

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОПРОВОЛОЧНЫХ Z-ПИНЧЕЙ В РАМКАХ 3D МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

*А. П. Орлов, Б. Г. Ретин*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»,  
пр. Мира, 37, Саров, Нижегородская область, 607188, Россия

Приведена трёхмерная магнитогидродинамическая модель токопроводящей излучающей плазмы, лежащая в основе эйлерового (в цилиндрических координатах  $r$ - $\phi$ - $z$ ) программного кода FLUX-3D разработанного в НТЦФ РФЯЦ-ВНИИЭФ. Описаны конечно-разностные методы решения уравнений модели на стационарной регулярной пространственной сетке. Представлены результаты численного 3D моделирования многопроволочного Z пинча в условиях эксперимента Shot-51 на электрофизической установке Z (США) в полном ( $2\pi$ ) азимутальном угле. Расчётная геометрия была приближена к реальной конфигурации эксперимента, в котором подвод электромагнитной энергии к лайнерной камере осуществлялся с помощью вакуумной коаксиальной передающей линии. При численном моделировании исследовалась динамика ускорения аблируемой с вольфрамовых проволок плазмы в зависимости от их количества в исходной цилиндрической сборке. В дополнении к этому представлены результаты 3D расчётов процесса токовой имплозии многопроволочного Z-пинча при двух способах наложения искусственных возмущений на интенсивность абляции плазмы. Обсуждаются причины различия импульсов мягкого рентгеновского излучения, генерируемых в этих случаях.

### Введение

С целью расчётно-теоретического сопровождения лайнерных экспериментов по генерации импульсов мягкого рентгеновского излучения (МРИ) и компрессии начального магнитного потока в НТЦФ РФЯЦ-ВНИИЭФ ранее была разработана двумерная (в эйлеровых цилиндрических координатах  $r$ - $z$ ) радиационно-магнитогидродинамическая (РМГД) методика FLUX- $rz$ . Она успешно применялась для численного моделирования экспериментов с динамическими Z- [1] и Z- $\Theta$  [2] пинчами, запитываемыми импульсами тока от взрывомангнитных генераторов энергии. В компьютерном коде FLUX- $rz$  реализована возможность расчёта переноса теплового излучения в плазме в многогрупповом (спектральном) приближении [3].

Для более полного понимания физических процессов, происходящих при электродинамической имплозии цилиндрических лайнеров на основе многопроволочныхборок необходимо осуществлять полное трёхмерное (3-D) РМГД моделирование подобных экспериментов [4]. В работе [5] были изложены начальные результаты разработки трёхмерной (в эйлеровых цилиндрических координатах  $r$ - $\phi$ - $z$ ) РМГД методики FLUX-3D с расчётом переноса излучения в диффузионном (3-T) приближении. Представленные там расчёты про-

цесса имплозии многопроволочного Z-пинча, сопровождающиеся генерацией импульса МРИ, были выполнены в секторном приближении на стационарной, регулярной, пространственно-разностной сетке. При этом запитка цилиндрического лайнера электромагнитной энергией, поступающей от импульсного генератора, осуществлялась симметрично относительно электродов лайнерной камеры.

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования многопроволочного Z пинча с помощью компьютерного кода FLUX-3D в полном ( $2\pi$ ) азимутальном угле. Особенностью моделирования является то, что расчётная область включает отрезок вакуумной коаксиальной передающей линии, по которой импульс электромагнитной энергии подводится к лайнерной системе несимметричным образом – к одному из её торцов.

### Описание РМГД модели плазмы и постановка расчётов

Ниже представлены уравнения трёхмерной РМГД модели плазмы, решаемые в рамках компьютерного кода FLUX-3D (система единиц СГС).

