ПОПЕРЕЧНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС В ГЕРМЕТИЧНЫХ ЛЯН

TRANSVERSE HEAT TRANSFER IN HERMETIC NPL

В. Ю. Матьев
V. Yu. Matyev

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», Саров Нижегородской обл.
Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Scientific-Research Institute of Experimental Physics

Рассмотрены поперечный теплоперенос и профиль плотности газа в герметичных каналах ЛЯН (лазеры с ядерной накачкой). Показано, что поперечный профиль плотности газа близок к параболическому.

Transverse heat transfer and transverse gas density profile in hermetic NPL (nuclear pumped lasers) are considered. It is found that the gas density transverse profile is approximately parabolic.

Введение

Первые расчеты газодинамики ЛЯН, прояснившие общую картину, проводились во ВНИИЭФ численно [1]. Рассматривалось радиальное движение газа в цилиндрических кюветах, на внутреннюю поверхность которых нанесен урановый слой. Осколки деления, облучающие газ из этого слоя, производят неоднородный разогрев. Газ движется от горячих пристеночных областей к менее нагретому центру. Теплопроводность при этом практически отсутствует в основном объеме канала, и только у стенок образуется тонкий термический погранслой; теплоотвод на стенку замедляет рост давления газа. Для расчета динамики приосевых областей ЛЯН создан ряд одномерных аналитических моделей [2]–[5], имеющих термодинамический характер; теплопроводность учитывалась только в работе [2]. Показано [2], что теплоотвод на стенку, понижая давления газа, приводит к понижению температуры и плотности газа в приосевых областях. Обстоятельный расчет распределения плотности газа в цилиндрических ЛЯН сделан в работе [6], однако теплоотвод на стенку учитывался феноменологически. Здесь изложена последовательная аналитическая модель поперечного профиля плотности газа, на базе работы [2]. В основу положено разделение всего объема кюветы на две части (приосевая область и пристеночный погранслой), в каждой из которых применимы свои упрощения.

1. Формирование оптических неоднородностей

В основной области кюветы (где формируется лазерное излучение) газ можно полагать идеальным, невязким и нетеплопроводным, а давление газа P практически однородным [1]-[6], теплопроводность играет роль лишь у стенок. Энергия ΔE, поглощаемая элементом объема газа V, идет на рост его внутренней энергии $E_T = P\,V/(\gamma - 1)$ и работу на расширение $P\,\Delta V$ (здесь γ – показатель адиабаты, $\gamma = 5/3$). Термодинамическое уравнение процесса:

$$(\gamma-1)\Delta E = \gamma P \Delta V + V \Delta P\,. \qquad (1)$$

Переходя от объема V к плотности газа ρ с учетом сохранения массы ($\rho\,V = \text{const}$), полагая объем газа малым ($V \to \delta V$) и относя все изменения к малому промежутку времени δt, можно получить дифференциальное уравнение процесса разогрева газа [2]:

$$(\gamma-1)\frac{\delta E}{\delta V \delta t} = \frac{dP}{dt} - \frac{\gamma P}{\rho}\cdot\frac{d\rho}{dt}\,. \qquad (2)$$

Энерговклад осколков деления пропорционален плотности газа и плотности потока нейтронов. Выделяя эту зависимость в явном виде, энерговклад можно записать [2], [7] как

$$\frac{\delta E^*}{\delta V \delta t} = \frac{\rho(r,t)}{\rho_0}\cdot\frac{\Theta P_0}{\gamma-1}\cdot\psi(t)\cdot f(r_0)\,, \qquad (3)$$

где ρ_0 и P_0 – начальные значения плотности и давления газа; $\psi(t)$ – временной профиль потока нейтронов, нормированный на единицу по интегралу за импульс; параметр энерговклада Θ есть отношение энергии, поглощенной в кювете за импульс, ко внутренней энергии этого объема газа; $f\left(r_0\right)$ – безразмерная функция энерговклада, рассчитываемая согласно [7]; среднемассовое значение $f\left(r_0\right)$ в кювете равно единице. Для одномерной слоистой среды в практически важных случаях функцию энерговклада $f\left(r_0\right)$ можно полагать [1]–[2] фиксированной для лагранжевой координаты r_0, связанной с эйлеровой координатой r соотношением:

$$\rho\left(r,t\right)dr^g=\rho_0 dr_0{}^g\,,\qquad r=r\left(r,t\right), \tag{4}$$

где g – геометрический фактор: $g=1$ для плоской геометрии кюветы, $g=2$ для цилиндрической.

