

# ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ТЕПЛОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ ЭЛЕКТРОВЗРЫВЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОЛЬГИ НА МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

С. Д. Кузнецов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров, Нижегородская область, пр. Мира, 37, 607188, Россия

При исследовании возможности использования мощных электрофизических установок и генераторов для получения теплового вещества (ТПВ) при электровзрыве цилиндрической фольги возникает вопрос о пространственной однородности параметров образующегося ТПВ. Вычислены инкременты роста малых возмущений, возникающих из-за неоднородности вещества и технологических особенностей изготовления фольги, с учётом зависимости проводимости фольги от температуры и плотности в предлагаемой постановке экспериментов. Проведены расчёты для материалов, использование которых предполагается в эксперименте. Получены условия, при которых рост неустойчивостей разряда находится в приемлемых для измерений параметрах ТПВ пределах.

## Введение

В работах [0–0] были численно исследованы системы с различными источниками тока для получения ТПВ, образующейся при электровзрыве цилиндрической металлической фольги, окруженной изолятором, которые обеспечивают неплохую однородность ТПВ и предоставляет хорошие возможности для диагностики плазмы. Похожий метод для плоских фольг уже используется в ряде работ, например [0], при меньших величинах энергии в системе импульсной мощности.

Для возможности измерений важным является вопрос однородности и равномерности электровзрыва проводящей фольги при заданной процессом изготовления начальной неоднородности фольги. Экспериментально возникающие неоднородности электровзрыва фольги исследовались, например, в работе [0] при энерговыделении в фольге 2–5 кДж/г, соответствующем области после плавления материала фольги и близкой к электровзрыву. В случае зависимости параметров материала от температуры может происходить нарастание начальных неоднородностей температуры, что может приводить к локальному перегреву и электровзрыву отдельных областей фольги.

Обычно для цилиндрических лайнеров существенную роль играет развитие магнитной рэлей-тейлоровской неустойчивости (МРТ) [0, 0], связанной с ускорением массивной жидкости лайнера магнитным полем. Инкремент этой неустойчиво-

сти может быть оценен по магнитному давлению для тонкого лайнера из идеальной несжимаемой проводящей жидкости как

$$\gamma = \sqrt{kg}, \quad (1)$$

где  $g = P_{mag}/\rho d$ ,  $P_{mag} = B^2/8\pi$  – магнитное давление,  $\rho$ ,  $d$  – плотность и толщина лайнера. МРТ-неустойчивость в предложенной в работах [0-0] экспериментальной системе начинает развиваться на внутренней поверхности фольги, которая расположена под слоем изолятора и также отделена от центрального токопроводящего стержня слоем изолятора (рис. 1). Однако сама оценка (1) может быть завышенной из-за того, что обычно она относится к свободному лайнеру с магнитным давлением на одной границе и нулевым давлением на другой. В случае же системы рис. 1 необходимо учитывать наличие изоляторов, препятствующих свободному изменению лайнерных границ (по крайней мере, наличие плотности на границе лайнер-изолятор, т. е. наличие числа Атвуда, наличие прочности у изолятора, препятствующей росту коротковолновых возмущений). На внешней стороне фольги эти возмущения могут проявиться с некоторой временной задержкой, связанной с вовлечением всей массы фольги в движение. Значения волновых векторов  $k$ , при которых возмущения, выходящие на внешнюю границу, максимальны для грубой оценки МРТ-неустойчивости (1) будут определяться возмущениями с длинами волн порядка толщины лайнера, т.е.  $k \sim 1/d$ .

