

УДК 621.01:539.422.24+621-027.45

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВИБРАЦИОННОЙ НАГРУЗКИ

Н. А. Билык, Т. Н. Артемьева
(РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров)

Приводятся метод и алгоритм оценки показателей надежности к усталостной прочности деталей механических конструкций под действием многоступенчатой случайной вибрации со случайным спектром. Действующая нагрузка задается на местах крепления изделия или напряжения в опасном сечении детали. Метод позволяет оценивать меру накопленных повреждений на каждой ступени нагружения и за все время нагружения, среднее значение и среднее квадратическое отклонение логарифма *времени жизни* детали. Создан программный комплекс для АРМ, реализующий данный подход.

Ключевые слова: случайная вибрация, многоступенчатая случайная вибрация, *время жизни* детали, мера накопленных повреждений, показатель надежности.

Введение

На составные части механических конструкций (изделий) во время эксплуатации действуют вибрационные нагрузки в виде случайных вибраций со случайным спектром с несколькими ступенями нагружения. Например, это наблюдается при транспортировке железнодорожным или автомобильным транспортом, на активном и пассивном участках полета ракеты и т. п. Выход конструкции из строя при таком воздействии происходит зачастую из-за усталостного разрушения деталей.

Исследованию усталостной прочности уделяется большое внимание. Проводятся как эксперименты со стандартными образцами или макетами изделий [1, 2], так и расчетно-теоретические исследования [1–3]. При этом учитываются испытания образцов по накоплению меры повреждений при ступенчатом вибрационном нагружении [1, 4, 5] и при действии случайной вибрации [6].

Программный комплекс для расчета усталостного разрушения элементов конструкции при многоступенчатом нагружении случайной вибрацией позволяет определить показатели надежности: вероятность \hat{R} неразрушения детали под действием случайных вибраций, среднее квадратическое отклонение (СКО) вероятности \hat{R} , среднее значение и СКО логарифма *времени жизни* детали, меру накопленных повреждений в опасном сечении детали.

Случайный характер вибрационных кривых усталости материала деталей

Кривую *усталости* материала под действием N циклов гармонической вибрации запишем в виде [7, 8]

$$N - N_1 = N_0 (\sigma - \sigma_{-1m})^{-m}, \quad (1)$$

где N_0 , N_1 , m — параметры кривой усталости; σ_{-1m} — минимальный предел усталости материала при $N \rightarrow \infty$.

В предположении $N \geq 10^5$ параметр N_1 берется равным нулю и формула (1) записывается в виде [1, 3]

$$N = N_0 (\sigma - \sigma_{-1m})^{-m}. \quad (2)$$

Как показывает статистическая обработка экспериментальных данных [7, 8], параметр m для определенного материала является постоянной величиной и равен $4 \div 6$; исключение составляет сплав АК6, для которого $m = 8$. При растяжении-сжатии и при изгибе с вращением параметры m и N_0 практически совпадают для всех материалов (авторами данной статьи исследованы сплавы АЛ9-Т5, Д16, АМг6, сталь 45, Д16-Т, 30ХГСА, 20ХНЗА, Х18Н9Т, ВТ2, а также паяные конструкции стальных (марки 12Х18Н10Т) и медных (марки МЗР.М) трубопроводов).

Ограничение по минимальному пределу усталости σ_{-1m} следует из диаграммы усталостного разрушения, построенной по экспериментальным данным, полученным при нагружениях до $10^9 - 10^{10}$ циклов [5]. Определяющей величиной при выборе минимального предела усталости σ_{-1m} является отношение среднего значения минимального предела усталости $\bar{\sigma}_{-1m}$ к среднему значению предела усталости $\bar{\sigma}_{-1}$ при числе циклов нагружения 10^7 [3]:

$$\bar{\sigma}_{-1m}^{(1)} = \frac{\bar{\sigma}_{-1m}}{\bar{\sigma}_{-1}}.$$

Для кривой усталости алюминиевых сплавов $\bar{\sigma}_{-1m}^{(1)} \sim 0,66 \bar{\sigma}_{-1}$, а для обобщенной кривой усталости $\bar{\sigma}_{-1m}^{(1)} \sim 0,45 \bar{\sigma}_{-1}$ [7–9]. В [3] указывается, что накопление повреждений в материале начинается при амплитудах напряжений $\sim 0,6$ от предела усталости на базе 10^7 циклов.