С учетом плотности потока тепла $q(r)$, энерговклад имеет следующий вид:

$$\frac{\delta E}{\delta V\delta t}=\frac{\delta E^*}{\delta V\delta t}-\operatorname{div}q\left(r\right),\quad q\left(r\right)=-\lambda\left(T\right)\frac{\partial T}{\partial r},\quad \operatorname{div}q\left(r\right)=\frac{1}{r^{g-1}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{g-1}q\left(r\right)\right), \tag{5}$$

где T – температура газа, $\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности газа.

Рассмотрим приосевые области в пренебрежении теплопроводностью. Согласно (2), (3),

$$\frac{\rho\left(r_0,t\right)}{\rho_0}\cdot\frac{\Theta}{\gamma}\cdot\psi\left(t\right)\cdot f\left(r_0\right)=\frac{1}{\gamma P_0}\cdot\frac{dP}{dt}-\frac{P\left(t\right)}{P_0}\cdot\frac{1}{\rho\left(r_0,t\right)}\cdot\frac{d\rho}{dt}.$$

Полагая давление известной функцией времени, в приближении идеального газа имеем [2]:

$$\frac{\rho_0}{\rho(r_0,t)}=\left(\frac{P_0}{P(t)}\right)^{1/\gamma}\cdot\left\{1+\frac{\Theta}{\gamma}\cdot f(r_0)\cdot\int_0^t\left(\frac{P_0}{P(t')}\right)^{\Gamma}\psi\left(t'\right)dt'\right\},\quad \Gamma=\frac{\gamma-1}{\gamma}=\frac{2}{5}. \tag{6}$$

$$\frac{T(r_0,t)}{T_0}=\frac{P\left(t\right)}{P_0}\cdot\frac{\rho_0}{\rho\left(r_0,t\right)}=\left(\frac{P(t)}{P_0}\right)^{\Gamma}\cdot\left\{1+\frac{\Theta}{\gamma}\cdot f\left(r_0\right)\cdot\int_0^t\left(\frac{P_0}{P\left(t'\right)}\right)^{\Gamma}\psi\left(t'\right)dt'\right\}, \tag{7}$$

где T_0 – начальная температура. Это решение получено в лагранжевых координатах. Связь с эйлеровой координатой r устанавливается соотношением непрерывности (4), с учетом (6):

$$r^g\left(r_0,t\right)=\left(\frac{P_0}{P\left(t\right)}\right)^{1/\gamma}\left\{r_0{}^g+\Psi\left(t\right)\cdot\int_0^{r_0^g}f\left(\xi\right)d\xi^g\right\},\quad \Psi\left(t\right)=\frac{\Theta}{\gamma}\cdot\int_0^t\left(\frac{P_0}{P(t')}\right)^{\Gamma}\psi\left(t'\right)dt'. \tag{8}$$

Однородное давление газа определяется энерговкладом, усредненным по объему кюветы, и теплоотводом через стенку кюветы; согласно (1), (3), (5),

$$\frac{dP}{dt}=(\gamma-1)\cdot\left\{\left\langle\frac{\delta E^*}{\delta V\delta t}\right\rangle-\frac{q_1(t)\cdot\Pi_0}{S_0}\right\}=\Theta P_0\cdot\psi(t)-(\gamma-1)\cdot q_1(t)\cdot\frac{2g}{d_0}, \tag{9}$$

где $q_1\,(t)$ – плотность потока тепла через стенку кюветы; Π_0 – периметр кюветы, S_0 – площадь поперечного сечения кюветы, d_0 – ширина (диаметр) кюветы, g – геометрический фактор; скобки $\langle\ldots\rangle$ означают усреднение по сечению кюветы.

Если теплоотводом можно пренебречь ($q_1=0$) решение (6)-(9) существенно упрощается [2]:

$$\frac{dP}{dt}=P_0\cdot\Theta\cdot\psi\left(t\right),\quad \frac{P\left(t\right)}{P_0}=1+\Theta\cdot\int_0^t\psi\left(t'\right)dt',\quad \Psi\left(t\right)=\frac{1}{\gamma}\int_0^{P(t)}\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\Gamma}d\left(\frac{P}{P_0}\right)=\left(\frac{P\left(t\right)}{P_0}\right)^{1/\gamma}-1; \tag{10}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho\left(r_0,t\right)}=\left(\frac{P_0}{P\left(t\right)}\right)^{1/\gamma}\left[1+\Psi\left(t\right)\cdot f\left(r_0\right)\right],\quad \frac{T\left(r_0,t\right)}{T_0}=\left(\frac{P\left(t\right)}{P_0}\right)^{\Gamma}\cdot\left[1+\Psi\left(t\right)\cdot f\left(r_0\right)\right]. \tag{11}$$