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \cdot \vec{V}) = \dot{\rho}^{abl}; \\
\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \operatorname{div}(\rho \vec{V}) + (\rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla} \left( P_i + P_e + \frac{1}{3} U^{rad} \right) + \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}] + \dot{\rho}^{abl} \cdot \vec{V}^{abl}; \\
\frac{\partial \rho \varepsilon_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon_i \cdot \vec{V}) = -P_i \cdot \operatorname{div}(\vec{V}) - \operatorname{div}(\vec{W}_i) + Q_{exch} \cdot (T_e - T_i) + \dot{\rho}^{abl} \cdot \varepsilon_i^{abl}; \\
\frac{\partial \rho \varepsilon_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon_e \cdot \vec{V}) = -P_e \cdot \operatorname{div}(\vec{V}) - \operatorname{div}(\vec{W}_e) + \frac{c U^{rad} - 4 \sigma_{SB} T_e^4}{\ell^{Pl}} + Q_{exch} \cdot (T_i - T_e) + \frac{\vec{j}^2}{\sigma} + \dot{\rho}^{abl} \cdot \varepsilon_e^{abl}; \\
\frac{\partial U^{rad}}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{W}^{rad}) + \frac{4 \sigma_{SB} T_e^4 - c U^{rad}}{\ell^{Pl}} + \left( \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \frac{U^{rad}}{3} \right); \\
\vec{W}^{rad} = \frac{4}{3} \vec{V} \cdot U^{rad} - \frac{c \ell^{Rs}}{3} \cdot \vec{\nabla} U^{rad}; \\
\vec{W}_e = -\varkappa_e \cdot \vec{\nabla} T_e; \quad \vec{W}_i = -\varkappa_i \cdot \vec{\nabla} T_i; \\
\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \cdot \operatorname{rot}(\vec{E}), \quad \operatorname{rot}(\vec{B}) = \frac{4\pi}{c} \cdot (\vec{j}_{displ} + \vec{j}), \\
\vec{j}_{displ} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \vec{j} = \sigma \cdot \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V} \times \vec{B}] \right).
\end{array} \right. \quad (1)$$

Для описания движения магнитоускоренной плазмы используется УРС, и усреднённые (по Росселанду  $\ell_{Rs}$  и Планку  $\ell_{Pl}$ ) пробеги излучения в веществе, вычисленные в модели среднего иона [6]. Значения коэффициентов ионной  $\varkappa_i$  и электронной  $\varkappa_e$  теплопроводностей, а также коэффициента, определяющего интенсивность электронного обмена энергии  $q_{ei}(\rho, T_e, T_i)$  рассчитываются по формулам для идеальной, невырожденной плазмы [7]. При определении электропроводности  $\sigma$  плазмы используются классические выражения [7] с поправкой на аномальное сопротивление, возникающее вследствие рассеяния электронов на распространяющихся в плазме геликонных волнах [8].

Численное моделирование процесса имплозии многопроволочного Z-пинча производится в изображённой на рис.1 односвязной аксиально-симметричной области пространства

$$0 \leq z < L_1, \quad R_0 \leq r \leq R_{ext}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$L_1 \leq z \leq H, \quad 0 \leq r \leq R_{ext}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

ограниченной жёсткими, идеально проводящими внутренним электродом **1** и стенками лайнерной камеры, а также кольцевой поверхностью **5**, «закрывающей» отрезок вакуумной передающей линии **2**. На этой кольцевой поверхности ( $z=0$ ,

$R_0 \leq r \leq R_{ext}$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) выставляются граничные условия для уравнений Максвелла в предположении, что от генератора к лайнерной камере распространяется основная TEM-мода электромагнитной волны, в которой

$$E_{z,\varphi}(r, \varphi, t) = B_{z,r}(r, \varphi, t) = 0;$$

$$E_r(r, \varphi, t) = \frac{U(t)}{r \cdot \ln\left(\frac{R_{ext}}{R_0}\right)}; \quad B_\varphi(r, \varphi, t) = \frac{2 \cdot I(t)}{r \cdot c},$$

где  $U(t)$  и  $I(t)$  – напряжение и ток в сечении передающей линии с координатой  $z=0$ , рассчитываемые согласованно с уравнениями электрической цепи генератора.

