

УДК 519.6

МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКОГО КОДА СОКРАТ-БН

И. С. Вожаков, Э. В. Усов, Д. Г. Архипов, А. А. Бутов, М. Е. Кузнецова
(Новосибирский филиал ИБРАЭ РАН,
НГУ, Институт теплофизики СО РАН, г. Новосибирск)

В рамках двухжидкостного приближения с равными давлениями фаз предлагается модель, позволяющая физически корректно описывать динамику двухфазного вертикально стратифицированного течения. Данная модель основана на модификации конечно-разностной аппроксимации конвективных членов в уравнениях сохранения массы и градиентов давления с учетом наличия четко выраженной границы раздела фаз. Демонстрируются примеры корректного расчета задач со стратифицированным двухфазным потоком.

Ключевые слова: вертикальная стратификация, двухжидкостная модель, СОКРАТ-БН.

Введение

Численное моделирование штатных и аварийных режимов работы в настоящее время является одним из основных методов обоснования безопасной эксплуатации проектируемых реакторных установок. Необходимо отметить, что особенностью реакторных установок типа БН является наличие газовых полостей в первом и втором контурах, основным назначением которых является компенсация температурных расширений теплоносителя. Полости заполнены инертными газами с низкой температурой конденсации. Кроме того, источниками газов могут стать продукты деления, выходящие из поврежденных ТВЭЛов. Для расчета задач с такими полостями была разработана представленная в данной статье модель вертикальной стратификации.

Известно, что использование схем сквозного счета для численного решения системы уравнений двухжидкостной модели в условиях больших градиентов объемного содержания фаз может приводить к физически некорректному описанию эволюции двухфазного потока. Наиболее показательны задачи, в которых наблюдается расслоение (стратификация) потока, вызванное воздействием гравитационных или инерционных сил. Более того, при наличии стратификации предположение о равенстве давлений жидкой и газовой фаз в пределах одной расчетной ячейки, используемое во многих теплогидравлических кодах (TRAC [1], KOPCAR [2]), вообще говоря, неверно.

Для иллюстрации рассмотрим задачу о подъеме границы раздела *жидкость—газ* в вертикальном канале в приближении несжимаемой жидкости (рис. 1). Уравнение сохранения массы жидкости будет иметь вид

$$\frac{\partial \alpha_f}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_f v_f)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

где α_f — объемная доля жидкости; v_f — скорость жидкости.

Запишем уравнение (1) для ячейки $j + 1$, аппроксимируя частную производную по пространству, например, разностью против потока (скалярные величины определяются в центрах ячеек, векторные — на границах):

$$\frac{\alpha_{f,j+1}^n - \alpha_{f,j+1}}{\Delta t} = - \frac{\alpha_{f,j+1} v_{f,j+3/2} - \alpha_{f,j} v_{f,j+1/2}}{\Delta z}.$$

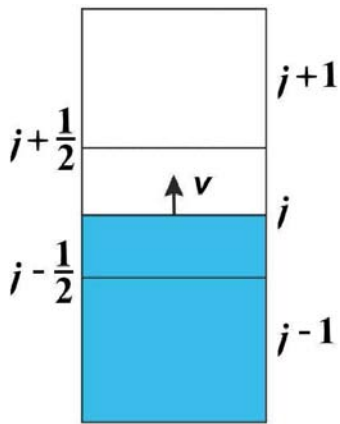


Рис. 1. Движение границы раздела фаз в вертикальном канале

Можно заметить, что такой подход приведет к появлению жидкости в ячейках, находящихся выше границы раздела *жидкость—газ*. Данная ситуация возникает вследствие использования предположения о равномерном заполнении ячеек фазами, что, конечно, неверно в случае стратифицированного потока.

Классическим решением проблемы размывания границы раздела фаз является переход от метода конечных разностей к методу конечных объемов, который позволяет физически корректно аппроксимировать конвективные потоки между ячейками [3–5]. Однако необходимо отметить, что использование только этого метода при моделировании движения стратифицированных потоков вскрывает новые недостатки двухжидкостной модели [6–8], так что требуется комплексный подход к решению проблемы.

