

УДК 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММНО-ТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ИСКЕНДЕР

В. М. Конюхов, И. В. Конюхов, С. В. Краснов
(КФУ, г. Казань; НПЦ "Нефте-Газ", г. Саров)

Дано описание математического обеспечения программно-технического комплекса ИСКЕНДЕР, разработанного на основе методов математического и численного моделирования взаимосвязанных термо- и гидродинамических процессов, происходящих при движении многофазных потоков в трубах наклонно-направленной скважины, проточных каналах погружного электроцентробежного насоса и пористой среде нефтяного пласта сложной структуры. Пакет предназначен для экспресс-анализа эксплуатационных режимов работы добывающих скважин с вертикальным или горизонтальным окончанием, решения задач оптимизации таких режимов, ведения хранилища данных по нефтяным месторождениям и подземному оборудованию скважин. Приведены примеры решения некоторых задач, иллюстрирующие работу модулей пакета.

Ключевые слова: математическое обеспечение, пакет программ, численное моделирование, многофазные потоки, нефтяной пласт, добывающая скважина, электроцентробежный насос, хранилище данных.

Введение

Математическое и численное моделирование сложных процессов тепломассопереноса при течении многофазных сред в трубах нефтедобывающих скважин, оборудованных установками электроцентробежных насосов (УЭЦН), представляют собой один из наиболее эффективных и экономичных способов исследования таких скважин, оптимизации и подбора подземного оборудования. При этом скважина и нефтяной пласт образуют единую систему, что требует учета взаимосвязанности происходящих в них процессов при решении задач нефтедобычи, разработки и оптимизации. Ситуация еще более осложняется, если скважина с вертикальным окончанием вскрывает многопластовую нефтяную залежь и необходимо получить расчетные оценки дебитов каждого из пропластков либо если горизонтальный ствол наклонно-направленной скважины проходит через неоднородный по структуре пласт и требуется оценить эффективность работы отдельных участков ствола.

Программно-технический комплекс (ПТК) ИСКЕНДЕР разработан на основе методов математического и численного моделирования процессов, происходящих при движении многофазных потоков в трубах скважины, проточных каналах погружного электроцентробежного насоса (ЭЦН) и пористой среде нефтяного пласта. ПТК представляет собой компьютерную систему для хранения данных по месторождениям и подземным скважинам, оборудованным УЭЦН, экспресс-анализа эксплуатационных режимов работы добывающих наклонно-направленных скважин с вертикальным или горизонтальным окончанием, решения задач оптимизации таких режимов на основе общей математической модели взаимосвязанных термо- и гидродинамических процессов в единой системе *пласт—скважина—УЭЦН*.

ПТК ИСКЕНДЕР имеет систему подготовки исходных данных (препроцессор), предназначенную для систематизации, накопления и хранения в базах данных (БД) физико-химических свойств фаз добываемой продукции, инклинометрии наклонно-направленных скважин, характеристик ступеней ЭЦН и погружных электродвигателей, фильтрационно-емкостных параметров пластов, параметров

разгазирования нефти и другой информации. Вычислительным модулем пакета является процессор, реализующий расчет основных характеристик общей системы *пласт—скважина—УЭЦН* (полей давления, водо- и газосодержания и т. д.) с использованием реальных промысловых данных. Визуализация результатов расчетов осуществляется с помощью постпроцессора — набора программных модулей, позволяющих строить зависимости различных характеристик процессов в каждом из отдельных элементов системы (в скважине, ЭЦН и пласте), а также интегральные характеристики насосной установки *напор—подача, КПД—подача, мощность—подача* с указанием на них текущей рабочей точки ЭЦН.

Математическое обеспечение

Для расчета характеристик двухфазного фильтрационного потока несмешивающихся жидкостей (воды и нефти) в вертикальном разрезе плоскорадиального слоисто-неоднородного пласта, вскрытого вертикальным окончанием наклонно-направленной скважины, используются уравнения [1–3]

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{V} = -K K^* \cdot \nabla \bar{P}, \quad K^* = \frac{K_1^*}{\mu_1} + \frac{K_3^*}{\mu_3}, \quad (1)$$

где \bar{P} — давление; \mathbf{V} — вектор суммарной скорости фильтрации; μ_i — вязкость i -й фазы ($i = 1$ — нефть; $i = 3$ — вода); $K_i^*(S)$ — относительная фазовая проницаемость i -й фазы, зависящая от водонасыщенности S ; K — абсолютная проницаемость пористой среды. Закачка воды осуществляется на проницаемой поверхности контура $\Gamma_{\text{п}}$ питания. Уравнения (1) решаются при заданных значениях давления $\bar{P}|_{\Gamma_{\text{п}}} = P_{\text{к}}$ на контуре $\Gamma_{\text{п}}$ и $\bar{P}|_{\Gamma_{\text{Д}}} = P_{\text{з}}$ на перфорированной поверхности $\Gamma_{\text{Д}}$ забоя добывающей скважины. На границах слоев, где абсолютная проницаемость K терпит разрыв первого рода, выполняются условия сопряжения: $[\bar{P}] = 0$, $[V_z] = 0$. Кровля и подошва пласта непроницаемы.

Если задано распределение водонасыщенности S по продуктивным пропласткам, то суммарный массовый приток $G_{\text{Д}}$ из пласта (дебит скважины) и его обводненность θ определяются в результате решения фильтрационной задачи (1). Если же задано значение θ на забое скважины, то с использованием функции Баклея—Леверетта $f(S) = K_1^*/K_*$ (доли воды в суммарном фильтрационном потоке) сначала восстанавливается поле насыщенности S , а затем находится распределение давления, скоростей фильтрации фаз в пласте и дебит добывающей скважины $G_{\text{Д}}$.

Трехмерная фильтрация в пласте с горизонтальным окончанием скважины также описывается уравнениями (1).

