

# ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСЧЕТА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. В. Смагин, Р. П. Шумейкин

ФГУП «ВНИИА им. Н. Л. Духова», г. Москва

В настоящее время применение современного программного обеспечения, такого как ANSYS, NASTRAN и т. д., позволяют проводить расчеты собственных частот и форм колебаний конструкции, и многие инженеры стараются проводить предварительную оценку до проведения реальных вибрационных испытаний конструкции. Опыт проведения подобных расчетов показывает, что при последующих испытаниях значения собственных частот получается несколько ниже, чем значения, полученные при расчетах.

Данная работа посвящена разработке подходов позволяющих повысить адекватность расчетных моделей и точность получаемых собственных частот и форм колебаний конструкции. Рассматривается методика определения контактных поверхностей при модальном анализе, влиянии различных факторов на собственные частоты, результаты модельных расчетов и прочее.

На первый взгляд модальный анализ достаточно прост по сравнению с прочностными расчетами, т. к. в нем нет учета нелинейных свойств, как геометрии, так и свойств материала и нет необходимости прикладывать внешние нагрузки. Однако существуют нюансы по созданию конечно-элементной модели, которая, помимо соответствия модели массово – габаритным и жесткостным свойствам, должна корректно учитывать резьбовые соединения и контактные поверхности стыков деталей в конструкции.

В связи с тем, что при модальном анализе невозможно учитывать нелинейное поведение конструкции, то при задании контактных поверхностей (которые вносят нелинейный вклад в поведение конструкции) происходит «слипание» двух контактирующих деталей в зоне контакта таким образом, что при деформации конструкции контактирующие поверхности в любом случае остаются сомкнутыми, что повышает жесткость конструкции. Таким образом, можно выдвинуть гипотезу: **на собственные частоты и формы существенное влияние оказывают задаваемые при создании КЭМ контактные поверхности.**

Для подтверждения данной гипотезы были проведены расчеты на примере простой конструкции, общий вид конструкции и конечно-элементная модель показаны на рис. 1.

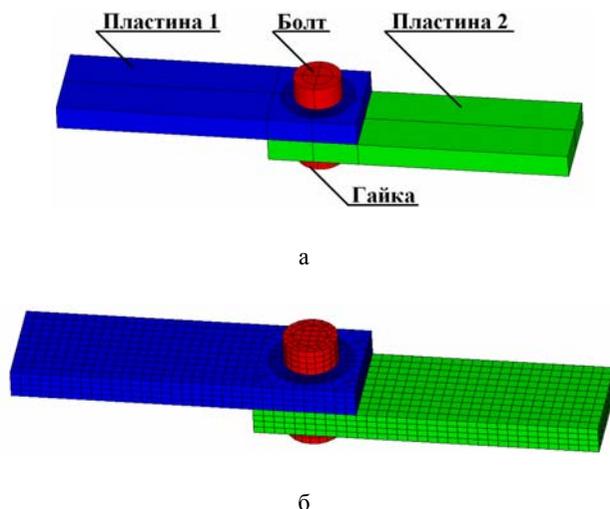


Рис. 1. Модель болтового соединения:  
а – общий вид конструкции,  
б – конечно-элементная модель

Конструкция представляет собой две пластины соединенные между собой болтовым соединением. По торцевым поверхностям пластины жестко закреплены. При этом заданы следующие контактные пары: «головка болта – пластина 1», «гайка – пластина 2» и «пластина 1 – пластина 2». Контактные пары показаны на рис. 2.

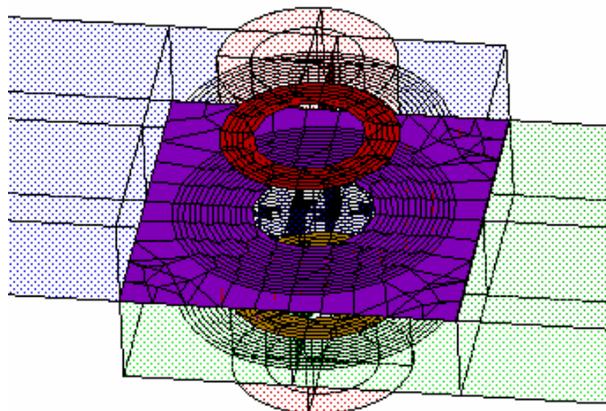
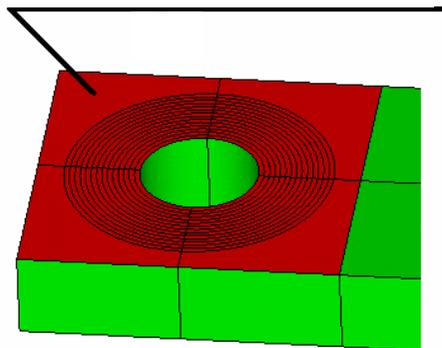