Появление границы раздела фаз значительно сказывается на динамике системы вследствие изменения градиентов давления. Рассмотрим столб жидкости в вертикальном канале, на нижней границе которого установлена непроницаемая перегородка. Из постановки задачи следует, что скорости как столба жидкости, так и газа, находящегося над ним, должны быть равны нулю. Уравнение сохранения импульса смеси, записанное для верхней границы стратифицированной ячейки, в которой находится неподвижная жидкость, имеет вид

$$\rho_{j+1/2} \frac{\partial v_{j+1/2}}{\partial t} = - \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{j+1/2} + \rho_{j+1/2} g = 0,$$

где $\rho = \alpha_g \rho_g + \alpha_f \rho_f$ — плотность смеси (α_g, α_f — объемные доли газа и жидкости); v — скорость смеси; P — давление; g — ускорение свободного падения. Гравитационный член компенсируется перепадом давления, что должно обеспечивать неподвижность смеси. В то же время ввиду равенства давлений фаз такой же градиент давления присутствует и в уравнении сохранения импульса газа:

$$\rho_{g,j+1/2} \frac{\partial v_{g,j+1/2}}{\partial t} = - \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{j+1/2} + \rho_{g,j+1/2} g + F_{j+1/2} \neq 0,$$

где ρ_g, v_g — плотность и скорость газа; $F = k|v_g - v_f|$ — сила межфазного трения.

Целью настоящей работы являлось создание в рамках двухжидкостного приближения с равными давлениями фаз модели вертикальной стратификации, которая бы физически корректно описывала большинство явлений, наблюдаемых в данном режиме, и внедрение данной модели в теплогидравлический модуль кода СОКРАТ-БН [9].

Модель вертикальной стратификации

Модель вертикальной стратификации построена в первую очередь на предположении о существовании плоской поверхности раздела фаз, местоположение которой определяется на основании анализа распределения газосодержания по ячейкам канала. При обнаружении стратификации потока модельные уравнения корректируются с учетом резких градиентов содержания фаз в пределах одной расчетной ячейки.

Для иллюстрации обратимся к рис. 2, на котором схематично изображена часть вертикального канала. В соответствии с моделью стратификации концентрации пузырьков в жидкости ниже границы раздела фаз в ячейках j и $j-1$ полагаются равными, а объем жидкости выше границы в ячейках j и $j+1$ считается малым настолько, что им можно пренебречь. Объемная доля смеси α_{level} в стратифицированной ячейке j определяется долями жидкости и пузырьков, находящихся в ней:

$$\alpha_{level} = \alpha_{f,j} + \alpha_{bubble}.$$

Из равенства концентраций пузырьков в ячейках j и $j - 1$ находим их объемную долю в стратифицированной ячейке:

$$\frac{\alpha_{bubble}}{\alpha_{f,j} + \alpha_{bubble}} = \frac{\alpha_{g,j-1}}{\alpha_{g,j-1} + \alpha_{f,j-1}} \Rightarrow \alpha_{bubble} = \alpha_{f,j} \frac{\alpha_{g,j-1}}{\alpha_{f,j-1}}$$

Следовательно, известна и доля смеси в стратифицированной ячейке:

$$\alpha_{level} = \frac{\alpha_{f,j}}{\alpha_{f,j-1}}$$

Условия, в которых данные рассуждения оказываются применимы, определяют критерии модели вертикальной стратификации:

- 1) объемная доля газа в ячейке $j + 1$ больше объемной доли газа, соответствующей границе дисперсного режима течения, принятого в теплогидравлическом модуле кода СОКРАТ-БН ($\alpha_{g,j+1} > \alpha_{disp} = 0,957$);
- 2) объемная доля газа в ячейке j больше, чем в ячейке $j - 1$ ($\alpha_{g,j} > \alpha_{g,j-1}$);
- 3) объемная доля газа в ячейке j меньше, чем в ячейке $j + 1$ ($\alpha_{g,j} < \alpha_{g,j+1}$).

