

АНАЛИЗ РАБОТЫ ТРАНСФОРМАТОРА ТЕСЛА НА ПЕРВОЙ ПОЛУВОЛНЕ ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ*

Е. И. Пальчиков, А. М. Рябчун

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук

Работа посвящена анализу быстродействия и КПД трансформатора Тесла на первой полуволне выходного напряжения в зависимости от добротностей контуров и их коэффициента связи. Приводятся результаты расчетов и экспериментальных измерений. Показано, что для заданных добротностей контуров есть оптимальная величина коэффициента связи с наилучшим КПД, которую можно рассчитать, и к которой необходимо стремиться при разработке трансформатора. Работа инициирована также тем, что все импульсные рентгеновские аппараты серии «ПИР», разработанные в ИГиЛ СО РАН, построены на трансформаторе Тесла (импульсном резонансном трансформаторе с ударным возбуждением) и работают на первой полуволне.

В настоящее время высоковольтный импульсный трансформатор Тесла, благодаря простоте своей конструкции и ряду других положительных качеств нашел широкое применение в импульсных рентгеновских аппаратах, начиная от крупнейших уникальных машин типа "Акваген" и "Риус"[1-3] и кончая малогабаритными устройствами типа "Квант" и "Аргумент" [4,5]. В известных публикациях [1,3] анализ работы трансформатора проводился с акцентом на передачу максимально возможной энергии на втором или третьем импульсе вторичного напряжения. Однако, для систем с высоким быстродействием, с минимальной задержкой между сигналом пуска и выходом электронов, предпочтительным является использование первой полуволны. Как правило, малые времена задержек необходимы при синхронизации с однократными быстропротекающими и взрывными процессами. В этом случае в аппаратах используется работа на первой полуволне вторичного напряжения с повышенными коэффициентами связи [6].

В настоящей работе проводится анализ работы трансформатора Тесла на первом импульсе рабочего напряжения при повышенных коэффициентах связи $k > 0,6$.

Рассмотрим электрическую цепь импульсного трансформатора, состоящую из двух индуктивно связанных LC контуров с собственными частотами

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}},$$

добротностями

$$Q_1 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} / R_1, \quad Q_2 = \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} / R_2$$

и коэффициентом взаимной индукции M , представленную на рис.1.

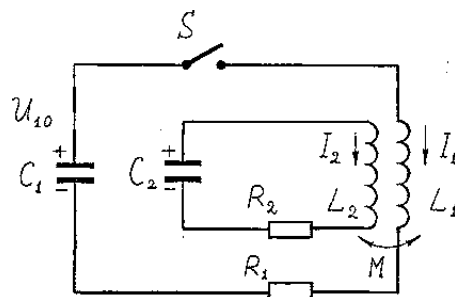


Рис. 1. Электрическая принципиальная схема импульсного резонансного трансформатора с ударным возбуждением.

В начальный момент времени заряд на C_2 отсутствует, напряжение на C_1 равно U_{10} . После замыкания ключа S в момент времени $t = 0$, для обоих контуров можно записать уравнения в нормированной форме:

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_1}{dt^2} + k \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{d^2 u_2}{dt^2} + \frac{\omega_1}{Q_1} \cdot \frac{du_1}{dt} + \omega_1^2 \cdot u_1 = 0 \\ \frac{d^2 u_2}{dt^2} + k \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{d^2 u_1}{dt^2} + \frac{\omega_2}{Q_2} \cdot \frac{du_2}{dt} + \omega_2^2 \cdot u_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

С начальными условиями:

* Работа выполнена при поддержке проекта Президиума РАН 2.10.

$$u_1 = 1, \quad \frac{du_1}{dt} = 0, \quad u_2 = 0, \quad \frac{du_2}{dt} = 0 \quad (2)$$

Здесь k — коэффициент связи контуров:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

u_1 и u_2 — напряжения $U_1(t)$ и $U_2(t)$, нормированные на максимальные значения:

$$U_{1\max} = U_{10}, \quad U_{2\max} = U_{10} \cdot \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Стандартный поиск решения в виде $e^{\lambda \cdot t}$ приводит к следующему характеристическому уравнению для показателя экспоненты λ :

$$\lambda^4 + \frac{\left[\lambda^3 \cdot \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{Q_1} + \frac{\omega_2}{Q_2} \right) + \lambda^2 \cdot \left(\frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{Q_1 \cdot Q_2} + \omega_1^2 + \omega_2^2 \right) + \lambda \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{Q_1} + \frac{\omega_2}{Q_2} \right) + \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 \right]}{(1-k^2)} = 0$$

Здесь действительная часть λ — постоянная затухания $-\gamma = \frac{\omega}{2 \cdot Q}$, мнимая — круговая частота ω . Уравнение не меняет вид при перестановки осцилляторов. Можно показать, что для ударного возбуждения тоже самое можно сказать о безразмерном $u_2(t)$ и, следовательно, о максимальном u_2 и времени достижения этого максимума.

