

УДК 519.6

## ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ РАЗВИТИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ В ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

С. С. Соколов  
РФЯЦ-ВНИИЭФ

Представлена феноменологическая модель кинетики зарождения, развития и уменьшения поврежденности в твердых материалах под действием импульсных нагрузок и компактирования разрушенных материалов под действием сил сжатия. При построении модели был использован континуально-кинетический подход, в рамках которого разрушение моделируется как процесс накопления повреждений под действием растягивающих напряжений и из-за сдвиговых деформаций. Приводятся результаты численного моделирования разрушения клиновидных урановых образцов и плоского алюминиевого образца и дается их сравнение с экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* феноменологическая модель, зарождение и развитие поврежденности, разрушение из-за сдвиговых деформаций и растягивающих напряжений, компактирование, валидационные расчеты.

### Введение

При использовании конструкций, подвергающихся в процессе их эксплуатации воздействию интенсивных импульсных нагрузок, актуальными являются вопросы повреждения материалов и их разрушения. При динамическом деформировании упругопластических материалов может образовываться большое число микродефектов различного типа. Численное описание каждого микродефекта отдельно при рассмотрении импульсных воздействий на реальные полномасштабные конструкции является достаточно сложной задачей. Сложность задачи заключается в том, что процессы разрушения развиваются на микро-, мезо- и макроуровнях и сопровождаются, как правило, развитыми пластическими деформациями [1]. Поэтому рассмотрение вопросов, связанных с развитием поврежденности материалов и их разрушением в условиях импульсного воздействия на реальные конструкции, наиболее часто проводится в рамках механики континуального разрушения.

В настоящее время для условий ударно-волновых воздействий нет строго завершенной теории о развитии процессов разрушения материалов, хотя данным вопросам посвящено много работ теоретического и экспериментального характера. На их основе происходят разработки новых и развитие уже существующих феноменологических моделей для моделирования процессов динамики разрушения (описанных, например, в работах [1–13]), среди которых наиболее широкое распространение получили два типа моделей, основанные на кинетическом и энергетическом подходах.

В условиях ударно-волновых и импульсных воздействий более привлекательными являются модели, основанные на кинетическом подходе, которые позволяют отслеживать в динамике процессы зарождения и развития поврежденности в материалах. В данной работе рассматривается одна из таких моделей. В рамках рассматриваемой феноменологической модели учитываются кинетика образования, развития и слияния пор под действием растягивающих напряжений и поврежденность материала из-за сдвиговых пластических деформаций, а также уменьшение поврежденности под действием сжимающих напряжений. В ней также полагается, что рост и взаимодействие различных микроповрежденностей материала, в конечном итоге, могут приводить к макроразрушению твердого материала в локальной области.

Рассматриваемый кинетический подход позволяет моделировать как развитие, так и уменьшение поврежденности материала, количественными характеристиками которых служат мера поврежденности материала под действием сжимающих и растягивающих напряжений и мера поврежденности из-за сдвиговых деформаций. Уравнения, определяющие напряженно-деформированное состояние материала, учитывают как релаксацию напряжений за счет образования микропор и поврежденности материала из-за сдвиговых деформаций, так и восстановление прочностных свойств материала за счет уменьшения меры поврежденности материала под действием сжимающих напряжений.

Модель реализована в рамках методики ТИМ [14–15], предназначенной для расчета нестационарных задач механики сплошной среды на неструктурированных лагранжевых сетках произвольной структуры.

Сложность построения моделей разрушения для описания поведения реальных конструкций в условиях импульсных воздействий связана с тем, что почти в каждой металлической детали есть зародышевые дефекты: вакансии, дислокации, микротрещины, неметаллические включения, усадочные раковины, закалочные трещины и т. д. Также при изготовлении деталей в теле могут появиться и технологические дефекты, связанные, например, с механической обработкой его поверхности. Максимальные напряжения вблизи таких опасных дефектов под действием даже относительно небольших нагрузок могут превышать предел текучести. В этих зонах под действием переменных нагрузок может происходить накопление пластических деформаций, которые с течением времени приводят к исчерпанию запаса пластичности, росту трещин и разрушению материала. При детальном учете рассмотренных выше особенностей процессов разрушения модель была бы достаточно громоздка и требовала бы большого количества параметров. Поэтому в рассматриваемом варианте феноменологической модели кинетики поврежденности и разрушения были учтены наиболее значимые характеристики напряженно-деформируемого состояния, влияющие на основные этапы развития разрушения металлов, — это растягивающие напряжения и сдвиговые деформации. Для определения меры поврежденности материала под действием растягивающих напряжений можно выделить несколько основных стадий: зарождение поврежденности в виде микропустот; рост микропустот под действием растягивающего давления в окружающем их сплошном материале (матрице); слияние микропустот, которое приводит к локальному разрушению материала. Под действием сжимающих напряжений может происходить процесс уменьшения поврежденности материала. Для описания указанных процессов, по аналогии с работами [3, 9], вводится в рассмотрение скалярная функция  $\omega$  — мера поврежденности материала за счет образовавшихся в нем пустот для удельного объема:

$$\omega = \frac{V_p}{V} = \frac{V_p}{V_p + V_s} = 1 - \frac{\rho}{\rho_s}, \quad (1)$$

где  $V = 1/\rho$  — текущий удельный объем поврежденного материала;  $V_p$  и  $V_s$  — текущие удельные объемы микропустот (пор) и сплошного материала;  $\rho$  — текущая средняя плотность поврежденного материала;  $\rho_s$  — текущая плотность сплошного материала.

Для определения меры поврежденности материала из-за сдвиговых деформаций можно также выделить основные стадии: зарождение поврежденности в виде микротрещин и развитие микротрещин, которое приводит к локальному разрушению материала. Под действием сжимающих напряжений может происходить процесс уменьшения (закрытия) поврежденности материала в виде микротрещин. Для описания данных процессов вводится в рассмотрение скалярная функция  $\beta$  — мера поврежденности материала за счет образовавшихся в нем микротрещин для удельного объема.

Возникновение в материале микроповрежденностей приводит к релаксации напряжений, изменению реологических свойств материала, перераспределению напряжений в зависимости от меры поврежденности в локальных областях материала. Развитие процессов кинетики поврежденности и разрушения материалов влияет на газодинамические ударно-волновые процессы. Уравнение состояния (УРС) для поврежденного материала, содержащего пустоты, возьмем в следующем виде [3, 9]:

$$P(\rho, E, \omega) = (1 - \omega) P_s(\rho_s, E) = (1 - \omega) P\left(\frac{\rho}{1 - \omega}, E\right), \quad (2)$$

где  $P_s(\rho_s, E_s) = P_s\left(\frac{\rho}{1-\omega}, E\right)$  — УРС сплошного вещества;  $\omega$  — мера поврежденности материала в виде пустот;  $\rho_s = \frac{\rho}{1-\omega}$  — плотность матрицы сплошного вещества;  $\rho$  — средняя плотность материала с учетом его поврежденности;  $E = E_s$  — удельная внутренняя энергия материала.