При обнаружении стратификации в ячейке потоки массы газа и жидкости корректируются с учетом резкого градиента объемного паросодержания (считается, что через верхнюю границу ячейки течет смесь со свойствами из верхней ячейки, а через нижнюю границу — со свойствами из нижней ячейки), т. е. конвективные члены в уравнениях сохранения массы записываются следующим образом:

$$\frac{\partial (\alpha_i \rho_i v_i)_j}{\partial z} = \frac{\alpha_{i,j+1} \rho_{i,j+1} v_{i,j+1/2} - \alpha_{i,j-1} \rho_{i,j-1} v_{i,j-1/2}}{\Delta z}$$

В соседних ячейках потоки массы также корректируются для согласования.

Как уже было сказано, появление границы раздела фаз сказывается на динамике системы вследствие изменения градиентов давления. Более того, она не может быть описана стандартным методом в рамках двухжидкостной модели с одинаковыми давлениями фаз. Решить данную проблему удалось перенесением места расчета давления из центра стратифицированной ячейки на свободную поверхность и изменением контрольного объема для расчета скоростей на границах.

На рис. 3 показано, как выбирается контрольный объем (обозначен пунктирной линией) для записи уравнения сохранения импульса на границе ячейки, а также обозначены место расчета скоростей (\times) и места расчета давлений в ячейках (\bullet) в случае стратификации потока.

Используя предположение о равномерном распределении фаз в контрольном объеме, получаем значения скалярных величин на границах ячейки:

$$\alpha_{i,j\pm 1/2} = \alpha_{i,j\pm 1}; \quad \rho_{i,j\pm 1/2} = \rho_{i,j\pm 1}$$

После определения высоты уровня жидкости в стратифицированной ячейке можно корректно рассчитать градиенты давления на ее границах:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{j-1/2} = \frac{P_j - P_{j-1}}{\Delta z \left(\alpha_{level} + \frac{1}{2} \right)}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{j+1/2} = \frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta z \left[(1 - \alpha_{level}) + \frac{1}{2} \right]}$$

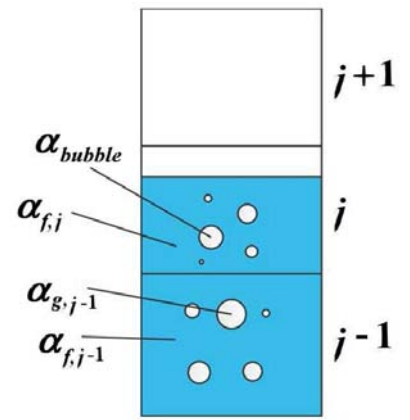


Рис. 2. Стратификация потока в вертикальном канале

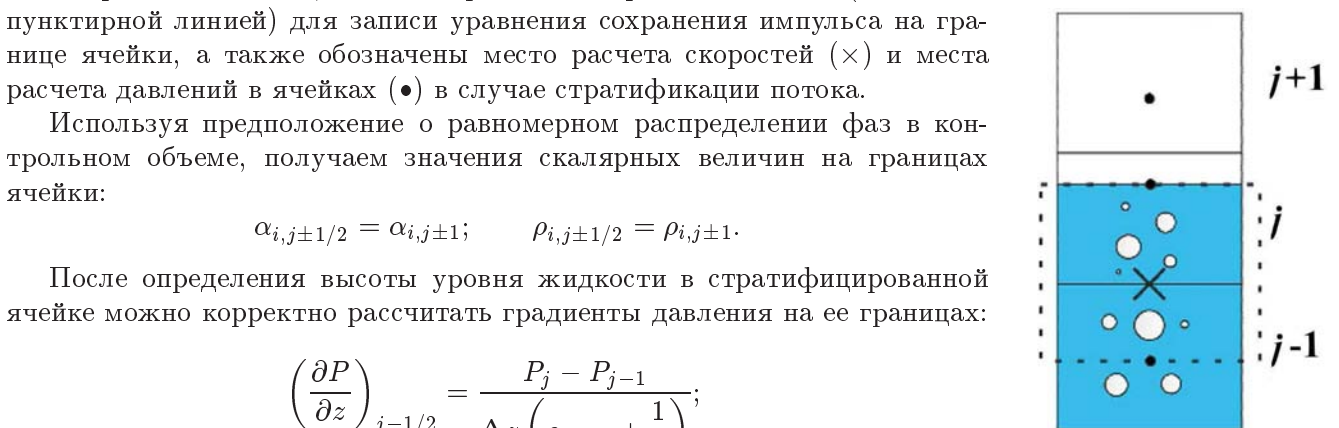


Рис. 3. Контрольный объем для расчета скорости на границах стратифицированной ячейки