Отношение среднего значения предела циклической усталости $\bar{\sigma}_{-1}$ к среднему значению предела прочности $\bar{\sigma}_B$ для алюминиевых сплавов составляет $\sim 1/3$ [4, 7], для сталей $\sim 1/2$ [4, 9]. Отсюда отношение

$$\bar{\sigma}_{-1m}^{(2)} = \frac{\bar{\sigma}_{-1m}}{\bar{\sigma}_B}$$

для алюминиевых сплавов составляет $\sim 0,15$, а для сталей $\sim 0,3$.

Такие характеристики сопротивления материалов усталости, как число циклов до разрушения N или предел усталости σ_{-1} , являются случайными величинами, которым свойственно большое рассеяние даже при условии испытаний идентичных образцов, изготовленных из материала одной плавки. Поэтому можно определить математическое ожидание (МО) и СКО этих случайных величин.

Зависимость среднего предела усталости материала от среднего предела прочности близка к линейной [7, 10, 11]:

$$\bar{\sigma}_{-1} \approx a_1 \bar{\sigma}_B,$$

и для каждой случайной реализации

$$\sigma_{-1} = a_1 \sigma_B + \xi_1, \tag{3}$$

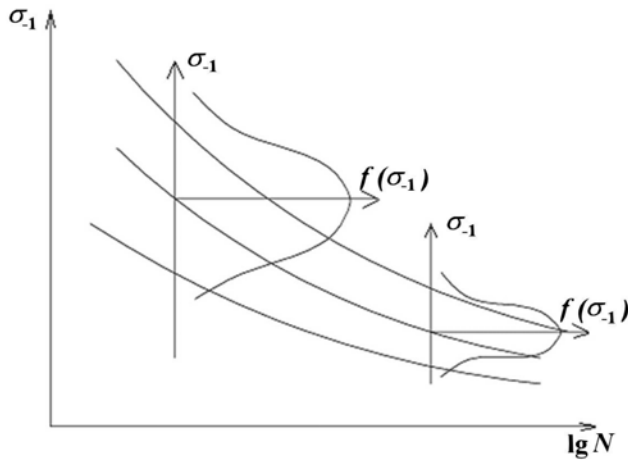
где ξ_1 — случайная неуправляемая величина с МО $M(\xi_1)$ и СКО S_{ξ_1} ; a_1 — постоянный коэффициент при конкретном числе циклов нагружения; σ_B — предел прочности материала (случайная величина).

На основании (3) можно предположить, что каждому образцу с конкретным значением предела прочности соответствует своя кривая усталости и заданному числу образцов соответствует семейство кривых (рисунок). При этом для минимального предела усталости имеется зависимость

$$\sigma_{-1m} = a_2 \sigma_B + \xi_2,$$

где $a_2 < a_1$. МО и СКО минимального предела усталости равны соответственно $M(\sigma_{-1m}) \cong \bar{\sigma}_{-1m}$, $S_{\sigma_{-1m}} = \sqrt{a_2^2 S_{\sigma_B}^2 + S_{\xi_2}^2}$. Аналогичные выражения можно записать и для σ_{-1} .

Гипотезу о таком характере семейства кривых усталости подтверждают усталостные испытания образцов алюминиевого сплава и других материалов с крупным и мелким зерном [7, 12], а полученные при этом кривые названы в [4] индивидуальными кривыми усталости. Если пренебречь разбросом предела усталости от неуправляемых факторов, то коэффициент вариации σ_{-1} будет постоянным при любом числе циклов (т. е. $w_{\sigma_{-1}} \cong w_{\sigma_B} = \text{const}$) и вдоль кривой усталости, что подтверждается для алюминиевых сплавов [8].



Семейство кривых усталости

классического нормального распределения, так и от нормального распределения с ограничениями снизу и сверху. Однако для упрощения расчета будем принимать σ_{-1} распределенным по нормальному закону.

Кривые вибрационной усталости деталей

Влияние конструктивных факторов и постоянного напряжения $\sigma_{од}$ в опасном сечении детали на предел усталости детали учтем путем умножения предела усталости образца σ_{-1} на коэффициент [2, 10]

$$K = \frac{\varepsilon_{п}\varepsilon_{м}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_в} \right),$$

где $\varepsilon_{м}$ — масштабный коэффициент, учитывающий отличие размеров детали и образца; $\varepsilon_{п}$ — коэффициент, учитывающий чистоту обработки поверхности; K_{-1} — эффективный коэффициент концентрации напряжений в опасном сечении детали. Более полный учет формы детали и напряженного состояния можно выполнить по методу В. П. Когаева [3, 6].

