

# ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭНЕРГИИ ВЗРЫВОМАГНИТНОГО ГЕНЕРАТОРА С ПОМОЩЬЮ КОРОТКОГО ВИБРАТОРА

К. Г. Гайнуллин, В. А. Павловский

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»,  
пр. Мира, 37, Саров, Нижегородская область, 607188, Россия

Получена верхняя оценка эффективности излучения энергии взрывомагнитного генератора (ВМГ) с антенной в виде тонкого короткого вибратора. В рамках метода сосредоточенных элементов, рассмотрены несколько схем подключения взрывомагнитного генератора к излучающей антенне, включающих трансформаторы и размыкатели тока (узлы разрыва). Полученные оценки можно использовать как для оценки эффективности излучения энергии ВМГ с антенной в виде диполя, так и для сравнения эффективности с другими излучающими устройствами.

Различные способы эффективного излучения энергии мощного накопителя, каким является взрывомагнитный генератор (ВМГ), исследовались ранее как расчетными, так и экспериментальными методами. В данной работе получена оценка эффективности работы ВМГ (без привязки к конкретным устройствам) совместно с простейшей антенной дипольного типа в виде тонкого короткого вибратора (ТКВ).

Рассмотрим подключение взрывомагнитного генератора через передающую линию непосредственно на антенну в виде тонкого короткого вибратора. К преимуществам такой антенны можно отнести простоту изготовления и соединения осесимметричной конструкции ТКВ и ВМГ. Кроме того, такая антенна характеризует целый класс излучателей емкостного типа [1, 2]. На рис. 1 показана рассматриваемая схема в виде сосредоточенных элементов. Такое представление допустимо, поскольку характерная длина ВМГ и ТКВ составляет 1–2 м, что много меньше длины излучаемых волн. Генератор представлен как изменяющаяся индуктивность  $L_T$ , передающая линия имеет сопротивление  $R_T$  и индуктивность  $L_T$ . Антенна обладает емкостью  $C_A$ , сопротивлением  $R_A$  и индуктивностью  $L_A$ .

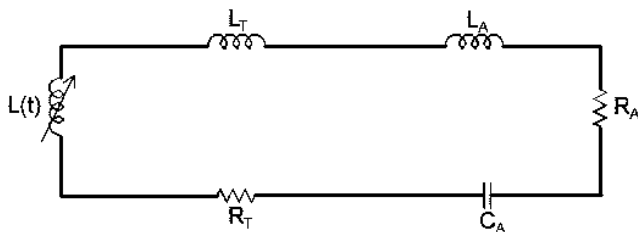


Рис. 1. Эквивалентная схема подключения ВМГ к ТКВ

ТКВ длиной  $l_A$  и радиусом  $a \ll l_A$  обладает емкостью и индуктивностью [1,2]:

$$C_A = \frac{\pi \cdot \epsilon \cdot l_A}{\ln(2l_A/a) - \ln 2} \quad L_A = \frac{\mu \cdot l_A}{3\pi} \left[ \ln(2l_A/a) - \frac{11}{6} \right] \quad (1)$$

Сопротивление излучения ТКВ, расположенного нормально к проводящей поверхности, на частоте  $\omega$  составляет [1, 2]:

$$R_A = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left( \frac{\omega}{c} l_A \right)^2 = A \cdot j^2 / J^2 = A \cdot \omega^2 \quad (2)$$

Если ввести дополнительное обозначение  $L_E(t) = L(t) + L_A + L_T$ , то ток  $J$  описывается следующим уравнением:

$$L_E \cdot \ddot{J} + (2\dot{L}_E + R_A + R_T) \cdot \dot{J} + (\dot{R}_A + \ddot{L}_E + C_A^{-1}) \cdot J = 0 \quad (3)$$

Подобное уравнение с емкостью в цепи ВМГ рассмотрено, например, в [3, 4].