2. Пристеночный теплоперенос в газе

Как ни мал теплоперенос в приосевой области, у стенки он играет ключевую роль наряду с энерговкладом, поскольку температура газа на стенке равна температуре стенки, и градиент температуры газа у стенки определяется перепадом температуры между газом и стенкой. Уравнение теплопереноса в движущемся сжимаемом газе можно получить, подставляя в уравнение процесса (2) энерговклад (3),(5) и уравнение состояния идеального газа:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{1}{r^{g-1}} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^{g-1} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\rho(r,t)}{\rho_0} \cdot \frac{\Theta P_0}{\gamma - 1} \cdot \psi(t) \cdot f(r_0); \quad P = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho C_P T ,$$

где C_P – теплоемкость газа при постоянном давлении. Здесь частная производная по времени понимается в лагранжевом смысле. Зависимость коэффициента теплопроводности газа от температуры будет взята в приближении максвелловского газа: $\lambda(T) = \lambda_0 (T/T_0)$. Тогда

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \Gamma \frac{T}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} - \chi_0 \frac{\rho_0}{\rho} \cdot \frac{1}{r^{g-1}} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^{g-1} \frac{T}{T_0} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\Theta}{\gamma} T_0 \cdot \psi(t) \cdot f(r_0), \quad \chi_0 = \frac{\lambda_0}{\rho_0 C_P}, \quad \Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma}. \tag{12}$$

Переходя к лагранжевой координате r_0 согласно (4) и вводя адиабатический комплекс

$$H = \frac{T}{T_0} \cdot \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\Gamma} , \tag{13}$$

уравнение (12), с учетом того что $P = P(T)$, можно преобразовать к более каноническому виду:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - g^2 \chi_0 \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \frac{\partial}{\partial r_0{}^g}\left(r^{2g-2} \frac{\partial H}{\partial r_0{}^g} \right) = \frac{\Theta}{\gamma} \cdot \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\Gamma} \cdot \psi(t) \cdot f(r_0). \tag{14}$$

В бесконечной плоской геометрии ($g = 1$) задачу можно свести к формально линейному уравнению теплопроводности [2], вводя новую переменную – «динамическое время» τ:

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} - \chi_0 \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial r_0{}^2} = \frac{\Theta}{\gamma} \cdot \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\Gamma+1} \cdot \psi(t(\tau)) \cdot f(r_0); \qquad \frac{d\tau}{dt} = \frac{P(t)}{P_0}. \tag{15}$$

В цилиндрической геометрии ($g = 2$) в уравнении (14) эйлеров радиус r остается. С учетом (4), можно получить уравнение для одной переменной (эйлерова радиуса), поскольку

$$\frac{T(r_0,t)}{T_0} = \frac{P(t)}{P_0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho(r_0,t)} = \frac{P(t)}{P_0} \cdot \frac{dr^g}{dr_0{}^g}; \quad H = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{dr^g}{dr_0{}^g}.$$

Подставляя в (14) и интегрируя по радиусу, получаем систему уравнений, аналогично (15):

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tilde{\tau}} - 4\chi_0 \cdot \eta \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial r_0{}^2} = \frac{\Theta}{\gamma} \cdot \left(\frac{P_0}{P} \right)^{2\Gamma} \cdot \psi(t) \cdot \int_0^{r_0{}^2} f(\xi) d\xi , \quad \eta = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{1/\gamma} \cdot r^2 , \quad \frac{d\tilde{\tau}}{dt} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\Gamma} ,$$

при этом параболическое уравнение уже нелинейно. Поскольку теплоперенос существен лишь в пределах узкого пограничного слоя у стенки, для коротких импульсов теплоперенос можно приближенно полагать плоским и описывать его уравнениями (15). Пренебрегая влиянием противоположной стенки и полагая задачу полубесконечной, достаточно одного граничного условия: температура газа на стенке равна температуре стенки T_1. Удобно переопределить H:

$$H(x,\tau) = H_0(x,\tau) + H_1(\tau), \quad H_1(\tau) = \frac{T_1(\tau)}{T_0} \cdot \left(\frac{P_0}{P(\tau)} \right)^{\Gamma}, \quad H_0(x,\tau) = \frac{T(x,\tau) - T_1(\tau)}{T_0} \cdot \left(\frac{P_0}{P(\tau)} \right)^{\Gamma}, \tag{16}$$

координата x отсчитывается от стенки, $x = r_1 - r_0$, где r_1 – радиус кюветы. Тогда вместо (15)

$$\frac{\partial H_0}{\partial\tau}-\chi_0\cdot\frac{\partial^2 H_0}{\partial x^2}=F(x,\tau),\quad F(x,\tau)=\frac{\Theta}{\gamma}\cdot\left(\frac{P_0}{P(\tau)}\right)^{\Gamma+1}\psi\left(t(\tau)\right)\cdot f(x)-\frac{dH_1}{d\tau},\quad H_0(0,\tau)=0. \tag{17}$$