Вследствие дискретности расчета пересечение границ ячеек поверхностью раздела фаз вызывает нефизичные скачки давления. В этом случае для верного описания динамики системы уравнения сохранения массы корректируются с учетом выхода уровня раздела фаз за границы ячейки. Если в ячейке зафиксировано превышение объемным содержанием фазы максимального значения, то в уравнения сохранения массы добавляется член, который отвечает за переброс избытка фазы из одной ячейки в другую, и проводится пересчет уравнений без изменения временного шага. Минимальные значения объемного содержания для газовой и жидкой фаз равняются $\alpha_{g,\min} = 10^{-6}$ и $\alpha_{f,\min} = 5 \cdot 10^{-8}$ ($\alpha_{g,\max} = 1 - \alpha_{f,\min}$). Если содержание фазы опустилось до минимального значения, фаза считается фоновой.

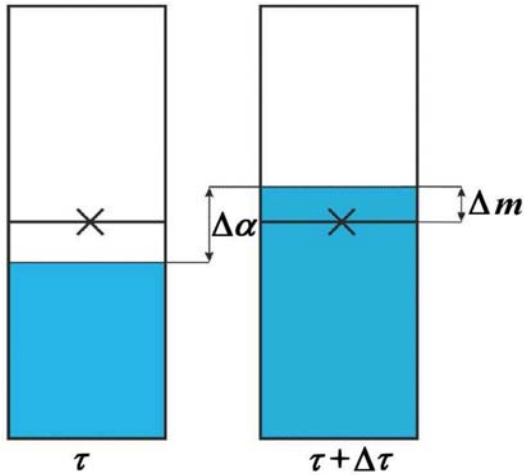


Рис. 4. Пересечение уровнем раздела фаз границы ячейки

На рис. 4 схематично изображено пересечение фазой границы ячейки. На временном слое τ содержание фазы в ячейке составляло $\alpha(\tau)$, причем было меньше максимального значения. На следующем временном слое содержание фазы в ячейке стало больше максимального значения и составило $\alpha(\tau + \Delta\tau) = \alpha^{new}$. Таким образом, за время расчетного шага фаза должна была полностью заполнить текущую ячейку и начать заполнять следующую, но этого не произошло ввиду дискретности расчета, и весь избыток массы остался в ячейке, в результате чего произошел рост давления. Для того чтобы расчет производился корректно, избыток массы $\Delta m = \rho(\alpha^{new} - \alpha_{\max})$ вычитается из текущей ячейки и переносится в следующую.

Дополнительный член в уравнениях сохранения массы записывается следующим образом:

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)_j}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_i \rho_i v_i)_j}{\partial z} = \Delta m_{i,j}.$$

В случае превышения содержанием газовой фазы максимального значения

$$\alpha_{g,j}^{new} > \alpha_{g,\max} \Rightarrow flag_j = 1$$

добавочный член имеет вид

$$\frac{\Delta m_{g,j}}{\rho_{g,j}} = -(\alpha_{g,j}^{new} - \alpha_{g,\max}) flag_j,$$

что соответствует удалению излишка массы газа из ячейки j . Излишек массы переносится либо в ячейку $j + 1$, либо в ячейку $j - 1$ в зависимости от направления скорости:

$$\frac{\Delta m_{g,j+1}}{\rho_{g,j+1}} = -\frac{\Delta m_{f,j+1}}{\rho_{f,j+1}} = \begin{cases} (\alpha_{g,j}^{new} - \alpha_{g,\max}) flag_j, & \text{если } v_{f,j-1/2} + v_{f,j+1/2} \geq 0; \\ 0, & \text{если } v_{f,j-1/2} + v_{f,j+1/2} < 0; \end{cases}$$

$$\frac{\Delta m_{g,j-1}}{\rho_{g,j-1}} = -\frac{\Delta m_{f,j-1}}{\rho_{f,j-1}} = \begin{cases} 0, & \text{если } v_{f,j-1/2} + v_{f,j+1/2} \geq 0; \\ (\alpha_{g,j}^{new} - \alpha_{g,\max}) flag_j, & \text{если } v_{f,j-1/2} + v_{f,j+1/2} < 0. \end{cases}$$

