

УДК 519.6

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ПО СХЕМЕ КАБАРЕ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Д. Г. Асфандияров, Б. И. Березин, С. А. Финогенов
(ИБРАЭ РАН, МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва)

Приводятся результаты прямого численного моделирования пристенной турбулентности в плоском канале на расчетной сетке $257 \times 129 \times 129$, выполненного на суперкомпьютере "Ломоносов". Расчеты проводились при числе Рейнольдса 5 600, определенном по средней скорости потока и высоте канала. В качестве расчетной схемы выбрана схема КАБАРЕ без использования подсеточных моделей турбулентности, ранее хорошо себя зарекомендовавшая при моделировании затухания однородной изотропной турбулентности. Показано, что вычисленные характеристики пристенной турбулентности — осредненный профиль скорости, компоненты тензора турбулентных напряжений, вклады молекулярной и турбулентной составляющих тензора вязкости и коэффициент сопротивления канала — хорошо согласуются с расчетными данными, полученными при решении аналогичной задачи на аналогичных расчетных сетках в 1987 г. группой Джона Кима из исследовательского центра в Эймсе (НАСА).

Ключевые слова: прямое численное моделирование, схема КАБАРЕ, турбулентное течение, плоский канал, вязкая несжимаемая жидкость.

Введение

Полное описание турбулентного течения, где разрешаются все необходимые масштабы турбулентности и переменные потока (такие как скорость, давление) представлены как функции от координат и времени, может быть получено путем численного решения уравнений Навье—Стокса. Эти вычислительные методы обозначаются термином *прямое численное моделирование* (Direct Numerical Simulation — DNS). Прямое численное моделирование турбулентных течений имеет достаточно долгую и внушительную историю. Ранние расчеты трехмерных турбулентных течений проводились на грубых сетках, это были задачи однородной изотропной турбулентности и свободных сдвиговых слоев [1, 2].

Для расчета пристенной турбулентности, в частности, на примере самого простого течения — развитого турбулентного потока в плоском канале [3, 4], использовались LES-методы (Large Eddy Simulation). В 1987 г. группой Джона Кима из исследовательского центра в Эйм-

се (НАСА) был представлен первый расчет течения в плоском канале с использованием DNS-метода [5]. Данные этого расчета были проверены экспериментами [6—10].

Расчет течения в канале стал важной основой для изучения пристенной турбулентности. В последующих работах конфигурация канала была модифицирована, чтобы определить зависимость пристенной турбулентности от таких факторов, как вращение системы [11], возмущение пристенных слоев [12], протекание [13], поперечная кривизна канала [14], теплопередача [15], выступы на стенках канала [16] и т. д.

Сейчас при сравнительно больших вычислительных мощностях течение в канале и влияние соответствующих факторов на характеристики течения исследуются на более подробных сетках и при больших числах Рейнольдса (см., например, [17—20]). Самый крупный расчет течения в плоском канале был проведен в 2006 г. при числе Рейнольдса $Re_\tau = 2003$ [21] (индекс τ обозначает, что число Рейнольдса определено по динамиче-

ской скорости $u_\tau \equiv \sqrt{\tau_w/\rho}$ [22], где τ_w — напряжение трения на стенке, ρ — плотность) на сетке с числом узлов $1,8 \cdot 10^{10}$ ($6\,144 \times 6\,333 \times 608$). Расчет занял $6 \cdot 10^6$ процессор-часов на 2048 процессорах. Данные DNS-расчетов турбулентного течения в плоском канале сейчас достаточно надежны и могут использоваться для юстировки экспериментальных методов диагностики. Многие из них доступны [23, 24].