Решение уравнения (17) легко получить методом источников. Если в бесконечной среде в момент времени t' в тонком слое между плоскостями $x = \xi$ и $x = \xi + d\xi$ температура возрастает на величину δT_ξ за время δt, то последующее распределение температуры имеет вид:

$$T(x,\xi;t-t')=T_0+\frac{\delta T_\xi\cdot\delta\xi}{2\sqrt{\pi\chi(t-t')}}\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4\chi(t-t')}\right],$$

где χ – коэффициент температуропроводности среды. Тогда, с учетом граничного условия,

$$H_0(x,\tau)=\int_0^\tau\int_0^\infty\left\{\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4\chi_0(\tau-\tau')}\right]-\exp\left[-\frac{(x+\xi)^2}{4\chi_0(\tau-\tau')}\right]\right\}\frac{F(\xi,\tau')\,d\xi d\tau'}{2\sqrt{\pi\chi_0(\tau-\tau')}}. \tag{18}$$

Это формальное решение, так как в него входит не определенное еще давление P. Длина эффективного теплопереноса $\delta_T \cong (\chi_0 t)^{1/2}$ за время импульса $\tau_0 \cong 1$ мс достигает $\cong 0{,}3$ мм, что много меньше диаметра кюветы $d_0 \cong 2$ см, поэтому экспоненты в (18) ведут себя гораздо круче, чем функция энерговклада. Это позволяет существенно упростить решение (18), положив функцию $F(x,\tau)$ равной ее значению в максимуме затухающих экспонент. Тогда

$$H_0(x,\tau)=\int_0^\tau G(x;\tau,\tau')\,d\tau'; \tag{19}$$

$$G(x;\tau,\tau')\approx\int_0^\infty\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4\chi_0(\tau-\tau')}\right]\frac{F(x,\tau')d\xi}{2\sqrt{\pi\chi_0(\tau-\tau')}}-\int_0^\infty\exp\left[-\frac{(x+\xi)^2}{4\chi_0(\tau-\tau')}\right]\frac{F(0,\tau')d\xi}{2\sqrt{\pi\chi_0(\tau-\tau')}}=$$

$$=\frac{F(x,\tau')-F(0,\tau')}{2}+\frac{F(x,\tau')+F(0,\tau')}{2}\cdot\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\chi_0(\tau-\tau')}}\right);\quad \operatorname{erf}(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z\exp\left(-\zeta^2\right)d\zeta. \tag{20}$$

При $x = 0$, $G = 0$, $H_0 = 0$. На большом удалении от стенки, когда $\operatorname{erf}(z)\to 1$,

$$G(x;\tau,\tau')\approx\frac{F(x,\tau')-F(0,\tau')}{2}+\frac{F(x,\tau')+F(0,\tau')}{2}=F(x,\tau'),\quad \frac{x}{2\sqrt{\chi_0(\tau-\tau')}}>>1;$$

$$H_0(x,\tau)\approx\int_0^\tau F(x,\tau')\,d\tau'=\int_0^\tau\frac{\Theta}{\gamma}\cdot\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\Gamma+1}\cdot\psi\left(t(\tau)\right)\cdot f(x)\,d\tau'-\left[H_1(\tau)-H_1(0)\right].$$

С учетом (13),(16),

$$H(x,\tau)=\frac{T(x,\tau)}{T_0}\cdot\left(\frac{P_0}{P(\tau)}\right)^{\Gamma}=H_0(x,\tau)+H_1(\tau),\quad H_1(0)=1;$$

$$\frac{T(x,\tau)}{T_0}\left(\frac{P_0}{P(\tau)}\right)^{\Gamma}=1+\frac{\Theta}{\gamma}f(x)\int_0^\tau\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\Gamma+1}\psi\left(t(\tau)\right)d\tau'=1+\frac{\Theta}{\gamma}f(x)\int_0^{t(\tau)}\left(\frac{P_0}{P(t')}\right)^{\Gamma}\psi(t')\,dt',$$

что в точности совпадает с (7). Итак, решение (19)–(20) описывает изменение температуры газа от стенки до приосевых областей, где теплопроводность не играет роли.