В начальный момент времени плазменная расчетная область **4** ( $L_1 \leq z \leq H$ ,  $0 \leq r \leq R_0$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) заполняется фоновой плазмой с плотностью  $\rho_{bgh} = 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup> и температурой  $T_{bgh} = 0,1$  эВ. Вследствие специфики эйлеровых МГД методик в качестве пороговой (минимальной) плотности в процессе расчёта Z-пинча во всей плазменной области устанавливается вышеуказанное значение фоновой плотности. Система РМГД уравнений (1) решается в вышеприведённой расчётной области конечно-разностным методом в эйлеровых цилиндрических координатах

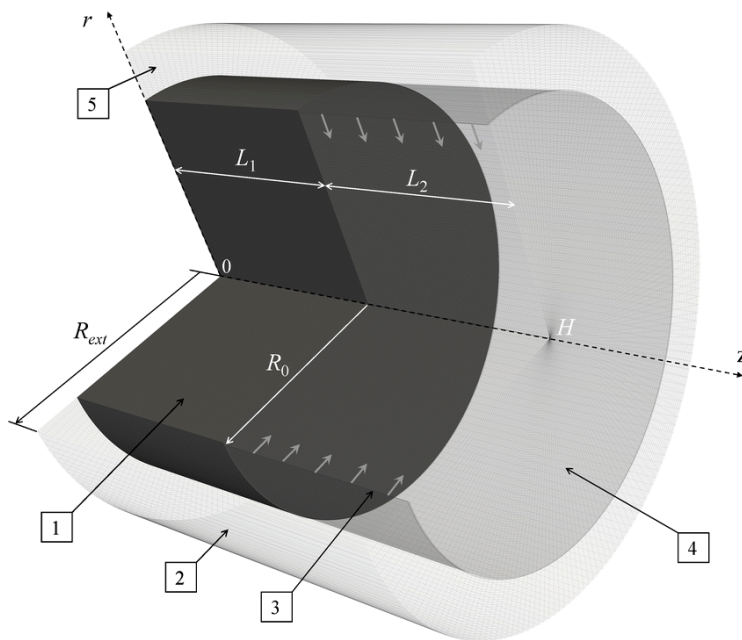


Рис. 1. Эскиз расчётной пространственной области

$r$ - $\varphi$ - $z$  на регулярной, стационарной пространственной сетке.

В настоящей версии кода FLUX-3D процесс электровзрыва проволочек лайнера (переход из твёрдого состояния в плазму под действием тока) непосредственно не рассчитывается, а моделируется в рамках феноменологической модели длительного плазмообразования [9]. В этом случае источник плазмы располагается на цилиндрической поверхности 3 (с радиусом равным начальному радиусу лайнера, см. рис. 1) азимутально-дискретным образом, таким чтобы воспроизвести пространственную структуру многопроволочной лайнерной сборки. Процесс абляции (наработки вещества) описывается величиной  $\dot{m}^{abl}$ , характеризующей плотность потока массы с этой поверхности, и определяется как [4]:

$$\dot{m}^{abl}(\varphi, z, t) = k^{abl} \cdot (I(t)/I_0)^{1,4} \cdot [1 + \varepsilon(\varphi, z)],$$

где  $k^{abl}$  – параметр, отвечающий за удельную скорость абляции вещества и имеющий размерность  $\text{г}/(\text{с}\cdot\text{см}^2)$ ;  $I(t)$  – полный ток в лайнере в единицах мегаампер ( $I_0 = 100 \text{ MA}$ ). Величина  $\varepsilon(\varphi, z)$  – случайные значения в интервале  $[-A_0, A_0]$ , задающие исходные аксиально-азимутальные возмущения интенсивности плазмообразования. Полагается, что наработанная плазма имеет радиальную скорость по направле-

нию к оси  $V^{abl} = 10^6 \text{ см/с}$ , плотность  $\rho^{abl}(\varphi, z, t) \equiv \dot{m}^{abl}(\varphi, z, t)/V^{abl}$  и температуру  $T^{abl} = 1 \text{ эВ}$ , что однозначно определяет граничные условия для решения уравнений динамической и тепловой групп.