Рис. 2. Контактные пары

Поверхность А



Поверхность Б

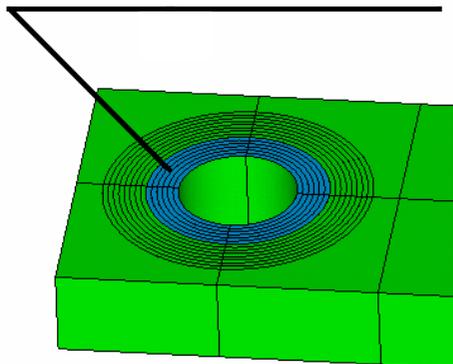


Рис. 3. Поверхности контакта

Для подтверждения выдвигаемой гипотезы проведем два расчета (рис. 3): в первом случае контакт между пластинами 1 и 2 происходит по поверхности А, во втором по поверхности Б.

Результаты расчета приведены в таблице. Как видно из таблицы в первом расчетном случае (контакт по поверхности А) значения собственных частот получились выше, чем во втором, при этом разница составила до 30 %. Это подтверждает выдвинутую гипотезу о увеличении жесткости конструкции с увеличением площади контактных пар.

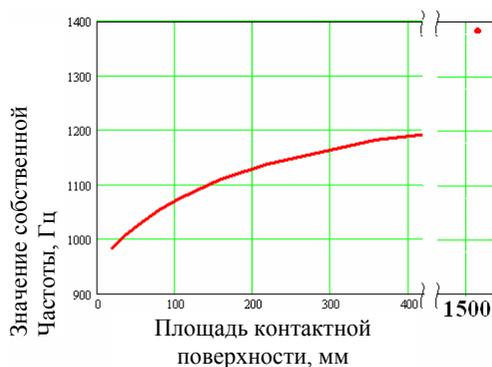
Результаты расчета

Номер собственной формы колебаний	Значения собственной частоты при контакте по поверхности А	Значения собственной частоты при контакте по поверхности Б	Разница, %
1	1367	1032	24
2	3004	2778	8
3	4402	3009	32
4	4577	4349	5
5	9291	6126	34

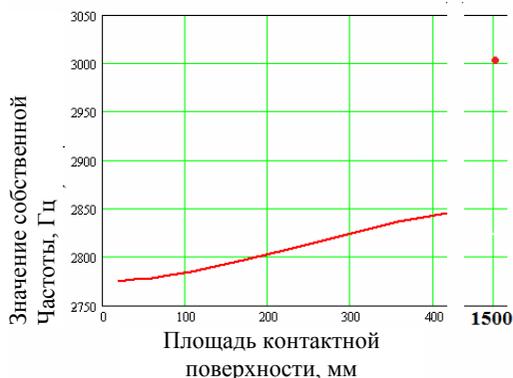
Для определения влияния площади контактной поверхности была проведена серия расчетов с постепенным увеличением площади контакта от поверхности  $n_1$  до  $n_i$ . Результаты расчета показаны на рис. 4. На графиках приведено изменение собственных частот при увеличении площади контактной поверхности между пластинами 1 и 2. Как видно из графиков разница в значениях собственных частот может достигать 20 %. Если назначить контакт по всей поверхности соприкосновения, то разница составит 40–50 %.

Таким образом, правильный выбор площади контактной поверхности повышает точность расчета при модальном анализе.