Примем, что в начальный момент  $t = 0$  ток равен  $J(t=0) = J_0$ , а  $L_E(t=0) = L_0$ . Поскольку характерное время работы ВМГ значительно превышает период излучаемой волны  $L/\dot{L} \sim 10 - 100 \text{ мкс} \gg 2\pi/\omega$ , то применим квазистационарный подход, полагая, что  $L$  за период меняется несильно. Тогда решение (3) имеет вид:

$$J(t) = J_0 \exp\left(-\int_0^t \frac{2\dot{L}_E + R_A + R_T}{2L_E} dt'\right) \cos \omega t = \frac{L_0 J_0}{L_e(t)} \exp\left(-\int_0^t \frac{R_A + R_T}{2L_E} dt'\right) \cos \omega t \quad (4)$$

где частота излучения и показатель экспоненты приблизительно равны

$$\omega^2(t) + \alpha^2(t) = \left( \frac{1}{L_E C_A} + \frac{\ddot{L}_E}{L_E} + \frac{\dot{R}_A}{L_E} \right) \approx \frac{1}{L_E C_A} \quad (5)$$

$$\alpha(t) = \frac{2\dot{L}_E + R_A + R_T}{2L_E}$$

Полученное решение (4) имеет колебательный характер, что является не характерным для традиционного режима работы ВМГ, однако, не противоречит принципу сжатия магнитного потока, поскольку давление электромагнитного поля зависит от квадрата амплитуды. Эта особенность отмечена в работе [3], а экспериментально колебательный режим работы ВМГ реализован, например, в [4, 5]. Вопрос изоляции внутри контура ВМГ в данной расчетно-теоретической работе не рассматривается. Мощность излучения затухающих колебаний типа  $J(t) = J_0 \cdot \exp(-\alpha t) \cdot \cos \omega t$  оценим из (2):  $P_A = AJ^2 = AJ_0^2 (\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t)^2 \exp(-2\alpha t) = AJ_0^2 \exp(-2\alpha t) (\alpha^2 + \omega^2) \cos^2(\omega t - \arctg \alpha/\omega) \approx A(\alpha^2 + \omega^2) \cdot J^2(t)$ . Откуда находим величину сопротивления излучения зависимости для тока (4):  $R_A = A \cdot (\alpha^2 + \omega^2)$ .

Максимальная энергия, излучаемая антенной, получается в случае малости сопротивления передающей линии  $R_A \gg R_T \approx 0 \rightarrow$ , поэтому в дальнейшем будем полагать  $R_T = 0$ . С учетом (2), (4) и (5) имеем:

$$W(t) = \int_0^t A \cdot \omega^2(t') \cdot J^2(t') dt' =$$

$$= \frac{A}{2C_A} (L_0 J_0)^2 \int_0^t \exp \left[ -\int_0^{t'} \frac{Adt''}{C_A L_E^2} \right] \frac{dt'}{L_E^3(t')} \quad (6)$$

В данном выражении неизвестна зависимость изменения индуктивности  $L_E$  от времени. Для получения верхней оценки найдем такую зависимость  $L_E(t)$ , чтобы интеграл (6) был максимален. Введем следующую функцию:

$$\varphi(t) = \int_0^t \frac{dt'}{L_E^2(t')} \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}(t) = \frac{1}{L_E^2(t)} \quad (7)$$

Тогда (6) можно выразить как:

$$W(t) = \frac{A}{2C_A} (L_0 J_0)^2 \int_0^t \exp \left[ -\frac{A \cdot \varphi}{C_A} \right] \cdot \dot{\varphi}^{3/2} dt' =$$

$$= \frac{A}{2C_A} (L_0 J_0)^2 \int_0^t F(t', \varphi, \dot{\varphi}) dt' \quad (8)$$

Экстремальную функцию  $\varphi(t)$  найдем из уравнения Эйлера [6] для  $F(t, \varphi, \dot{\varphi})$ :

$$F_\varphi - F_{\dot{\varphi}t} - \dot{\varphi} F_{\varphi\dot{\varphi}} - \ddot{\varphi} F_{\dot{\varphi}\dot{\varphi}} = 0$$

где

$$F(t, \varphi, \dot{\varphi}) = \dot{\varphi}^{3/2} \exp(-A \cdot \varphi / C_A) \quad (9)$$

Решение этого уравнения с начальным условием  $\dot{\varphi}(0) = L_0^{-2}$  имеет вид:

$$\varphi^{extrim}(t) = \frac{3C_A}{A} \ln \frac{L_0}{L_E(t)}$$

$$L_E^{extrim}(t) = \sqrt{L_0^2 - (2A \cdot t) / (3C_A)} \quad (10)$$

Очевидно, что в этом случае длительность работы ВМГ (и излучения !) равны

$$T = 3 \frac{L_0^2 - (L_A + L_T)^2}{2A} C_A \quad (11)$$

Откуда получаем верхнюю оценку для максимальной излученной энергии

$$W = \frac{3L_0 J_0^2}{4} \left[ 1 - \left( \frac{L_A + L_T}{L_0} \right)^2 \right] < \frac{3L_0 J_0^2}{4} = \frac{3}{2} W_0 \quad (12)$$