### Исследование динамики Z-пинча в зависимости от числа проволочек

Влияние количества проволочек на изменение топологии азимутального магнитного поля и, как следствие, на изменение динамики ускоряемой к оси плазмы численно исследовалось в конфигурации эксперимента Shot-51 на установке Z (SNL) [10], при этом  $L_1 = L_2 = 2 \text{ см}$ ;  $R_0 = 2 \text{ см}$ ;  $R_{ext} = 2,5 \text{ см}$  (см. рис.1). Расчёты были проведены на разностной сетке с линейными размерами ячеек  $\Delta r = \Delta z = 200 \text{ мкм}$  и угловым размером  $\Delta\varphi = 1,8^\circ$  (общее число ячеек 3 млн. штук) с лайнером, составленным из  $N = 10$  и  $N = 40$  вольфрамовых проволочек, а также в азимутально-сплошной ( $N = \infty$ ) конфигурации. В указанных трёх расчётах полная масса лайнера была неизменна и составляла  $m = 4,1 \text{ мг}$ , а коэффициент абляции вещества выбирался из условий «попадания» на экспериментальный импульс МРИ и, как в работе [5], полагался равным  $k^{abl} = 5 \text{ мг}/(\text{нс}\cdot\text{см}^2)$ . Возмущения скорости абляции в описываемой серии расчётов не задавались ( $A_0 = 0$ ).