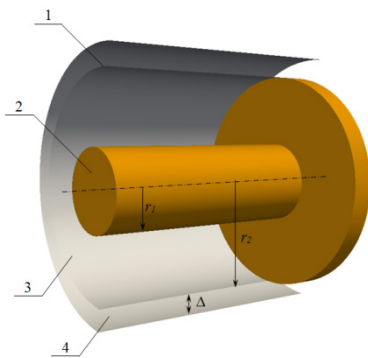


Рис. 1. Физическая схема нагрузки: 1 – фольга; 2 – центральный стержень; 3 – внутренний изолятор; 4 – внешний изолятор

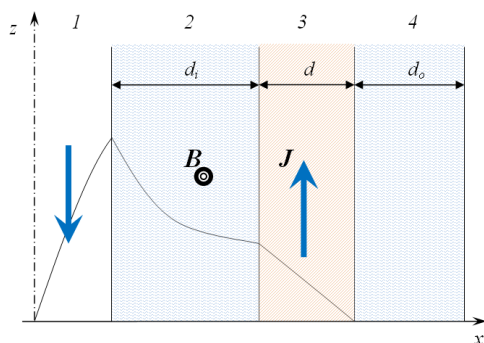


Рис. 2. Распределение тока и магнитного поля без возмущений по сечению системы

Для предложенной в [0] системы на момент проведения измерений важную роль может играть электротепловая (ЭТ) или перегревная неустойчивость, связанная с неравномерным нагревом вещества лайнера протекающим по нему током. Ниже проведено сравнение инкрементов роста МРТ-неустойчивости и электротепловой неустойчивости для системы [0] и показано, что верхние оценки инкрементов роста МРТ (грубая оценка (1)) и ЭТ неустойчивостей оказываются близкими, что может в принципе приводить к взаимовлиянию этих неустойчивостей. Проведено рассмотрение влияния ЭТ неустойчивости на нагрев фольги. Рассмотрение проведено в постановке близкой к использованной в работе [0] для электровзрыва проволочек в вакууме.

## 1. Физическая схема нагрузки и постановка задачи для определения инкрементов роста неустойчивостей взрывающейся фольги

Физическая схема мишени описана в работе [0]. Плоский разрез для задачи о распределении токов и полей по сечению системы представлен на рис. 2.

Расчётную область можно разбить на несколько подобластей: 1) центральный стержень; 2) изолятор между стержнем и фольгой; 3) фольга; 4) внешний изолятор. Ток, протекающий по центральному стержню, создаёт магнитное поле во внешних областях задачи, схематически показанное на рис. 2. Область между центральным стержнем и фольгой, содержащую изолятор, можно считать непроводящей, магнитное поле в этой области спадает по радиусу  $\sim 1/r$ . Внутри фольги, которая считается тоньше скин-слоя, ток равномерно распределён по сечению фольги, и если считать толщину фольги малой по сравнению с радиусом, магнитное поле спадает по линейному закону от величины поля на внутренней границе фольги до нуля на внешней границе.

Малая толщина фольги и рассмотрение возмущений с большими азимутальными числами позволяет считать задачу плоской. Удобно перейти к рассмотрению задачи в величинах линейной плотности тока или тока на единицу длины окружности фольги. Связь невозмущённого тока с электрическим полем может быть выписана как

$$E_{0z} = \eta I / 2\pi R d = \eta_s J_z. \quad (2)$$

В формуле (2) введены ток на единицу длины фольги и соответствующее удельное сопротивление для плоской фольги

$$\eta_s = \eta / d, \quad J_z = I / 2\pi R. \quad (3)$$

Связь между магнитным полем и током выражается через напряжённость электрического поля следующими уравнениями

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \mathbf{E} = \eta_s \mathbf{J}. \quad (4)$$

Добавочное магнитное поле вне фольги может быть выражено через некую потенциальную функцию  $\Psi$

$$\delta \mathbf{B} = -\nabla \Psi, \quad \Delta \Psi = 0. \quad (5)$$

Используя уравнения (4)–(5) получим для приращения тока

$$\delta J_z = -\frac{k_y^2}{k^2} \frac{\delta \eta_s}{\eta_s} J_z \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_0}},$$

где

$$\gamma_0 = 2\eta_s k / \mu = 2\eta k / d\mu. \quad (6)$$

$\gamma_0$  имеет смысл величины, определяющей характерную величину времени затухания возмущений распределения тока с волновым вектором  $k$  при постоянной величине проводимости. Оценка для длины волны  $\sim d$  равной толщине 60  $\mu\text{m}$  медной фольги, находящейся в начальном состоянии

$$\gamma_0(\lambda = d) = 2\eta / d^2 \mu \sim 5,59 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}. \quad (7)$$