Продукция, поступающая из пласта, движется к поверхности земли по трубам наклонно-направленной скважины. Ее кусочно-линейный профиль строится по инклинометрическим данным и характеризуется изменениями зенитного и азимутального углов по глубине скважины. При построении одномерной модели течения трехфазной смеси вдоль оси скважины ее трехмерный профиль заменяется двумерной разверткой в плоскости Oxz с сохранением длины участков труб и зенитного угла. Система уравнений установившихся термогидродинамических процессов в скважине, полученная в результате осреднения характеристик газоводонефтяного потока по ортогональному к оси скважины сечению, дополняемая соотношениями, связывающими различные характеристики смеси, по аналогии с [4–6] может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_{\text{к}}} \frac{d}{dz} \sum_{i=1}^3 G_i \bar{w}_i &= -\frac{dP}{dz} - \frac{2\tau_{\text{ст}}}{r_{\text{к}} \cos \phi} + \rho g; \quad J = \frac{\rho_1 w (1 - \varphi_2 - \varphi_3)}{1 - C_{\text{н}} F} \frac{d(C_{\text{н}} F)}{dz} \cos^{-1} \phi; \\ \frac{dT}{dz} \sum_{i=1}^3 G_i C_{\text{P}i} &= T \frac{dP}{dz} \sum_{i=1}^3 \frac{G_i}{\rho_i} \alpha_{\text{P}i} + \frac{2\pi r_{\text{к}} (\tau_{\text{ст}} w - q_{\text{ст}}) + f_{\text{к}} (Q_{\text{V}} - J L)}{\cos \phi}; \quad w = \frac{G}{f_{\text{к}} \rho_{\beta}}; \quad \rho = \sum_{i=1}^3 \rho_i \varphi_i; \quad (2) \\ \rho_{\beta} &= \sum_{i=1}^3 \rho_i \beta_i; \quad \beta_3 = \frac{G_3 [\rho_1 (1 - \beta_2) + \rho_2 \beta_2]}{\rho_3 (G - G_3) + \rho_1 G_3}; \quad \beta_2 = \frac{G_2 \rho_1 \rho_3}{\rho_3 [\rho_1 G_2 + \rho_2 (G - G_2)] + G_3 \rho_2 (\rho_1 - \rho_3)}. \end{aligned}$$

Здесь z — координата по оси Oz , проходящей через устье скважины и имеющей начало на кровле пласта; ρ_i , \bar{w}_i , G_i , φ_i и β_i — средние по сечению канала площадью f_k плотность, скорость (*средневзвешенная*), массовый расход, истинное и расходное объемные содержания i -й фазы (нижние индексы 1, 2 и 3 относятся к нефтяной, газовой и водной фазам соответственно); C_{Pi} ($i = \overline{1,3}$) — коэффициенты Зубера для фаз; P , T , ρ , w , G — давление (одинаковое для всех фаз), температура, плотность, объемная скорость и массовый расход смеси; $\bar{w}_1 = w(1 - \beta_2 - \beta_3)/(1 - \varphi_2 - \varphi_3)$, $\bar{w}_j = C_j w + v_j$ ($j = 2, 3$), где C_j — аналоги коэффициента Зубера, учитывающие неравномерность распределения по сечению площадью f_k скорости смеси w и объемных истинных концентраций j -й дисперсной фазы, а v_j — скорость ее дрейфа; α_{Ti} , α_{Pi} — коэффициенты теплового расширения и объемной упругости i -й фазы; Q_V — отнесенная к единице объема смеси линейная мощность распределенных вдоль насосно-компрессорных труб (НКТ) внешних источников тепла, обусловленных потерями электроэнергии в кабеле, питающем УЭЦН; $\tau_{ст}$ и $q_{ст}$ — средние по периметру канала касательное напряжение и плотность теплового потока на стенке канала; J — массовая скорость образования газовой фазы за счет нефтяной, отнесенная к единице объема смеси; L — скрытая теплота растворения газа в нефти; C_H — массовая концентрация газа, растворенного в нефти при давлении P выше давления P_H насыщения нефти газом; $F(P/P_H, T)$ — обобщенный коэффициент растворимости газа в нефти; r_κ — радиус канала (значение $\kappa = 0$ соответствует участку $0 < z < z_\exists$ обсадной колонны скважины ниже точки z_\exists подвески погружной УЭЦН, $\kappa = 1$ — участку НКТ при $z_\exists < z < H_c$, где H_c — координата устья скважины; $r_1 < r_0$); g — проекция вектора ускорения силы тяжести на ось Oz ; $\phi = \phi(x, z)$ — угол наклона профиля скважины относительно оси Oz .

Расчет процессов тепломассопереноса при движении смеси в каналах ЭЦН и параметров работы отдельных ступеней ЭЦН осуществляется на основе системы дифференциальных уравнений [5, 6], обобщающей дискретную схему П. Д. Ляпкина и В. И. Игровского [7]:

$$\frac{dP}{dm} = g\rho M \Delta H; \quad \frac{dT}{dm} \sum_{i=1}^3 \frac{G_i}{Q} C_{Pi} = \left(T \sum_{i=1}^3 \alpha_{Pi} \beta_i + \frac{1-\eta}{\eta} \right) \frac{dP}{dm} - \rho L \frac{d(C_H F)}{dm}; \quad 0 < m \leq 1. \quad (3)$$

Здесь m — доля ступеней, пройденных потоком; M — общее число ступеней в насосном узле; ΔH , $Q = G/\rho$ и η — напор, подача и коэффициент полезного действия (КПД), характеризующие работу отдельной ступени ЭЦН при перекачке смеси.

Уравнения (2), (3) включают в себя как частные случаи уравнения однофазного (нефтяного или водного) и двухфазного (газонефтяного или водонефтяного) потоков в скважине и каналах ЭЦН.

Сопряжение математических моделей

Условия сопряжения решений систем уравнений (1) и (2) связывают характеристики фильтрационного потока и потока в обсадной колонне при $z = 0$ на забое скважины:

$$P|_{z=0} = P_3; \quad T|_{z=0} = T_3 = T_{пл}; \quad \beta_3|_{z=0} = \theta; \quad G|_{z=0} = G_D. \quad (4)$$

Эти условия позволяют найти термогидродинамические характеристики смеси в обсадной колонне скважины на участке $0 < z < z_\exists$ от ее забоя до координаты z_\exists подвески УЭЦН.