Поток тепла на стенку задается градиентом температуры при $x = 0$. Из (13), (16), (19), (20),

$$\frac{\partial}{\partial x}T(x,\tau)=T_0\cdot\left(\frac{P(\tau)}{P_0}\right)^{\Gamma}\cdot\frac{\partial}{\partial x}H_0(x,\tau),\quad \frac{\partial}{\partial x}H_0(0,\tau)=\int_0^\tau\frac{\partial}{\partial x}G(0;\tau,\tau')\,d\tau'\approx\int_0^\tau\frac{F(0,\tau')}{\sqrt{\pi\chi_0(\tau-\tau')}}\,d\tau'.$$

С учетом того, что x – это *лагранжева* координата, плотность потока тепла на стенку

$$q_1(\tau)=\lambda(T_1)\cdot\frac{\rho(0,\tau)}{\rho_0}\cdot\frac{\partial}{\partial x}T(0,\tau)=\lambda_0\cdot\frac{P(\tau)}{P_0}\cdot\frac{\partial}{\partial x}T(0,\tau)=\frac{\lambda_0 T_0}{\sqrt{\pi\chi_0}}\cdot\left(\frac{P(\tau)}{P_0}\right)^{\Gamma+1}\cdot\int_0^{\tau}\frac{F(0,\tau')}{\sqrt{\tau-\tau'}}\,d\tau', \qquad (21)$$

$$F(0,\tau)=\frac{\Theta}{\gamma}\cdot\left(\frac{P_0}{P(\tau)}\right)^{\Gamma+1}\cdot\psi\big(t(\tau)\big)\cdot f_1-\frac{dH_1}{d\tau}. \qquad (22)$$

Подставляя полученный теплоотвод в (9), можно получить самосогласованное уравнение для давления газа [2]. Это сложное интегральное уравнение; но если теплоотвод рассматривать как возмущение (что допустимо для коротких импульсов), то, в приближении нулевого порядка, давление определяется только энерговкладом согласно (10); в приближении первого порядка, нужно подставить в (21)-(22) давление нулевого порядка [2]. Для холодной стенки, $T_1 \approx T_0$,

$$F(0,\tau)=\left(\frac{P_0}{P^*}\right)^{\Gamma+1}\cdot\left[\frac{f_1}{\gamma}\cdot\Theta\cdot\psi\big(t(\tau)\big)+\Gamma\frac{d}{d\tau}\left(\frac{P^*}{P_0}\right)\right]=\left(\frac{P_0}{P^*}\right)^{\Gamma+1}\cdot\left(\frac{f_1}{\gamma}+\Gamma\frac{P_0}{P^*}\right)\cdot\Theta\cdot\psi\big(t(\tau)\big), \qquad (23)$$

где $f_1 = f(r_0 = r_1)$, а $P^*(t)$ определяется согласно (10). При этом, согласно (15),

$$\tau(t)=\int_0^t\frac{P^*(t')}{P_0}dt'=t+\Theta\int_0^t(t-t')\psi(t')\,dt', \quad \frac{P^*(t)}{P_0}=1+\Theta\cdot\int_0^t\psi(t')\,dt'. \qquad (24)$$

Давление же рассчитывается по формуле (9), где даже для плоского погранслоя нужно брать $g = 2$; с учетом (21) и уравнения состояния идеального газа,

$$\frac{1}{P_0}\frac{dP}{dt}=\Theta\cdot\psi(t)-\frac{2\gamma}{\sqrt{\pi\tau_T}}\cdot\left(\frac{P^*(\tau)}{P_0}\right)^{\Gamma+1}\cdot\int_0^{\tau}\frac{F(0,\tau')}{\sqrt{\tau-\tau'}}d\tau', \quad \tau_T=\frac{d_0^2}{4\chi_0}. \qquad (25)$$

Для кюветы диаметром $d_0 \cong 2$ см, $\tau_T \cong 1$ с; при $\tau_0 \cong 1$ мс, второе слагаемое в правой части (25) имеет порядок $(\tau_0/\tau_T)^{1/2} \cong 0{,}03$; это и позволяет рассматривать теплоотвод как возмущение.

Оценим разогрев стенки. Глубина эффективного проникновения тепла в стенку l_{eff} за время t оценивается как $l_{\text{eff}} \cong (\chi_1 t)^{1/2}$, где χ_1 – температуропроводность стенки. Если в урановом слое выделится тепло, равное Q_1 на единицу длины кюветы, то часть этого тепла, равная εQ_1, поглотится в газе; в стенке же останется тепло, равное $(1-\varepsilon)Q_1$; разогрев стенки составит

$$\Delta T_1(t)\cong\frac{(1-\varepsilon)\cdot Q_1}{\rho_1 C_1\cdot l_{\text{eff}}(t)\cdot\Pi_0}=\frac{(1-\varepsilon)\cdot Q_1}{\Pi_0\cdot\lambda_1}\cdot\sqrt{\frac{\chi_1}{t}},$$

