left(n_{re}\vec{v}_{re} - D_T\left(\vec{\nabla}n_{re} - \vec{v}_{re}\left(\vec{v}_{re}\vec{\nabla}n_{re}\right)/v_{re}^2\right) - \right. \\ \left. - D_L\vec{v}_{re}\left(\vec{v}_{re}\vec{\nabla}n_{re}\right)/v_{re}^2\right) = -v_t n_{re} + \frac{n_{re}}{t_e} + S_{re}, \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $n_{re}$  – концентрация УЭ;  $v_t$  – частота термализации УЭ;  $\vec{v}_{re} = -u\vec{E}/E$  – вектор и  $u$  – абсолютная величина направленной скорости УЭ;  $D_T$  и  $D_L$  – коэффициенты поперечной и продольной диффузии УЭ;  $t_e$  – характерное время усиления ЛРУЭ в  $e$  раз;  $S_{re}$  – обусловленный фоновым космическим излучением внешний источник УЭ.

Зависимости кинетических коэффициентов от  $\delta$  вычислены методом Монте-Карло по программе ЭЛИЗА:  $u$ ,  $D_T$ ,  $D_L$ ,  $t_e$  [6]. Направленная скорость УЭ  $u$  практически не зависит от напряженности поля (для  $\delta$  от 1,5 до 100), причем с хорошей точно-

стью  $u = 0,9c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. Для коэффициентов диффузии в диапазоне  $\delta = 1,5-14$  получены следующие аппроксимации с погрешностью не превышающей 13 %:

$$\begin{aligned} D_L [\text{м}^2/\text{с}] &= 2,687 \cdot 10^8 \cdot \delta^{-1,715}, \\ D_T [\text{м}^2/\text{с}] &= 1,246 \cdot 10^9 \cdot \delta^{-1,973}. \end{aligned} \quad (4)$$

Зависимость частоты термализации УЭ от  $\delta$  получена на основании следующих соображений. При движении через среду в поле с  $\delta < 1,3$  на УЭ действует сила торможения, равная по модулю  $(F_{\min}P - \langle \mu_{re} \rangle E)$ , где  $\langle \mu_{re} \rangle$  – средний косинус угла между направлением вектора скорости электрона и направлением напряженности поля. Как следствие, УЭ теряет свою энергию со скоростью  $(1 - \langle \mu_{re} \rangle \delta)F_{\min}Pu$ , так что

$$v_t = \left( (1 - \langle \mu_{re} \rangle \delta) F_{\min} Pu \right) / \langle \epsilon_{re} \rangle, \quad (5)$$

где средняя энергия электронов в ЛРУЭ  $\langle \epsilon_{re} \rangle \approx 7$  МэВ [6]. Поскольку ЛРУЭ способны развиваться в воздухе, начиная с  $\delta = 1,3$ , то  $v_t(\delta = 1,3) = 0$ , и поэтому из (5) следует  $1 / \langle \mu_{re} \rangle = 1,3$ . Подставляя в (5) эту величину и численные значения  $u$ ,  $F_{\min}$  и  $\langle \epsilon_{re} \rangle$ , получаем следующую формулу:

$$v_t [\text{с}^{-1}] = 1/t_t = \begin{cases} (1,3 - \delta)P \cdot 10^7, & \delta < 1,3; \\ 0, & \delta \geq 1,3. \end{cases} \quad (6)$$

Зависимость источника УЭ  $S_{re}$  от  $\delta$  вычислена методом Монте-Карло по специально написанной программе [12].

Кинетика электронов низких энергий, а также положительных и отрицательных ионов описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div} n_e \vec{v}_e = (v_{ion} - v_{att})n_e - \beta_{e+}n_en_+ + v_{e+}n_{re} + S_{e+}, \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + \text{div} n_+ \vec{v}_+ = \\ = v_{ion}n_e - \beta_{e+}n_en_+ - \beta_{+-}n_+n_- + v_{e+}n_{re} + S_{e+}, \\ \frac{\partial n_-}{\partial t} + \text{div} n_- \vec{v}_- = v_{att}n_e - \beta_{+-}n_+n_-. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $n_e, n_+, n_-$  – концентрации;  $\vec{v}_e = -\mu_e\vec{E}$ ,  $\vec{v}_+ = \mu_+\vec{E}$ ,  $\vec{v}_- = -\mu_-\vec{E}$  – скорости дрейфа,  $\mu_e$  и  $\mu_{\pm}$  – подвижности электронов и ионов;  $v_{ion}$  – частота ионизации молекул воздуха электронами низких энергий;  $\beta_{e+}$  и  $\beta_{+-}$  – коэффициенты рекомбинации электронов с положительными ионами и положительных и отрицательных ионов;  $v_{att} = [K_{diss} + K_{thr}N(z)]N_{O_2}(z)$  – частота прилипания