Для сопряжения решений систем (2) и (3) на приеме УЭЦН (на входе в насосный узел при $z = z_{\exists-0}$) служат аналогичные условия:

$$\begin{aligned} P|_{m=0} &= P|_{z=z_{\exists-0}}; & T|_{m=0} &= T|_{z=z_{\exists-0}}; & G|_{m=0} &= G|_{z=z_{\exists-0}}; \\ \beta_3|_{m=0} &= \beta_3|_{z=z_{\exists-0}}; & \beta_2|_{m=0} &= \beta_2|_{z=z_{\exists-0}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь параметры потока в точке $z = z_{\exists-0}$ находятся из решения уравнений (2) на участке скважины $0 < z < z_\exists$.

Условия (5) позволяют решить уравнения (3) и найти характеристики трехфазного потока вдоль ступеней ЭЦН, в том числе значения $P|_{m=1}$, $T|_{m=1}$, $G|_{m=1}$, $\beta_2|_{m=1}$ и $\beta_3|_{m=1}$ на выкиде насоса.

Эти значения являются граничными для задачи (2) при $z_{\Theta} < z < H_c$. Соответствующие условия сопряжения в точке $z = z_{\Theta+0}$ (на входе в НКТ) имеют вид

$$\begin{aligned} P|_{z=z_{\Theta-0}} &= P|_{m=1}; & T|_{z=z_{\Theta+0}} &= T|_{m=1}; & G|_{z=z_{\Theta+0}} &= G|_{m=1}; \\ \beta_3|_{z=z_{\Theta+0}} &= \beta_3|_{m=1}; & \beta_2|_{z=z_{\Theta+0}} &= \beta_2|_{m=1}. \end{aligned} \quad (6)$$

На устье скважины при $z = H_c$ ставится граничное условие

$$P|_{z=H_c} = P_{уст},$$

где $P_{уст}$ — заданное устьевое давление.

Очевидно, такая постановка требует решения обратной задачи, поскольку в общем случае величины P_3 , θ , G_D являются неизвестными. Прямая задача (1)–(6) решается методом конечных разностей. Для нахождения решения обратной задачи используются итерационные методы. Соответствующие численные модели и алгоритмы расчета процессов в системе *пласт–скважина–УЭЦН* реализованы в ПТК ИСКЕНДЕР.

Пересчет напора и подачи ступени ЭЦН с воды на неоднородные смеси

Важным моментом замыкания математической модели (3) является построение соотношений для вычисления значений ΔH и η . В известной методике [7–9] П. Д. Ляпкова пересчета *рабочих* параметров ступени с воды на вязкую жидкость или неоднородную смесь используются коэффициенты K_H , K_Q относительных напора и подачи и относительный КПД K_{η} :

$$K_H = \frac{\Delta H}{\Delta H_B}; \quad K_Q = \frac{Q}{Q_B}; \quad K_{\eta} = \frac{\eta}{\eta_B}, \quad (7)$$

отражающие снижение напора ΔH , подачи Q и КПД η при перекачке вязкой жидкости или смеси по сравнению с соответствующими показателями ΔH_B , Q_B , η_B работы ступени ЭЦН на воде.

Графики полуэмпирических критериальных зависимостей $K_Q = K_H = K_{Q,H}(\text{Re}_{\Theta}, q_B)$ от числа Рейнольдса Re_{Θ} для пяти характерных значений относительной подачи $q_B = Q_B/Q_B^*$ ступени на воде, построенные П. Д. Ляпковым на основе обработки многочисленных экспериментальных данных, представлены на рис. 1. Здесь Q_B^* — оптимальная подача, отвечающая максимуму η_B^* паспортной зависимости КПД $\eta_B(Q_B)$ при работе ступени ЭЦН на пресной воде. На вспомогательном рисунке, расположенном в правом нижнем углу рис. 1, сплошной линией схематично изображена паспортная напорная характеристика $\Delta H_B = \Delta H_B(Q_B)$ ступени, на которой цифрами 1–4 обозначены значения напора ΔH_B при относительной подаче $q_B = 0,5; 0,75; 1,0; 1,3$. Там же штриховой линией показана экспериментальная зависимость напора ΔH от расхода Q при перекачке ступенью вязкой жидкости. Точки 1'–4' получаются в результате пересечения кривой $\Delta H(Q)$ и лучей, проходящих через начало координат и точки 1–4. Соответствующие значения ΔH , Q и ΔH_B , Q_B в этих точках используются в методике [7–9] для построения зависимостей K_H и K_Q . Число Re_{Θ} при движении смеси в каналах ступени ЭЦН определяется в работах [7, 8] значениями подачи Q , эффективной динамической вязкости μ и средней плотности ρ :

$$\text{Re}_{\Theta} = f(n_S) \frac{Q}{\nu} \sqrt[3]{\frac{\omega}{Q_B^*}}, \quad n_S = 193\omega (Q_B^*)^{0,5} (g\Delta H_B^*)^{-0,75}, \quad f(n_S) = \frac{4,3 + 0,816n_S^{0,274}}{n_S^{0,575}}, \quad (8)$$

где ΔH_B^* — оптимальный напор ступени ЭЦН при ее работе на воде; n_S — коэффициент быстроходности ступени; ω — угловая скорость вращения вала насоса (ротора электродвигателя); $\nu = \mu/\rho$ — эффективная кинематическая вязкость смеси.

При ламинарном и турбулентном режимах течения смеси соответствующие зависимости K_Q^L , K_H^L и K_Q^T , K_H^T в диапазоне подач $0,5 \leq q_B \leq 1,3$ аппроксимируются формулами [7]

$$\begin{aligned} K_Q^L &= K_H^L = K_{Q,H}^L = \frac{\text{Re}_{\Theta}}{\text{Re}_{\Theta} - 50 + 200q_B}, \quad \text{Re}_{\Theta} < 10^4; \\ K_{Q,H}^T &= 1 - (3,585 - 0,821 \lg \text{Re}_{\Theta})(0,027 + 0,0485q_B), \quad \text{Re}_{\Theta} \geq 10^4. \end{aligned} \quad (9)$$

