# РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СПИРАЛЬНОГО ГЕНЕРАТОРА

С. В. Пак, Л. П. Бабич, П. В. Дудай, А. Н. Скобелев, Г. В. Карпов, А. В. Ивановский, В. А. Иванов, Е. И. Иванов, А. А. Зименков

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»,

пр. Мира, 37, Саров, Нижегородская область, 607188, Россия

В докладе определен критический режим работы спирального генератора, при котором ток в спирали достигает критического значения вызывающего перемыкание витков. Рассмотрен также критический режим работы спирального генератора, в котором труба сильно тормозится и не сталкивается с разлетающимися витками. Рассмотрен также критический режим нелинейной диффузии, при котором из-за больших потерь магнитного потока энергия в контуре не усиливается.

В докладе рассмотрен еще вопрос, который появился при изучении электродинамической модели с двумерной диффузией. В этой модели магнитный поток не сохраняется. Магнитный поток уменьшается при мгновенном сжатии контура. Такой факт мы описываем впервые и он будет подробно рассмотрен в докладе.

#### Введение

При проектировании СВМГ необходимо учитывать следующие ограничивающие факторы, приводящие к резкому увеличению потерь магнитного потока: нелинейную диффузию магнитного поля в витки спирали и трубу, перемыкание витков, торможение трубы магнитным полем катушки.

Технология спирального генератора имеет длительную историю развития. Первые испытания генератора проведены в 50-х годах Р. З. Людаевым, Ю. М. Плющевым, Е. Н. Смирновым. В первом, ставшем традиционным, методе расчета принято представлять генератор в виде цепи с сосредоточенными параметрами, которая описывается электротехническим уравнением. Расчеты спирального генератора в такой постановке выполнены Людаевым, Ширером, Миронычевым, Пикарем, Новаком, Чейзом и др.

В 60-е годы В. Б. Якубовым с сотрудниками была разработана электродинамическая методика расчета коаксиальных генераторов, учитывающая потери магнитного потока в проводнике, которые находились решением диффузионного уравнения для напряженности магнитного поля Н [1].

В электротехнической методике потери потока определяются с помощью моделирования скин-слоя, хотя методика моделирования скинслоя не вполне адекватна для случая неустановившегося импульсного процесса. Описание работы спирального генератора необходимо вести в рамках последовательного электродинамического подхода, который долгое время не удавалось реализовать.

Применение для расчета СВМГ электродинамической методики, разработанной для коаксиального генератора, оказывается невозможным. В этой постановке задача формулируется следующим образом. На поверхности проводника задается напряженность поля Н, однозначно связанная с полным током. Требуется описать диффузию поля вглубь проводника.

В двумерных электродинамических диффузионных задачах Н на поверхности невозможно вычислить по полному току.

В 1997 г. В. Б. Якубов ввел понятия вакуумного магнитного потока и вакуумной индуктивности, для решения проблемы расчета СВМГ. Кроме того, он обратил внимание на то, что в то время, как в коаксиальном ВМГ одна часть силовых линий магнитного поля находится полностью в проводнике, другая – полностью в вакууме, в спиральном ВМГ присутствуют также силовые линии лежащие частью в сечении витка и частью в вакууме [9].

Таким образом, неясно, куда отнести такие силовые линии: к вакуумному потоку или к потоку в скин-слое витка и как, в этом случае, оценить потери. Витки спирали приближенно можно представить в виде замкнутых колец, что позволяет сформулировать задачу в двумерной постановке. В 2000 г. Паком С. В. данная задача была решена с помощью использования векторного потенциала магнитного поля **A**, а не напряженности магнитного поля **H**. Соответствующее неоднородное уравнение для векторного потенциала впервые опубликовано в 2000 г. в отчете ВНИИЭФ и доложено на Международных конференциях Pulse Power (2001 г.) [3] и MG-9 (2002 г.) [2].

Вычисление потерь магнитного потока моделируется с помощью «мгновенного» разрыва витка с током.

В 2003 г. неоднородное уравнение для векторного потенциала включено в Программный пакет COMSOL [9].

# 1. Моделирование разрыва витка с током Свободный магнитный поток и вакуумная индуктивность



Рис. 1 Виток с током (эскиз)

На рис. 1 показано сечение витка, симметричного относительно оси Z. При протекании тока по витку, вокруг его сечения возникают силовые линии магнитного поля, которые можно разделить на три типа.

