

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ – ГЕОМИГРАЦИИ

А. В. Расторгуев, кандидат. технич. наук, И. В. Капырин, Е. В. Левицкая, В. В. Сускин

АНО ЦАБ ИБРАЭ РАН, г. Москва
(по материалам презентации)

В 80 годы прошлого века за рубежом усилиями профессора О. Страка [1] и его учеников [2] начал развиваться метод аналитических элементов (МАЭ). В основе МАЭ – реализация гидрогеологической обстановки на основе распределённых источников-стоков, интенсивность которых может быть заранее известна (скважины) или найдена (водотоки). МАЭ может также рассматриваться как вариант метода граничных элементов [3]. Судя по публикациям, наиболее практически интересный круг задач, решаемых МАЭ, соответствует модели плановой стационарной геофильтрации:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(km \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(km \frac{\partial h}{\partial y} \right) + W + Q + \alpha(H - h) = 0 \quad (1)$$

где x, y – плановые координаты, Q – производительность откачивающих скважин, W – инфильтрационное питание, k – коэффициент фильтрации, m – мощность водоносного горизонта, h – напор подземных вод, α – проводимость ложа реки, H – абсолютная отметка уровня в реке.

При решении (1) МАЭ принимается, что параметры постоянны в границах выделенных зон. Решение проводится в потенциалах, которые соответствуют напорным и безнапорным условиям:

$$\begin{aligned} \Phi &= kmh - 0,5km \quad (h \geq m) \\ \Phi &= 0,5kh^2 \quad (h < m) \end{aligned} \quad (2)$$

В МАЭ часть источников-стоков известна заранее, часть должна быть найдена в результате решения системы уравнений,

которая получается для зависимостей в потенциалах в контрольных точках $i = 1, m$, расположенных в середине аналитических элементов:

$$\Phi_i = Q_1 R_{i,1} + Q_2 R_{i,2} + Q_3 R_{i,3} + \dots + Q_n R_{i,n} + C \quad (3)$$

Где Q_n – расход источника-стока, связанного с аналитическим элементом с номером n , $R_{i,n}$ функция влияния аналитического элемента – с номером n в контрольной точке i , C – постоянная интегрирования, для нахождения которой нужно значение потенциала в референтной точке $i = m$. Функции влияния – это решения для точечных, линейных и площадных стоков, известные из теории фильтрации. Для аналитического элемента скважина функция влияния равна:

$$R_{i,n} = \frac{1}{2\pi} \ln r_{i,n} \quad (4)$$

Где $r_{i,n}$ – расстояние от аналитического элемента n до точки i .

Совместное действие нескольких скважин реализуется методом суперпозиции. Для моделирования рек в методе реализован специальный тип аналитических элементов – **Линейный сток**. Он получен суперпозицией решений для точечных стоков таким образом, чтобы расходы отдельного стока и притока к реке в целом зависели от уровней, заданных в узловых точках отрезков аппроксимирующих реку. Для того, чтобы смоделировать сложную речную сеть – используют суперпозицию нескольких линейных стоков. Важной составляющей метода являются аналитические эле-

менты **неоднородность**. Данные элементы реализуются дуплетными источниками-стоками, на границах зон неоднородности (см рис. 1). При этом положительный знак имеют источники, расположенные в области с наибольшими фильтрационными свойствами. Суммарный расход такой системы равен нулю. Следует отметить, что такой подход соответствует условию 4 рода на границе зон неоднородностей, которое используется при аналитическом решении фильтрационных задач.

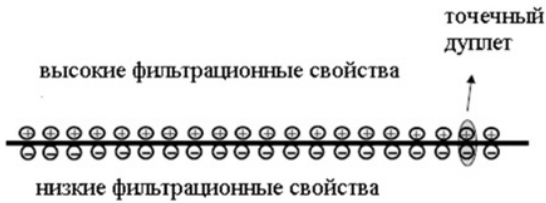


Рис. 1. Задание неоднородности с помощью дуплетных источников-стоков

Реальная обстановка моделируется в МАЭ совместной работой аналитических элементов разных типов.

Ниже проведено сопоставление результатов решения задачи двумя методами — МАЭ код GFLOW [2] и методом конечных разностей (МКР) код MODFLOW [4]. Условия задачи: в виде схемы представлены на рис. 2 и могут быть описаны следующим образом: безнапорный, плановый, подошва на отметке 130 м, мощность горизонта 30 м, коэффициенты фильтрации 3 и 10 м/сут, инфильтрационное питание 0,0002 м/сут вне свалки и на свалке 0,0005 м/сут, пористость 0,3, дебит откачивающей скважины 300 м³/сут.