В общем виде уравнения для зарождения, развития и уменьшения поврежденности твердых материалов под действием растягивающих напряжений и из-за сдвиговых деформаций в рассматриваемой модели представим следующим образом:

$$\frac{d\omega}{dt} = (\omega_{кр} - \omega) g_1(P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}, \beta) + \omega g_2(P_s, S_{ij}, T) - \omega g_3(P_s, S_{ij}, T); \quad (3)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\beta^\alpha}{1-\beta} g_4(P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}_{сдв}, \epsilon_{сдв}, \omega) + \beta g_5(P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}_{сдв}, \omega) + \beta g_6(P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}_{сдв}, \epsilon_{сдв}, \omega), \quad (4)$$

где  $P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon}_{сдв}, \epsilon_{сдв}$  — соответственно давление в матрице сплошного материала, девиатор тензора напряжений, температура, скорость деформаций, скорость и интенсивность сдвиговых пластических деформаций;  $\omega$  и  $\beta$  — меры поврежденности за счет образования сферических пор и за счет образования микротрещин;  $\alpha$  — показатель нелинейности;  $t$  — время;  $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6$  — функциональные зависимости для развития разных стадий поврежденности.

### Зарождение и развитие поврежденности материала под действием растягивающих напряжений

Предполагается, что зарождение и развитие поврежденности материала под действием растягивающих напряжений происходит в виде дефектов (пор), имеющих сферическую форму. При их расчете учитываются упруговязкопластические свойства материалов, выраженные через второй инвариант девиатора тензора напряжений. Это позволяет в локальных зонах поврежденности считать материал изотропным. Учет тепловых поправок в модели связан с тем, что прочностные свойства материалов меняются с изменением температуры. Для этого используются температурные поправки на пороговые значения напряжений, нормированные на температуры плавления и кипения материала.

Зарождение поврежденности материала под действием растягивающих напряжений описывается следующей зависимостью для функции  $g_1(P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}, \beta)$  в уравнении (3):

$$g_1(P_s, S_{ij}, T, \dot{\epsilon}, \beta) = \frac{-P_s - f_1(T) P_h + \frac{2}{3}(J_2(S_{ij}) - f_2(T) Y)}{f_1(T) P_1 + \frac{2}{3}(Y - J_2(S_{ij}))(1-\beta)} \times \\ \times \dot{\epsilon} H\left(-P_s - f_1(T) P_h + \frac{2}{3}(J_2(S_{ij}) - f_2(T) Y)\right), \quad (5)$$

где  $P_1$  — нормированное давление (параметр среды);  $P_h$  — пороговое давление, выше которого в среде не происходит образования новых пор;  $P_s = P(\rho_s, E)$  — давление при расширении матрицы сплошного материала ( $P_s < 0$ );  $\rho_s = \frac{\rho}{1-\omega}$  — плотность матрицы сплошного вещества;  $H$  — единичная функция Хевисайда;  $Y$  — предел текучести при начальных условиях;  $\omega$  — мера поврежденности материала в виде пор под действием растягивающих напряжений,  $\beta$  — мера поврежденности

материала из-за сдвиговых деформаций;  $J_2(S_{ij}) = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}}{(1-\omega)(1-\beta)}$  — второй инвариант девиатора тензора напряжений для матрицы сплошного материала;  $\dot{\epsilon} = \text{div}(\vec{U})$ ;  $f_1(T), f_2(T)$  — температурные поправки. Здесь можно отметить, что скорость зарождения микроповрежденности в материале зависит как от напряжений, так и от скорости деформации и температуры материала при рассматриваемом напряженно-деформированном состоянии.

Развитие микроповрежденности при действии растягивающих напряжений описывается следующей зависимостью для функции  $g_2(P_s, S_{ij}, T)$  в уравнении (3):

$$g_2(P_s, S_{ij}, T) = 3 \frac{-P_s - f_1(T) P_g + \frac{2}{3} (J_2(S_{ij}) - f_2(T) Y)}{f_1(T) 4\eta + \frac{2}{3} (Y - J_2(S_{ij})) \tau_0} \times \times H \left( -P_s - f_1(T) P_g + \frac{2}{3} (J_2(S_{ij}) - f_2(T) Y) \right), \quad (6)$$

где  $P_g$  — пороговое давление, выше которого в среде не происходит роста пор;  $P_s$  — давление при расширении матрицы сплошного материала ( $P_s < 0$ );  $\eta$  — эффективная вязкость материала.

Для зарождения и развития поврежденности используются тепловые зависимости относительно предела текучести и пороговых значений давления:

$$f_1(T) = \frac{1 + \cos \left( \pi \left( \frac{T}{T_{\text{кип}}} \right)^l \right)}{1 + \cos \left( \pi \left( \frac{T_0}{T_{0\text{кип}}} \right)^l \right)}; \quad (7)$$

$$f_2(T) = \frac{1 + \cos \left( \pi \left( \frac{T}{T_{\text{пл}}} \right)^l \right)}{1 + \cos \left( \pi \left( \frac{T_0}{T_{0\text{пл}}} \right)^l \right)}; \quad (8)$$

где  $T$ ,  $T_0$ ,  $T_{\text{пл}}$ ,  $T_{0\text{пл}}$ ,  $T_{\text{кип}}$ ,  $T_{0\text{кип}}$  — соответственно температура при текущем напряженно-деформированном состоянии, начальная температура (при нормальных условиях 293 К), температура плавления при текущем напряженно-деформированном состоянии, температура плавления при нормальных условиях, температура кипения при текущем напряженно-деформированном состоянии, температура кипения при нормальных условиях;  $l$  — параметр модели.

Из рассмотрения уравнений для расчета зарождения и развития поврежденности и УРСа поврежденной среды видно, что они зависят друг от друга. Численно данные уравнения можно решать итерационно относительно друг друга по времени. При этом необходимо осуществлять проверки на скорость роста поврежденности в материале за счетный шаг, исходя из условия, что при вычисленной новой поврежденности давление в материале не может стать положительным.