В случае превышения содержанием жидкой фазы максимального значения

$$\alpha_{g,j}^{new} < \alpha_{g,\min} \Rightarrow flag_j = -1$$

добавочный член имеет вид

$$\frac{\Delta m_{g,j}}{\rho_{g,j}} = -\frac{\Delta m_{f,j}}{\rho_{f,j}} = -(\alpha_{g,\min} - \alpha_{g,j}^{new}) flag_j,$$

что соответствует удалению излишка массы газа из ячейки j . Излишек массы переносится либо в ячейку $j + 1$, либо в ячейку $j - 1$ в зависимости от направления скорости:

$$\frac{\Delta m_{g,j+1}}{\rho_{g,j+1}} = -\frac{\Delta m_{f,j+1}}{\rho_{f,j+1}} = \begin{cases} (\alpha_{g,\min} - \alpha_{g,j}^{new}) flag_j, & \text{если } v_{g,j-1/2} + v_{g,j+1/2} \geq 0; \\ 0, & \text{если } v_{g,j-1/2} + v_{g,j+1/2} < 0; \end{cases}$$

$$\frac{\Delta m_{g,j-1}}{\rho_{g,j-1}} = -\frac{\Delta m_{f,j-1}}{\rho_{f,j-1}} = \begin{cases} 0, & \text{если } v_{g,j-1/2} + v_{g,j+1/2} \geq 0; \\ (\alpha_{g,\min} - \alpha_{g,j}^{new}) flag_j, & \text{если } v_{g,j-1/2} + v_{g,j+1/2} < 0. \end{cases}$$

Тестирование модели

На рис. 5 представлена динамика объемного паросодержания в ячейках, полученная в результате моделирования подъема уровня жидкости в вертикальном канале. Видно, что противопоточная аппроксимация конвективных членов в уравнениях сохранения массы размывает границу раздела фаз по расчетной области, в то время как использование модели стратификации приводит к последовательному заполнению ячеек жидкостью.

На рис. 6, а, б представлена динамика давления, полученная в результате моделирования подъема уровня жидкости в вертикальном канале. Давление измеряется в нижней ячейке канала. Использование разработанной модели позволяет избежать возникновения скачков давления при заполнении ячеек жидкостью.

Модель стратификации позволяет корректно рассчитывать такие задачи, как, например, колебание уровня жидкости в U-образном канале (манометре). На рис. 7 представлена динамика

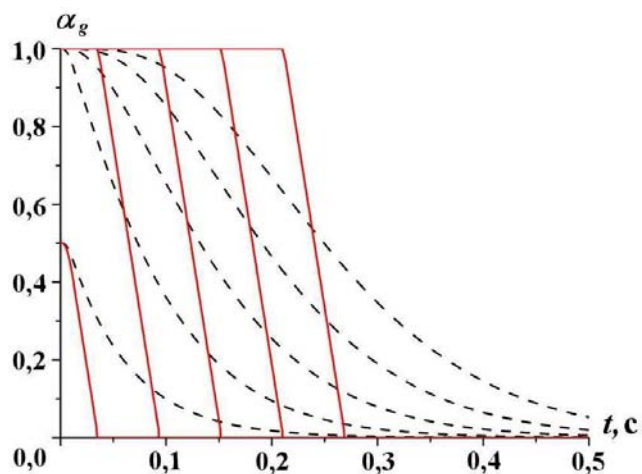


Рис. 5. Динамика паросодержания в ячейках, рассчитанная без модели стратификации (---) и с использованием данной модели (—)