Убедимся, что на найденной зависимости (10) реализуется максимум, а не минимум. Для этого пусть  $L_E(t) = \text{const} = L_0$ . В этом случае

$$W(t) = \int_0^t A \cdot \omega^2(t') \cdot J^2(t') dt' =$$

$$= \frac{A}{2C_A} (L_0 J_0)^2 \int_0^\infty \exp \left[ -\int_0^{t'} \frac{Adt''}{C_A L_0^2} \right] \frac{dt'}{L_0^3(t')} = \frac{L_0 J_0^2}{2} = W_0,$$

излучится лишь первоначальный запас энергии (без учета потерь  $R_T$  !), что меньше значения (12) и, тем самым, доказывает наличие максимума с функцией (10).

При выводе (4) использованы некоторые допущения. Проверим степень их выполнения. Из (1) и (5) можно оценить период колебаний в контуре как:

$$T = 2\pi/\omega \approx 2\pi\sqrt{L_E C_A} > 2\pi\sqrt{L_A C_A} \approx (2\pi/\sqrt{3}) \cdot l/c$$

При характерной длине ТКВ  $\sim 1$  м, минимальное значение периода  $T \sim 10$  нс много меньше длительности сжатия контура ВМГ 10...100 мкс, а длина волны  $\sim 10$  м, что много больше характерного размера ТКВ.

Оценим частоту в (5) для оптимальной зависимости (10) с учетом производных:

$$\dot{L}_E = \frac{-A/3C_A}{\sqrt{L_0^2 - (2A \cdot t)/(3C_A)}} = \frac{-A}{3L_E C_A}$$

$$\ddot{L}_E = \frac{A\dot{L}_E}{3L_E^2 C_A} \quad \dot{R}_A = \frac{-A\dot{L}_E}{L_E^2 C_A} \quad (13)$$

и подставим в (5), после чего получаем:

$$\omega^2 \cdot L_E C_A =$$

$$= \omega^2 \left( 1 - \frac{A^2}{9L_E^3 C_A} + \frac{A^2}{3L_E^3 C_A} \right) - \left( \frac{A}{2L_E^{3/2} C_A^{1/2}} - \frac{A}{3L_E^{3/2} C_A^{1/2}} \right)^2 =$$

$$= \left( 1 + \frac{7A^2}{36L_E^3 C_A} \right) > 0 \quad (14)$$

Правая часть зависит от комбинации параметров контура  $N = A^2/L_E^3 C_A$ , значение которой оценим с помощью (1) и (2). Полагая,  $(L_T + L)/L_A = \xi > 0$  получаем:

$$N = \frac{A^2}{L_E^3 C_A} = \frac{A^2}{(1+\xi)^3 L_A^3 C_A} =$$

$$= \frac{3\pi^4}{(1+\xi)^3 \ln^2(l_A/a)} \approx \frac{B}{(1+\xi)^3} \sim \frac{27 \dots 125}{(1+\xi)^3} \quad (15)$$

откуда следует, что уже при  $\xi > 2$ , рассматриваемая комбинация параметров  $\frac{7N}{36} \approx \frac{A^2}{5 \cdot L_E^3 C_A} < 1$ , и все выражение (14) стремится к 1. Такое соотношение сохраняется на протяжении почти всего времени сжатия контура ВМГ, поскольку для этого должно быть  $(L_T + L)/L_A = \xi \gg 1$ . Но даже на конечном этапе когда  $\xi \sim 1$ , значение частоты согласно (14) меняется незначительно и составляет  $\sim 1,9$  от «номинальной» частоты  $(L_E C_A)^{-1/2}$ .

Таким образом, даже при оптимальной зависимости сжатия контура ВМГ, величина излученной ТКВ энергии не превышает 3/2 от начальной энергии в контуре, т. е. непосредственное подключение ТКВ к ВМГ неэффективно.

Отметим, что в конечное выражение для излученной энергии не входят параметры антенны, что указывает на более широкую применимость этого вывода, а именно: непосредственное подключение к ВМГ антенн емкостного типа в качестве излучателя не эффективно.