электронов к молекулам кислорода,  $K_{thr}$  и  $K_{diss}$  – коэффициенты тройного и диссоциативного прилипания,  $N(z)$  и  $N_{O_2}(z)$  – локальные концентрации молекул воздуха и кислорода на высоте  $z$ ;  $v_{e+}$  – частота генерации электронов низких энергий в соударениях УЭ с молекулами;  $S_{e+}$  – внешний источник электронов и положительных ионов от фонового космического излучения.

Локальные концентрации молекул воздуха и кислорода следующим образом зависят от высоты  $N(z) = 2,688 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3} P(z)$  и  $N_{O_2}(z) = 0,2 \cdot N(z)$ .

Скорость генерации электронов низких энергий в ионизирующих соударениях УЭ выражается через цену образования одной электрон-ионной пары в воздухе  $\Delta \epsilon_{ion} \approx 32 \text{ эВ}$ :

$$v_{e+}[c^{-1}] = F_{\min} Pu / \Delta \epsilon_{ion} = 2 \cdot 10^{12} P, \quad (8)$$

Для зависимостей остальных кинетических коэффициентов от  $E$  и  $P$  приняты следующие аппроксимации. Для частоты ионизации электронами низких энергий и коэффициентов [13]:

$$\begin{aligned} v_{ion}[c^{-1}] &= 10^{-14,8-28,1/\xi} N(z), \\ K_{thr}[M^6/c] &= (4,7 - 0,25\xi) \cdot 10^{-43}, \\ K_{diss}[M^3/c] &= \begin{cases} 10^{-15,3-12,3/\xi}, & \xi \leq 8; \\ 10^{-16,8-5,7/\xi}, & \xi > 8. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\xi = 10^{20} (\text{В} \cdot \text{м}^3)^{-1} E / N(z)$ . Для подвижности ионов  $\mu_{\pm}[M^2/(\text{В} \cdot \text{с})] = 2 \cdot 10^{-4} / P$  [14]. Для коэффициентов рекомбинации  $\beta_{e+}[M^3/c] = 2 \cdot 10^{-13} P$  и  $\beta_{+-}[M^3/c] = 2 \cdot 10^{-12} P$  [13]. Скорость дрейфа электронов [15]:

$$v_e[M/c] = \begin{cases} 1,47 \cdot 10^4 x, & 0 \leq x < 0,251; \\ 0,737 \cdot 10^4 x^{1/2}, & 0,251 \leq x < 6,65; \\ 0,459 \cdot 10^4 x^{3/4}, & 6,65 \leq x < 421; \\ 2,08 \cdot 10^4 x^{1/2}, & 421 \leq x \leq 6860. \end{cases} \quad x = \frac{E}{3 \cdot 10^4 \text{ В/м} \cdot P} \quad (10)$$

Космический источник электрон-ионных пар  $S_{e+}$  вычислен методом Монте-Карло [12].

Система уравнений (3), (7) замыкается уравнением Пуассона для потенциала самосогласованного электрического поля:

$$\Delta \varphi = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_+ - n_- - n_e - n_{re}) - \frac{(\rho_p + \rho_n)}{\epsilon_0}, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi, \quad (11)$$

здесь  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  – диэлектрическая проницаемость вакуума.

В качестве начальных условий для (7) принято стационарное решение системы в отсутствии элект-

рического поля. Из численных расчетов следует, что решение в этом случае хорошо описывается следующим образом:

$$\begin{aligned} n_+ &= n_- = \sqrt{S_{e+} / \beta_{+-}}, \\ n_e &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

что объясняется большой скоростью прилипания электронов с формированием отрицательных ионов кислорода. Таким образом, получаются следующие начальные условия для системы (3):

$$\begin{aligned} n_+(\vec{r}, t=0) &= n_-(\vec{r}, t=0) = \sqrt{S_{e+}(z) / \beta_{+-}(z)}, \\ n_e(\vec{r}, t=0) &= 0, \\ n_{re}(\vec{r}, t=0) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

На границе расчетной области принято следующее условие для концентраций частиц:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} \right|_{\vec{r}_{bound}} = 0, \quad (14)$$

где  $F = \{n_+, n_-, n_e, n_{re}\}$  и  $\vec{n}$  – вектор нормали к границе, определяемой радиусом – вектором  $\vec{r}_{bound}$ . Выбор данного граничного условия обусловлен тем фактом, что на границе концентрации практически не меняются.