Если пренебречь потерями ($Q_1, Q \rightarrow \infty$) для собственных частот сразу получается [7,8]:

$$\omega^* = \frac{\sqrt{2} \omega_1 \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 - \sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4k^2 \omega_1^2 \omega_2^2}}},$$

$$\omega_* = \frac{\sqrt{2} \omega_1 \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4k^2 \omega_1^2 \omega_2^2}}} \quad (3)$$

Назовём частоты ω^* и ω_* верхней и нижней гибридными и отметим, что

$$\omega^* > \max(\omega_1, \omega_2), \quad \omega_* < \min(\omega_1, \omega_2)$$

В случае резонансных контуров, когда $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$, наличие связи снимает вырождение частот и приводит к их расщеплению:

$$\omega^* = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}, \quad \omega_* = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}$$

Для $k \rightarrow 1$ формулы (3) для гибридных частот принимают вид:

$$\omega^* \approx \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2 \cdot (1-k)}}, \quad \omega_* \approx \frac{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{2}$$

Для достаточно больших $k > 0,6$ хорошим приближением для добротностей будет:

$$Q^* \approx \frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot \sqrt{2 \cdot (1-k) \cdot (\omega_1^2 + \omega_2^2)}}{Q_1 \cdot \omega_2 + Q_2 \cdot \omega_1},$$

$$Q_* \approx \frac{2 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{Q_1 \cdot \omega_2 + Q_2 \cdot \omega_1}$$

Или, для постоянных затухания:

$$\gamma_* \approx \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{4}, \quad \gamma^* \approx \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2 \cdot (1-k)}$$

При небольших потерях гибридные частоты меняются слабо, но с ростом коэффициента связи начинает падать добротность. И при $k \rightarrow 1$ для верхней гибридной частоты наступает критическое затухание. Колебания исчезают. Формулы перестают работать, но такие коэффициенты связи не имеют практического смысла для трансформаторов Тесла.

Учитывая начальные условия (2) и решая систему уравнений (1), в отсутствие потерь, можно получить следующие аналитические выражения для безразмерных напряжений в первичном и вторичном контурах трансформатора:

$$u_1(t) = \frac{\omega_1^2}{\sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4k^2 \omega_1^2 \omega_2^2}} \left(\frac{\omega^{*2} - \omega_2^2}{\omega^{*2}} \cos \omega^* t + \frac{\omega_2^2 - \omega_*^2}{\omega_*^2} \cos \omega_* t \right),$$

$$u_2(t) = \frac{k \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4k^2 \omega_1^2 \omega_2^2}} (\cos \omega_* t - \cos \omega^* t) = \quad (4)$$

$$= \frac{2 \cdot k \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4k^2 \omega_1^2 \omega_2^2}} \sin \left(\frac{\omega^* + \omega_2}{2} t \right) \times$$

$$\times \sin \left(\frac{\omega^* - \omega_2}{2} t \right)$$

Попытки найти максимум $u_2(t)$ из аналитического выражения (4) приводят к трансцендентному уравнению. Удобнее просто численно интегри-

рывать систему дифференциальных уравнений (1). В большинстве пакетов (Malab, SciLab, Maple, Mathematica...) научных расчетов есть стандартные процедуры численного интегрирования дифференциальных уравнений, снабженные опцией локализации событий [9]. В нашем случае событие – достижение максимума u_2 , или $\frac{du_2}{dt} = 0$.

При этом не возникает никаких затруднений с учетом потерь.

Используем (4) для анализа предельных случаев. В дальнейшем при расчетах будет использоваться безразмерное время $\tau = \omega_2 \cdot t$ и параметр расстройки — $\omega = \omega_1 / \omega_2$.