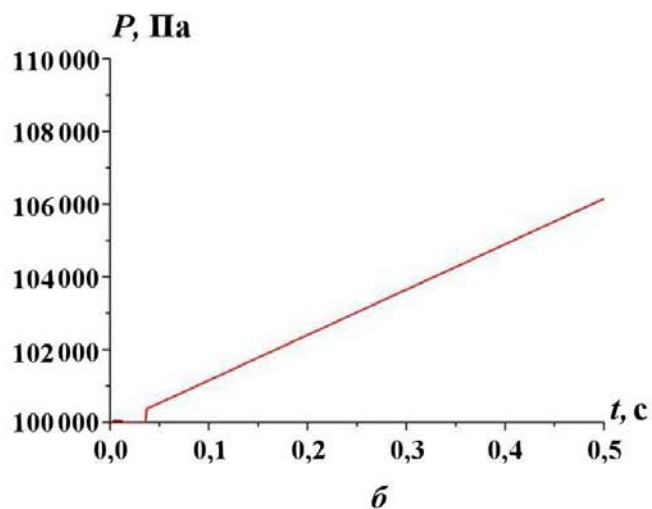
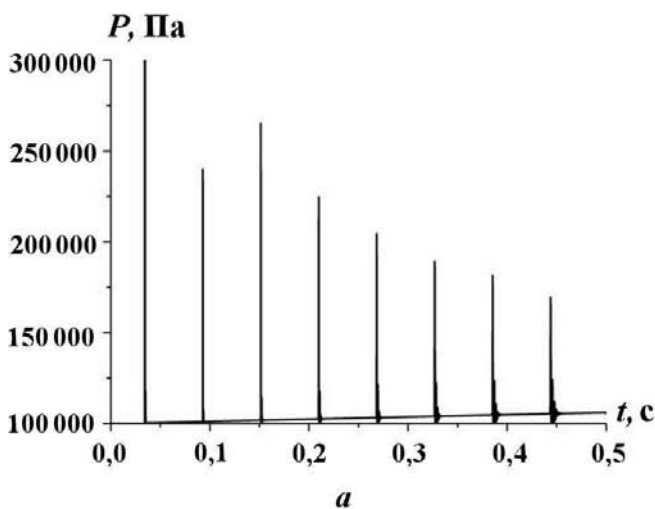


Рис. 6. Динамика давления в ячейке, рассчитанная без модели стратификации (а) и с использованием данной модели (б)

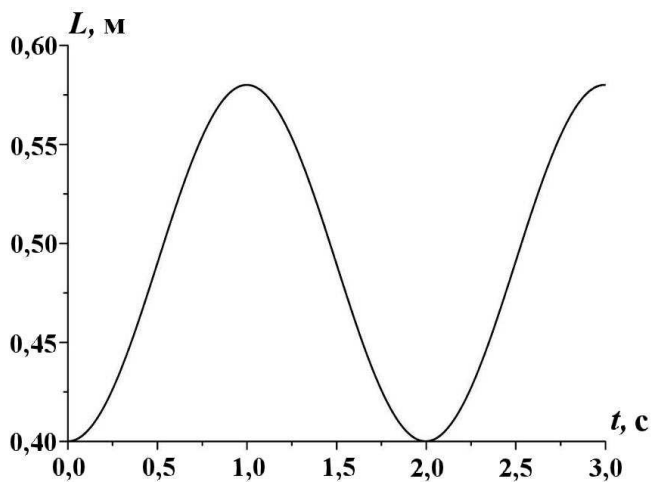


Рис. 7. Динамика уровня жидкости в одном из колен манометра

уровня жидкости в одном из колен канала. Заметим, что расчетный период колебаний соответствует теоретическому значению, которое можно найти из соотношения

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}} \approx 2 \text{ с.}$$

Здесь $L = 2 \text{ м}$ — полная длина столба жидкости в канале.

Модель стратификации позволила также произвести моделирование кипения неподвижной жидкости в большом объеме с наличием поверхности раздела фаз. Решением такой задачи должно быть выкипание жидкости и, как следствие, равномерное падение ее уровня. Канал состоит из двух ячеек, причем нижняя — обогреваемая и полностью заполнена жидкостью (рис. 8). Верхняя ячейка заполнена жидкостью на 10% от своего объема. На рис. 9 представлена зависимость паросодержания от времени в ячейках расчетного канала. Видно, что после закипания жидкости устанавливается равновесная концентрация пузырьков и происходит равномерное уменьшение уровня жидкости сначала в верхней ячейке, а затем в нижней.