Потенциал на границе расчетной области обычно вычисляется следующим образом:

$$\varphi(\vec{r}_{bound}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{e(n_+ - n_- - n_e - n_{re}) dV}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}|}, \quad (15)$$

где интегрирование ведется по объему расчетной области, занятой пространственным зарядом.

Однако данный метод неэффективен и в нашем случае требует больших затрат времени на вычисление интеграла (15) в каждой граничной точке, превышающих затраты на численное решение уравнения Пуассона (11). Для вычисления потенциала на границе мы воспользовались тем, что точность вычисления потенциала на границе не очень важна и основная часть пространственного заряда сосредоточена вблизи центра расчетной области. Поэтому потенциал вычисляется разложением по мультипольным моментам до квадрупольного момента включительно:

$$\varphi(\vec{r}_{bound}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{Q_+}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}_+|} + \frac{Q_-}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}_-|} + \frac{(\vec{r}_{bound} - \vec{r}_+, \vec{d}_+)}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}_+|^3} + \frac{(\vec{r}_{bound} - \vec{r}_-, \vec{d}_-)}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}_-|^3} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 D_+^{ij} \frac{(x_{bound}^i - x_+^i)(x_{bound}^j - x_+^j)}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}_+|^5} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 D_-^{ij} \frac{(x_{bound}^i - x_-^i)(x_{bound}^j - x_-^j)}{|\vec{r}_{bound} - \vec{r}_-|^5} \right], \quad (16)$$

где  $Q_{\pm} = \int_V \rho_{\pm}(\vec{r}) dV$  – заряды;  $\vec{r}_{\pm} = \int_V \vec{r} \rho_{\pm}(\vec{r}) dV / Q_{\pm}$  – радиусы-векторы центров масс заряда;  $\vec{d}_{\pm} = \int_V (\vec{r} - \vec{r}_{\pm}) \rho_{\pm}(\vec{r}) dV$  – дипольные моменты;  $D_{\pm}^{ij} = \int_V \left( 3(x^i - x_{\pm}^i)(x^j - x_{\pm}^j) - \delta_{ij} |\vec{r} - \vec{r}_{\pm}|^2 \right) \rho_{\pm}(\vec{r}) dV$  – тензоры квадрупольного момента,  $\rho_{\pm} = 0,5(\rho_{\pm} | \rho |)$ .

Поскольку в процессе развития разряда положительный заряд, в основном, сосредоточен в головной части прорастающего канала, а отрицательный – в его теле, целесообразно выделить отдельно подсистемы положительного и отрицательного заряда, что позволяет повысить точность расчета потенциала на границе данным методом.

Отметим, что в виду цилиндрической симметрии задача является двумерной.

## Результаты расчетов и их анализ

На основании модели, изложенной выше, проведено моделирование разряда. Система уравнений (3), (7), (11) решалась численно в пространственной области:  $[Z_{\min} = 4 \text{ км}; Z_{\max} = 8 \text{ км}] \times [0; R_{\max} = 1,3 \text{ км}]$ . Для решения уравнений (3), (7) использовалась явная схема первого порядка точности по пространственной координате (UPWIND). Шаг по времени при решении системы уравнений (7), (11)  $\Delta t = 10^{-5}$  с по-

добран, чтобы выполнялось условие Куранта для уравнений (7) и кроме того  $\Delta t < 0,1 \cdot \tau_m$ , где  $\tau_m = \epsilon_0 / \sigma$  – максвелловское время релаксации поля. Исходя из условия Куранта, для уравнения (3) принят временной шаг  $\Delta t_{re} = 10^{-9}$  с. Поскольку по мере развития проводящий канал прорастает вниз, принята адаптивная пространственная сетка: в области головки канала шаг по оси  $z$  был  $\Delta z = 2 \text{ м}$  в остальной части расчетной области  $\Delta z = 10 \text{ м}$ , по оси  $r$  использована неравномерная сетка с экспоненциально растущим шагом, на оси  $\Delta r = 2 \text{ м}$ .