При расчетах прямыми численными методами область масштабов турбулентности, которые должны быть разрешены, диктуется физикой процесса. Вдоль статистически неоднородных направлений такие физические параметры, как ширина канала, толщина пристенного слоя, определяют самые крупные масштабы. Колмогоровский масштаб турбулентности $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ (ν — кинематическая вязкость; ε — средняя скорость диссипации энергии) обычно трактуется как самый малый масштаб, который нужно разрешить. Результаты расчета, полученные группой Кима, показали очень хорошее совпадение с экспериментом, несмотря на то, что колмогоровский масштаб не был разрешен по периодическим направлениям. Размеры ячеек сетки, на которой проводились вычисления, составляли $\Delta x = 7,5\eta$ (продольное направление), $\Delta y = 0,03\eta$ (направление, нормальное к стенке), $\Delta z = 4,4\eta$ (поперечное направление). Оказывается, для получения надежных статистических данных первого и второго порядка сетка должна быть достаточно мелкой, чтобы охватить большую часть диссипаций. Наименьший масштаб турбулентности, который должен быть точно разрешен, зависит от спектра энергии и обычно больше, чем колмогоровский.

Требования к подробности сетки зависят и от вычислительного метода. В задачах однородной изотропной турбулентности и термоконвекции [25, 26] хорошо зарекомендовала себя схема КАБАРЕ [27].

В данной работе приводятся результаты прямого численного моделирования по схеме КАБАРЕ турбулентного течения в плоском канале при числе Рейнольдса $Re = 5\,600$. Представлены средний профиль скорости, компоненты тензора турбулентных напряжений, распределение вязкого напряжения в канале, вычислен коэффициент сопротивления. Результаты сравниваются с результатами расчета группы Кима.

Расчетная область и расчетная сетка

Геометрия области и система координат показаны на рис. 1. Полностью развитый турбулентный поток в плоском канале однороден в продольном и поперечном направлениях. Вдоль этих направлений использованы периодические граничные условия. Периодические граничные условия оправданы, если соответствующая длина расчетной области (период) выбрана так, чтобы корректно описывать динамику крупных вихрей. Как и в работе [5], выбор расчетной области сделан, исходя из изучения данных двухточечной корреляции. Длина расчетной области считается достаточной, если турбулентные флуктуации скорости вдоль соответствующего направления на расстоянии половины периода не коррелируют.

Расчет проводился на сетке из 4 194 304 ячеек ($256 \times 128 \times 128$ в направлениях x, y, z соответственно) для числа Рейнольдса 5 600, определенного по высоте канала 2δ и средней скорости течения u_m : $Re_m = 2\delta u_m/\nu$, что соответствует числу Рейнольдса 180, определенному по полувысоте канала и динамической скорости u_τ : $Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$. Расстояние от стенки измеряют обычно в пристенных единицах: $y^+ \equiv u_\tau y/\nu$. Для выбранного числа Рейнольдса размеры области в периодических направлениях взяты, как в работе [5]: $4\pi\delta$ в продольном направлении и $2\pi\delta$ в поперечном направлении, в пристенных единицах 2227,5 и 1113,8 соответственно. Размер ячеек в продольном и поперечном направлениях в пристенных единицах равен 8,7.

Для расчета использована неравномерная сетка со сгущением возле границы, определенная следующим образом:

$$\Delta y(i) = y(2i) - y(2i-2), \quad i = 1, 2, 3, \dots, ny;$$

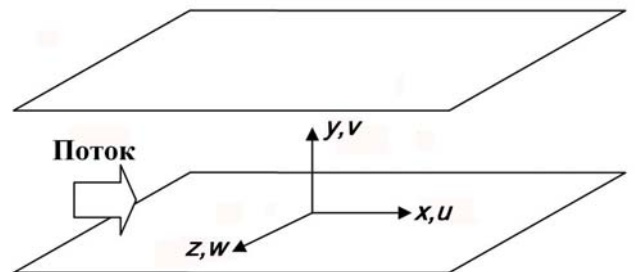


Рис. 1. Координатная система в канале

$$y(i) = \delta \frac{\tanh\left(\frac{R}{2ny}(i - ny)\right)}{\tanh\left(\frac{R}{2}\right)} + \delta, \quad i = 0, \dots, 2ny,$$

где $y(i)$ — координаты граней и центров ячеек в перпендикулярном стенке направлении; ny — количество ячеек в этом направлении; R — коэффициент сгущения (в данной работе равный 6,6); δ — половина высоты канала. Возле стенки размер первой ячейки в направлении y равен $\Delta y^+ \approx 0,026$ (в работе [5] $\Delta y^+ \approx 0,05$); дальнейшее измельчение сетки возле границы не приводит к изменению коэффициента сопротивления более чем на 0,4 %. Соответствующий размер ячейки в центральной части канала $\Delta y^+ \approx 9,16$.