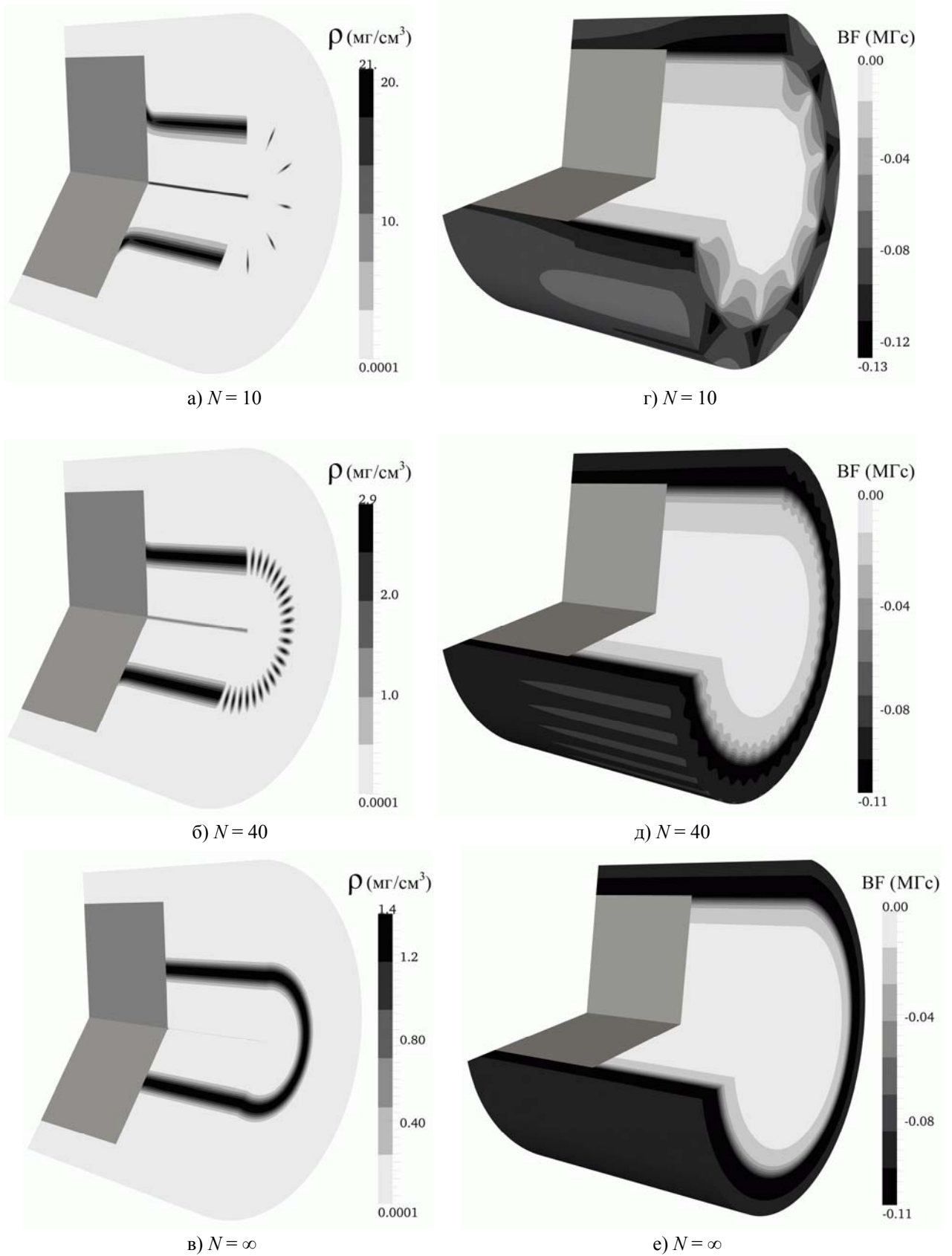


Рис. 2. Пространственные разрезы плотности а)–в) и азимутальной компоненты магнитного поля г)–е) при различном количестве  $N$  проволок в лайнере

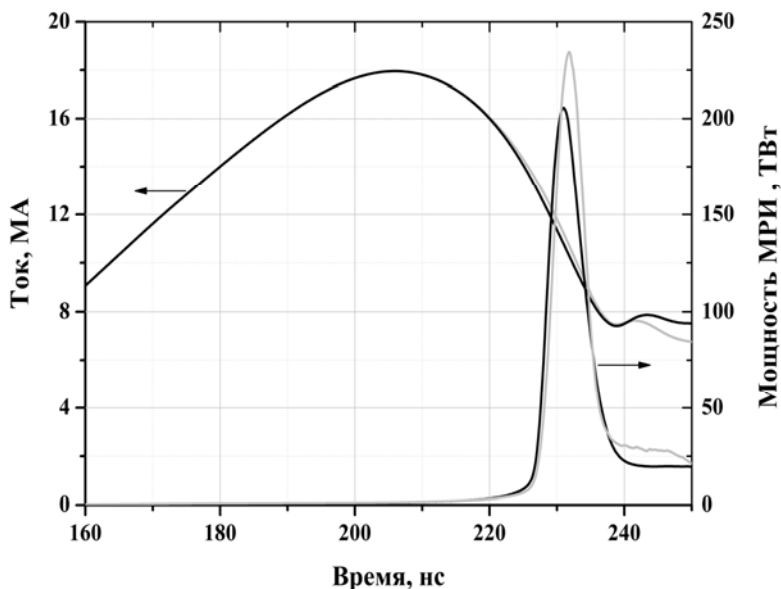


Рис. 3. Расчётные ток в лайнере и генерируемые импульсы МРИ при полностью коррелированных (—) и некоррелированных (---) возмущениях интенсивности абляции

На рис. 2 а)-в) представлены расчётные картины плотности плазмы на момент времени, когда лайнер прошёл примерно половину своего пути до оси системы. Из рисунков видно, что при уменьшении количества проволочек в лайнере от  $N = \infty$  до  $N = 10$  возникает эффект «отставания» плазмы вблизи внутреннего электрода.

Данное явление обусловлено дискретно-проволочной структурой лайнерной нагрузки, в связи с чем азимутально-однородное распределение тока, текущего по поверхности внутреннего электрода вакуумной передающей линии на «бесконечности», становится азимутально-неоднородным вблизи многопроволочного лайнера. Этот эффект приводит к локальному уменьшению азимутального магнитного поля вблизи места подстыковки проволочек к цилиндрическому электроду, что особенно заметно на ранних моментах времени, соответствующих началу движения лайнера (см. рис. 2 г)-е)). А это, как следствие, обуславливает пространственно-локальное уменьшение лоренцевской силы  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , действующей на ускоряемую плазму, вызывая её заметное отставание вблизи внутреннего электрода при малых значениях  $N$ .