Силовые линии первого типа (1) полностью лежат в вакууме. Силовые линии второго типа (2) полностью лежат в сечении проводника. Силовые линии третьего типа (3) – лежат частью в вакууме, частью в сечении проводника.

Магнитный поток, переходящий при разрыве контура в нагрузку, назовем свободным магнитным потоком (Фсвб).

Моделирование «мгновенного» разрыва витка проводится в два этапа. На первом этапе с помощью неоднородного уравнения для векторного потенциала (1) в виток вводится начальный магнитный поток с помощью правой части уравнения, например, вида (2), который диффундируя в виток, обуславливает конфигурацию магнитных силовых линий, распределение и величину тока в его сечении (см. рис. 2).

На втором этапе в контур вводится обратный магнитный поток, например, по тому же закону, до тех пор, пока суммарный ток в сечении витка не станет равным нулю. При этом магнитный поток следует вводить так быстро (с малым  $\tau$ ), что бы он не успевал диффундировать в сечение витка, создавая лишь поверхностный ток и не меняя, таким образом, конфигурацию силовых линий в сечении. Расчетная конфигурация магнитных силовых линий после разрыва контура приведена на рис. 3.

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{\chi_0} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_0} \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t}, \quad \text{где}$$
(1)

$$Am = \begin{cases} \frac{t}{\Phi_0 e^{\tau}} \\ \frac{\Phi_0 e^{\tau}}{2\pi r}, & \text{в области витка} \\ 0, & \text{в вакууме} \end{cases}$$
(2)



Рис. 2. Расчетная конфигурация магнитных силовых линий до разрыва витка



Рис. 3. Расчетная конфигурация магнитных силовых линий после разрыва витка

Свободный магнитный поток, перешедший в нагрузку равен введенному магнитному потоку в виток для зануления тока. Дополнительный магнитный поток является частью магнитного потока связанного с силовыми линиями 3-го типа.

### 2. Изменение свободного магнитного потока при мгновенном сжатии контура

При расчете потерь магнитного потока необходимо учитывать механизм приращения свободного магнитного потока, который проявляет себя в задаче «Виток над трубой» при мгновенном сжатии контура.

На рис. 4 представлена постановка задачи «Виток над трубой», для которой решается квазистационарное неоднородное уравнение (3) для векторного потенциала. из решения которого находится распределение величины векторного потенциала в сечении витка. Далее, для нового положения трубы и для неизменного распределения векторного потенциала в сечении витка, решается задача «разрыв витка» из которой находится величина свободного магнитного потока. Магнитный поток скин-слоя определяется как разность полного и свободного магнитных потоков.



Рис. 4. Постановка задачи «Виток над трубой»

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{A}{r} = 0, \quad \text{в вакууме}$$
(3a)

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{A}{r} - \frac{1}{\chi_0 \cdot \tau} \cdot A = -\frac{1}{\chi_0 \cdot \tau} \cdot A_m, \text{ области}$$
витка (36)

Проведены численные расчеты для 4-х положений трубы относительно сечения витка с одним и тем же распределением векторного потенциала в сечении витка. Расстояния между наружной поверхностью трубы и поверхностью витка задавались равными 50, 10, 0.2 и 0.05 мм.

Из решений следует, что отношение магнитного потока в скин-слое к полному магнитному потоку в проводнике увеличивается по мере приближения трубы к проводнику. Расчеты показывают (см. таблицу), что вакуумный поток и поток в скин-слое не сохраняются при мгновенном сжатии контура. Они изменяются, когда труба приближается к витку на расстояние, сравнимое с толщиной скин-слоя. Меняется так же отношение магнитного потока в скин-слое (Фск ) к полному магнитному потоку в проводнике (Фпр).

Таблица

Расстояние между витком и трубой, мм	Свободный магнитный поток, ×10 <sup>-2</sup> Вб	Фск/ Фпр
50	2,8025	0,8
10	2,8025	0,8
0,2	2,7878	0,88
0,05	2,7798	0,93

### 3. Ток в спирали, при котором перемыкаются витки

При протекании тока в спирали на ее витки действует радиальная и осевая силы Лоренца. Радиальная сила  $F_r = I \cdot B_z$  определяется взаимодействием тока витка с аксиальной составляющей магнитного поля. Осевая сила  $F_z = I \cdot B_r$  определяется взаимодействием тока витка с радиальной составляющей магнитного поля. О. Д. Михайлов в 60-х годах показал, что в результате осевого смещения витки могут перемыкаться, эффективность работы генератора резко снижается. Для расчета осевого смещения витков предварительно измерялась в лабораторных условиях радиальная компонента поля.