Вычислительный процесс

Течения несжимаемой жидкости описываются уравнениями Навье—Стокса, которые можно отнести к гиперболическим системам только относительно компонент скорости, если рассматривать давление как параметрическое поле, обеспечивающее выполнение условия несжимаемости. При такой трактовке уравнений алгоритм их численного решения можно разбить на два этапа:

- 1) вычисление предварительных значений компонент скорости u_i ($u_1 \equiv u$, $u_2 \equiv v$, $u_3 \equiv w$; см. рис. 1) на верхнем временном слое из решения системы уравнений

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \nabla(u_i \vec{u}) = \mu \Delta u_i;$$

- 2) последующая корректировка найденного поля скоростей с целью придания ему свойства соленоидальности:

$$\nabla \vec{u}^{n+1} = 0.$$

Подробный алгоритм вычисления по схеме КАБАРЕ описан в [26] и заключается в последовательном решении явной части схемы (вычисление скоростей на верхнем временном слое) и уравнения Пуассона. Для расчета на суперкомпьютере используется библиотека MPI. Уравнение Пуассона решается с помощью параллельной реализации алгоритма быстрого прямого метода, изложенного в работе [28], и параллельной прогонки [29].

Расчеты проводились на суперкомпьютере "Ломоносов" на 128 процессорах. Расчетное время составило 9 дней (27 648 процессор-часов).

Статистика турбулентного течения

Сначала расчет велся на равномерной сетке с тем же количеством узлов. Затем поле скорости интерполировалось на сгущающуюся расчетную сетку. Осреднение статистических характеристик потока по времени начиналось при достижении статистически устойчивого состояния. Это состояние определялось по линейному профилю общего напряжения трения $-\rho \langle u'v' \rangle + \rho \nu \frac{d \langle u \rangle}{dy}$ и выходу суммарной кинетической энергии на квазипериодический уровень. Под угловыми скобками подразумевается осреднение по времени t и двум периодическим направлениям x и z ; штрих обозначает флуктуацию соответствующей величины.

Профили средней скорости течения, нормированные на динамическую скорость u_τ , показаны на рис. 2 (см. также цветную вкладку). Совпадение профилей средней скорости, соответствующих верхней и нижней стенкам канала, показывает адекватность выбранного промежутка осреднения. Осреднение профилей скорости течения проводилось в 20 пролетах области. Также на рис. 2 приводится сравнение с профилем средней скорости, полученным группой Кима в 1987 г. Пунктирные линии отображают линейный (в пристенном слое $y^+ < 5$) и логарифмический (в турбулентном ядре) законы.

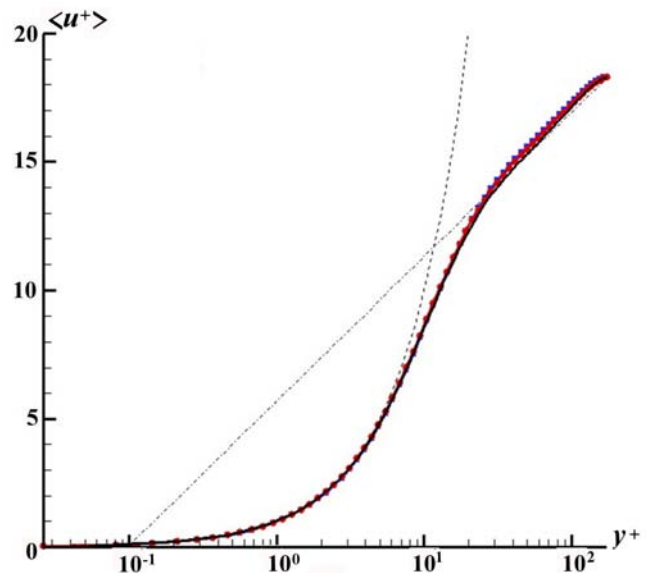


Рис. 2. Профили средней скорости течения: —■— на нижней стенке; —◆— на верхней стенке; — из работы [5]; - - - - $\langle u^+ \rangle = y^+$; - · - · $\langle u^+ \rangle = (1/0,41) \ln(y^+) + 5,7$