### Влияние картины искусственных возмущений на генерацию импульса МРИ

В данном разделе представлены результаты 3D РМГД моделирования процесса имплозии

«возмущённых» многопроволочных лайнеров, составленных из  $N = 40$  вольфрамовых проволочек. Как и в расчётах, описанных в предыдущем разделе, были выбраны следующие значения параметров:  $m = 4.1$  мг;  $k^{abl} = 5$  мг/(нс·см<sup>2</sup>);  $L_1 = L_2 = 2$  см;  $R_0 = 2$  см;  $R_{ext} = 2.5$  см; размер ячеек расчётной сетки  $\Delta r = \Delta z = 200$  мкм,  $\Delta\phi = 1,8^\circ$ . В первом варианте расчёта интенсивность абляции вещества вдоль проволочек искусственно возмущалась случайным (с амплитудой  $A_0 = 5\%$ ) от одной счётной ячейки к другой, но одинаковым<sup>1</sup> по всем 40 проволочкам образом. Во втором варианте возмущения наносились с той же амплитудой  $A_0 = 5\%$ , но некоррелированным по различным проволочкам способом.

На рис. 3 показаны расчётные ток в лайнере (при запитке от установки Z) и генерируемые импульсы МРИ в двух рассматриваемых случаях.

На рис. 4 показаны зависимости различных энергий от времени, содержащихся в плазменной области ( $L_1 \leq z \leq H$ ,  $0 \leq r \leq R_0$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ), а также вошедших и вышедших из неё. Из этих зависимостей видно, что численный дисбаланс энергии (относительная разность значений суммарной и введённой электромагнитной энергий) на протяжении всего расчёта на используемой расчётной сетке невелик и составляет  $< 6\%$ .

<sup>1</sup> Полностью коррелированным образом, при котором  $\varepsilon(\phi, z) \equiv \varepsilon(z)$ .

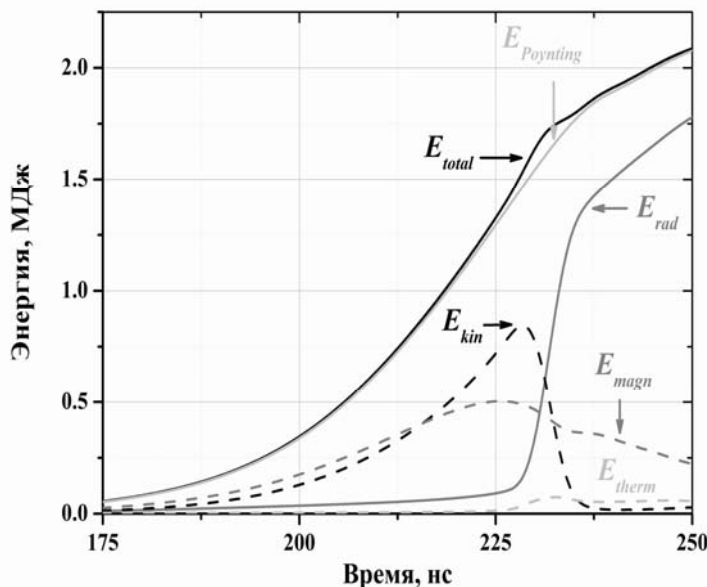


Рис. 4. Зависимость от времени различных энергий в плазме:  $E_{kin}$  — кинетической,  $E_{magn}$  — магнитной,  $E_{therm}$  — тепловой,  $E_{rad}$  — излученной,  $E_{total}$  — суммарной ( $E_{kin} + E_{magn} + E_{therm} + E_{rad}$ ),  $E_{Poynting}$  — введенной

Из сравнения генерируемых импульсов МРИ (см. рис. 3) видно, что в некоррелированном варианте максимальная интенсивность больше на 14 %. Данный результат объясняется тем, что в этом случае в процессе пинчевания достигается большее сжатие вещества, а также реализуются более высокие значения плотности тока (а, следовательно, выделяется больше джоулевой энергии) в приосевых областях плазмы. Это можно увидеть из рис. 5, где для двух картин начальных возмущений показаны распределения массовой плотности и плотности тока на моменты максимумов импульсов МРИ.