где ρ_1, C_1 и λ_1 – плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала стенки. Разогрев же газа можно грубо оценить как

$$\Delta T_0(t)\cong\frac{\varepsilon\cdot Q_1}{\rho_0 C_0\cdot S_0}.$$

Тогда

$$\frac{\Delta T_1(t)}{\Delta T_0(t)}\cong\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\cdot\frac{\rho_0 C_0}{\rho_1 C_1}\cdot\frac{S_0}{\Pi_0\cdot l_{\text{eff}}(t)}=\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\cdot\frac{\rho_0 C_0}{\rho_1 C_1}\cdot\frac{d_0}{2g\cdot l_{\text{eff}}(t)}.$$

Если, например, кювета диаметром $d_0 \cong 2$ см заполнена гелием при давлении 2 атм, а стенка кюветы изготовлена из алюминия, то, при $\varepsilon \approx 15$ %, $\Delta T_1/\Delta T_0 \approx 0{,}08$. Таким образом, приближение холодной стенки вполне правомерно, хотя учесть разогрев стенки несложно.

3. Расчет радиального профиля плотности

Временной профиль потока нейтронов реального нейтронного импульса, нормированный на единицу по интегралу за импульс, можно аппроксимировать формулой [6]:

$$\psi(t) = A_1\psi_0(t)\,; \quad \psi_0(t) = \mathrm{ch}^{-2}\left(a^*\frac{t-t_C}{\tau^*}\right), \quad a^* = 2\,\mathrm{Arch}\left(\sqrt{2}\right) = 1{,}763, \qquad A_1 = \frac{a^*}{2\tau^*}\,; \tag{26}$$

где t_C – время пика импульса, τ^*– ширина импульса на полувысоте. Здесь взято: $\tau^* = 0{,}5$ мс, $t_C = 4{,}5$ мс; тогда $A_1 = 1{,}76$ /мс. Такой профиль потока нейтронов хорошо интегрируется.

Удобно ввести «энергетическое время» $\theta(t)$ – общий энерговклад к моменту времени t, отнесенный ко внутренней энергии газа [2]:

$$\theta(t) = \Theta\cdot\int\limits_{-\infty}^{t}\psi(t')\,dt' = \frac{\Theta}{2}\left[1+\mathrm{th}\left(a^*\frac{t-t_C}{\tau^*}\right)\right], \qquad \theta(t\to\infty)\to\Theta. \tag{27}$$

«Динамическое время» (24) для профиля (26) можно выразить аналитически:

$$\tau(t) = t+\int\limits_{-\infty}^{t}\theta(t')\,dt' = t+\frac{\Theta}{2}\cdot\left\{(t-t_C)+\frac{\tau^*}{a^*}\ln\left[2\,\mathrm{ch}\left(a^*\frac{t-t_C}{\tau^*}\right)\right]\right\}. \tag{28}$$

Интегрирование здесь проведено таким образом, чтобы $\tau(t)\to t$ при $t\to-\infty$. Если конец импульса отнести к $t=\infty$, то значение τ к концу импульса $\tau_1 = \tau(t\to\infty)\approx t+\Theta(t-t_C)\approx t(1+\Theta)$.

Подставив (28) в (25) с учетом (27) и (24), получаем ход давления во времени:

$$\frac{P(t)}{P_0} = 1+\theta(t)-\frac{2\gamma}{\sqrt{\pi\tau_T}}\cdot\int\limits_{-\infty}^{t}\left\{\left(\frac{P^*(t')}{P_0}\right)^{\Gamma+1}\cdot\int\limits_{-\infty}^{\tau(t')}\frac{F(0,\tau')}{\sqrt{\tau(t')-\tau'}}d\tau'\right\}dt'\,, \qquad \frac{P^*(t)}{P_0} = 1+\theta(t). \tag{29}$$

На рис. 1–4 представлены результаты расчетов для кюветы диаметром $d_0 = 2.6$ см, газ He, $P_0 = 2$ атм; при этом диаметр кюветы вдвое меньше пробега осколков деления в газе; толщина уранового слоя также взята равной половине пробега. Параметр энерговклада взят $\Theta = 3$.

На рис. 1 показана зависимость давления от времени. На рис. 2 ход давления построен в зависимости от «энергетического времени» θ, что лучше проясняет роль теплоотвода.

На рис. 3 изображены приосевой и пристеночный профиль относительной плотности газа к концу импульса ($t = t_C + \tau^*$); давление рассчитано без учета теплоотвода. Результаты расчетов представлены в зависимости от относительного эйлерова радиуса $\Delta_r = 2\,r/d_0$. Видно, что приосевой термодинамический профиль плотности реализуется вплоть до пограничного слоя. На рис. 4 изображен приосевой профиль плотности (6) без учета теплопроводности, но давление рассчитано с поправкой на теплоотвод. Профиль плотности «проседает» за счет оттока газа к стенке, однако на градиент плотности это влияет слабо, проседание почти равномерно по радиусу. Графики построены примерно до погранслоя. Профиль плотности совпадает со своей параболической аппроксимацией по области примерно 80 % от радиуса.