Коэффициент сопротивления в канале $C_f = \tau_w / \left(\frac{1}{2} \rho u_m^2 \right)$ равен $8,015 \cdot 10^{-3}$ (у группы Кима $8,18 \cdot 10^{-3}$), что хорошо согласуется с экспериментальным законом Дина $C_f = 0,073 \text{Re}_m^{-0,25} = 8,44 \cdot 10^{-3}$ [30]. Отношение u_c/u_m средней скорости в центральной части потока к средней скорости течения равно 1,16, что соответствует закону Дина $u_c/u_m = 1,28 \text{Re}_m^{-0,0116} = 1,16$ [30].

Среднеквадратические флуктуации скорости, нормированные на динамическую скорость ($u'_{rms} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} / u_\tau$; v'_{rms}, w'_{rms} — аналогично), показаны на рис. 3 (см. также цветную вкладку). Хорошая симметрия профилей относительно центра канала свидетельствует об удачно выбранном интервале осреднения. Приведено сравнение с результатами, полученными группой Кима.

На рис. 4 представлены напряжения трения: вязкое $\rho \nu \frac{d\langle u \rangle}{dy}$, турбулентное $-\rho \langle u'v' \rangle$ и общее $-\rho \langle u'v' \rangle + \rho \nu \frac{d\langle u \rangle}{dy}$. По оси абсцисс — расстояние от стенки y , нормированное на полувысоту канала δ ; по оси ординат — $\tau^+ = \tau / \tau_w$, τ — соответствующее напряжение трения,

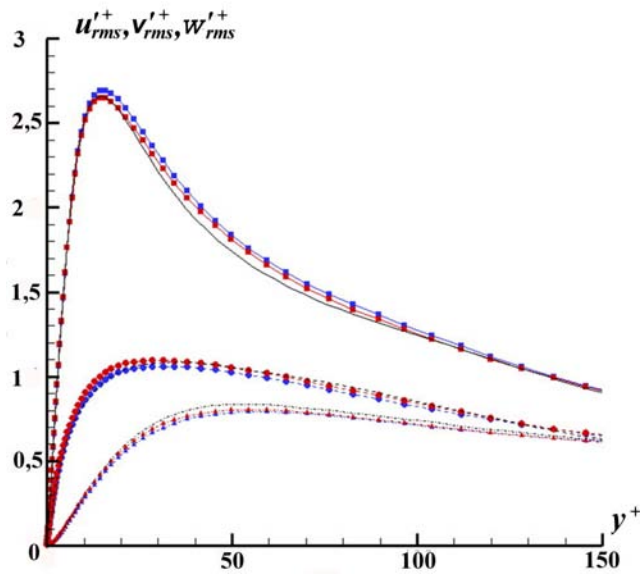


Рис. 3. Профили среднеквадратических флуктуаций скорости на нижней и верхней стенках канала: —■—, —■— — $u'_{rms}+$; —▲—, —▲— — $v'_{rms}+$; —●—, —●— — $w'_{rms}+$; — —, — —, — — — соответственно $u'_{rms}+$, $v'_{rms}+$, $w'_{rms}+$ из работы [5]