### Заключение

1. Алгоритм решения трёхмерных (в эйлеровых цилиндрических координатах  $r$ - $\phi$ - $z$ ) магнито-гидродинамических уравнений в рамках компьютерного кода FLUX-3D позволяет корректно моделировать пространственное распределение магнитного поля в расчётной области, содержащей как подобласти с токопроводящей плазмой, так и вакуумные подобласти с  $\sigma = 0$ .

2. Численное моделирование многопроволочного Z-пинча, в котором варьировалось количество вольфрамовых проволок, составляющих исходную цилиндрическую сборку при условии сохранения её полной массы, выявило значительное отставание ускоряемой к оси плазмы вблизи

внутреннего электрода лайнерной камеры при малом ( $\sim 10$ ) количестве проволок. Данный эффект обусловлен особенностью пространственной топологии возникающих в системе магнитных полей и связан с азимутальной неоднородностью ввода электромагнитной энергии в лайнерную камеру с многопроволочной нагрузкой.

3. Численное моделирование многопроволочного (40 проволок) Z-пинча, проведённое при двух различных картинах «случайных» возмущений интенсивности плазмообразования в проволочках:

- идентичные по длине всех проволок возмущения;

- отличающиеся по длине различных проволок возмущения (азимутально-некоррелированное распределение) показало следующее. Пиковая мощность генерируемого импульса МРИ больше во втором варианте постановки расчёта вследствие того, что пинчующаяся вольфрамовая плазма достигает больших значений плотности при одновременной реализации более высокой мощности джоулевой диссипации энергии в приосевой области лайнерной камеры. В свою очередь, данный эффект обусловлен 3D-развитием магнитной Рэлей-Тейлоровской неустойчивости в токонесящей плазме на стадии её ускорения [4].