Разгрузка поврежденного материала происходит по адиабате Пуассона. При достижении отрицательного порогового давления  $P_{g0}$  начинается растяжение вещества с ростом ранее сформированных пор, а при достижении порогового давления  $P_{h0}$  начинается образование новых пор. Уравнения описывают два этапа накопления микроповреждений — их образование и рост при разгрузке, которые могут приводить к разрушению материала.

При достижении критической поврежденности  $\omega_{\text{кр}}$  процесс переходит в следующую стадию — слияния микродефектов. Материал перестает сопротивляться расширению, т. е. происходит его разрушение. Предполагается, что в этом случае вещество распадается на невзаимодействующие между собой фрагменты, и напряжение в нем полагается равным нулю. Дальнейшее расширение разрушенного материала осуществляется по нулевой изобаре, что не приводит к изменению давления, которое остается нулевым. При этом мера поврежденности среды  $\omega$  определяется по уравнению (2) из условия, что при данном состоянии среды ( $\rho$ ,  $E$ ) давление в материале должно быть равно нулю.

Здесь можно также отметить, что пластическое течение в материалах определяется деформациями сдвига и вызывается касательными напряжениями. Отрыв же одной части материала от другой совершается под действием нормальных напряжений. При развитии пластической деформации рост нормальных напряжений в материале замедляется, что затрудняет развитие поврежденности материала под действием растягивающих напряжений и разрушение отрывом. Сам же

характер развития поврежденности и разрушения тела при растягивающих напряжениях определяется соотношением действия нормальных и касательных напряжений, а также соотношением двух механических характеристик материала — сопротивления сдвигу и сопротивления отрыву. Сопротивление сдвигу связано с напряжением трения, способствующим движению дислокаций. При этом предел текучести уменьшается с повышением температуры. Сопротивление отрыву слабее зависит от температуры, но накопленные пластические деформации, упрочняя материал, приводят к незначительному повышению сопротивления отрыву.

### Уменьшение поврежденности материала под действием сжимающих напряжений

Решение многих прикладных задач связано с многократным прохождением по элементам конструкций ударных волн и волн разрежения. Поэтому за волной разрежения через достаточно короткое время может прийти волна сжатия, которая приводит к повышению давления в материале. Под действием сжимающих напряжений может происходить частичное уменьшение меры поврежденности. Для описания этой стадии используется следующее выражение для функции  $g_3(P_s, S_{ij}, T)$  из уравнения (3):

$$g_3(P_s, S_{ij}, T) = 3 \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij}) - f_1(T) P_g - f_2(T) \frac{2}{3} Y}{f_1(T) 4\eta + \frac{2}{3} (Y - J_2(S_{ij})) \tau_0} \times \\ \times \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij})}{f_1(T) P_{\text{ком}} + f_2(T) \frac{2}{3} Y} H \left( P_s - f_1(T) P_g + \frac{2}{3} (J_2(S_{ij}) - f_2(T) Y) \right), \quad (9)$$

где  $P_g$  — пороговое давление, ниже которого в среде не происходит сжатия пор;  $P_s$  — давление при сжатии матрицы сплошного материала ( $P_s > 0$ ).

Видно, что уравнение уменьшения поврежденности (9) и УРС поврежденной среды (2) зависят друг от друга. Численно данные уравнения можно решать итерационно относительно друг друга по времени. При этом необходимо осуществлять проверки на скорость уменьшения меры поврежденности в материале, исходя из условия, что при вычисленной новой поврежденности давление в материале не может стать отрицательным.

### Развитие поврежденности материала из-за сдвиговых деформаций

Поврежденность материала может происходить не только под действием растягивающих напряжений, но и из-за сдвиговых деформаций. Здесь предполагается, что такая поврежденность материала начинает развиваться, если величина необратимых пластических деформаций достигает некоторого предельного значения.

Зарождение поврежденности материала при сдвиговых пластических деформациях  $\beta$  описывается следующей зависимостью для функции  $g_4(P_s, S_{ij}, T, \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}, \varepsilon_{\text{сдв}}, \omega)$  из уравнения (4):

$$g_4(P_s, S_{ij}, T, \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}, \varepsilon_{\text{сдв}}, \omega) = \left( \varepsilon_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) - \varepsilon_0 \theta \right) \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) \times \\ \times \left( 1 - \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij})}{f_1(T) \tilde{P}_{\text{ком}} + \frac{2}{3} Y} \right) \frac{J_2(S_{ij})}{Y \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_{\text{кр}}} \right)} f_2(T) H \left( \varepsilon_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) - \varepsilon_0 \theta \right), \quad (10)$$

где  $\varepsilon_0$ ,  $\tilde{P}_{\text{ком}}$  — параметры модели для конкретного материала, соответствующие предельной сдвиговой пластической деформации и давлению компактирования для формируемых микротрещин;  $\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha}$  — компоненты девиатора тензора скоростей деформации в данный

момент времени;  $\rho, \rho_0$  — текущая и начальная плотности материала;  $\theta = (\rho/\rho_0)^3$ ;  $t$  — текущий момент времени;  $T_0, T_{0\text{пл}}$  — температура материала и температура его плавления при начальных условиях;  $\bar{T}_0 = T_0/T_{0\text{пл}}$ ;  $T$  — текущая температура;  $T_{\text{пл}}$  — температура плавления в рассматриваемом напряженно-деформированном состоянии;  $\bar{T} = T/T_{\text{пл}}$ ;  $\omega$  — поврежденность материала под действи-

ем растягивающих напряжений;  $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \begin{cases} \frac{3s_{ij}}{2Y_S^2} \sum_{k,l} s_{kl} \dot{\epsilon}_{kl}, & \text{если } \sum_{k,l} s_{kl} \dot{\epsilon}_{kl} > 0 \text{ и } \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \geq Y_S; \\ 0, & \text{если } \sum_{k,l} s_{kl} \dot{\epsilon}_{kl} < 0 \text{ или } \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \leq Y_S \end{cases}$

компоненты девиатора тензора скорости пластической деформации;  $\dot{\epsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p$  — интенсивность

скорости пластической деформации;  $\dot{f}(T, t) = -\pi l T^{l-1} \dot{T} \frac{\sin(\pi T^l(t))}{1 + \cos(\pi \bar{T}_0^l)} H(\dot{T}) H(1 - T)$  — функция

тепловой наследственности;  $\varepsilon_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) = \int \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) dt$  — остаточные деформации с учетом тепловой наследственности;  $\dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) = \dot{\epsilon}_p \frac{1 + \cos(\pi T^l)}{1 + \cos(\pi \bar{T}_0^l)} + \varepsilon_{\text{сдв}}(\bar{T}, t) \dot{f}(\bar{T}, t)$ .