Предлагается определять площадь контактной поверхности для пары «пластина 1 – пластина 2» на основе распределения контактных напряжений, возникающих в пластинах от усилия затяжки резьбового соединения. Из теории известно, в болтовом соединении под головкой болта происходят деформации деталей, и образуется так называемый «конус давления», подробно на нем останавливаться не будем, так как он описан в работах различных авторов, например, в книге Биргера И. А. «Расчет резьбовых соединений». Согласно данным, которые были подтверждены экспериментальными исследованиями, образующая конуса давления составляет с осью болта угол 20–30°.

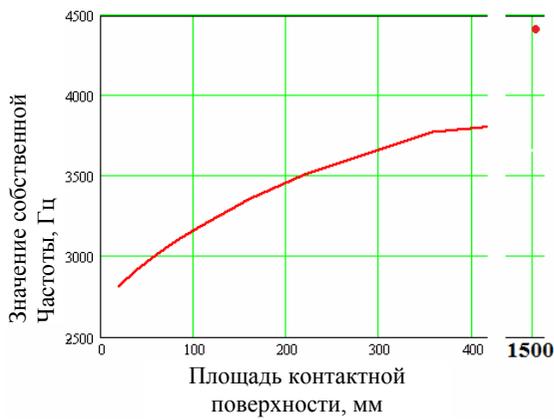


а) 1-я собственная форма колебаний

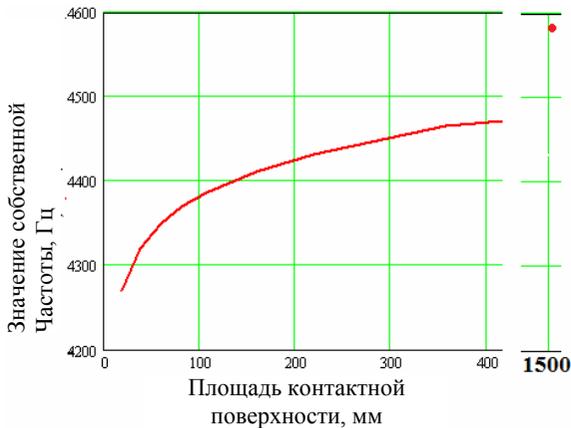


б) 2-я собственная форма колебаний

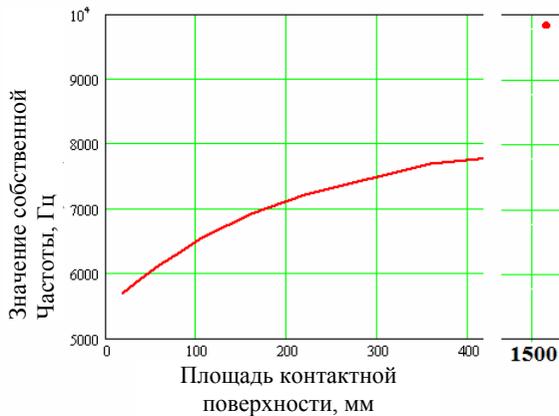
Рис. 4. Рост собственной частоты колебаний при увеличении площади контактной поверхности



в) 3-я собственная форма колебаний



г) 4-я собственная форма колебаний



д) 5-я собственная форма колебаний

Рис. 4. Окончание

Для проверки был проведен расчет НДС конструкции возникающего при затяжке болтового соединения. При этом было получено, что конус давления качественно не меняется в зависимости от усилия затяжки (угол наклона образующей  $\sim 23^\circ$ ), а изменяется только величина контактного давления. Результаты расчета приведены на рис. 5.

Таким образом, по результатам расчета можно определить площадь контактной поверхности, которую необходимо задавать при модальном анализе.

Далее площадь контактной поверхности, получаемая через конус давления, будем называть «**главной поверхностью**», а соответствующую ей собственную частоту конструкции – «**главной частотой**».

Расчет самого конуса давления с использованием МКЭ достаточно прост и создав один раз параметрическую модель резьбового соединения, возможно получать конус давления и назначать размеры главной поверхности для различных геометрических размеров и материалов в резьбовом соединении.

В то же время следует отметить, что при модальном анализе нет необходимости моделировать усилие затяжки, в том случае, если затяжка резьбовых элементов удовлетворяет следующим критериям:

- обеспечивается плотность стыка при действии внешних нагрузок. Условия нераскрытия стыка определяются по формулам деталей машин;
- не приводит к изменению жесткости конструкции. Т. е. затяжка болтового соединения (область А) изменяет НДС конструкции только в локальной зоне и не приводит к изменению НДС во всей конструкции (области Б и В) (рис. 6).