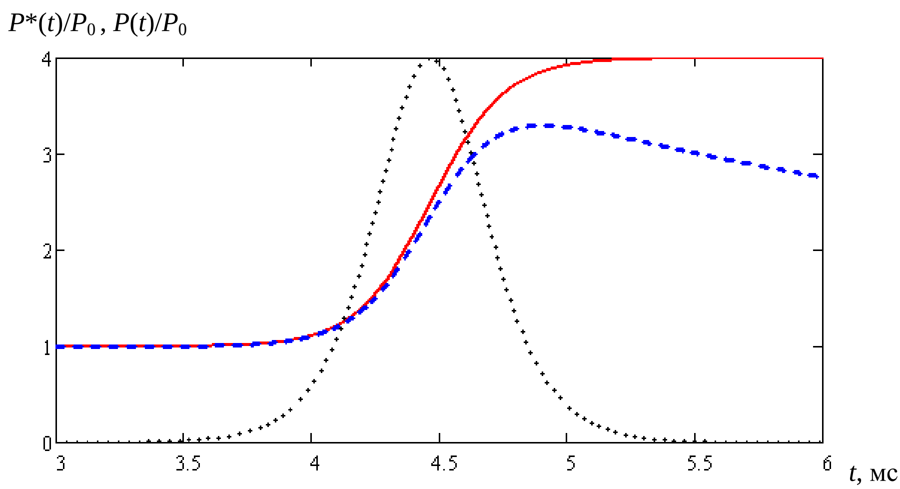

Рис. 1. Ход давления в кювете во времени ($\Theta = 3$): Сплошная линия – относительное давление P^*/P_0 без учета теплоотвода на стенку; штриховая линия – относительное давление P/P_0 с учетом теплоотвода на стенку; пунктир – временнóй профиль потока нейтронов

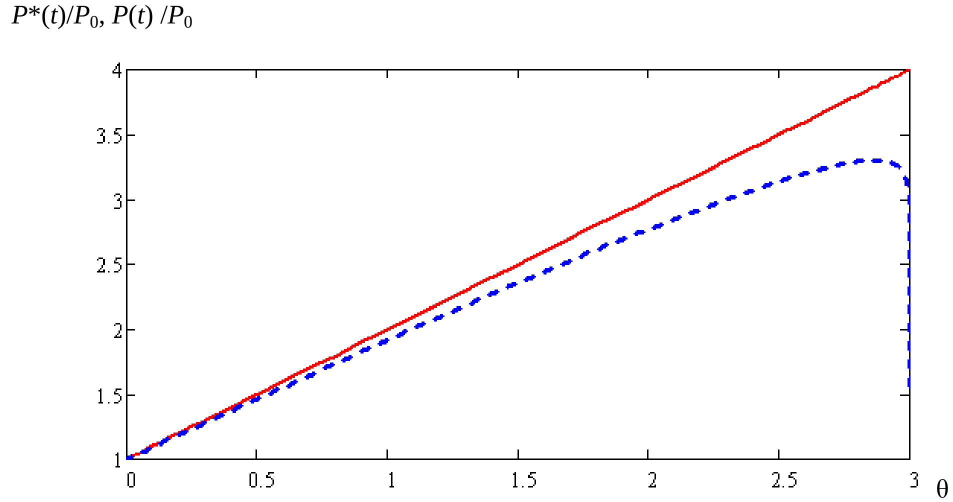

Рис. 2. Ход давления в зависимости от «энергетического времени» $\theta(\Theta = 3)$: Сплошная линия – относительное давление P^*/P_0 без учета теплоотвода на стенку; штриховая линия – относительное давление P/P_0 с учетом теплоотвода на стенку