В предположении несжимаемой фольги уравнение для баланса тепла имеет вид

$$\rho c_v d \frac{\partial T}{\partial t} = \eta_s J_z^2 + \nabla(\lambda d \nabla T). \quad (8)$$

Ищем решение для  $T$  в виде

$$T(t, \mathbf{r}) = T_0(t, \mathbf{r}) + \delta T(t, \mathbf{r}),$$

$$\delta T(t, \mathbf{r}) \sim \text{const} \cdot \exp(\gamma t + i \mathbf{k} \mathbf{r}). \quad (9)$$

Если считать, что вариация проводимости определяется изменением температуры, и, пренебрегая зависимостью теплоёмкости от температуры, то для инкремента роста температуры  $\gamma$  следующее выражение

$$\gamma = \frac{J_z^2}{\rho c_v d} \frac{\partial \eta_s}{\partial T} \left( 1 - 2 \frac{k_y^2}{k^2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_0}} \right) - \chi k^2. \quad (10)$$

Область волновых векторов, при которых может развиваться неустойчивость, получается из (10) при  $\gamma = 0$ :

$$A \left( \frac{k_z^2 - k_y^2}{k^2} \right) < k^2, \quad A = \frac{J_z^2}{\rho c_v d^2} \frac{\partial \eta}{\partial T} \frac{1}{\chi}. \quad (11)$$

Уравнение (11) представлено в записи симметричной по  $k_z$ ,  $k_y$ , чтобы показать симметрию решения в пространстве волновых векторов. Неустойчивости с разными направлениями роста могут развиваться при всех знаках зависимости производной удельного сопротивления от температуры. Область неустойчивости при разных знаках  $A$  показана на рис. 3. Для обычных металлов случай  $A > 0$  или роста сопротивления с нагревом  $\partial \eta / \partial T > 0$  соответствует области нагрева до электровзрыва, а случай  $A < 0$  или убывания сопротив-

ления с нагревом  $\partial \eta / \partial T < 0$  – области металлической плазмы. При  $A > 0$ , развиваются неустойчивости с волновым вектором параллельным оси (рис. 4b), которые в литературе называют стратификацией, а при  $A < 0$  с волновым вектором перпендикулярным оси цилиндра из фольги с током (рис. 4a), которые называют филаментацией.

Теплопроводность вдоль фольги подавляет развитие неустойчивостей для коротких волн с волновым вектором  $k \geq \sqrt{|A|}$ .

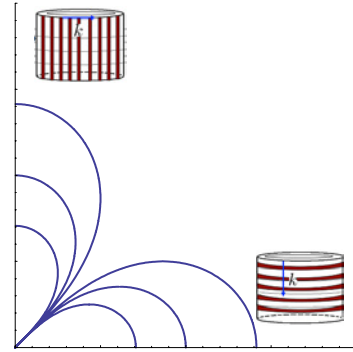


Рис. 3. Области неустойчивости в виде лепестков при разных знаках и величинах параметра  $A$

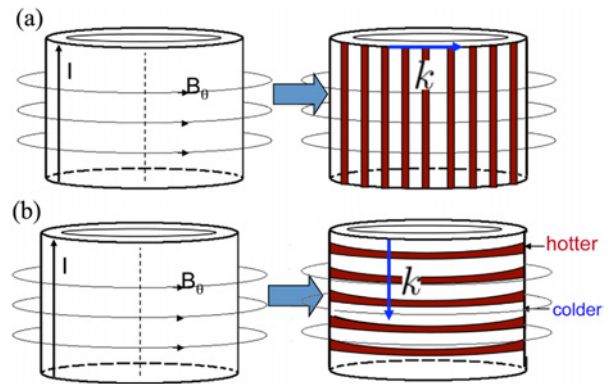


Рис. 4. Схематическое изображение неустойчивости оболочки с разным направлением  $\mathbf{k}$  из  $[0]$ .