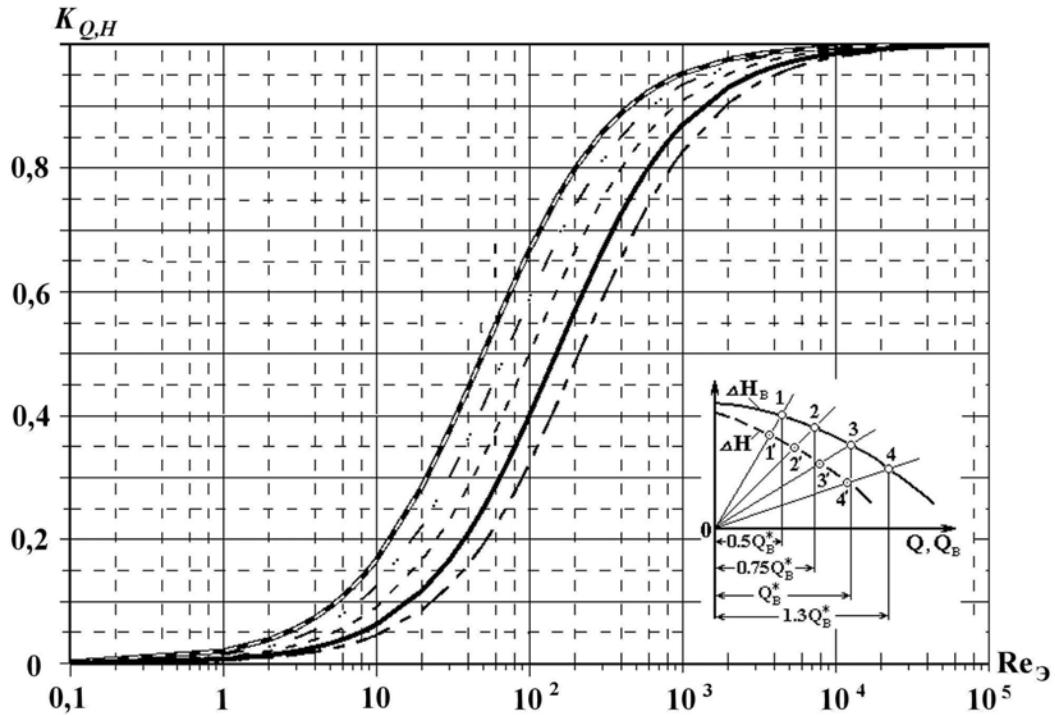


Рис. 1. Коэффициенты K_Q и K_H относительной подачи и напора как функции числа Рейнольдса $Re_Э$:
 — — — $q_v = 0,5$; — · — · — $q_v = 0,6$; — — — $q_v = 0,75$; — — — $q_v = 1,0$; — — — — $q_v = 1,3$

Согласно методике [7] значение $K_{Q,H}$ определяется как $\min(K_{Q,H}^L, K_{Q,H}^T)$.

Расчет напора ΔH ступени, перекачивающей неоднородную смесь при заданных значениях величин Q , μ , ρ и ω , выполняется по формулам (7)–(9) на основе итерационной процедуры, в которой происходит уточнение неизвестных значений Q_B и ΔH_B , соответствующих подаче Q смеси и определяемых по паспортной *водяной* характеристике ступени $\Delta H_B = \Delta H_B(Q_B)$. Для начала итерационного процесса задается некоторое начальное приближение относительной подачи q_v .

При перекачке насосом неоднородных сред рабочие параметры Q , ΔH и η его ступеней непрерывно меняются от приема к выкиду в силу сжатия и нагрева смеси, а также растворения свободного газа в нефти. Происходящие при этом взаимосвязанные изменения характеристик потока и рабочих параметров ступеней вдоль насосного узла учитываются моделью (3), поэтому при ее численной реализации на каждом шаге Δt разбиения интервала $0 \leq m \leq 1$ необходимо осуществлять пересчет Q , ΔH и η . Очевидно, что использование итерационного алгоритма [7] усложняет расчет и увеличивает время решения задачи (3). Поэтому модифицируем методику [7] так, чтобы расчет параметров Q , ΔH и η ступеней можно было выполнять без итераций.

Как показал анализ зависимостей $K_{Q,H}^L$ и $K_{Q,H}^T$, для расчета коэффициентов $K_{Q,H}$ во всем диапазоне подач $0,5 \leq q_v \leq 1$, с погрешностью 1–2% можно положить $K_{Q,H} \equiv K_{Q,H}^L$. Тогда с учетом соотношения (8) перепишем выражение (9) для числа $Re_Э$ в виде

$$Re_Э = q_v K_Q Re, \quad Re = f(n_s) \sqrt[3]{\frac{\omega}{Q_B^*}} \left(\frac{Q_B^*}{\nu} \right), \quad (10)$$

где Re — модифицированное число Рейнольдса потока смеси в ЭЦН, определяемое только по оптимальным параметрам Q_B^* , ΔH_B^* работы ступени на воде и величине ν смеси. Теперь с помощью соотношений (9) и (10) выразим коэффициенты K_H и K_Q как функции аргументов Re и q_v :

$$K_{Q,H} = 1 - \frac{200q_v - 50}{q_v Re}, \quad 0,5 \leq q_v \leq 1,3. \quad (11)$$

Приравняв соотношения (9) и (11) для $K_{Q,H}^L$ и $K_{Q,H}$, получим связь между параметрами Рейнольдса $Re_{\text{Э}}$ и Re :

$$Re_{\text{Э}} = Re q_{\text{в}} - (200q_{\text{в}} - 50), \text{ или } Re = \frac{Re_{\text{Э}} + 200q_{\text{в}} - 50}{q_{\text{в}}}. \quad (12)$$

Нетрудно видеть, что в оптимальном режиме работы ступени при $q_{\text{в}} = 1$ число Re лишь на константу отличается от числа $Re_{\text{Э}}$: $Re = Re_{\text{Э}} + 150$. Вычислив $K_Q^* = 1 - 150/Re$ при $q_{\text{в}} = 1$ по формуле (11) и использовав выражение $Re_{\text{Э}} = q_c K_Q^* Re$ числа $Re_{\text{Э}}$ через относительную подачу смеси $q_c = Q/Q^*$, можно записать

$$Re_{\text{Э}} = q_c (Re - 150); \quad Re_{\text{Э}} = \frac{Q}{Q_{\text{в}}^*} Re. \quad (13)$$

Приравняв (10) и (13), получим

$$q_c K_Q^* = q_{\text{в}} K_Q. \quad (14)$$

Теперь с учетом формул (12) и (13) запишем связь между величинами $q_{\text{в}}$ и q_c :

$$q_{\text{в}} = \frac{q_c (Re - 150) - 50}{Re - 200}, \quad Re_{\text{Э}}^{(0,5)} \leq Re_{\text{Э}} \leq Re_{\text{Э}}^{(1,3)}, \quad (15)$$

где $Re_{\text{Э}}^{(0,5)} = 0,5Re - 50$ и $Re_{\text{Э}}^{(1,3)} = 1,3Re - 210$ — значения параметра $Re_{\text{Э}}$ (10) при $q_{\text{в}} = 0,5$ и $q_{\text{в}} = 1,3$ соответственно. В итоге получим формулу

$$K_{Q,H} = \frac{Q (Re - 200)}{QRe - 50Q_{\text{в}}^*}, \quad 0,5 \leq q_{\text{в}} < 1,3, \quad (16)$$

которая включает в себя неявную зависимость величин q_c и $q_{\text{в}}$.