Дискретизация задачи методом аналитических элементов представлена на рис. 3. Из этого рисунка следует, что для решения задачи МАЭ дискретизация необходима только вдоль границ расчетной области и зон неоднородности. Для метода конечных разностей дискретизация необходима внутри расчетной области с определенным шагом. В данном случае (см. рис. 4) была использована равномерная сетка с размером ячеек 20 м.

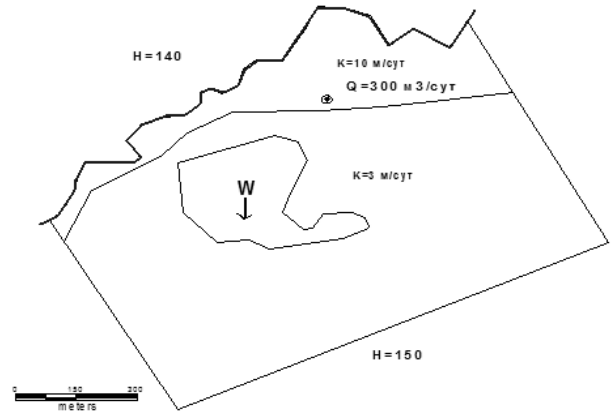


Рис. 2. Схематическое представление тестовой задачи

Сопоставление результатов расчетов, полученных двумя методами, в виде изолиний напоров показаны на рис. 5. Из этого рисунка следует, что результаты, полученные МАЭ близки к результатам расчетов полученных традиционным методом МКР. Близкое совпадение (см. рис. 6) было получено и при расчете траектории частиц проходящих к скважине от изохроны 300 суток (граница второго пояса ЗСО). Некоторое несоответствие возможно связано с более точной реализацией структуры потока подземных вод вблизи скважины в методе МАЭ.

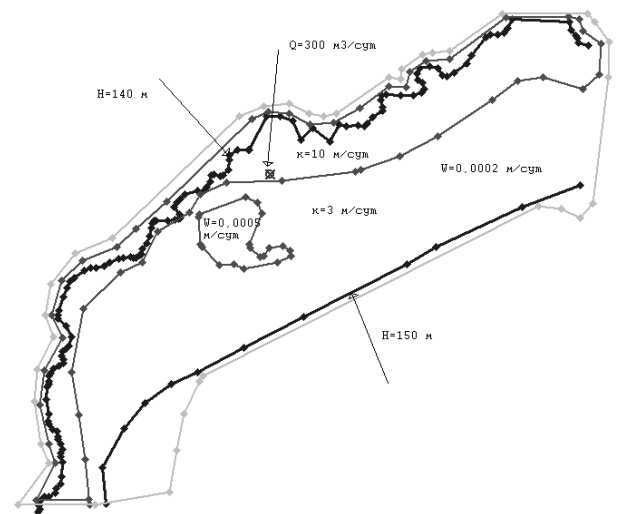


Рис. 3. Дискретизация расчетной области на аналитические элементы;

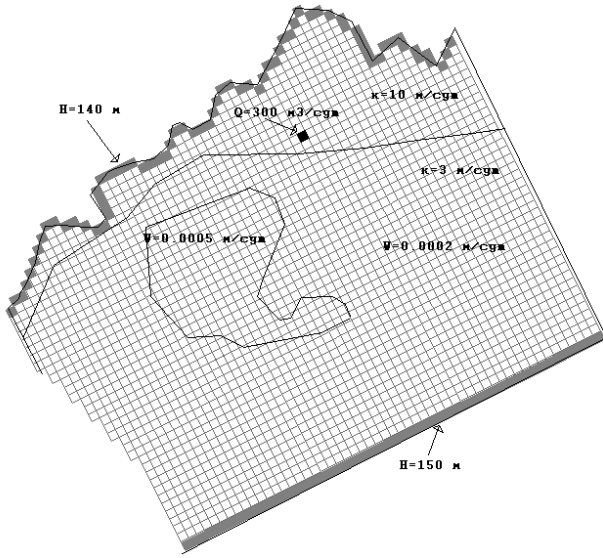


Рис. 4. Конечноразностная дискретизация расчетной области

Проведенные расчеты показывают близкие решения тестовой задачи, полученные МКР и МАЭ. Следовательно, метод МАЭ вполне применим для решения задач геофильтрации и геомиграции.