На начальной стадии электровзрыва металлического проводника с температурой близкой к нормальной  $\partial \eta / \partial T > 0$ , максимальная величина получается для возмущений поперёк оси системы (или с волновым вектором вдоль оси)

$$\gamma = \frac{J_z^2}{\rho c_v d^2} \frac{\partial \eta}{\partial T} - \chi k^2. \quad (12)$$

Верхняя оценка инкремента роста получается, если процессы теплопроводности несущественны, и можно пренебречь вторым членом в уравнении

(12). В этом случае рост амплитуды возмущений не зависит от модуля волнового вектора, происходит равномерное «раздувание» профиля начальных возмущений.

Оценка зависимости теплопроводности материала от температуры по известному удельному сопротивлению может быть проведена с использованием закона Видемана-Франца  $\chi\eta = LT$ , где постоянная  $L = 2,45 \cdot 10^{-8}$  Вт·Ом/К<sup>2</sup>.

Граничная длина волны может быть вычислена как

$$\frac{1}{\lambda(\gamma=0)} = k(\gamma=0) \geq \sqrt{\frac{J_z^2}{L\rho c_\nu d^2} \frac{\eta \partial \eta}{T \partial T}}. \quad (13)$$

## 2. Вычисление инкрементов роста электротепловой неустойчивости для экспериментальных систем

Оценку инкремента по формуле (12) можно провести для нескольких рассмотренных ранее систем с целью выбора более устойчивой к росту начальных возмущений. Интегральная зависимость роста начальной амплитуды неустойчивостей может быть вычислена как

$$\exp(\Gamma); \Gamma = \int \gamma dt \quad (14)$$

Из-за квадратичной зависимости  $\gamma$  в (12) от  $J$  можно было бы ожидать существенную неустойчивость в системах с большей плотностью тока на единицу длины окружности фольги. Однако параметры нагрева, такие как температура и давление, также пропорциональны интегралу действия тока и зависят квадратично от плотности тока. Таким образом, относительный рост возмущений (по сравнению с растущими одномерными значениями) может быть невелик. Что касается сравнения различных систем по величинам и временам нарастания тока интегральный рост неустойчивостей оказывается близким для разных систем, разработанных для получения близких параметров плазмы.

Расчёты роста неустойчивости проводились с использованием одномерных расчетов по программе УП [8], с азимутальным магнитным полем двумя способами.

1) По полученным результатам расчётов для некоторой области в центре фольги находились величины, необходимые для расчёта инкрементов. Выбор центральной области обусловлен тем, что

результаты предыдущего раздела получены для фольги тоньше скин-слоя с равномерным распределением тока по сечению фольги. Оценка, получаемая по этому методу, применима на самой начальной стадии разогрева фольги, когда можно пренебречь работой фольги над окружающими её слоями изолятора.

2) Из выражения (12) следует независимость задач для достаточно удалённых сечений тонкой фольги по оси  $z$ , при условии, что температура не успевает выравняться между этими сечениями за счёт теплопроводности вдоль фольги. Проводились расчёты инкремента температуры в виде (9) и интегрального инкремента (14) с вариацией начальной толщины фольги (определение стратификации). При стремлении вариации этой толщины к 0 можно определить рост бесконечно малых возмущений для других величин задачи.

Рассмотрим более подробно рост неустойчивостей для токовой кривой и размеров нагрузки для сильноточной установки с трансформатором тока PHELIX [9]. Установка может выдавать ток в нагрузке  $\sim 5$  МА, за характерное время нарастания тока  $\sim 5$  мкс. Расчёты также проводились с током, уменьшенным по сравнению с номинальным значением  $I$  до величины  $\sim 0,7 I$ . Начальный радиус фольги составляет 1,5 см, а толщина фольги 62,5  $\mu\text{m}$ . Толщина внешнего изолятора с начальной плотностью  $\sim 1$  г/см<sup>3</sup> в этих расчётах составляла 2 см. Характерные параметры электровзрыва фольги для этой системы показаны на рис. 5.

Зависимость некоторых величин, характеризующих взрыв фольги (в центре взрывающейся фольги), от времени показана на рис. 6. Производная удельного сопротивления от температуры может быть выражена через производные температуры и удельного сопротивления от времени. Кривая, показывающая зависимость  $\Gamma = \int \gamma dt$  от времени для  $k_\nu = 0$  и  $\chi k^2 = 0$  в такой постановке, показана на рисунке 9 (кривая 2).