При заданных значениях частоты ω , плотности ρ , эффективной вязкости μ и подачи Q смеси на приеме ступени ЭЦН сначала определяются соответствующие параметры ее работы на воде: подача $Q_{\text{в}}$ по формуле (15) и напор $\Delta H_{\text{в}}$ по паспортной кривой $\Delta H_{\text{в}} = \Delta H_{\text{в}}(Q_{\text{в}})$. Затем с помощью соотношений (8), (16) вычисляется напор $\Delta H = K_H \Delta H_{\text{в}}$ ступени при перекачке смеси. Таким образом, в отличие от методики [7, 8] предлагаемый подход не требует выполнения итераций.

Для пересчета характеристик ступени в диапазонах $0 \leq q_{\text{в}} < 0,5$ и $q_{\text{в}} > 1,3$ необходимо построить зависимости, аналогичные (15), (16). Пусть $q_{\text{в max}}$ — относительная максимальная подача ступени ЭЦН на воде, при которой напор $\Delta H_{\text{в}}$ равен нулю. Как показал анализ расчетных характеристик ступеней различного типа при работе на смеси, они подобны характеристикам работы ступеней на воде, если при определении коэффициентов подачи $K_Q(q_{\text{в}}, Re_{\text{Э}})$ в указанных диапазонах положить

$$K_Q(q_{\text{в}}, Re_{\text{Э}}) \approx \begin{cases} K_Q^{(0,5)}(Re_{\text{Э}}) = \frac{Re_{\text{Э}}}{Re_{\text{Э}} + 50}, & 0 \leq q_{\text{в}} < 0,5; \\ K_Q^{(1,3)}(Re_{\text{Э}}) = \frac{Re_{\text{Э}}}{Re_{\text{Э}} + 210}, & 1,3 < q_{\text{в}} \leq q_{\text{в max}}, \end{cases}$$

где $K_Q^{(0,5)}$ и $K_Q^{(1,3)}$ — фиксированные значения коэффициента K_Q , вычисленные по формуле (9) при $q_{\text{в}} = 0,5$ и $q_{\text{в}} = 1,3$.

Рассмотрим сначала вопрос доопределения функции $K_Q(q_{\text{в}}, Re_{\text{Э}})$ на область относительных подач $1,3 < q_{\text{в}} \leq q_{\text{в max}}$. Представим зависимость K_Q в виде, аналогичном (9), положив

$$K_Q = \frac{K_Q^{(1,3)} - k^{(1,3)} K_Q^{(1,3)}}{k^{(1,3)} + Re_{\text{Э}}}, \quad (17)$$

где $k^{(1,3)} = k Re_{\text{Э}}^{(1,3)}$, k — малое число, $k = 10^{-3}$. При таком определении коэффициент K_Q практически постоянен в интервале $1,3 < q_{\text{в}} \leq q_{\text{в max}}$ при фиксированном значении числа $Re_{\text{Э}}$. С учетом

соотношения (10) выразим K_Q через модифицированное число Рейнольдса Re и относительную подачу q_b :

$$K_Q = K_Q^{(1,3)} - \frac{k^{(1,3)}}{q_b Re}. \quad (18)$$

Приравняв правые части соотношений (17) и (18), найдем связь между параметрами Re и $Re_{\mathcal{E}}$ при $1,3 < q_b \leq q_{b \max}$:

$$Re_{\mathcal{E}} = q_b Re K_Q^{(1,3)} - k^{(1,3)}. \quad (19)$$

Теперь, воспользовавшись свойствами (14) и (19), запишем соотношение, связывающее относительные подачи q_b и q_c при $Re_{\mathcal{E}} > Re_{\mathcal{E}}^{(1,3)}$:

$$q_b = \frac{q_c (Re - 150) + k^{(1,3)}}{Re K_Q^{(1,3)}}. \quad (20)$$

По аналогии с выводом формулы (16), учитывая, что $q_c (Re - 150) = Re Q / Q_b^*$, будем иметь

$$K_{Q,H} = K_Q^{(1,3)} \frac{Q Re}{Q Re + Q_b^* k^{(1,3)}}, \quad K_Q^{(1,3)} = 1 - \frac{210}{1,3 Re}, \quad 1,3 < q_b \leq q_{b \max}. \quad (21)$$

Перейдем теперь к доопределению функции K_Q в области $0 \leq q_b < 0,5$. Пусть $Re_{\mathcal{E}}^{(0,5)} = 0,5 Re - 50$, $K_Q^{(0,5)} = Re_{\mathcal{E}}^{(0,5)} / (Re_{\mathcal{E}}^{(0,5)} + 50)$ — значения параметров $Re_{\mathcal{E}}$ и K_Q при $q_b = 0,5$, а $Re_{\mathcal{E}}^{(0,55)} = 0,55 Re - 60$, $K_Q^{(0,55)} = Re_{\mathcal{E}}^{(0,55)} / (Re_{\mathcal{E}}^{(0,55)} + 60)$ — при близком значении относительной подачи $q_b = 0,55$. Обозначим $\Delta K_Q = |K_Q^{(0,55)} - K_Q^{(0,5)}| / 4$.