В этой связи рассмотрим другой вариант подключения ВМГ [7, 8] – через трансформатор с индуктивностями обмоток  $L_1, L_2$  и взаимной индуктивностью  $M$ . На рис. 2 показана эта схема подключения, а прочие обозначения совпадают с рис. 1. Если ток в первичном сжимаемом контуре с ВМГ обозначить как  $I$ , а во вторичном как  $J$ , то уравнения для токов имеют вид [7]:

$$\frac{d(L \cdot I)}{dt} + L_1 \dot{I} + M \dot{J} = 0$$

$$(L_2 + L_A + L_T) \cdot \dot{J} + (R_A + R_T) \cdot J + \int \frac{J}{C_A} dt + M \cdot \dot{I} = 0 \quad (16)$$

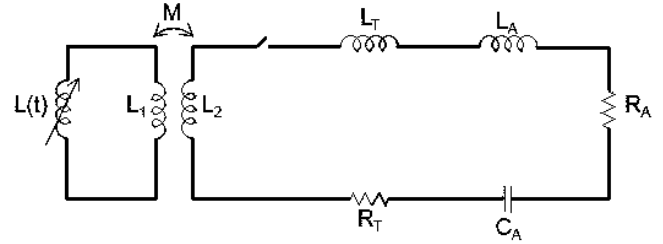


Рис. 2. Схема подключения ВМГ к ТКВ через трансформатор

В начальный момент во вторичном контуре ток отсутствует  $J(t=0) = 0$ , а в первичном контуре имеется магнитный поток

$$[L_1 + L(t=0)] I_0 = M \Phi_0 \quad (17)$$

Если ввести дополнительное обозначение

$$L_E(t) = L_A + L_T + L_2 - \frac{M^2}{L_1 + L(t)}, \quad L_E(t=0) = L_0 \quad (18)$$

то ток  $J(t)$  описывается следующим уравнением:

$$L_E \cdot \ddot{J} + (2\dot{L}_E + R_A + R_T) \cdot \dot{J} +$$

$$+ (\dot{R}_A + \ddot{L}_E + C_A^{-1}) \cdot J = \dot{L}_E \Phi_0 \quad (19)$$

В отличие от (3) данное уравнение имеет правую часть и начальные условия:

$$J(t=0) = 0 \quad \dot{J}(t=0) = \dot{L}_E(0) \cdot \Phi_0 / L_E(0)$$

Если принять допущения, аналогичные предыдущему случаю, то для постоянных коэффициентов уравнения (19) его решение имеет вид:

$$J(t) = \frac{\dot{L}_E(0) \sin \omega t}{\omega \cdot L_E(0)} \Phi_0 e^{-\alpha t} + \frac{\ddot{L}_E(0)}{L_E(0)} \cdot \Phi_0 \frac{1 - \exp(-\alpha t) \cos \omega t}{\omega^2 + \alpha^2},$$

где частота  $\omega$  находится из (5), а коэффициент затухания тока  $\alpha$  равен

$$\alpha(t) = \frac{R_A + R_T + 2\dot{L}_E}{2L_E}$$

Второй член с  $\ddot{L}_E$  выражения для  $J(t)$  много меньше первого и его можно удалить.

Через период  $T = 2\pi/\omega$  значение первого члена вернется к начальному  $J(t) = 0$ , и все повторится сначала, но с несколько другими значениями  $L_E(t)$ , т. е.

$$J(t) = \frac{\dot{L}_E(t) \sin \omega t}{\omega \cdot L_E(t)} \Phi_0 \exp \left[ -\int_0^t \frac{R_A + R_T + 2\dot{L}_E}{2L_E} dt' \right] = \frac{\dot{L}_E(t) \sin \omega t}{\omega \cdot L_E^2(t)} L_0 \Phi_0 \exp \left[ -\int_0^t \frac{R_A + R_T}{2L_E} dt' \right] \quad (20)$$

Максимальная энергия, излучаемая антенной, получается в случае малости сопротивления передающей линии  $R_A \gg R_T \approx 0$ , поэтому, как и в предыдущем случае, полагаем  $R_T = 0$ . С учетом (2), (5), (18) и (20) имеем:

$$W(t) = \int_0^t A \cdot \omega^2(t') \cdot J^2(t') dt' = \frac{A}{2} (L_0 \Phi_0)^2 \int_0^t \exp \left[ -\int_0^{t'} \frac{A dt''}{C_A L_E^2} \right] \frac{\dot{L}_E^2 dt'}{L_E^4(t')} \quad (21)$$

В данном выражении неизвестна зависимость изменения индуктивности  $L_E$  от времени. Для получения верхней оценки найдем такую зависимость  $L_E(t)$ , чтобы интеграл (21) был максимален. Введем следующую функцию:

$$\varphi(t) = \int_0^t \frac{dt'}{L_E^2(t')} \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}(t) = \frac{1}{L_E^2(t)} \rightarrow \rightarrow \frac{dL_E}{dt} = \frac{dL_E}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dL_E}{d\varphi} \cdot L_E^{-2} \quad (22)$$