Развитие поврежденности материала из-за сдвиговых деформаций  $\beta$  описывается следующей зависимостью для функции  $g_5(P_s, S_{ij}, T, \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}, \omega)$  из уравнения (4):

$$g_5(P_s, S_{ij}, T, \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}, \omega) = c_n \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}} \left( f_2(T) - \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij})}{f_1(T) \tilde{P}_{\text{ком}} + \frac{2}{3} Y} \right) \times \\ \times \frac{J_2(S_{ij}) f_2(T)}{Y \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_{\text{кр}}} \right)} H \left( f_2(T) - \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij})}{f_1(T) \tilde{P}_{\text{ком}} + \frac{2}{3} Y} \right), \quad (11)$$

где  $c_n$  — параметр модели для конкретного материала, соответствующий скорости изменения меры поврежденности из-за сдвиговых деформаций.

Уменьшение поврежденности материала из-за сдвиговых пластических деформаций  $\beta$  описывается следующей зависимостью для функции  $g_6(P_s, S_{ij}, T, \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}, \varepsilon_{\text{сдв}}, \omega)$  из уравнения (4):

$$g_6(P_s, S_{ij}, T, \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}}, \varepsilon_{\text{сдв}}, \omega) = c_n \dot{\varepsilon}_{\text{сдв}} \varepsilon_{\text{сдв}} \left( f_2(T) - \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij})}{f_1(T) \tilde{P}_{\text{ком}} + \frac{2}{3} Y} \right) \times \\ \times \frac{J_2(S_{ij})}{Y} H \left( \frac{P_s + \frac{2}{3} J_2(S_{ij})}{f_1(T) \tilde{P}_{\text{ком}} + \frac{2}{3} Y} - f_2(T) \right) H(\omega_{\text{кр}} - \omega). \quad (12)$$

Поврежденность материала из-за сдвиговых деформаций начинает формироваться в области пластических деформаций при достижении  $\varepsilon_{\text{сдв}}$  предельного значения. После зарождения поврежденности этот процесс может развиваться и в области упругих деформаций. При достижении меры поврежденности материала из-за сдвиговых деформаций  $\beta$  значения 1 считается, что материал разрушен из-за пластических деформаций, порождаемых сдвиговыми напряжениями. Уменьшение меры поврежденности материала в виде микротрещин может происходить только в области пластических сдвиговых деформаций.

## Расчет напряжений в поврежденном материале

Различие в формах микроповреждений приводит к разному усреднению напряжения в поврежденном материале и оказывает влияние на дальнейшее развитие процесса разрушения. В зависимости от используемого приближения механики сплошной среды (гидродинамики, упругопластичности, упруговязкопластичности) для определения тензора напряжений в поврежденной среде можно использовать разные дополнительные уравнения.

Рассмотрим общий случай — упруговязкопластическое приближение. Шаровая составляющая тензора обобщенного напряжения складывается из гидростатического давления, определяемого из УРСа с учетом поврежденности материала, и вязкого давления. Девиатор обобщенного напряжения включает в себя составляющие девиатора тензора упругопластических и вязких напряжений. Таким образом, имеем

$$P = P^r + P^b, \quad P^b = \frac{1}{3}\mu_1 S_P D; \quad S = S^{yp} + S^b, \quad S^b = \mu_2 \left( D - \frac{1}{3} S_P D \right),$$

где  $P^r$  — определяется из УРСа (3);  $S^{yp}$  — девиатор тензора упругопластических напряжений;  $P^b$ ,  $S^b$  — давление и девиатор тензора вязких напряжений;  $\mu_1, \mu_2$  — коэффициенты первой и второй динамической вязкости.

При сдвиговой поврежденности считается, что сами микротрещины в материале не занимают объема. При накоплении повреждений в материале под действием растягивающих напряжений и из-за сдвиговых деформаций происходит изменение упруговязкопластических свойств среды. Расчет характеристик поврежденной среды производится по следующим зависимостям:

– модуль сдвига

$$G = \frac{1}{2} G_s \left[ 1 + \cos \left( \pi \left( \omega' (\beta - 1) - \beta \right) \right) \right]; \quad (13)$$

– первая динамическая вязкость

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \mu_{0,1} \left( 1 + \cos (\pi \omega) \right); \quad (14)$$

– вторая динамическая вязкость

$$\mu_2 = \frac{1}{2} \mu_{0,2} \left[ 1 + \cos \left( \pi \left( \omega' (\beta - 1) - \beta \right) \right) \right]; \quad (15)$$

– предел текучести

$$Y = \frac{1}{2} Y_S \left[ 1 + \cos \left( \pi \left( \omega' (\beta - 1) - \beta \right) \right) \right], \quad (16)$$

где  $\omega' = \min(1, \omega/\omega_{кр})$ ;  $Y_s, G_s$  — соответственно предел текучести и модуль сдвига в рассматриваемом напряженно-деформированном состоянии для матрицы сплошной среды;  $Y, G$  — предел текучести и модуль сдвига для поврежденной среды.

При расчете гидростатического давления с учетом поврежденности материала используется мера поврежденности только за счет развития пор. Однако при наступлении разрушения из-за сдвиговых деформаций или сдвиговых напряжений материал уже не способен сопротивляться растяжению. Поэтому, если при расчете гидростатического давления его значение становится меньше нуля, необходимо его положить равным нулю.

Отмеченные выше особенности кинетической модели динамического разрушения, включающей пластический рост пор и поврежденность при сдвиговых деформациях, позволяют использовать ее для моделирования работы конструкций, в которых реализуются сложные напряженно-деформируемые состояния при импульсных воздействиях на них.

## Компактирование материала после разрушения

Когда материал находится в состоянии разрушения при растягивающих напряжениях, по аналогии с работами [3, 9] вводится в рассмотрение параметр  $\omega$  — мера поврежденности материала за счет образовавшихся в нем пустот для удельного объема. Предполагается, что в разрушенном состоянии материал распадается на невзаимодействующие между собой фрагменты. Расширение разрушенного материала осуществляется по нулевой изобаре. Если поврежденная среда начинает сжиматься, то происходит процесс необратимых объемных деформаций (*компактирование*) разрушенного материала. Процесс компактирования разрушенного материала зависит от интенсивности давления и его температуры в данный момент времени. Уравнение для моделирования данного процесса представлено в следующем виде:

$$\omega = \frac{1}{2} \omega_0 \left( 1 + \cos(\pi a^2) \right), \quad (17)$$

где  $\omega_0$ ,  $P_k$  — параметры модели, соответствующие предельной мере пористости и давлению компактирования;  $\omega$  — мера поврежденности материала;  $a = \min\left(1, \frac{P}{f_1(T) P_k}\right)$ , где  $P$  — давление в материале с учетом пористости, вычисленное по УРСу поврежденной среды (2);  $f_1(T)$  — учет тепловой зависимости по уравнению (7).