Будем искать $K_Q(q_b, Re_{\mathcal{E}})$ в виде

$$K_Q = F(q_b) (1 + k^{(0,5)} Re_{\mathcal{E}}) \quad (22)$$

так, чтобы выполнялось условие $K_Q(q_b, Re_{\mathcal{E}}) \approx K_Q^{(0,5)}(Re_{\mathcal{E}})$. Для этого необходимо, чтобы константа $k^{(0,5)}$ была мала ($\sim 10^{-9}$), а в качестве зависимости $F(q_b)$ достаточно взять полином первого порядка $F(q_b) = c_1 + c_2 q_b$, коэффициенты c_i которого определим из условий $F(0,5) = K_Q^{(0,5)}$; $F(0) = K_Q^{(0,5)} + \Delta K_Q$: $c_1 = K_Q^{(0,5)} + \Delta K_Q$; $c_2 = -2\Delta K_Q$.

Учитывая (22), выразим коэффициент K_Q через параметр Re :

$$K_Q = \frac{F(q_b)}{1 - k^{(0,5)} F(q_b) q_b Re}. \quad (23)$$

Приравняв правые части соотношений (22) и (23), получим связь между числами Рейнольдса $Re_{\mathcal{E}}$ и Re :

$$Re_{\mathcal{E}} = \frac{F(q_b) q_b Re}{1 - k^{(0,5)} F(q_b) q_b Re}, \quad 0 \leq q_b < 0,5.$$

С помощью этой формулы, учитывая, что $Re_{\mathcal{E}} = q_c (Re - 150)$, найдем соотношение между относительными подачами q_b воды и q_c смеси:

$$q_b = -0,5 \frac{c_1}{c_2} - 0,5 \sqrt{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 - 4 \frac{1 - 1/A(q_c)}{c_2 k^{(0,5)} Re}}, \quad Re_{\mathcal{E}} < Re_{\mathcal{E}}^{(0,5)}, \quad (24)$$

где $A(q_c) = k^{(0,5)} q_c (Re - 150) + 1$.

Итак, при заданных значениях параметров ω , ρ , μ и Q формулы (20), (21) и (23), (24) позволяют рассчитать напор $\Delta H = K_H \Delta H_b$ соответственно в диапазонах $1,3 < q_b \leq q_{b \max}$ и $0 \leq q_b < 0,5$ без выполнения итераций.

Вычисление КПД и мощности ступени ЭЦН при перекачке смеси

Полуэмпирические зависимости КПД ступени K_η получены в работах П. Д. Ляпкина (см., например [7]). При $0,5 \leq q_b \leq 1,3$ эти зависимости аппроксимируются формулами [7]

$$K_\eta = \min(1, \min(K_\eta^L, K_\eta^T)), \quad (25)$$

$$K_\eta^L = 0,485 \lg \text{Re}_\Theta - 0,63 - 0,26q_b, \quad K_\eta^T = 0,274 \lg \text{Re}_\Theta - 0,06 - 0,14q_b,$$

где K_η^L и K_η^T — относительные КПД при ламинарном ($\text{Re}_\Theta < 10^4$) и турбулентном ($\text{Re}_\Theta \geq 10^4$) режимах течения смеси в каналах ступени.

Как показали расчеты, при $\text{Re}_\Theta < 100$ аппроксимация (25) не действует, так как значения K_η становятся отрицательными. Поэтому при малых числах Рейнольдса доопределим функцию K_η соотношениями

$$K_\eta = \frac{\text{Re}_\Theta}{\text{Re}_\Theta + 3870C(q_b)}, \quad C(q_b) = \left[1 + 0,678(\sqrt{2q_b} - 1) + 0,545(\sqrt{2q_b} - 1)^2 \right]^2, \quad (26)$$

где $\text{Re}_\Theta < 38,7C(q_b)$. Графики зависимости K_η (26) при $q_b = 0,5; 0,75; 1,0; 1,3$ и $\text{Re}_\Theta < 100$ показаны на рис. 2.

Анализ результатов расчетов по формулам (25), (26) показал также, что характеристики ступеней ЭЦН различных типов и размеров при работе на смеси подобны характеристикам работы ступеней на воде, если при определении коэффициентов $K_\eta(q_b, \text{Re}_\Theta)$ вне диапазона $0,5 \leq q_b \leq 1,3$ положить

$$K_\eta(q_b, \text{Re}_\Theta) \approx \begin{cases} K_\eta^{(0,5)}(\text{Re}_\Theta), & 0 \leq q_b < 0,5; \\ K_\eta^{(1,3)}(\text{Re}_\Theta), & 1,3 < q_b \leq q_{b \max}, \end{cases}$$

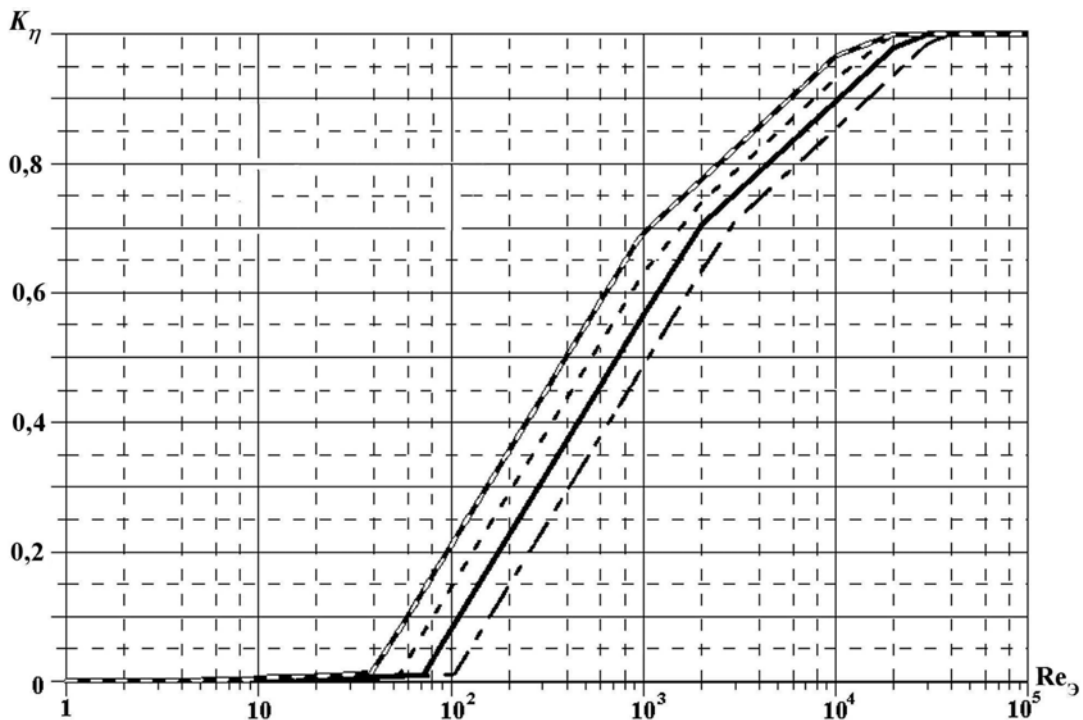


Рис. 2. Относительный КПД ступени как функция числа Рейнольдса Re_Θ : — — — $q_b = 0,5$; — — — $q_b = 0,75$; — — — $q_b = 1,0$; — — — $q_b = 1,3$