Если пластины будут разнесены между собой и затем стянуты (рис. 7), то очевидно, что в данном случае затяжка будет оказывать существенное влияние на собственные частоты конструкции.

Рассмотрим более распространенный тип конструкции – круглая пластина, опертая по кольцу и закрепленная при помощи  $n$ -го количества болтов. Общий вид конструкции приведен на рис. 8.

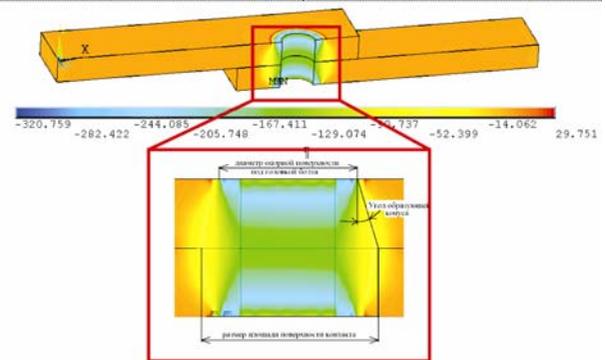


Рис. 5. Напряженно-деформированное состояние, вызванное затяжкой болтового соединения

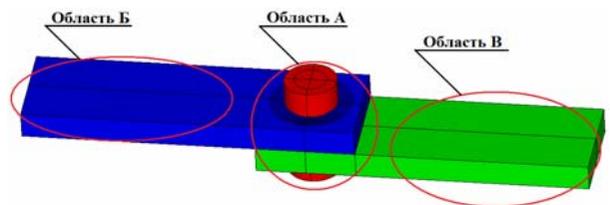


Рис. 6. Пример конструкции с изменением НДС в локальной зоне в процессе затяжки резьбового соединения

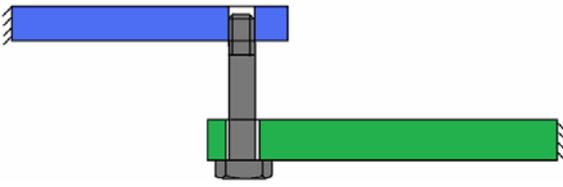
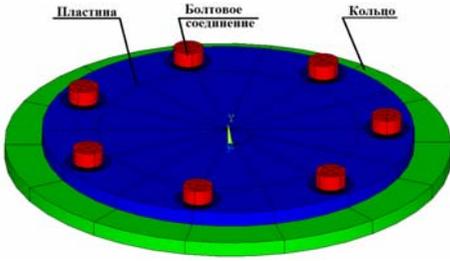
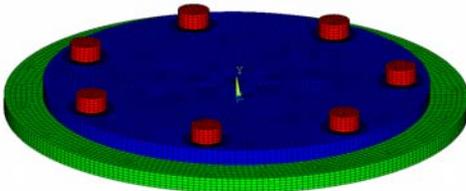


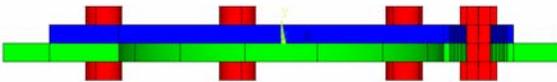
Рис. 7. Пример конструкции со значительным изменением НДС в процессе затяжки резьбового соединения



а



б



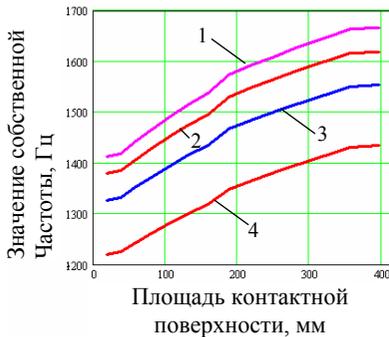
в

Рис. 8. Пример конструкции со значительным изменением НДС в процессе затяжки резьбового соединения:

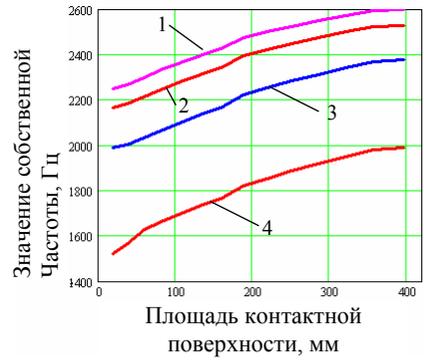
а – общий вид конструкции; б – конечно-элементная модель; в – общий вид конструкции в разрезе

Для исследование данной конструкции был применен подход аналогичный описанному выше.