Для более корректной оценки инкрементов роста были произведены расчёты инкрементов роста методом варьирования толщины фольги. Результаты этих расчётов представлены на рисунке 7 на примере электровзрыва медной фольги толщиной 62,5  $\mu\text{m}$ . На рисунке 7 показана кривая роста бесконечно малых возмущений температуры. Из формулы (9) для  $\delta T(t) = T(t) - T_0(t)$  в момент времени  $t$  следует, где  $T(t)$  и  $T_0(t)$ , зависимости температуры от времени в произвольном и номинальном расчётах соответственно.

Если известна величина  $\delta T(t)$ , то величина  $\delta T(t + \Delta t) \sim \delta T(t) \exp(\gamma(t) \Delta t)$ .

Для конечного интервала времени  $\Delta t$   

$$\delta T(t) \sim \delta T(t_0) \exp\left(\int_{t_0}^t \gamma(t) dt\right)$$

На рисунке 9 изображена кривая  $e^\Gamma - 1 = \exp\left(\int_{t_0}^t \gamma(t) dt\right) - 1 \sim \delta T(t) / \delta T(t_0) - 1$ .

Так как набор интеграла  $\Gamma$  (14) достаточно малый на начальном участке токовой кривой, выбор начального момента времени  $t_0$  на этом участке мало влияет на максимальную величину интеграла  $\Gamma$ . Сравнение кривых с разной вариацией начальной толщины фольги показывает сходимость к некоторой кривой для бесконечно малых возмущений начальных условий.

Расчётный интегральный инкремент  $\Gamma$  возмущений вычисленный согласно формуле (14) изображён на рис. 9 (кривая 1). Кривые для  $\Gamma$ , вычисленные по разным методикам оказываются достаточно близкими. Также на рисунке показана кривая, отделяющая границу длины волны выше которой возможен рост ЭТ-неустойчивости, если учесть теплопроводность. Видно, что в процессе электровзрыва эффективно подавляются лишь коротковолновые неустойчивости, с длиной волны меньшей, чем  $1/d$ . Для сравнения на рисунке приведена кривая роста МРТ-возмущений (1) с длиной волны равной удвоенной толщине взрывающейся фольги. Из рис. 9 видно, что инкремент роста ЭТ-неустойчивости может оказаться в рассмотренных системах выше, чем для МРТ-неустойчивости.

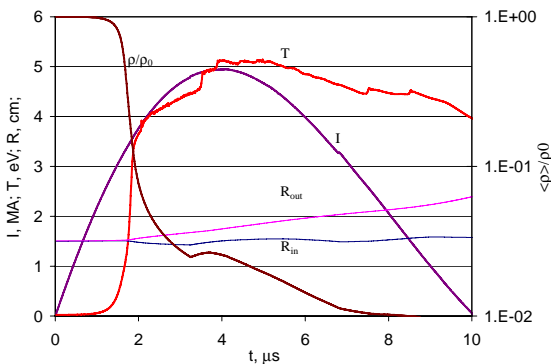


Рис. 5. Токовая кривая для установки PHELIX с максимумом 5 МА и характерным четверть периодом 5 мкс, внешний и внутренний радиусы фольги, средняя температура и плотность медной плазмы

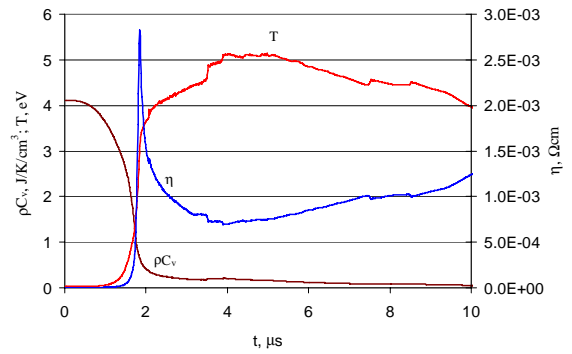


Рис. 6. Зависимости удельного сопротивления, теплоёмкости и средней температуры центральной области медной фольги от времени для токовой кривой установки PHELIX с максимумом 5 МА