где $K_{\eta}^{(0,5)}$ и $K_{\eta}^{(1,3)}$ вычисляются по формулам (25) при $q_{\text{в}} = 0,5$ и $q_{\text{в}} = 1,3$.

Мощность N , потребляемая ступенью ЭЦН при перекачке смеси, определяется по формуле

$$N = N_{\text{в}}(q_{\text{в}}) \frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} \frac{K_{Q,H}^2}{K_{\eta}}, \quad (27)$$

где $N_{\text{в}} = N_{\text{в}}(q_{\text{в}})$ — паспортная зависимость потребляемой мощности ступени насоса при работе на воде плотностью $\rho_{\text{в}}$.

В предлагаемой авторами модифицированной методике пересчета характеристик ступени ЭЦН с воды на смесь зависимости $\Delta H_{\text{в}}(Q_{\text{в}})$ и $N_{\text{в}}(Q_{\text{в}})$ в формулах (7) и (27) задаются как табличные функции подачи $Q_{\text{в}}$. Как правило, такие характеристики содержатся в графическом виде в каталогах заводов-изготовителей ЭЦН. Для преобразования графических данных в табличные и помещения их в БД ступеней ЭЦН разработана специальная программная подсистема, входящая в состав ПТК ИСКЕНДЕР. Отметим, что аналогичные средства имеются в пакете для оцифровки графических характеристик погружных электродвигателей и пополнения соответствующей БД.

Результаты расчетов

Рассмотрим в качестве примера результаты анализа эксплуатационного режима работы наклонно-направленной скважины Приобского месторождения, оборудованной УЭЦН. Установка состоит из ЭЦН, собранного из $M = 300$ ступеней SPI D8-30, и электродвигателя ЭДБ63-117В5. Профиль скважины, построенный по инклинометрическим данным, представлен на рис. 3, а. Точкой на рисунке показано положение УЭЦН. Скважина вскрывает два продуктивных пропластка AC_{12}^2 (1), AC_{10}^2 (3)* толщиной 37 и 27 м соответственно, между которыми расположена непроницаемая перемычка (2) толщиной 74 м. Абсолютная проницаемость пропластков 1 и 3 равна 0,002 и 0,013 мкм². При расчетах обводненность $\theta = 28\%$; объемный расход скважины по жидкости при нормальных условиях $Q_{\text{ж}}^0 = Q_1^0 + Q_3^0 = 25 \text{ м}^3/\text{сут}$; $P_{\text{уст}} = 1 \text{ МПа}$; $\omega = 50 \text{ Гц}$. В результате решения фильтрационной задачи найдено давление на забое скважин $P_3 = 10,2 \text{ МПа}$, а также вклад каждого из пропластков 1 и 3 суммарный дебит $Q_{\text{ж}}^0 = Q_{\text{ж}1} + Q_{\text{ж}3}$ пласта: $Q_{\text{ж}1} = 4,575 \text{ м}^3/\text{сут}$ и $Q_{\text{ж}3} = 20,425 \text{ м}^3/\text{сут}$.

Расчетные *рабочие точки* на интегральных характеристиках расположены вне левой границы области оптимальных подач насоса (см. рис. 3, б). Это свидетельствует о неправильном подборе установки к скважине. При этом газосодержание φ_2 на приеме насоса составляет около 25% (рис. 4), что является вполне допустимым для его нормальной работы.

Рис. 4 иллюстрирует типичные распределения некоторых искомым функций трехфазного водонефтегазового потока вдоль ствола скважины. Как видно из рисунка, при движении смеси в каналах ЭЦН из-за значительного повышения давления происходит полное растворение свободной газовой фазы в нефти, образовавшейся на забое скважины. В области двухфазного течения распределение давления P имеет практически линейный характер, а изменение температуры T в основном определяется теплообменом движущейся водонефтяной эмульсии с окружающими скважину горными породами. При этом изменение истинного водосодержания φ_3 в потоке происходит вследствие эффектов сжимаемости и теплового расширения нефти и воды и φ_3 возвращается к исходному значению $\theta = 28\%$.

Повторное разгазирование начинается в НКТ на глубине 820 м, когда давление P становится меньше давления $P_{\text{н}}(T)$ насыщения нефти газом. По мере дальнейшего снижения давления в скважине в силу высокой температуры продукции газонасыщенность φ_2 быстро растет, достигая на устье почти 75%. С увеличением истинного газосодержания в трехфазном потоке интенсивность охлаждения смеси увеличивается, поскольку часть энергии расходуется на образование газовой фазы. Именно этим эффектом обусловлены изменения характера температурной кривой, наблюдаемые на рис. 4. При $\varphi_2 > 20\%$, когда из-за наличия газа в потоке плотность смеси ρ в НКТ заметно уменьшается, меняется и характер зависимости давления $P(z)$ — она становится нелинейной.

* AC_{12}^2 и AC_{10}^2 — обозначения пропластков с Приобского месторождения

Отметим, что наряду с проведением экспресс-анализа эффективности работы системы *пласт-скважина-УЭЦН* ПТК ИСКЕНДЕР позволяет решать задачи оптимизации текущих эксплуатационных режимов работы добывающих скважин за счет частотного управления с помощью наземных систем, а также осуществлять рациональный подбор УЭЦН к скважинам для заданных технологических режимов их работы.