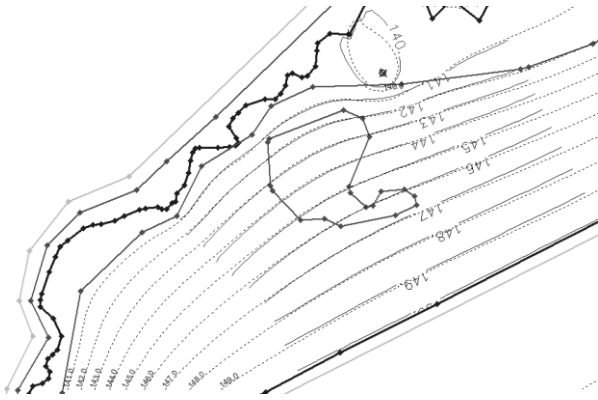


Рис. 5. Сопоставление изолиний напоров полученных МКР (сплошная линия) и МАЭ (пунктир)

Одной из областей применения МАЭ сейчас является решение региональных задач для обоснования границ детальных численных моделей. Пример такого подхода для решения одной из практических задач показан на рис. 7. Подробная конечно-объемная дискретизация в обоснованных МАЭ границах дана на рис. 8

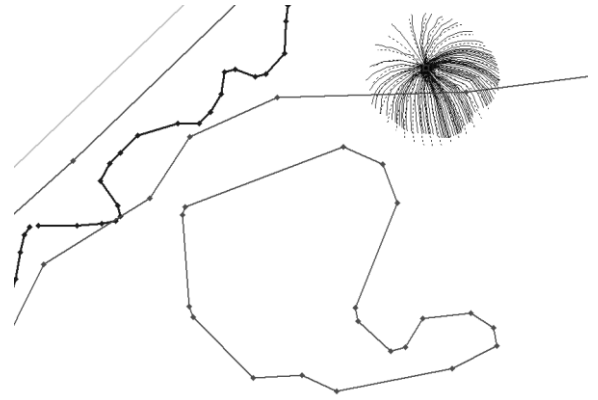


Рис. 6. Сопоставление траекторий движения частиц к скважине. МКР-РМРАТН (сплошная линия) и МАЭ (пунктир)

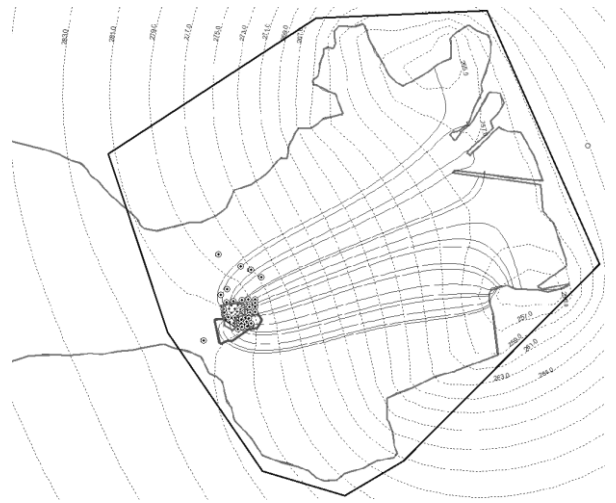


Рис. 7. Обоснование структуры потока и границ расчетной области с помощью МАЭ

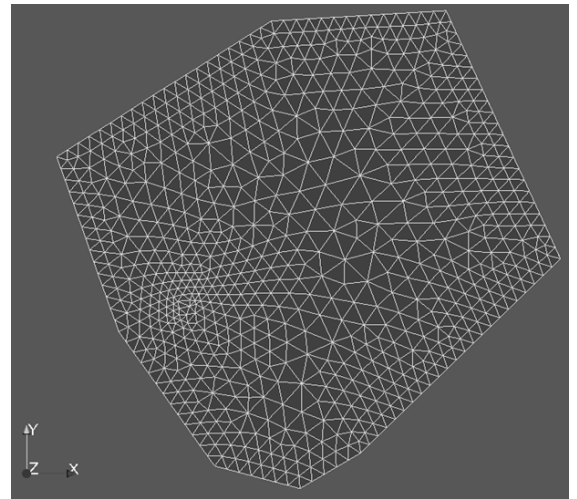


Рис. 8. Конечно-объемная дискретизация в границах обоснованных МАЭ

Выводы

Для обоснования применимости МАЭ была проведена кросс-верификация на основе сопоставления с расчётами программ основанных на методе конечных разностей (МКР) MODFLOW (фильтрация) и РМРАТН (траектории). Для этого на основе МАЭ и МКР проведено решение тестовой задачи – оценка распределений напоров и линий тока при работе водозаборной скважины у криволинейной реки с зоной повышенной проводимости вдоль русла и инфильтрационном питании, изменяющемся в плане. Результаты стационарных расчетов двумя методами были практически идентичны. При этом МАЭ не требует задания двумерной дискретизации и дает точное

решение на скважине (не требует поправки для перехода от блока к скважине).

Список источников

1. Strack, O.D.L., «Groundwater Mechanics» Prentice Hall, 1989.
2. Haitjema, H. M. (1995). Analytic Element Modeling of Groundwater Flow. Academic Press, Inc
3. Бреббия К. и др. Методы граничных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
4. McDonald, M. C. and A. W. Harbaugh, 1988. MODFLOW, A modular three-dimensional finite difference ground-water flow model, U. S. Geological Survey, Open-file report 83-875.