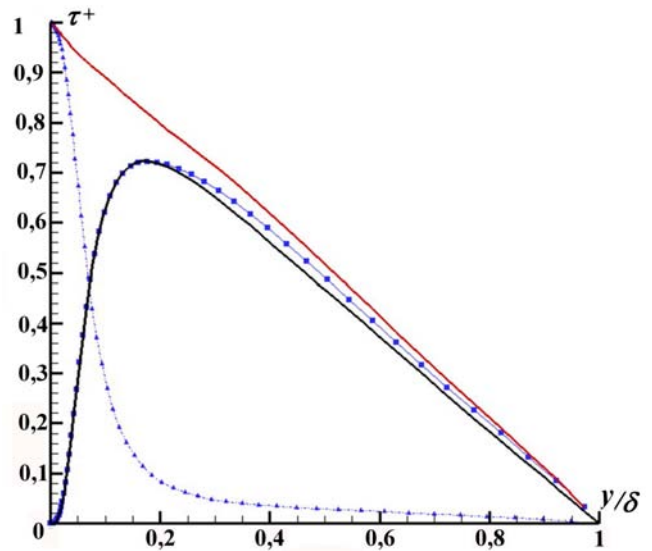


Рис. 4. Средние профили напряжения трения: —■— — турбулентного; —▲— — вязкого; — — общего; — — турбулентного из работы [5]

$\tau_w \equiv \rho \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)_{y=0}$ — напряжение трения непосредственно на стенке. Вклад вязкого напряжения падает со 100 % возле границы ($y^+ = 0$) до 50 % при $y^+ \approx 12$ и менее 10 % при $y^+ = 50$. Общее напряжение трения имеет линейный профиль. Небольшие отличия от результатов группы Кима, как и в профилях среднеквадратических флуктуаций скорости, наблюдаются в буферной зоне — промежуточной между пристенным слоем и турбулентным ядром потока.

Заключение

В данной работе приведен результат прямого численного моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале по схеме КАБАРЕ. Схема КАБАРЕ является монотонной на гладких решениях, обладает улучшенными дисперсионными и диссипативными свойствами по сравнению с классическими схемами второго порядка (схема Аракавы, *крест*). Диссипативность схемы в трехмерном случае детально исследовалась ранее на задаче вырождения однородной изотропной турбулентности. Было установлено, что на последовательности измельчающихся сеток в широком диапазоне приведенных волновых чисел наблюдается инерционный интервал [26].

Схема КАБАРЕ явная, поэтому шаг интегрирования по времени сильно зависит от подробности сетки. В расчете, выполненном в данной работе, сетка взята таким образом, что дальнейшее ее измельчение возле границы не приводит к изменению коэффициента сопротивления более чем на 0,4%. На пристенную область ($y^+ < 10$) приходилось 30 ячеек, а отношение высоты граничной ячейки к ее поперечному размеру составляло ≈ 335 .

Результаты расчета показали хорошее совпадение с расчетными данными группы Джона Кима (1987 г.) и экспериментальным законом Дина (1978 г.) [30].