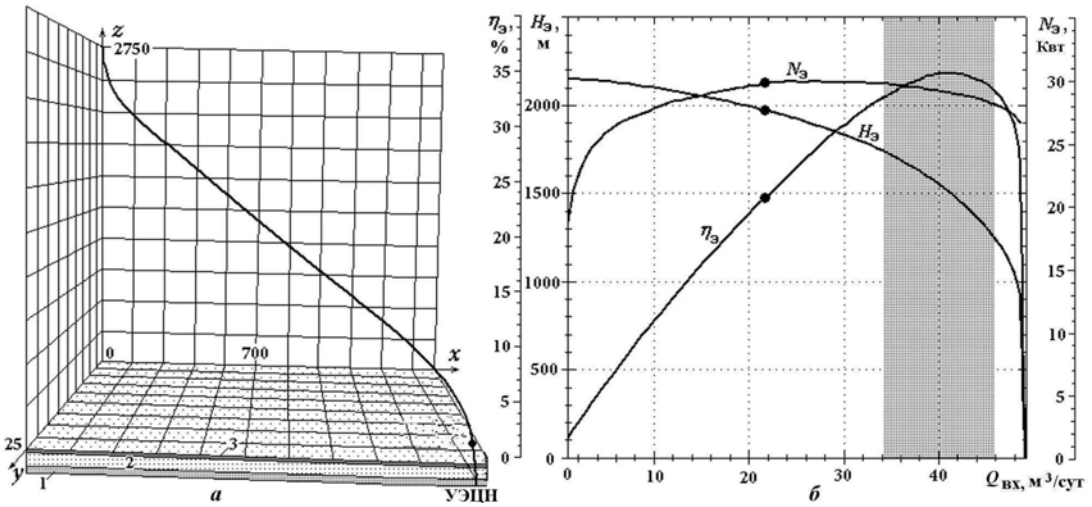


Рис. 3. Профиль (а) наклонно-направленной скважины с вертикальным окончанием и рабочие точки электронасоса SPI D8-30-1450 на интегральных кривых (б) напора $H_{э}$, мощности $N_{э}$ и КПД $\eta_{э}$

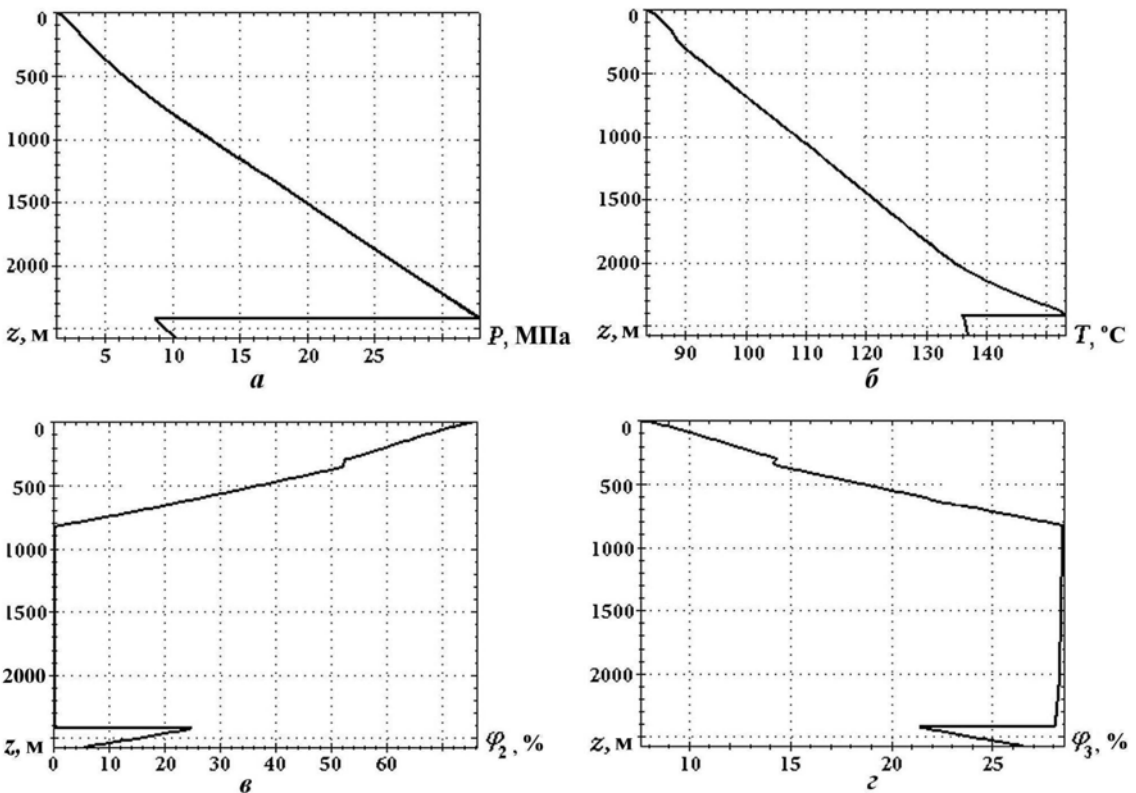


Рис. 4. Распределения давления P (а), температуры T (б), истинных объемных газо- и водосодержаний φ_2 (в) и φ_3 (г) вдоль ствола скважины

Список литературы

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.
2. Чекалин А. Н. Численные решения задач фильтрации в водонефтяных пластах. Казань: Изд-во КГУ, 1982.
3. Чекалин А. Н., Колюхов В. М., Костерин А. В. Двухфазная многокомпонентная фильтрация в нефтяных пластах сложной структуры. Казань: Изд-во КГУ, 2009.
4. Пудовкин М. А., Саламатин А. Н., Чугунов В. А. Температурные процессы в действующих скважинах. Казань: Изд-во КГУ, 1977.
5. Саламатин А. Н. Математические модели дисперсных потоков. Казань: Изд-во КГУ, 1987.
6. Колюхов В. М. Дисперсные потоки в нефтяных скважинах. Казань: Изд-во КГУ, 1990.
7. Ляпков П. Д. Подбор установки погружного центробежного насоса // Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Добыча нефти / Под ред. Ш. К. Гиматудинова. М.: Недра, 1983. С. 237–293.
8. Ляпков П. Д. Способ пересчета характеристики погружного центробежного насоса с воды на эмульсию // Нефтяное хозяйство. 1979. № 5. С. 38–40.
9. Мищенко И. Т. Скважинная добыча нефти. Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., испр. М.: Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2007.

Статья поступила в редакцию 09.12.11.