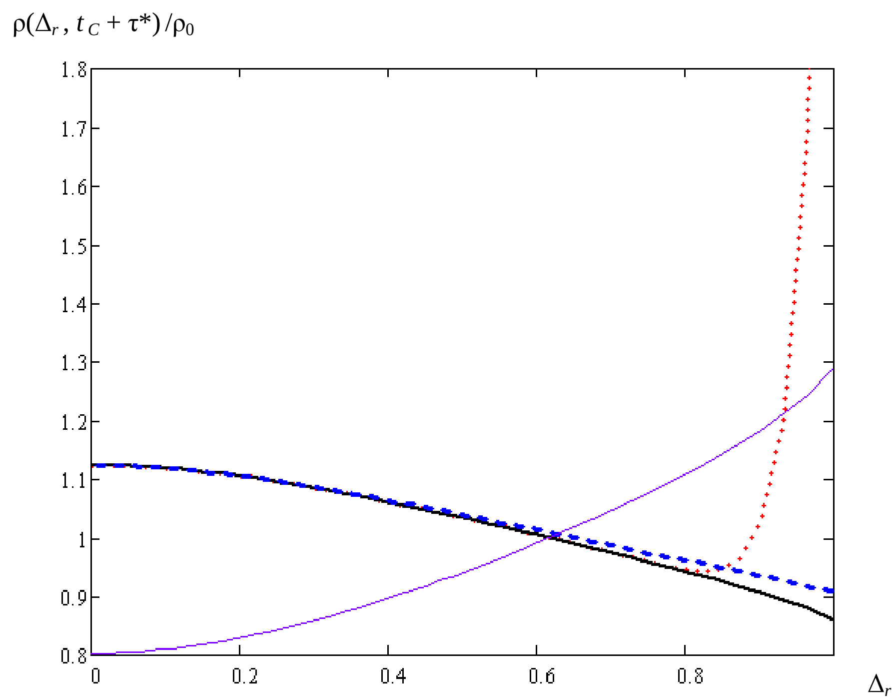

Рис. 3 Профиль плотности газа в конце импульса ($t = t_C + \tau^*$), без учета теплоотвода ($\Theta = 3$) $\rho(\Delta_r, t_C + \tau^*)/\rho_0$: Жирная линия – приосевой профиль относительной плотности без учета теплоотвода (11); пунктир – пристеночный профиль относительной плотности согласно (19)–(20); штриховая линия – параболическая аппроксимация приосевого профиля [6]; тонкая линия – функция энерговклада $f(r_0)$, рассчитанная согласно [7]

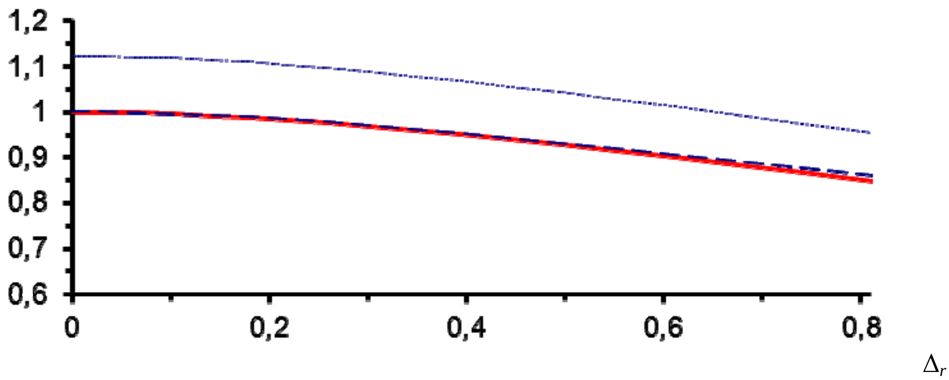

Рис. 4. Профиль плотности газа в конце импульса, с учетом теплоотвода (Θ = 3): Жирная линия – профиль относительной плотности (6) с учетом теплоотвода; штриховая линия – параболическая аппроксимация приосевого профиля; пунктир – профиль относительной плотности (11) без учета теплоотвода

Список литературы

1. Сизов А. Н., Дерюгин Ю. Н. Расчеты пространственных неоднородностей в цилиндрических газовых лазерах с накачкой осколками деления // ЖТФ. 1992. Т. 62, № 9. С. 107–111.

2. Матьев В. Ю. Газодинамика околоцентральных областей в герметичных каналах ЛЯН. Сборник докладов Второй конференции «Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой». Арзамас-16: ВНИИЭФ, 1995. Т. 1. С. 410–420.

3. Torczynski J. R. On the Motion of a Gas Experiencing Range-Dependent Volumetric Heating // J. Fluid. Mech. 1989. Vol. 201. P. 167–188.

4. Анучин М. Г., Гребенкин К. Ф., Кандиев Я. З. и др. Расчетное исследование накачки газовой среды заряженными частицами – продуктами ядерных реакций // ЖТФ. 1991. Т. 61, № 1. С. 3–8.

5. Гулевич А. В., Дубовская В. А., Зродников А. В. и др. Расчетное исследование газодинамических и тепловых характеристик лазерно-активного элемента // Сборник докладов конференции «Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой» (Обнинск, ФЭИ, 1992–1993). Т. 3. С. 77–82.

6. Матьев В. Ю., Боровков В. В., Мельников С. П. Оптические неоднородности в цилиндрических лазерах с ядерной накачкой // Квантовая электроника, 2000. Т. 30, № 3. С. 215–220.

7. Матьев В. Ю. Энерговклад осколков деления в лазерах с ядерной накачкой. I. Общий метод расчета // ЖТФ. 2001. Т. 71, № 1. С. 72–78.