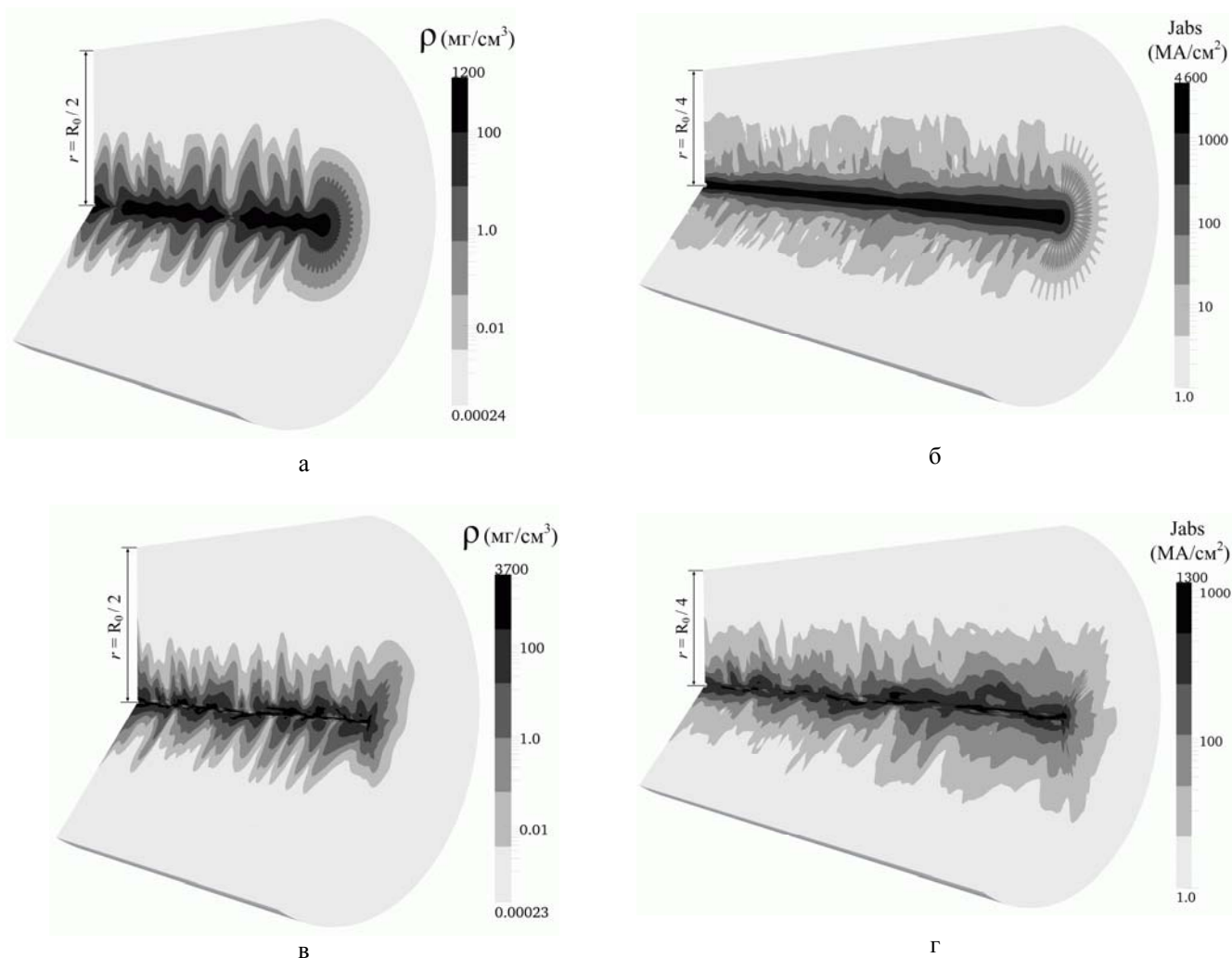


Рис. 5. Пространственные разрезы плотности плазмы и плотности тока на моменты максимумов импульсов МРИ при коррелированных а), б) и некоррелированных в), г).

### Список литературы

1. Селемир В. Д., Демидов В. А., Ермолович В. Ф. и др. Исследование генерации мягкого рентгеновского излучения в Z-пинчах с запиткой от спиральных взрывомагнитных генераторов // Физика плазмы, Т. 33, № 5, 2007, с. 424–434.
2. Orlov A. P., Selemir V. D., Repin P. B., Ermolovich V. F. Two-dimensional numerical simulation of axial magnetic flux compression in Z- $\Theta$  pinch configuration. Proc. 15<sup>th</sup> IEEE Intern. Pulsed Power Conf., Monterey, 2005, pp. 296–299.
3. Repin B. G., Orlov A. P., Repin P. B., and Selemir V. D. Calculation Method of Radiation Spectral Transfer in Frameworks of Two-Dimensional Magnetohydrodynamic Code FLUX-rz. // IEEE Trans. on Plasma Science, Vol. 38, No. 8, 2010, pp. 1822–1827.

4. Edmund P.Yu., Cuneo M.E., Desjarlais M.P., et al. Three-dimensional effects in trailing mass in the wire-array Z-pinch // Physics of Plasmas, V. 15, 056301, 2008.
5. Репин Б. Г., Орлов А. П. Численное моделирование многопроволочных Z- и Z- $\Theta$  пинчей с помощью магнитогидродинамического кода FLUX-3D. // В сб. докладов «Мощная импульсная электрофизика». Международная конференция XIV Харитоновские тематические научные чтения. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2013. С. 104–109.
6. Баско М. М. Уравнение состояния металлов в приближении среднего иона // Теплофизика высоких температур. Т. 23, Вып.3, С. 483–491, 1985.
7. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы, вып. 1. М.: Атомиздат, 1963. С. 183–272.

8. Сасоров П. В. Электросопротивление перетяжек Z-пинчей // Физика плазмы, Т. 18, № 3, С. 275–287, 1992.

9. Александров В. В., Браницкий А. В., Волков Г. С., и др. Динамика гетерогенного лайнера с

затянутым плазмообразованием // Физика плазмы, 2001, т. 27, № 2, с. 99–120.

10. Spielman R. B., Deeney C., Chandler G. A., et al. Tungsten wire-array Z-pinch experiments at 200 TW and 2 MJ. Phys.Plasmas, V. 5, No. 5, 1998, pp. 2105–2111.