Значение  $\omega_0$  соответствует предельному уровню поврежденности материала, ниже которого в разрушенном материале начинает проявляться прочность на сжатие. Если происходит *полное* компактирование материала ( $\omega = 0$ ), то далее сжатие идет по ударной адиабате сплошного материала. Здесь учитывается поправка давления компактирования на температуру материала. В этой зависимости учитывается предельный случай: если материал находится в испаренном состоянии, то давление компактирования полагается равным нулю.

При достижении под действием сжимающих напряжений меры поврежденности, равной  $\omega_{кр}$ , полагается, что происходит частичное восстановление прочностных свойств материала. В дальнейшем расчет напряженно-деформированного состояния в материале уже осуществляется по уравнениям (1)–(15) (где вновь учитываются возможности материала сопротивляться как растяжению и сжатию, так и сдвиговым деформациям).

Компактирование материала, разрушенного из-за сдвиговых деформаций, осуществляется по уравнениям (4) и (12). Здесь следует отметить, что компактирование микротрещин будет происходить при мере поврежденности материала  $\omega$  меньшей, чем критическая поврежденность  $\omega_{кр}$ .

## Расчет начальной поврежденности материала

Как уже отмечалось, почти в каждой металлической детали есть зародышевые дефекты: вакансии, дислокации, микротрещины, неметаллические включения, усадочные раковины, закалочные трещины и т. д. Также в деталях могут существовать и технологические дефекты, связанные, например, с механической обработкой поверхности при их изготовлении. Поэтому начальная плотность многих материалов при расчете работы конструкций оказывается ниже кристаллической плотности при температуре испытаний. Условно всю совокупность начальных зародышевых дефектов называют *начальной пористостью материала*.

Для численного моделирования функционирования конструкций задаются плотность материала, начальная энергия, УРС и т. д. Если не использовать никаких дополнительных моделей пористой среды, то давление, вычисленное из УРСа при плотности, ниже кристаллической (при комнатной температуре), будет отрицательным, что неизбежно породит волны сжатия, распространяющиеся с внешних границ пористых материалов. Начальные микротрещины в материале ничтожно малы, они не могут в значимой мере влиять на пористость материала. Поэтому при расчете с начальной пористостью материала основной акцент сделан на начальную микроповрежденность материала.



Из решения уравнения (2) при заданной начальной энергии и начальной плотности материала определяется плотность сплошного материала  $\rho_s$ . По найденной плотности определяется мера начальной поврежденности (пористости) материала из выражения  $\omega_{00} = (\rho_s - \rho) / \rho_s$ . Если начальная плотность материала совпадает с кристаллической плотностью, то начальная поврежденность материала  $\omega_{00}$  полагается равной нулю. Если же дано, что для рассматриваемого материала (даже при плотности, близкой к кристаллической) начальный предел текучести ниже, чем для данного материала при той же плотности по справочным данным, то это может означать, что в нем присутствуют изначальные микротрещины. Данное расхождение можно устранить с помощью задания начальной поврежденности материала по мере поврежденности  $\beta$ . Если для рассматриваемого материала задана начальная пористость и предел текучести (полученный из испытаний, например, на чистый сдвиг), то сначала рассчитывается предел текучести с учетом вычисленной меры поврежденности за счет пор. После этого рассчитывается мера поврежденности  $\beta_{00}$  с учетом ослабления значения предела текучести за счет  $\omega_{00}$ . Такой подход более адекватно отражает способность условно пористого материала сопротивляться как расширению и сжатию (не завышая его начальных температурных характеристик), так и сдвиговым деформациям. Вычисленные по начальным условиям параметры  $\omega_{00}$  и  $\beta_{00}$  используются в качестве начальных параметров для мер поврежденности  $\omega$  и  $\beta$ .

### Параметры модели поврежденности материалов

В табл. 1 приведен набор параметров модели зарождения и накопления поврежденности для некоторых материалов, подобранных на основании численного моделирования ударно-волновых воздействий на конструкции. Здесь  $P_1$  — нормированное давление;  $P_h$  — пороговое давление, ниже которого в среде не происходит образования новых пор;  $P_g$  — пороговое давление, ниже которого в среде не происходит роста пор;  $\eta$  — эффективная вязкость для роста пор;  $\omega_0$  — предельная мера поврежденности, начиная с которой материал начинает сопротивляться сжатию;  $\omega_{кр}$  — предельная мера поврежденности материала под действием растягивающих напряжений до момента его разрушения;  $P_k$  — давление компактирования для разрушенного материала при комнатной температуре;  $c_n$  — нормировка для скорости развития разрушения из-за сдвиговых пластических деформаций;  $\varepsilon_0$  — предельная сдвиговая деформация для начала развития процесса разрушения из-за сдвиговых деформаций;  $\alpha$  — коэффициент нелинейности для сдвиговых разрушений;  $\tilde{P}_{ком}$  — давление компактирования микротрещин;  $l$  — поправки пороговых параметров на температуру материала. Если положить  $l = 0$ , то можно проводить численные расчеты учета влияния температуры материала на процессы зарождения и развития его поврежденности. Первые пять эмпирических параметров модели, приведенные в табл. 1 (столбцы 1–5), "отвечают" за поврежденность материала под действием растягивающих напряжений, последующие пять эмпирических параметров (столбцы 6–10) — за поврежденность материала из-за сдвиговых деформаций, последние два (столбцы 11 и 12) — за компактирование разрушенного материала.