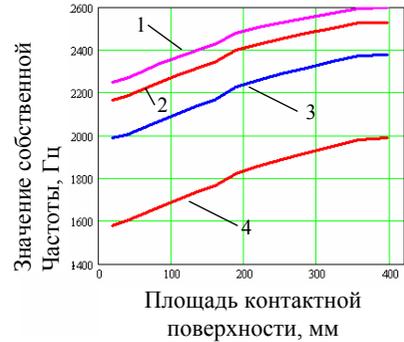
Результаты анализа приведены на рис. 9. На графиках показано изменение собственных частот при увеличении площади контактной поверхности между пластиной 1 и кольцом 2.



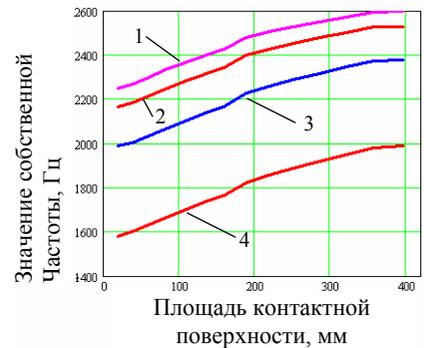
а) 1-я собственная форма колебаний



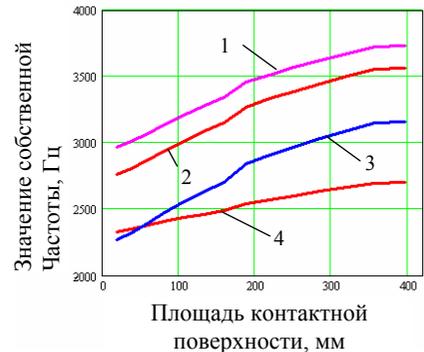
б) 2-я собственная форма колебаний



в) 3-я собственная форма колебаний



г) 4-я собственная форма колебаний



д) 5-я собственная форма колебаний

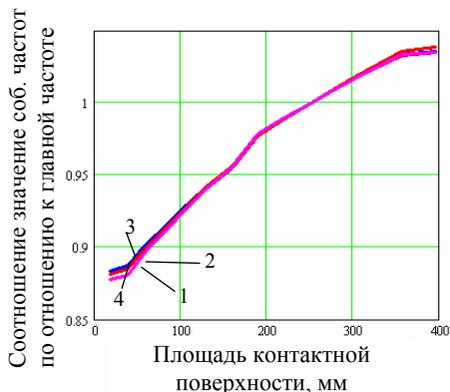
- 7 болтов (1)
- 6 болтов (2)
- 5 болтов (3)
- 4 болта (4)

д) условное отображение количества болтов на графиках

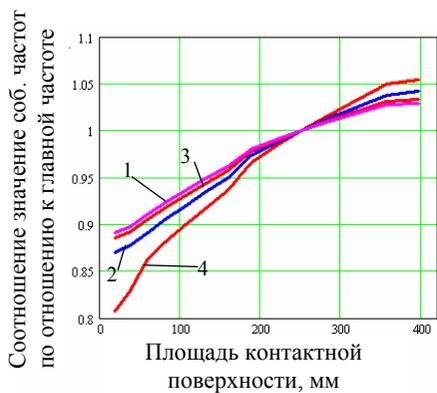
Рис. 9. Рост собственной частоты колебаний при увеличении площади контактной поверхности

Для наглядности можно построить графики соотношения собственных частот с главной частотой (рис. 10). Даже если задавать значения площади контакта не по всему фланцу, а локально в зоне резьбового соединения (без определения главной поверхности), то разброс погрешности не превысят  $\pm 15\%$ . Если назначить контакт по всему фланцу, то разница может достигать 80 %.