Список литературы

1. Orszag S. A., Patterson G. S. Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence // Phys. Rev. Let. 1972. Vol. 28. P. 76—79.
2. Riley J. J., Metcalfe R. W. Direct numerical simulation of a perturbed, turbulent mixing layer // AIAA. 1980. P. 1—30.
3. Moin P., Kim J. Numerical investigation of turbulent channel flow // J. Fluid Mech. 1982. Vol. 118. P. 341—377.
4. Rogallo R. S., Moin P. Numerical simulation of turbulent flows // Annu. Rev. Fluid Mech. 1984. Vol. 16. P. 99—137.
5. Kim J., Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed turbulent channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 177. P. 133—166.
6. Alfredsson P. H., Johansson A. V., Haritonidis J., Eckelmann H. The fluctuating wall shear stress and the velocity field in the viscous sublayer // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. P. 1026—1033.
7. Naqwi A. A., Reynolds W. C. Dual cylindrical wave laser-doppler method for measurement of skin friction in fluid flow. Rep. TF-28. Calif.: Thermosci. Div., Dept. Mech. Eng., Stanford Univ., 1987.
8. Nishino K., Kasagi N. Turbulence statistics measurement in a two-dimensional channel flow using a three-dimensional particle tracking velocimeter // Proc. 7th Symp. Turbul. Shear Flows. Stanford: CTR, 1989. P. 22.1.1—22.1.6.
9. Niederschulte M. A., Adrian R. J., Hanratty T. J. Measurement of turbulent flow in a channel at low Reynolds numbers // Exp. Fluids. 1990. Vol. 9. P. 222—230.
10. Durst F., Jovanović J., Sender J. LDA measurements in the near-wall region of a turbulent pipe flow // J. Fluid Mech. 1995. Vol. 295. P. 305—335.
11. Kristoffersen R., Andersson H. I. Direct simulations of low-Reynolds-number turbulent flow in a rotating channel // Ibid. 1993. Vol. 256. P. 163—197.
12. Moin P., Shih T.-H., Driver D., Mansour N. N. Direct numerical simulation of a three dimensional turbulent boundary layer // Phys. Fluids A. 1990. Vol. 2. P. 1846—1853.
13. Sumitani Y., Kasagi N. Direct numerical simulation of turbulent transport with uniform wall suction and injection // AIAA J. 1995. Vol. 33. P. 1220—1228.
14. Neves J. C., Moin P., Moser R. D. Effects of convex transverse curvature on wall-bounded turbulence. Part 1. The velocity and vorticity // J. Fluid Mech. 1994. Vol. 272. P. 349—381.
15. Kasagi N., Tomita Y., Kuroda A. Direct numerical simulation of the passive scalar field in a turbulent channel flow // ASME J. Heat Trans. 1992. Vol. 14. P. 598—606.
16. Choi H., Moin P., Kim J. Turbulent drag reduction: studies of feedback control and flow over riblets. Rep. TF-55. Calif.: Thermosci. Div., Dept. Mech. Eng., Stanford Univ., 1992.
17. Laval J.-P., Marquillie M. Direct Numerical Simulations of converging-diverging channel flow. Progress in wall turbulence: understanding and modelling // ERCOFTAC. Villeneuve d'Ascq, France. 2010, April 21—23.
18. Garcia-Mayoral R., Jimenez J. Scaling of turbulent structures in riblet channels up to $Re_\tau \approx 550$ // Phys. of Fluids. 2012. Vol. 24. P. 105101(1—10).
19. Tiselj I., Cizelj L. DNS of turbulent channel flow with conjugate heat transfer at Prandtl number 0.01 // Nucl. Eng. and Design. 2012. Vol. 253. P. 153—160.
20. Kim J. Progress in Pipe and Channel Flow Turbulence, 1961—2011 // TCM 2011. Marseille, France. 2011, September 26—30.

21. Hoyas S., Jim'enez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2003$ // Phys. Fluids. 2006. Vol. 18. P. 011702(1–4).
22. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Изд. 6-е. М.: Наука, 1987.
23. University of Warwick — DNS Database. http://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/eng/staff/ymc/research/dns_database/.
24. DNS Database of Turbulence and Heat Transfer. http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/DNS/dns_database.html.
25. Головизнин В. М., Карабасов С. А., Короткин И. А., Сороковикова О. С. Надсеточное моделирование однородной изотропной турбулентности в одномерном и двумерном случаях // Фундаментальные проблемы моделирования турбулентных и двухфазных течений. Т. 2: Численное моделирование. М.: Наука, 2010.
26. Головизнин В. М., Зайцев М. А., Карабасов С. А., Короткин И. А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М.: Изд-во Московского ун-та, 2013.
27. Головизнин В. М. Балансно-характеристический метод численного решения уравнений газовой динамики // Докл. АН. 2005. Т. 403, № 4. С. 1–6.
28. Кузнецов Ю. А. Вычислительные методы в подпространствах // Вычислительные процессы и системы. Вып. 2. М.: Наука, 1985. С. 265–350.
29. Акимова Е. Н., Белоусов Д. В. Параллельные алгоритмы решения СЛАУ с блочно-трехдиагональными матрицами на многопроцессорных вычислителях // Вестник УГТУ. 2011. Т. 15, № 5(45). С. 87–93.
30. Dean R. B. Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow // J. Fluids Eng. 1978. Vol. 100. P. 215–222.

Статья поступила в редакцию 28.03.13.