Таблица 1

Параметры модели кинетики поврежденности материалов

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Материал	$\omega_{кр}$	$P_h$ , ГПа	$P_g$ , ГПа	$\eta$ , Па·с	$P_1$ , ГПа	$\tau_0$ , $10^{-5}$ с	$c_n$	$\varepsilon_0$	$\alpha$	$\tilde{P}_{ком}$ , ГПа	$\omega_0$	$P_k$ , ГПа
U	0,15	1,25	0,1	44	0,04	1	3,5	0,3	0,1	24	0,43	12
Fe	0,15	0,95	0,3	20	0,1	1	1,5	0,3	0,1	18	0,43	9
Al	0,15	0,2	0,1	75	0,4	1	3,5	0,55	0,1	10	0,43	5

## Результаты расчетов опытов по нагружению клиновидных образцов

Для оценки применимости феноменологической модели рассматривается численное моделирование экспериментов [16, 17] с клиновидными образцами из сплавов урана с молибденом. Экспериментальные исследования откольной прочности литого сплава проводились во взрывных опытах с варьированием амплитуды и длительности импульса нагрузки. Реализованные условия взрывного нагружения позволили обеспечить в исследуемых образцах как зарождение и развитие поврежденности, так и развитые откольные разрушения. Клиновидная геометрия изучаемого образца позволяет проследить затухание по толщине клина упругого предвестника и пластической волны. Схема экспериментов по исследованию откольных процессов показана на рис. 1. Для модели-

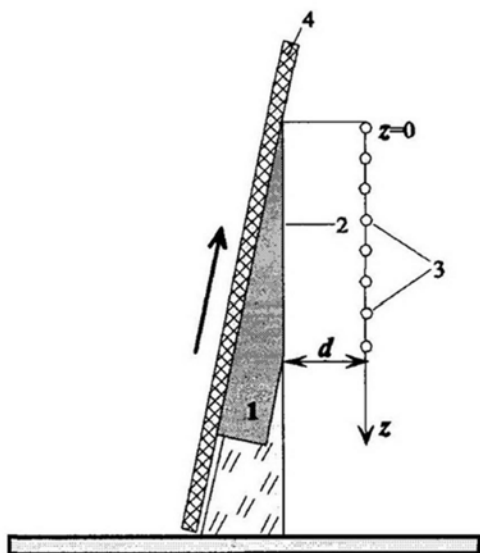


Рис. 1. Схема постановки экспериментов и расчетов по нагружению клиновидных образцов скользящей детонацией слоя ВВ различной толщины: 1 — образец; 2 — полированная свободная поверхность; 3 — система источников света; 4 — слой пластического ВВ;  $z$  — направление расположения источников света (вдоль свободной поверхности клиновидного образца,  $z = 0$  соответствует минимальной толщине образца)

1,2 мм, на три последовательных момента времени. Раскраску по сформированному полю состояния образца на цветном рисунке следует интерпретировать как дискретные маркеры со следующей расшифровкой: синий цвет — материал не разрушен и находится в упругом состоянии; голубой — материал не разрушен и находится в пластическом состоянии; красный цвет — материал разрушен под действием растягивающих напряжений.

Результаты расчетов показывают, что для нагружаемых клиновидных образцов рассматриваемая кинетическая модель качественно верно передает динамику зарождения и развития поврежденности, приводящую к формированию откольных разрушений. Разрушение образца из-за сдвиговых деформаций в данных расчетах не происходило, но незначительная поврежденность достигалась (менее 10%). Модель кинетики зарождения и развития поврежденности позволяет определять причину возникающих откольных явлений под действием растягивающих напряжений.

роования термодинамических свойств металлов использовались УРС в форме Ми—Грюнайна [18] и упругопластическая модель Глушака [19]. Параметры модели поврежденности и разрушения для урана приведены в табл. 1. Для моделирования процессов детонации в пластичном взрывчатом веществе (ВВ) использовалась модель кинетики возбуждения и развития взрывчатого превращения ВВ [20].

В экспериментах и соответствующих им расчетах варьировалась толщина слоя пластического ВВ: 1,2, 1,5 и 2 мм. Увеличение толщины слоя ВВ позволяет увеличивать импульс воздействия на исследуемый образец при сохранении амплитуды входящей в него ударной волны.

В табл. 2 приведено сравнение расчетных данных с экспериментальными по длине неразрушенного участка вблизи свободной поверхности уранового клина при вариации толщины слоя пластического ВВ. Оно показывает, что при толщине слоя ВВ 1,5 и 2 мм расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными (в пределах погрешности измерений в эксперименте). При толщине слоя ВВ, равной 1,2 мм (при более низком импульсе ударно-волнового нагружения) отличие расчетных данных от эксперимента составляет 7%.

На рис. 2 (см. также цветную вкладку) приведены результаты численного моделирования по импульсному нагружению клиновидного образца для толщины слоя пластического ВВ, равной

Длина неразрушенного участка вблизи свободной поверхности клиновидного образца

УРС	Используемые модели		$h_{ВВ}$ , мм,	$L$ , мм	
	упругопластическая	поврежденности		Расчет	Эксперимент
Ми—Грюнайзена	Глушака	кинетическая	1,2	30,58	$33,0 \pm 0,1$
			1,5	17,86	$18,0 \pm 0,1$
			2,0	-0,06	$0,0 \pm 0,1$

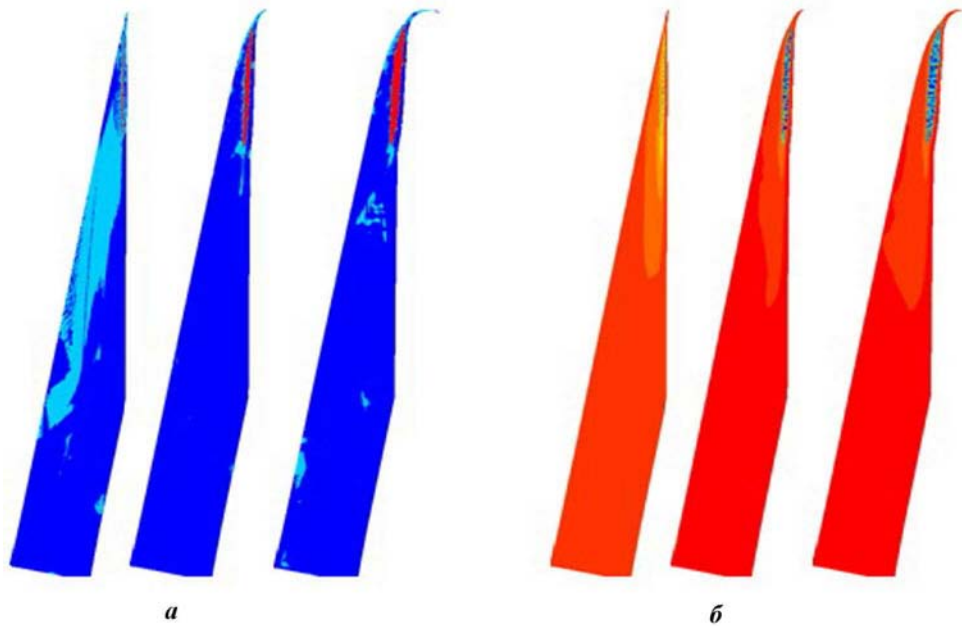


Рис. 2. Формируемые поля состояния материала (а) и поля плотностей (б) в клиновидном образце на различные моменты времени ( $t = 13; 15; 17$  мкс). Скорость деформации  $2 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$