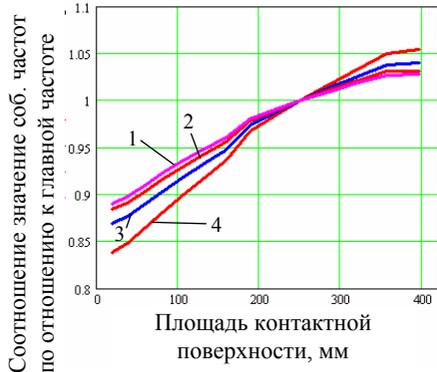
Дополнительно были проведены исследования влияния количества резьбовых элементов на собственные частоты конструкции результаты исследования приведены на рис. 11. Из графика видно, что с увеличением количества резьбовых соединений снижается их влияние на собственную частоту, что очевидно.



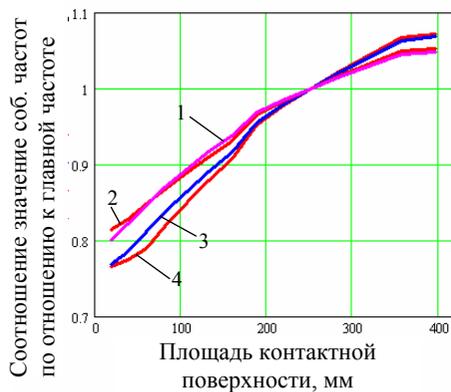
а) 1-я собственная форма колебаний



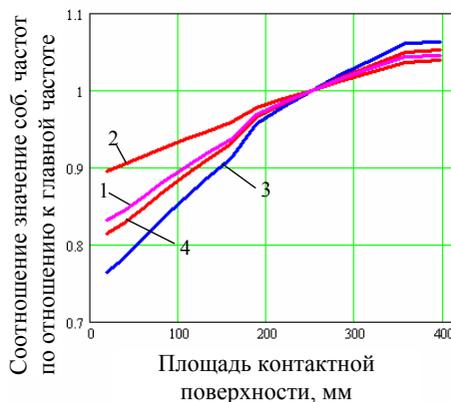
б) 2-я собственная форма колебаний



в) 3-я собственная форма колебаний



г) 4-я собственная форма колебаний



д) 5-я собственная форма колебаний

- 7 болтов (1)
- 6 болтов (2)
- 5 болтов (3)
- 4 болта (4)

д) условное отображение количества болтов на графиках

Рис. 10. Рост собственной частоты колебаний при увеличении площади контактной поверхности относительно главной частоты

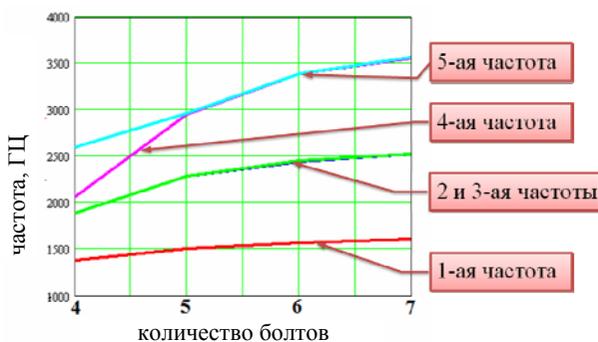


Рис. 11. Увеличение собственной частоты конструкции с увеличением числа болтов

Таким образом, в ходе исследований была подтверждена гипотеза о том, что на собственные частоты и формы существенное влияние оказывают задаваемые при создании КЭМ контактные поверхности.

Авторы рекомендуют проводить предварительный анализ резьбового соединения и расчета для него конуса давления и определения главной поверхности.

Определение для резьбового соединения главной поверхности, определяемой на основе конуса давления, позволяет повысить точность определения собственных частот до 50 %.

Для конструкций, в которых выполняется условие не раскрытия стыка и в которых затяжка не приводит к изменению жесткости конструкции в целом, моделировать предварительное НДС от затяжки нецелесообразно.

Описанный в работе подход позволит создавать более корректные КЭМ для модального анализа.

В заключение следует отметить, что необходимо продолжить дальнейшее исследование различных факторов влияющих на результаты модального анализа (НДС, влияние допусков и отклонений положений центра масс и т. д.).