Как уже упоминалось, момент t_1 максимума функции $U_2(t)$, ω_0 и k связаны трансцендентным уравнением, которое в резонансном случае ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$) имеет вид:

$$\sqrt{\frac{1-k}{1+k}} \sin\left(\frac{\omega_0 t_1}{\sqrt{1+k}}\right) = \sin\left(\frac{\omega_0 t_1}{\sqrt{1-k}}\right) \quad (5)$$

График зависимости $\omega_0 \cdot t_1$ от k представлен на рис. 2 и получен из (1) численным счётом.

При малых k время выхода $U_2(t)$ на пик слабо зависит от k и в пределе, при $k \rightarrow 1$ равно

$$t_1 = \frac{\gamma_0}{\omega_0}$$

где $\gamma_0 = 2,028758\dots$ корень уравнения

$$tg\gamma + \gamma = 0,$$

получающегося после разложения в ряд выражения (5) по малому параметру k до членов второго порядка малости.

При $k \rightarrow 1$ время максимума $U_2(t)$ с хорошей точностью соответствует половине периода колебаний с частотой ω^* :

$$t_1 \approx \frac{\pi\sqrt{1-k}}{\omega_0}$$

и стремится к нулю при $k \rightarrow 1$, т.е. быстродействие с приближением k к единице неограниченно растет.

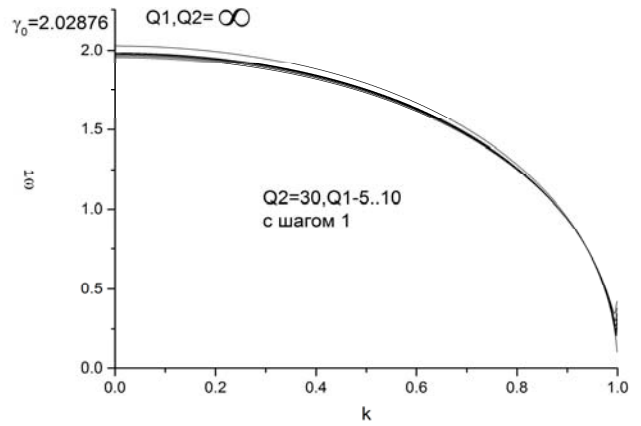
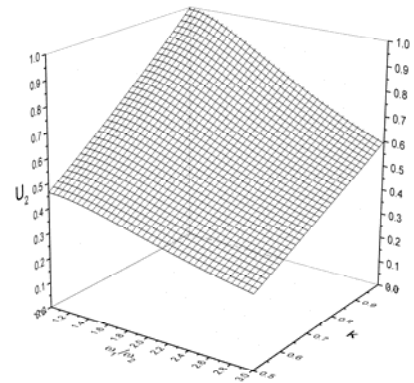
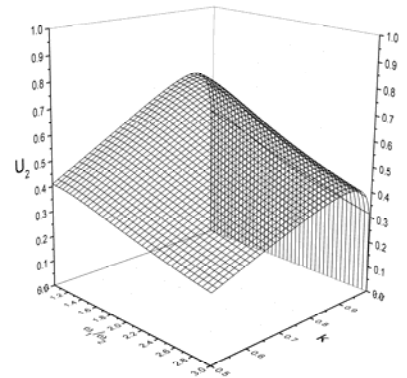


Рис. 2. Зависимость времени выхода вторичного напряжения $U_2(t)$ на первый максимум от коэффициента связи k и добротностей Q_1, Q_2 .

На рис. 2 изображена зависимость времени достижения максимума от k и добротностей контуров. Как видно она слабо зависит от добротностей контуров. Выбросы при $k \rightarrow 1$ связаны с критическим затуханием и практического значения не имеют.



а



б

Рис. 3. Зависимость максимального вторичного напряжения u_{2max} от коэффициента связи k и расстройки $\omega = \omega_1 / \omega_2$, слева (а) – отсутствие потерь. Справа (б) – $Q_1 = 8, Q_2 = 30$.

На рис. 3 приведены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние потерь.

Качественные различия возникают при $k \rightarrow 1$. Если не учитывать потери, то в этом пределе $u_{2\max} = 2\omega/(1+\omega^2)$ и достигает максимума при $\omega=1$. С учетом потерь, существует k_{\max} , для которого достигается максимальное $u_{2\max}$ или КПД $= u_{2\max}^2$. При $k \rightarrow 1$ $u_{2\max} \rightarrow 0$, что связано с увеличением одной из гибридных частот и с ещё более стремительным ростом соответствующего коэффициента затухания. С физической точки зрения — с неограниченным ростом быстродействия неограниченно растут и омические потери.