### Результаты расчета модельной задачи со сдвиговыми деформациями

Для иллюстрации применимости модели описания поврежденности и разрушения из-за сдвиговых деформаций была рассмотрена модельная задача о деформации стального диска с заданной до радиуса 5 см начальной скоростью, равной 1 км/с и направленной вдоль оси симметрии  $OX$ . Для численного моделирования использовался УРС в форме Ми—Грюнайзена [18] с параметрами  $\rho_{s0} = 7,8 \text{ г/см}^3$ ;  $c_0 = 4,9 \text{ км/с}$ ;  $\gamma = 3$ ;  $n = 5$ . Для описания упругопластических свойств применялась модель Глушака [19]. Параметры модели разрушения для стали приведены в табл. 1.

На рис. 3, 4 (см. также цветную вкладку) представлены состояния стального диска на последовательные моменты времени. На рис. 3 в цветном исполнении голубым цветом помечен материал, который находится в упругом состоянии; зеленым цветом — материал, который находится в пластическом состоянии; синим — материал, который находится в упругом состоянии после пребывания ранее в пластическом состоянии; красным цветом помечен материал, находящийся в разрушенном состоянии из-за сдвиговых деформаций.

Представленные результаты расчетов показывают, что разрушение материала из-за сдвиговых деформаций произошло по линии разрыва в распределении начальной скорости (где как раз реализуются максимальные сдвиговые деформации). Разрушения и поврежденность материала под действием растягивающих напряжений для рассматриваемого режима импульсного воздействия на образец не формируются.

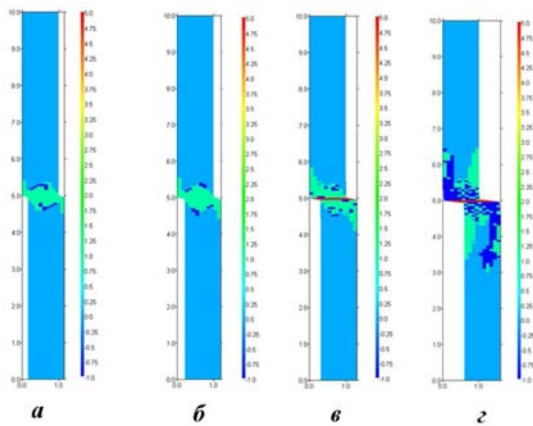


Рис. 3. Состояние системы с использованием модели разрушения на последовательные моменты времени: *a* —  $t = 1,5$  мкс; *б* —  $t = 2$  мкс; *в* —  $t = 3$  мкс; *г* —  $t = 6$  мкс

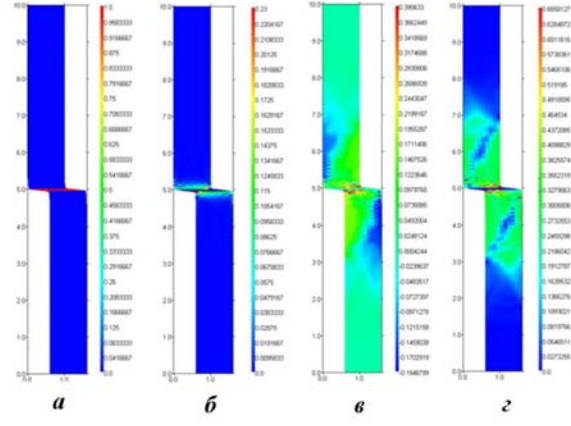


Рис. 4. Состояние системы на момент времени  $t = 6$  мкс: *a* — мера поврежденности из-за сдвиговых деформаций; *б* — интенсивность пластической деформации в неразрушенном материале; *в* — девиатор тензора напряжений в направлении оси  $OX$ ; *г* — интенсивность девиатора напряжений

Из рис. 3 видно, что вблизи границы с разрывом начальной скорости формируются пластические деформации. Область с пластическими деформациями остается локализованной вблизи границы раздела. Видно также, что на момент времени  $t = 3$  мкс образовалось разрушение образца из-за сдвиговых деформаций. После этого материал вблизи границы разрушения переходит в упругое состояние (см. рис. 3, *г*).

На рис. 4 приведены распределения меры поврежденности материала из-за сдвиговых деформаций, которые наглядно демонстрируют, что поврежденность локализована в узкой области (размером в одну ячейку) вблизи границы с разрывом начальной скорости движения. Интенсивность пластической деформации показывает, что область разрушения значительно уже, чем область, подверженная пластическим деформациям.

### Результаты расчета опыта по нагружению плоского образца

В качестве демонстрации применимости модели для расчетного описания откольного разрушения при динамическом нагружении плоского образца рассмотрим опыт из работы [13]. Пластина-ударник из алюминия АД1 толщиной 2 мм, летящая со скоростью 0,455 км/с, соударяется с плоским образцом из АД1 толщиной 15 мм. В момент удара обе пластины (ударник и образец) находятся в состоянии *при нормальных условиях*: температура  $T_0 = 293$  К; давление  $P_0 = 10^{-4}$  ГПа; удельная внутренняя энергия  $E_0 = 0$ ; плотность  $\rho_{s0} = 2,71$  г/см<sup>3</sup>. Для численного моделирования их взаимодействия использовался УРС в форме Ми–Грюнайзена [18] с параметрами:  $\rho_{s0} = 2,71$  г/см<sup>3</sup>;  $c_0 = 5,2946$  км/с;  $\gamma = 2,1$ ;  $n = 3,5$ . Для описания упругопластических свойств применялась модель Глушака [19].

Для описания скорости движения тыльной *свободной* поверхности образца из алюминия было проведено два расчета: с учетом и без учета разрушения алюминия. Параметры модели поврежденности и разрушения для алюминия приведены в табл. 1. На рис. 5 приведено сравнение экспериментальных данных и расчетных зависимостей по скорости движения тыльной поверхности  $U(t)$ . В работе [13] указано, что толщина откольного слоя в образце составляет  $\Delta = 1,95$  мм. Из численного расчета с учетом моделирования процессов развития поврежденности и разрушения получено, что толщина откольного слоя в образце составляет  $\Delta = 1,94$  мм.