Тогда в интеграле (21) можно заменить переменную  $t$  на  $\varphi$ :

$$W(t) = \frac{A}{2} (L_0 \Phi_0)^2 \int_0^t \frac{\dot{L}_E^2 dt'}{L_E^4(t')} e^{-A \cdot \varphi(t)/C_A} = \frac{A}{2} (L_0 \Phi_0)^2 \int_0^{t(\varphi)} \frac{\dot{L}_E^2 d\varphi}{L_E^6(\varphi)} e^{-A \cdot \varphi(t)/C_A} \quad (23)$$

Экстремальная зависимость  $L(\varphi)$  находится из решения уравнения Эйлера [6]

$$F_L - \frac{dF_L}{d\varphi} = F_L - F_{\varphi L} - \dot{L} \cdot F_{LL} - \ddot{L} \cdot F_{LL} \quad \text{для функции}$$

$F(\varphi, L, \dot{L}) = \frac{\dot{L}_\varphi^2}{L^6} e^{-A \cdot \varphi/C_A}$ , которое в данном случае имеет вид:

$$\ddot{L}_{\varphi\varphi} - \frac{3 \cdot \dot{L}_\varphi^2}{L} - \frac{A \cdot \dot{L}_\varphi}{C_A} = 0 \quad (24)$$

Рассматривая  $\dot{L}_\varphi = p(L)$  как функцию  $L$ , находим первый интеграл:

$$\ln \left| \dot{L}_\varphi + \frac{A \cdot L}{2C_A} \right| = \ln |C \cdot L^3|$$

Правая граница подвижна вдоль  $\varphi$ , но имеет конечное значение остаточной индуктивности  $L_F = L_A + L_T + L_2 - M^2/L_1 \geq L_A + L_T$ . Из условия трансверсальности [6] на правой границе можно определить значение константы интегрирования

$C = \pm \frac{A}{2C_A L_F^2}$ . С учетом фиксированного значения

$L(\varphi = 0) = L_0$  на левой границе в данной вариационной задаче физически осмысленное решение задачи реализуется для отрицательного знака константы и имеет вид:

$$L_E^2(t) = L_F^2 + (L_0^2 - L_F^2) \cdot \exp \left( -\frac{A \cdot t}{C_A L_F^2} \right) \quad (25)$$

$$\frac{L_F^2}{L_E^2(\varphi)} = 1 - \frac{L_0^2 - L_F^2}{L_0^2} \exp \left( -\frac{A \cdot \varphi}{C_A} \right)$$

Дифференцируя последнее соотношение  $-\frac{2L_F^2 \dot{L}_\varphi}{L_E^3} = A \frac{L_0^2 - L_F^2}{C_A L_0^2} \exp \left( -\frac{A \cdot \varphi}{C_A} \right)$ , найдем значение интеграла энергии (23) в зависимости от вспомогательной функции  $\varphi$ :

$$W(\varphi) = \frac{A}{2} (L_0 \Phi_0)^2 \left( A \frac{L_0^2 - L_F^2}{2C_A L_0^2 L_F^2} \right)^2 \int_0^\varphi e^{-3A\varphi'/C_A} d\varphi' =$$

$$= \frac{C_A}{24} \Phi_0^2 \left( A \frac{L_0^2 - L_F^2}{C_A L_0^2 L_F^2} \right)^2 \left( 1 - e^{-3A\varphi/C_A} \right)$$

После замены переменных с учетом (17) найдем интеграл энергии в явном виде:

$$W(t) = \frac{C_A}{24} \left( \frac{A \cdot I_0}{C_A L_0} \right)^2 \left( \frac{L_0^2 - L_F^2}{L_F^2} \right)^2 \left( \frac{L + L_1}{M} \right)^2 \times$$

$$\times \left\{ 1 - \left[ L_F^2 \exp(A \cdot t / L_F^2 C_A) - L_F^2 + L_0^2 \right]^{-3} \right\} \quad (26)$$

Половина этой энергии излучится за характерное время

$$T_{0,5} = \frac{C_A L_F^2}{A} \ln \left( 1 + \frac{L_0^2}{4L_F^2} \right) \quad (27)$$