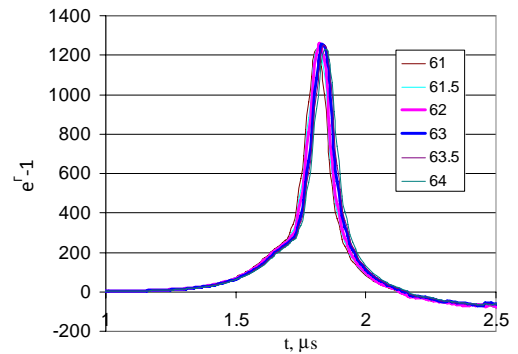


Рис. 7. Величина роста малых начальных возмущений, полученный из расчётов при вариации толщины фольги для фольги толщиной 62,5  $\mu\text{m}$  для расчёта с токовой кривой установки PHELIX

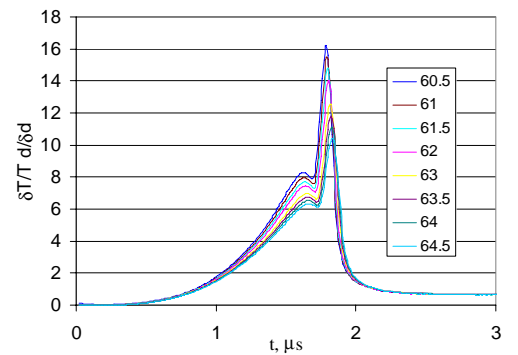


Рис. 8. Отношение относительного приращения температуры к относительному приращению толщины фольги для расчёта с токовой кривой установки PHELIX

На рисунке 12 показано отношение  $\delta T d_n / T_n \delta d \sim |\ln(T/T_n) / \ln(d/d_n)|$ , видно хорошее согласие всех кривых при разных вариациях толщины фольги, что говорит о близкой к линейной зависимости роста отклонения в температуре от вели-

чины начального возмущения толщины фольги, а также сходимость к некоей средней кривой при уменьшении толщины. При отличии в толщине фольги  $\pm 0,75 \mu\text{m}$  от номинальной толщины фольги максимальное отличие в температуре  $\sim 10\%$ .

Расчётные кривые логарифмов роста относительного приращения температуры без учёта процессов выравнивания за счёт теплопроводности для расчётов с различными толщинами фольги, разными величинами токов и разными материалами показаны на рис. 10. Кривые, соответствующие одинаковым материалам и толщинам фольги, но разным величинам максимальных токов заметно отличаются временами достижения максимумов инкрементов, при этом величины максимумов близки.

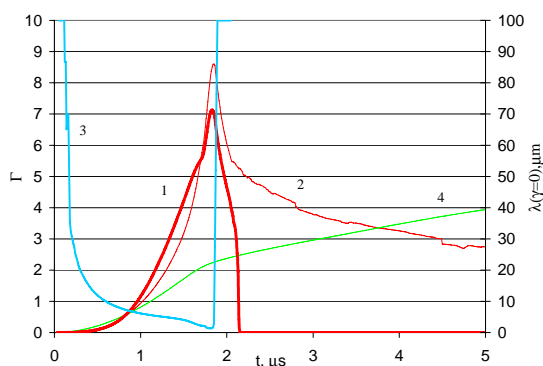


Рис. 9.  $\int \gamma dt$  из оценки (1) и расчёта для малых возмущений толщины (2), длина волны, ограничивающая сверху область роста возмущений (3), интегральный инкремент роста МРТ неустойчивости по формуле (1) для волны с  $\lambda = 2d(t)$  (4), фольга толщиной  $62,5 \mu\text{m}$

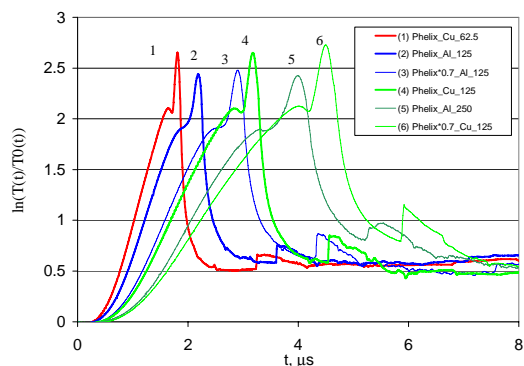


Рис. 10. Логарифм отношения относительного приращения температуры к относительному приращению толщины фольги для расчётов с Al и Cu фольгой разной толщины для токовых кривых установки Phelix с максимумами тока 5 и 3,5 MA и батареи с максимумом тока 1 MA