Из рис. 5 видно, что результаты расчета без учета процессов развития поврежденности материала до момента времени  $t = 1,1$  мкс совпадают с результатами расчета с учетом процессов развития поврежденности. Это соответствует тому, что до данного момента в образце не были сформированы

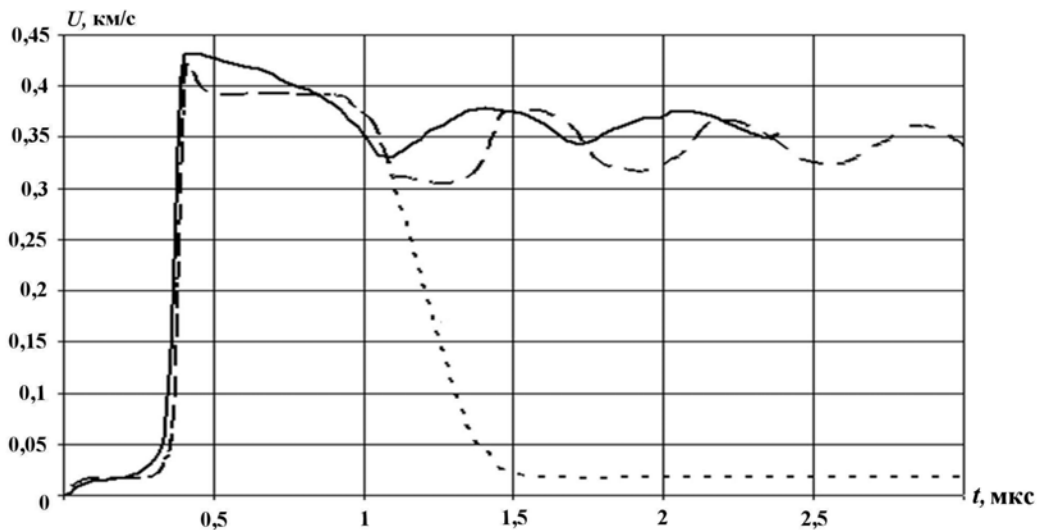


Рис. 5. Скорость движения тыльной свободной поверхности: — — экспериментальные данные [13]; --- — результаты расчетов без учета поврежденности алюминия; - - - — результаты расчетов с учетом поврежденности и разрушения алюминия

условия для зарождения поврежденности. Начиная с этого момента результаты расчетов без учета процессов развития поврежденности расходятся как с результатами расчетов с учетом процессов развития поврежденности, так и с экспериментальными данными. Анализ результатов расчета с учетом моделирования процессов развития поврежденности и разрушения указывает в целом на удовлетворительное описание экспериментальных данных как по толщине откольного слоя, так и по динамике движения свободной поверхности образца.

### Заключение

В статье представлено краткое описание одной феноменологической модели зарождения и развития поврежденности твердых материалов при импульсных воздействиях. Модель реализована в рамках методики ТИМ, предназначенной для численного решения нестационарных задач механики сплошных сред на неструктурированных лагранжевых сетках. По методике ТИМ с использованием данной модели были проведены валидационные расчеты с различными импульсными воздействиями на реальные конструкции, некоторые из них приведены в данной работе. Анализ проведенных численных исследований показывает, что предложенная модель кинетики зарождения и развития поврежденности материалов с учетом изменения свойств поврежденного материала в целом удовлетворительно описывает экспериментальные данные, что подтверждает корректность предложенной феноменологической модели.

### Список литературы

1. Панин В. Е. Физическая мезомеханика материалов // Механика твердого тела. 1999 № 5. С. 88—102.
2. Seaman L., Curran D., Shockey A. Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47, No. 11. P. 4814—4826.
3. Herrmann W. Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials // Ibid. 1969. Vol. 40, No. 6. P. 2490—2499.
4. Партон В. З., Черепанов Г. П. Механика разрушения. М.: Наука, 1972.

5. Голубев В. К., Новиков С. А. Влияние температуры на критические условия откольного разрушения металлов // ПМТФ. 1980. № 4.
6. Иванов А. Г., Новиков С. А., Тарасов Ю. И. Откольные явления в железе и стали, вызванные взаимодействием ударных волн разрежения // Физика твердого тела. 1962. Т. 4, № 1.
7. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1969.
8. Огородников В. А., Пушков В. А., Тюпанова О. А. Основы физики прочности и механики разрушения. Саров: ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2009.
9. Огородников В. А., Садовой А. А., Софронов В. Н. и др. Кинетическая модель пластического разрушения с учетом диссипативных процессов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2001. Вып. 2. С. 57–62.
10. Соколов С. С., Садовой А. А. Кинетическая модель динамического разрушения, включающая пластический рост пор и поврежденность при сдвиговой деформации // Тр. конф. "Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения". Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003.
11. Садовой А. А., Соколов С. С., Савельева О. А. Математическое моделирование термомеханического разрушения металлических образцов, подвергнутых воздействию рентгеновского излучения // Тр. конф. "Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения". Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005.
12. Ioilev A. G., Glushak B. L., Sadovoi A. A. et. al. Numerical model of ductile fracture kinetics // Int. J. of Imp. Eng. 2003. Vol. 29. С. 369–375.
13. Канель Г. И. Сопротивление металлов откольному разрушению // ФГВ. 1982. № 3. С. 77–84.
14. Соколов С. С., Воропинов А. А., Новиков И. Г. и др. Методика ТИМ-2D для расчета задач механики сплошной среды на нерегулярных многоугольных сетках с произвольным количеством связей в узлах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 4. С. 29–43.
15. Соколов С. С., Панов А. И., Воропинов А. А. и др. Методика ТИМ расчета трехмерных задач механики сплошных сред на неструктурированных многогранных лагранжевых сетках // Там же. 2005. Вып. 3. С. 37–52.
16. Козлов Е. А., Панкратов Д. Г., Таржанов В. И. и др. Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках // Докл. АН. 2009. Т. 425. Вып. 1. С. 34–39.
17. Козлов Е. А., Панкратов Д. Г., Таржанов В. И., Теличко И. В. // Там же. Т. 426. Вып. 6. С. 769–773.
18. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1968.
19. Новиков А. Б., Глушак Б. Л. Сопротивление металлов пластической деформации при высокоскоростном сжатии // Хим. физика. 2000. Т. 19. С. 65–69.
20. Соколов С. С. Об одной феноменологической модели кинетики разложения гетерогенного ВВ на основе октогена // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2007. Вып. 2. С. 50–61.

Статья поступила в редакцию 20.04.12.

---