А большая часть (до 90 %) энергии излучится за характерное время

$$T_{0,9} = \frac{C_A L_F^2}{A} \ln \left( 1 + \frac{L_0^2}{L_F^2} \right) \quad (28)$$

В качестве верхней оценки сравним излученную энергию с начальной энергией ВМГ  $W_0 = (L + L_1) I_0^2 / 2$  для идеального трансформатора  $M^2 = L_1 L_2$  и остаточной индуктивности во втором контуре при условии  $L_F = L_A + L_T + L_2 - M^2 / L_1 \sim L_A \gg L_T$ :

$$W^{\max} / W_0 = \frac{A^2}{24 L_A^4 C_A} \times \frac{L^2}{L + L_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left( 1 + \frac{L_A}{L_0} \right)^2 \quad (29)$$

Первый множитель содержит параметры ТКВ. Второй – зависит от значения индуктивностей в первом контуре и указывает на возможность роста  $W$  за счет увеличения начальной индуктивности ВМГ. Третий множитель представляет собой коэффициент трансформации и указывает на необходимость применения повышающего трансформатора  $L_2 / L_1 \gg 1$ . Наконец, последний – зависит от комбинации индуктивностей и может незначительно изменяться (от 1 до 4).

Таким образом, подключение ВМГ к ТКВ через повышающий трансформатор может быть в принципе эффективно, если обеспечить достаточную изоляцию внутри контура сжатия. Для такого

варианта найдена зависимость вывода индуктивности ВМГ, обеспечивающая максимальную энергию излучения.

Третья «очевидная» схема использования ВМГ показана на рис. 3 и предполагает накопление энергии внутри контура с размыкателем тока  $R$  и последующую ее переброску через разрядник в цепь с ТКВ.

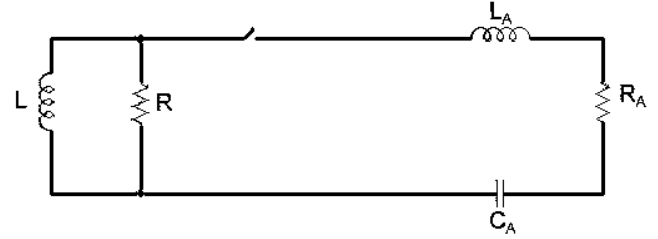


Рис. 3. Схема подключения ВМГ к ТКВ через размыкатель тока

Основной вопрос состоит в требуемой величине сопротивления размыкателя  $R$  и эффективности передачи энергии. В рамках верхней оценки можно пренебречь наличием передающей линии и полагать, что если  $Z_A(\omega)$  импеданс нагрузки меньше сопротивления  $R$ , то заметная часть энергии излучится при условии:

$$R^2 \geq |Z_A(\omega)|^2 = (R_A + R_T)^2 + \left( \omega L_A + \omega L_T - \frac{1}{\omega \cdot C_A} \right)^2$$

Выражение для импеданса нагрузки с учетом (2) записать как:

$$|Z_A(\omega)|^2 = A^2 \omega^4 + \omega^2 L_A^2 + \omega^{-2} C_A^{-2} - 2 \cdot L_A / C_A \quad (30)$$

Эта функция от частоты имеет минимум в области положительных значений  $\omega$ , значение которого (с учетом преобладания емкости в импедансе ТКВ [1,2]) равно

$$\omega_0^2 \approx \left( 2A^2 C_A^2 \right)^{-1/3} \left[ 1 - \frac{2^{1/3}}{6B^{2/3}} \right] = (L_A C_A)^{-1} \sqrt[3]{1/2B} \quad (31)$$

где комбинация его параметров  $B = A^2 / L_A^3 C_A \approx 27 \dots 125$  введена формулой (15), а суммарная индуктивность внешнего контура обозначена как  $L_E$ :

$$L_E = L + L_A = (1 + \xi) \cdot L_A \quad (32)$$

Частоту колебаний во внешнем контуре (для  $R \gg Z_A$ ) найдем из выражения:

$$\omega^2 = (L_E C_A)^{-1} - (A\omega^2/2L_E)^2$$

Его положительный корень находится из решения биквадратного уравнения:

$$\omega^2 = \frac{2L_E^2}{A^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{A^2}{L_E^3 C_A}} - 1 \right] = \frac{2(L_E C_A)^{-1}}{1 + \sqrt{1 + N}} \quad (33)$$

Значение частоты (33) будет вблизи минимума  $\omega_0$ , если параметр  $N = B/(1 + \xi)^3$  удовлетворяет следующему уравнению  $\sqrt[3]{\frac{1}{2N}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + N}}$