В докладе радиальная составляющая поля определяется из решения 2D задачи для векторного потенциала (уравнение Пуассона)[4].



Рис. 6. Движение последнего (1) и предпоследнего (2) витков спирали

В основном, силы действуют на последние витки. Критический ток, при котором перемыкаются витки в спирали D = 200 мм,  $I_{\rm kp} = 0.4$  МА в заходе.

# 4. Расчет критического тока в спирали, при котором из-за сильного торможения труба не сталкивается с витками

Труба, разгоняемая продуктами взрыва, тормозится давлением магнитного поля катушки, а катушка под действием давления поля разлетается в радиальном направлении.

Разгон трубы продуктами взрыва описывается с помощью уравнения сохранения массы и уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial r} + c \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{uc}{r} = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + c \frac{\partial c}{\partial r} = 0.$$

Процесс расширения газа в трубе описывается с помощью одномерного движения газа по радиусу и движением газа вдоль оси трубы.

Одномерное радиальное движение продуктов взрыва описывается с помощью α и β характеристик и инвариантов Римана, описанных в [10].

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial r} = -\frac{uc}{r},$$
$$\frac{\partial \beta}{\partial t} + \beta \frac{\partial \beta}{\partial r} = -\frac{uc}{r}. \quad \alpha = u + c, \ \beta = u - c$$

Уравнение состояния газа кубическое  $P = A\rho^3$ .

При движении детонационной волны в трубе происходит расширение продуктов взрыва по радиусу из-за движения трубы, а также происходит расширение газа вдоль оси трубы.

Расширение газа вдоль трубы описывается уравнением Бернулли.

$$\frac{u_0^2}{2} + \int \frac{d\rho}{\rho} = const.$$

Результаты численного расчета скорости разлета медных труб для разного отношения толщины стенки трубы к диаметру заряда представлены на рис. 7.





Отношение толщины стенки медной трубы к диаметру заряда:

$$\begin{array}{rl} 1-0,3; & 2-0,2; & 3-0,1; & 4-0,08; \\ & 5-0,05; & 6-0,03. \end{array}$$

Конечная скорость и полное время разгона трубы (для кривой 3) совпадают с экспериментальными данными.



Рис. 8. Радиальное движение витка (1) и трубы (2) для спирали Ø200 мм намотанной медным проводом Ø6 мм

Ток 0,5 МА является критическим из-за торможения трубы.

# 5. Нелинейная диффузия магнитного поля в витке и трубе. Критический ток

Задача нелинейной диффузии магнитного поля в витке и трубе решается для единичного элемента спирального генератора – задача «Виток над трубой» (см. рисунок 1). В решении используется система из двух уравнений:

$$\begin{cases} \sigma \frac{\partial A_{\phi}}{\partial t} + \nabla \times \left(\mu_0^{-1} \nabla \times A_{\phi}\right) = \frac{\sigma V}{2\pi r}, \\ \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \left(\kappa \nabla T\right) = Q. \end{cases}$$

Здесь  $A_{\phi}$  – азимутальная компонента векторного потенциала,  $\sigma$  – проводимость, V – напряжение (скорость изменения задаваемого магнитного потока),  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – теплоемкость при постоянном давлении, T – температура,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности, Q – объемная тепловая мощность:

$$Q = \frac{\left(\Delta A_{\phi}\right)^2}{\sigma}.$$

В витке задается магнитный поток, изменение которого определяется напряжением  $V = 10^4 \cdot \exp(t/40 \cdot 10^{-6})$ . Результаты вычисления тока в витке приведены на рис. 9.

Вначале ток растет и достигает максимума (~на 80 мкс), а далее, несмотря на продолжающийся рост напряжения, уменьшается из-за нагрева витка и трубы. Это значение тока  $I_{\text{max}} \cong 1,2$  МА в витке назовем критическим. Расчеты проведены для спирального генератора  $\emptyset 200$  мм с медной трубой намотанной медным проводом  $\emptyset 6$  мм.