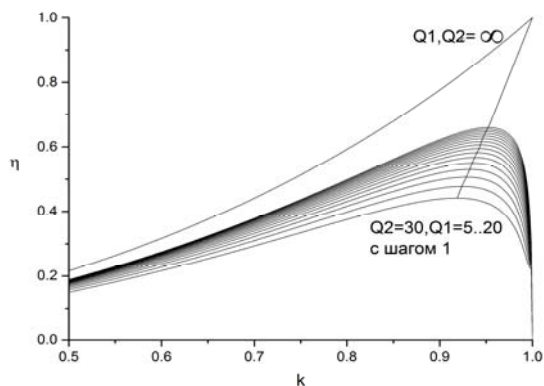


Рис. 4. Зависимость коэффициента передачи энергии во вторичную ёмкость ($\eta = u_{2\max}^2$) на первом максимуме вторичного напряжения от коэффициента связи (k) при различных значениях добротностей первичного (Q_1) и вторичного (Q_2) контуров

На рис. 4 показаны оптимальные значения коэффициента связи для различных добротностей. Видно, что при приближении к оптимуму зависимость КПД от коэффициента связи падает и увеличение добротности контуров выходит на первый план.

Результаты работы использованы для оптимизации импульсных рентгеновских аппаратов серии «ПИР» ИГиЛ СО РАН, построенных на основе трансформатора Тесла.

Выводы

- В идеальной системе, если пренебречь потерями, при работе на первой полуволне КПД растет с увеличением коэффициента связи — вплоть до 100%. При коэффициенте связи равном единице одна из гибридных частот устремляется к бесконечности и максимальное выходное напряжение

достигается мгновенно с максимальной эффективностью.

- Однако если учитывать неизбежные потери, существующие в реальных контурах, то потери бесконечно увеличиваются при коэффициенте связи стремящемся к единице, а КПД падает — вплоть до того, что исчезают сами колебания.

- Достичь коэффициента связи, близкого к единице, трудно из-за необходимости высоковольтной изоляции обмоток трансформатора. В реальных контурах сильноточных устройств величины добротностей контуров редко превышают значение 10.

- Для заданных добротностей контуров есть оптимальная величина коэффициента связи с наилучшим КПД, которую можно рассчитать, и к которой необходимо стремиться при разработке трансформатора.

- Снижение омических потерь в контурах является не менее важным условием повышения КПД ИРА с трансформаторами Тесла чем повышение коэффициента связи до оптимальной величины.

Список литературы

1. Абрамян Е. А. Сильноточные ускорители-трансформаторы: Препринт ИЯФ СО АН СССР № 17–70. Новосибирск. 1970. С. 36.
2. Импульсный ускоритель электронов «Акваген» / Авроров А. П., Астрелин В. Т., Бояринцев Э. Л., Капитонов В. А., Лагунов В. М. // Доклады Всесоюзной конференции по инженерным проблемам термоядерных реакторов. Ленинград: НИИЭФА, 1977. С. 170–177.
3. Васерман С. Б. Трансформатор Тесла в высоковольтных ускорителях заряженных частиц: Препринт ИЯФ СО АН СССР № 77–110. Новосибирск. 1979. С. 42.
4. Комяк Н. И., Пеликс Е. А. Портативные импульсные рентгеновские аппараты «Квант», ИРА-3, РИНА-1Д. // Атомная энергия. 1972. Т. 32. № 6. С. 520–522.
5. Завьялов Н. В., Канунов И. М., Полиенко Г. А., Хорошайло Е. С. Переносные импульсные рентгеновские аппараты «Аргумент-700» и «Аргумент-1000» с газовой изоляцией высоковольтных блоков // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. Научно-исследовательское издание. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2005, выпуск 10. С. 80–87.
6. Пальчиков Е. И., Биченков Е. И. Приборы и некоторые методы импульсной рентгенографии быстропротекающих процессов // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 3. С. 159–167.

7. Канторович М. И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. М.: Сов. радио, 1975. С. 320.

8. Биченков Е. И., Рабинович Р. Л. Переносные импульсные рентгеновские аппараты с безжелезным трансформатором. // Всесоюзная научно-

техническая конференция по высокоскоростной фотографии и фотонике: Тез. докл. Москва: НИИОФИ, 1978. С. 112–113.

9. Shampine L. F. & Thompson S. (2000). Event location for ordinary differential equations. *Comput. Math. Appl.* 39: 43–54.