Его корень примерно равен  $N \sim 1$ , которому из (15) соответствует  $\xi \approx 3$ . Таким образом, оптимальное значение индуктивности контура находится вблизи:

$$L_E^{opt} = L + L_T + L_A \approx 4 \cdot L_A, \quad (34)$$

Для него из (30) можно вычислить минимальное значение импеданса  $Z_A(\omega)$ :

$$|Z_A(\omega_0)|^2 = \frac{L_A}{C_A} \left( \frac{3\sqrt[3]{2B}}{2} + \frac{1}{3\sqrt[3]{2B} - 2} \right) \approx \frac{\mu \ln^2(l_A/a)}{3\pi^2 \varepsilon} \times \left[ \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{6\pi^4}{\ln^2(l_A/a)}} - 2 + \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{\ln^2(l_A/a)}{6\pi^4}} \right] \quad (35)$$

Полагая отношение длины ТКВ к диаметру  $l_A/a \sim 10 \dots 20$ , можно оценить значение минимального импеданса ТКВ для рассматриваемой схемы как:

$$|Z_A(\omega)|_{\min} \sim 300 \text{ Ом}, \quad (36)$$

что является очень большой величиной для существующих размыкателей тока, поэтому в дальнейшем можно полагать  $R \ll |Z_A|$ .

Более последовательную оценку можно получить из решения системы уравнений Кирхгофа для данной схемы на рис. 3, где ток  $J$  течет в нагрузке, а ток  $I$  течет в индуктивности  $L$ :

$$\begin{cases} LI + RI = RJ & I(0) = I_0 & J(0) = 0 \\ L_A \dot{J} + (R + R_A)J + \int \frac{J(t)}{C_A} dt = RI \end{cases} \quad (37)$$

При условии  $R \ll |Z_A|$  ток в нагрузке  $J$  будет много меньше тока  $I \gg J$ , что позволяет найти зависимость  $I(t) = I_0 \exp(-Rt/L)$  и получить уравнение для  $J$ :

$$L_A \ddot{J} + R_A \dot{J} + (C_A^{-1} + \dot{R}_A)J = -L\ddot{I} = -L\beta^2 I_0 \exp(-\beta t) \\ \beta = R/L \quad J(0) = 0 \quad (38)$$

Решение есть сумма решений однородного уравнения (собственного) и внешнего (вынужденного) под действием  $-J_0 \exp(-\beta t)$ . Для этой зависимости сопротивление излучения равно  $R_A = AJ^2/J^2 = A\beta^2$ , что позволяет найти амплитуду тока  $J_0$ :

$$J_0 = \frac{LI_0\beta^2}{L_A\beta^2 - A\beta^3 + C_A^{-1}} \quad (\dot{R}_A = 0) \quad (39)$$

Анализ показал, что собственное решение является функцией  $e^{-\lambda t}$  с показателем

$$\lambda_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{AC_A}} - \frac{L_A}{3A} = \frac{R_0}{L_A B^{2/3}} \left( 1 + \frac{1}{3B^{1/3}} \right) \quad (40)$$

где сопротивление  $R_0 \sim 1200$  Ом дано в (42). Сравнение показателей экспоненты вынужденного (38) и собственного (40) решений указывает на большую разницу в их значениях:  $-\lambda_1 = (0,04 \dots 0,08) \cdot R_0/L_A \gg \beta = R/L$

Поэтому для общего решения  $J(t) = J_0 \exp(-\lambda_1 t) - J_0 \exp(-\beta t)$  можно найти излученную энергию как  $W = \int_0^\infty AJ^2 dt = AJ_0^2(\lambda_1 - \beta)/2(\lambda_1 + \beta)$ . Долю излученной энергии  $W(R)$  по отношению к первоначальной  $W_0 = 0,5 \cdot L \cdot I_0^2$  находим как

$$\frac{W(R)}{W_0} = \frac{A(\lambda_1 - \beta)^2}{L(\lambda_1 + \beta)} \left( \frac{\beta^2}{L_A\beta^2 - A\beta^3 + C_A^{-1}} \right)^2 = \\ = B \frac{(b\xi - \eta)^2}{(b\xi + \eta)} \left( \frac{\eta^2}{\eta^2\xi - B\eta^3 + \xi^3/B} \right)^2 \quad (41)$$