Проведены расчеты для различных конфигураций грозового поля, параметры которого определяются формулами (1)– (2). Ниже приведены результаты для случая:  $l_{z,n} = l_{z,p} = 300 \text{ м}$ ,  $l_{r,n} = l_{r,p} = 500 \text{ м}$ ,  $Z_p = 5 \text{ км}$ ,  $Z_n = 7 \text{ км}$ ,  $k_{ch} = 2,17 \text{ Кл/с}$ . На рис. 3 показано пространственное распределение перенапряжения поля в момент достижения пробойного значения в головке канала  $t = 7,5 \text{ с}$ . В этот момент заряд облака составлял примерно 16 Кл, что вполне соответствует наблюдаемым значениям [16]. Максимальная разность потенциалов при этом равна 350 МВ. На рис. 4 показано изменение суммарного числа УЭ по мере развития разряда. Видно, что количество УЭ растет практически по экспоненциальному закону, что качественно позволяет объяснить усиления потока рентгеновских фотонов перед вспышкой молнии.

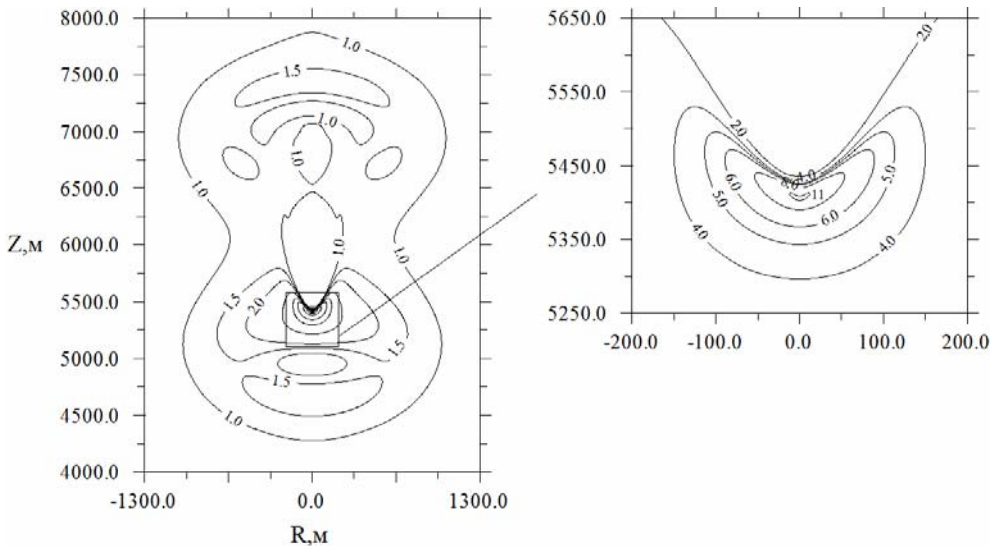


Рис. 3. Пространственное распределение перенапряжения в момент достижения пробойного значения  $l_{z,n} = l_{z,p} = 300 \text{ м}$ ,  $l_{r,n} = l_{r,p} = 500 \text{ м}$ ,  $Z_p = 5 \text{ км}$ ,  $Z_n = 7 \text{ км}$ ,  $k_{ch} = 2,17 \text{ Кл/с}$