На рис. 10 и 11 приведены результаты расчета распределения температуры вдоль сечения витка и трубы при токах в витке 440 кА и 790 кА соответственно.

При температуре 1350°К медь плавится. Это рабочий режим. Ток в витке равен 440 кА. Диффузионные потери из-за нагрева увеличились,  $\Phi_{c\kappa}/\Phi_{c\kappa_0} = 1,3$ . В этом режиме работают СВМГ с диаметром спирали 200 мм и более.



Рис. 9. Ток в витке



Рис. 11. Температура в сечениях витка и трубы

Ступенька при T = 2770 °К соответствует испарению меди. Ток равен 790 кА. Такой ток не достижим для наших спиралей, но не из-за диффузии. Увеличение диффузионных потерь магнитного потока из-за нагрева составляет  $\Phi_{c\kappa}/\Phi_{c\kappa_0} = 1,8$ .

Потери потока велики, но не катастрофические. Спираль работоспособна.

#### Заключение

В докладе дан расчет критических режимов работы спирального генератора. Критический режим это режим работы генератора с резким увеличением потерь из-за перемыкания витков, сильного торможения трубы и из-за нелинейной диффузии. Представлено осевое движение двух последних витков спирали и перемыкание этих витков, когда ток в спирали достигает критического значения.

Представлены радиальные движения трубы и спирали. При достижении критического тока труба из-за сильного торможения не сталкивается с разлетающимся витком.

Расчеты показывают, что из-за нелинейной диффузии значительно ухудшается работа генератора. Например, в спирали Ø200 мм нелинейные диффузионные потери увеличиваются ~ на 30 %, когда ток достигает максимума. Критический режим, вызванный нелинейной диффузией (при котором ток не усиливается из-за больших потерь магнитного потока) реализуется при токах в 3...4 раза больших, имеющих место быть. Но такой большой ток в спирали нельзя получить изза торможения трубы и перемыкания витков.

При мгновенном сжатии контура «Виток над трубой» вакуумный магнитный поток в нем изменяется. Причем, чем ближе расположена труба к витку, тем сильнее уменьшается вакуумный магнитный поток. А магнитный поток в скин-слое, наоборот, чем ближе расположена труба к витку, тем сильнее увеличивается магнитный поток.

Все 2D расчеты в докладе проведены с помощью программного пакета COMSOL [8].

#### Список литературы

1. Буйко А. М., Данов В. М., Мамышев В. И., Якубов В. Б. Методика численного расчета дисковых взрывомагнитных генераторов. // Мегагауссная и мегаамперная импульсная технология и применения. Труды Седьмой международной конференции по генерации мегагауссных полей и родственным экспериментам. Под ред. В. К. Чернышева, В. Д. Селемира, Л. Н. Пляшкевича. Т. 1. Саров, 1996. С. 414–418.

2. Pak S. V., Volkov G. I., Chernyshev V. K., et al. 2-D calculations of magnetic field diffusion in the task "Loop above the armature" // Megagauss-9. Proceedings of Ninth International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics. Eds. V.D.Selemir, L.N.Plyashkevich. Sarov: VNIIEF, 2004. P. 594–597.

3.Chernyshev V. K., Volkov G. I., Pak S. V. et al. Simulations of current density distribution in the cross-section of the loop and the load in the helical explosive magnetic generator. // The 13-th IEEE International Pulsed Power Conference. Las Vegas, Nevada, 2001. P. 1611–1613.

4. Пак С. В., Карпов Г. В., Ивановский А. В. и др. Двумерный расчет спирального генератора с помощью неоднородного уравнения для векторного потенциала // 12-я Международная конференция по генерации мегагауссных магнитных полей. Новосибирск, 2008.

5. Жаринов Е. И., Михайлов О. Д., Чернышев В. К. Влияние осевого смещения витков на возникновение пробоев в спиральном ВМГ // ПМТФ, 1985. С. 3–7.

6. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля, изд-во «МИР», 1972.

7. Программный пакет Femlab 3.0 by COMSOL AB, ноябрь 2003.

8. Якубов В. Б. О развитие идеи магнитной кумуляции во ВНИИЭФ. / /В кн. Высокие плотности энергии. Саров, 1997.

9. Забабахин Е. И. Некоторые вопросы газодинамики взрыва. Снежинск, 1997.