На рис. 4 представлены результаты вычисления линий уровня излученной энергии для  $B = 100$  в зависимости от отношений  $\xi = L/L_A$  и  $\eta = R/R_0$ , где

$$R_0 = \frac{A}{L_A C_A} = \pi \sqrt{\frac{\mu \ln(2l_A/a) - \ln 2}{\varepsilon \ln(2l_A/a) - 11/6}} \approx 120\pi^2 \approx 1200 \text{ [Ом]}$$

$$b = \frac{1 + 3B^{1/3}}{3B} \approx 0,05 \quad (42)$$

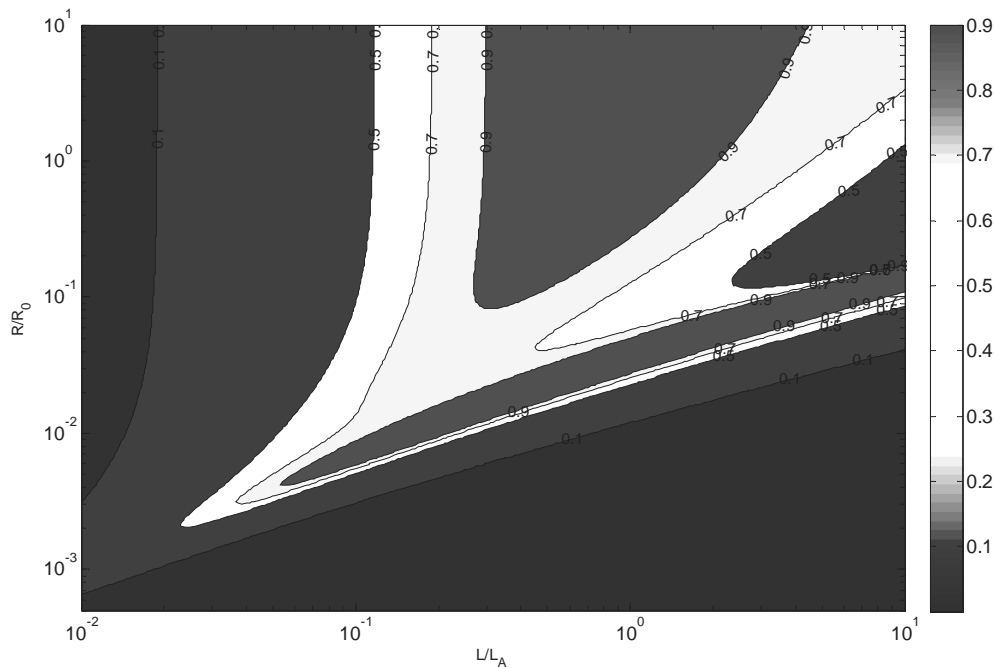


Рис. 4. Изолинии уровня излученной энергии в зависимости от отношения индуктивностей  $L/L_A$  и сопротивления  $R/R_0$

Как и следовало ожидать согласно ранее полученной оценке, требуемая величина сопротивления размыкателя тока лежит выше нескольких десятков Ом, что много превышает достигнутый уровень современных размыкателей тока для ВМГ.

Таким образом, из трех рассмотренных вариантов подключения ВМГ к простой антенне дипольного типа (прямое подключение, через размыкатель тока и через повышающий трансформатор), лишь последний вариант может в принципе обеспечить эффективное использование энергии ВМГ.

### Список литературы

1. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. М.: Энергия, 1975.
2. Schelkunoff S.A. and Friis H.T. Antennas. New York. John Wiley & Sons. 1952.

3. Кравченко А. С., Людаев Р. З., Мальков М. А., Павловский А. И., Пляшкевич Л. Н. Работа магнитокумулятивного генератора на емкостную нагрузку. ПМТФ, 1981. № 5, с. 122–127

4. Трейси П., Алтгилберс Л. Л., Браун М., Меррит И. Индуктивный генератор электромагнитного поля. МЕГАГАУСС – 7. Саров, 1997. Т. 1. С. 320–325.

5. Прищепенко А. Б., Щелкачев М. В. Работа взрывомагнитного генератора имплозивного типа на емкостную нагрузку. Там же. С. 315–319.

6. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление. ГИТТЛ, М.-Л., 1952.

7. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., Мир, 1972.

8. Бердышев А. В., Малышев И. И., Нахмансон Г. С., Проворотов Г. Ф., Елфимов Е. И., Павловский А. И., Кравченко А. С. О возможности применения ВМГ для передачи информации в чрезвычайных ситуациях. МЕГАГАУСС-7. Саров, 1997. Т. 2. С. 1021–1030.