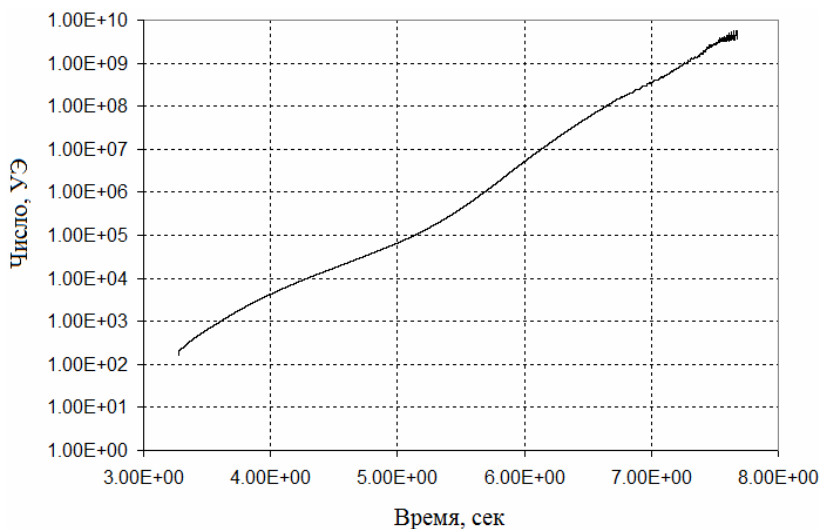


Рис. 4. Изменение суммарного числа уходящих электронов в разряде

## Заключение

В приближении сплошной среды построена двумерная модель атмосферного разряда в грозном электрическом поле с учетом кинетики релятивистских уходящих электронов, низкоэнергетичных электронов, положительных и отрицательных ионов. Выполнено численное моделирование процесса формирования в атмосфере проводящего канала, созданного в результате развития в электрическом поле лавин релятивистских уходящих электронов, инициируемых фоновым космическим излучением. Из результатов выполненных расчетов следует, что для реалистичных конфигураций грозного поля в результате развития разряда достигаются значения напряженности поля, при которых возможен старт лидера молнии. Рассмотренный механизм естественным образом позволяет объяснить наблюдаемый в ряде экспериментов усиление рентгеновского излучения в окрестности грозного облака непосредственно предшествующее вспышке молнии. Кроме того, в пользу данного сценария свидетельствует тот факт, что в момент старта молнии значения напряженности поля, измеряемые внутри облаков, находятся вблизи порога убегающих электронов в воздухе.

## Литература

1. Базелян Э. М., Райзер Ю. П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит, 2001.
2. Solomon R., Schroeder V., Baker M. B. Lightning initiation – Conventional and runaway-breakdown hypothesis // Q.J.R. Meteorol. Soc. 2001. Vol. 127. P. 2683–2704.
3. Marshall T. C., Stolzenburg M., Thomas C. R. et al. Observed electric fields associated with lightning initiation // Geophys. Res. Lett. 2005. Vol. 32, doi:10.1029/2004GL021802.
4. Gurevich A. V., Milikh G. M., Valdivia J. A. Model of x-ray emission and fast preconditioning during a thunderstorm // Phys. Lett. A. 1997. Vol. 231. P. 402–408.

5. Marshall T. C., McCarthy M. P., Rust W. D. Electric field magnitudes and lightning initiation in thunderstorms // JGR. 1995. Vol. 100. P. 7097–7103.

6. Бабич Л. П., Донской Е. Н., Ильяев Р. И., Куцык И. М., Руссель-Дюпре Р. А. Фундаментальные характеристики лавины релятивистских уходящих электронов в воздухе // Физика плазмы. 2004. Т. 30, № 7. С. 666–674.

7. McCarthy M., Parks G. K. Further observations of x-rays inside thunderstorms // Geophys. Res. Lett. 1985. Vol. 12, N 6. P. 393–396.

8. Gurevich A. V., Zybin K. P., Roussel-Dupre R. A. Lightning initiation by simultaneous effect of runaway breakdown and cosmic ray showers // Phys. Lett. A. 1999. Vol. 254. P. 79–87.

9. Бабич Л. П., Бочков Е. И., Куцык И. М. Численное моделирование проводящего канала, инициированного широким атмосферным ливнем в грозном электрическом поле // Геомагнетизм и аэронаука. 2009. Т. 49, № 2. С. 247–253.

10. Dwyer J. R. The initiation of lightning by runaway air breakdown // Geophys. Res. Lett. 2005. Vol. 32, doi:10.1029/2005GL023975.

11. Dwyer J. R. A fundamental limit on electric fields in air // Geophys. Res. Lett. 2003. Vol. 30, doi:10.1029/2003GL017781.

12. Бабич Л. П., Бочков Е. И., Куцык И. М. Источник уходящих электронов в поле грозного облака, обусловленный космическим излучением // Геомагнетизм и аэронаука. 2007. Т. 47, № 1. С. 709–713.

13. Александров Н. Л., Высоцкий Ф. И., Исламов Р. Ш. и др. Расчетная модель разряда в смеси  $N_2:O_2 = 4:1$  // ТВТ. 1981. Т. 19. С. 485–490.

14. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.

15. Голубев А. И., Ивановский А. В., Соловьев А. А., Терехин В. А., Шморин И. Т. Одномерная модель для описания быстрых волн пробоя в длинных разрядных трубках // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1985. Вып. 2. С. 17–27.

16. Юман М. Молния. М.: Мир, 1972.