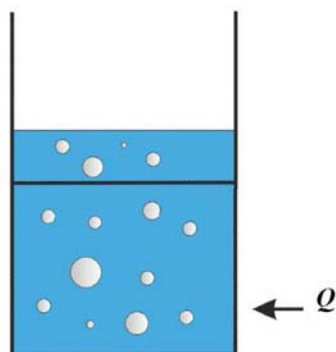


Рис. 8. Моделирование кипения жидкости

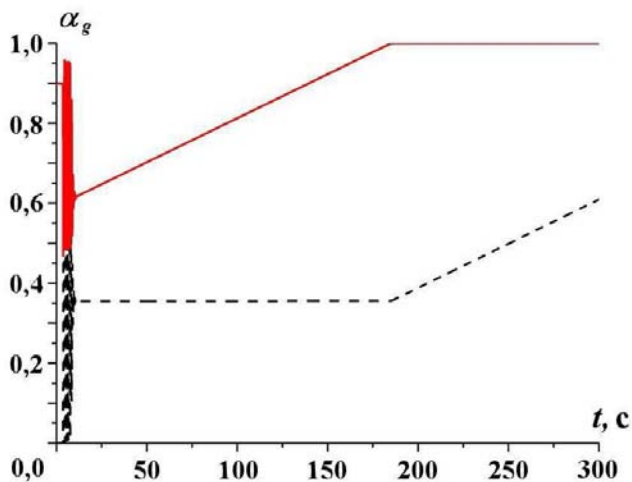


Рис. 9. Динамика паросодержания в нижней (---) и верхней (—) ячейках канала

Заключение

Разработана новая модель вертикальной стратификации двухфазного потока в рамках двухжидкостного приближения с равным давлением фаз для теплогидравлического модуля кода СОКРАТ-БН. Показано, что использование модели стратификации позволяет корректно описывать движение границы раздела фаз, избегая ее размывания по расчетной области и скачков давления при заполнении ячеек. Применимость данной модели продемонстрирована на таких тестах, как подъем уровня жидкости в вертикальном канале, колебания жидкости в дифференциальном манометре, а также выкипание жидкости в большом объеме.

Список литературы

1. *Spore J. W., Elson J. S., Jolly-Woodruff S. J. et al.* TRAC-M/FORTRAN 90 (Version 3.0) Theory Manual. Los Alamos National Laboratory, Pennsylvania State University, 2000.
2. *Драгунов Ю. Г., Быков М. А., Василенко В. А., Мигров Ю. А.* Опыт применения и развитие расчетного кода КОРСАР для обоснования безопасности АЭС с ВВЭР // Теплоэнергетика. 2006. № 1. С. 43–47.
3. *Chorin A. J.* Flame advection and propagation algorithms // J. Comp. Phys. 1980. Vol. 35. P. 1–11.
4. *Hyman J. M.* Numerical methods for tracking interfaces // Physica D. 1984. Vol. 12. P. 396–407.
5. *Hirt C. W., Nichols B. D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. Comp. Phys. 1981. Vol. 39. P. 201–225.
6. *Abe Y., Akimoto H., Kamo H., Murao Y.* Elimination of numerical pressure spikes induced by two-fluid model // J. of Nucl. Sci. and Technology. 1993. Vol. 30, No 12. P. 1214–1224.
7. *Frepoli C., Mahaffy J. H., Ohkawa K.* Notes on the implementation of a fully-implicit numerical scheme for a two-phase three-field flow model // Nucl. Eng. and Design. 2003. Vol. 225. P. 191–217.
8. *Aktas B., Mahaffy J. H.* A two-phase level tracking method // Ibid. 1996. Vol. 162. P. 271–280.
9. *Кудашов И. Г., Лежнин С. И., Семенов В. Н. и др.* Моделирование процессов кипения натрия в одномерном двухжидкостном приближении кодом СОКРАТ-БН // Атомная энергия. Т. 111. Вып. 3. С. 137–139.

Статья поступила в редакцию 27.07.13.