Несмотря на существенное отличие в величине рабочих токов системы обеспечивают примерно одинаковые параметры электровзрывной плазмы на выходе и дают близкие интегральные инкременты роста возмущений. Общая величина роста неоднородностей разогревов оказывается  $\sim 12-15 |\ln d/d_n|$  ( $|\ln d/d_n|$  характеризует начальную неоднородность). Эти величины показывают качество требуемой однородности начальных параметров фольги, по толщине фольги и однородности проводимости, порядка нескольких процентов, которое является вполне технически достижимым. Можно представить систему, в которой удалось достичь достаточной однородности фольги, чтобы можно было считать возмущения температуры малыми. В этом случае после изменения знака производной удельного сопротивления  $\partial\eta/\partial T$  в процессе электровзрыва, будет происходить частичное уменьшение интегрального инкремента роста до величин  $\sim 1,6-1,7$  начальной неоднородности. Но при этом начнётся рост возмущений, соответствующих филаментации, которые направлены параллельно оси.

## Заключение

Проведены расчёты развития ЭТ-неустойчивости в системах с взрывом фольги между слоями изолятора, для получения ТПВ при помощи мощных электрофизических установок (батарей и ВМГ). Вычислены инкременты роста для характерных токов для этих источников питания. При существенном отличии в токах и толщинах внешнего изолятора получены примерно одинаковые величины роста амплитуд начальной амплитуды неоднородностей в линейном приближении. Проведено сравнение инкрементов роста ЭТ и МРТ неустойчивостей, Показано, что инкремент роста ЭТ неустойчивостей может оказаться ведущим для рассматриваемых систем. Результаты оценок по расчётным данным указывают на необходимость правильного учёта изменения проводимости веществ при проведении многомерных расчётов развития неустойчивостей взрывающихся проводников.

## Список литературы

1. Буйко А. М., Гаранин С. Ф., Кузнецов С. Д., Рейновски Р. Е. Расчётное исследование электровзрыва алюминиевых и медных стержней и фольг с использованием спирального ВМГ для получения тёплого плотного вещества // Мощная им-

пульсная электрофизика: Сб. докл. Международной конференции XIV Харитоновские тематические научные чтения. Саров, 2012 г. Саров. РФЯЦ-ВНИИЭФ. С. 86–94, 2013.

2. Гаранин С. Ф., Кузнецов С. Д., Рейновски Р. Е. Исследование возможности использования установки RHELIX для получения тёплого плотного вещества при электровзрыве алюминиевой и медной фольги / ПМТФ, 2015. Т. 56, № 1. С. 17–23.

3. Korobenko V. N. and Rakhel A. D. Electrical resistivity and equation of state measurements on hot expanded aluminum in the metal-nonmetal transition range / Physical Review B 75, 064208, 2007.

4. Baksht R. B., Rousskikh A. G., Zhigalin A. S., Oreshkin V. I., Artyomov A. P. Stratification in Al

and Cu foils exploded in vacuum / Physics of Plasmas, 2015. 22, 103521.

5. Harris E. G. RayleighTaylor Instabilities of a Collapsing Cylindrical Shell in a Magnetic Field / Phys. Fluids, 1962. 5, 1057.

6. Ryutov D. D., Derzon M. S., Matzen M. K. The physics of fast Z pinches / Rev. Mod. Phys., 2000, January. No. 1, Vol. 72.

7. Oreshkin V. I. Thermal instability during an electrical wire explosion / Physics of Plasmas, 2008. 15, 092103.

8. Kyle J. Peterson, Daniel B. Sinars, Edmund P. Yu, Mark C. Herrmann, Michael E. Cuneo et al. Electrothermal instability growth in magnetically driven pulsed power liners / Phys. Plasmas, 2012. 19, 092701.