Напряжение $\sigma_{-1ад}$, при котором произойдет разрушение детали на базе N циклов, определим по формуле

$$\sigma_{-1ад} \approx \sigma_{-1} \frac{\varepsilon_{п}\varepsilon_{м}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_в} \right),$$

где σ_{-1} — ограниченный предел усталости на базе N циклов; $\sigma_{од}$ — постоянное напряжение в опасном сечении детали.

Кривую усталости детали при вибрационном синусоидальном (в том числе асимметричном) нагружении запишем в виде

$$N_{д} = N_{од} (\sigma_{ад} - \sigma_{-1д})^{-m},$$

где

$$N_{од} = N_0 \left[\frac{\varepsilon_{п}\varepsilon_{м}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_в} \right) \right]^m; \quad \sigma_{-1д} = \frac{\varepsilon_{п}\varepsilon_{м}}{K_{-1}} \sigma_{-1м} \left(1 - \frac{\sigma_{од}}{\bar{\sigma}_в} \right). \quad (5)$$

При числе циклов до разрушения образца 10^7-10^8 СКО логарифма числа циклов можно определить по формуле

$$S_{\lg N} = mM \frac{w_{\sigma_{-1}} \bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_{-1} - \bar{\sigma}_{-1м}}, \quad (4)$$

которая получена в предположении, что разброс $\sigma_{-1м}$ мал по сравнению с σ_{-1} . Формула (4) дает увеличение СКО числа циклов до разрушения образца с уменьшением $\bar{\sigma}_{-1}$ и удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными по алюминиевым сплавам.

В [8] предлагается принимать распределение предела усталости нормальным, а распределение числа циклов до разрушения образца при постоянном напряжении логарифмически-нормальным или логарифмически-нормальным с наличием порога чувствительности по циклам. Очевидно, что в действительности распределение предела усталости σ_{-1} имеет отличия как от

Мера повреждаемости деталей при вибрационном нагружении

При расчете усталостного разрушения детали под действием вибрационной нагрузки используется гипотеза линейного накопления повреждений (правило Майера) [1, 2, 4]:

$$d = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i},$$

где d — мера накопленных усталостных повреждений детали; k — число блоков с напряжением $\sigma_{ад}$; n_i — число циклов в блоке с напряжением $\sigma_{адi}$; N_i — число циклов до разрушения детали при напряжении $\sigma_{адi} = \sigma_{-1адi}$. Условие разрушения записывается в виде $d = 1$.

Результаты многих исследований показывают, что даже при испытании достаточно большого количества образцов в каждом блоке ступенчатого нагружения величина d отклоняется от единицы [3, 5, 13]. Это отклонение имеет детерминированную и случайную составляющие. Детерминированная составляющая возникает из-за того, что действительные закономерности накопления усталостных повреждений более сложные, чем простое линейное суммирование относительных долговечностей [13, 14]. Случайная составляющая связана со значительным рассеиванием как самих долговечностей N_i и $N_{сум}$, где $N_{сум} = \sum_{i=1}^k n_i$, так и их средних значений \bar{N}_i и $\bar{N}_{сум}$ ($\bar{N}_{сум} = \sum_{i=1}^k \bar{n}_i$).

Приближенная оценка доверительных интервалов для меры накопленных повреждений d при вибрационном разрушении образца показывает, что при $S_{lgN} = 0,2$ и при справедливости линейной гипотезы суммирования повреждений в среднем (медианное значение $\tilde{d} = 1$) 95 %-ным доверитель-

ным интервалом для \bar{d} , где $\bar{d} = \sum_{i=1}^k \frac{\bar{n}_i}{\bar{N}_i}$, а \bar{N}_i определялось по 15–20 образцам в каждом блоке

нагружения, является интервал $0,6 < \bar{d} < 1,6$ [3, 5, 13]. При $S_{lgN} = 0,6$ получается интервал $0,25 < \bar{d} < 4$, что подтверждается опытными данными. Многочисленные исследования показывают, что значения \bar{d} находятся почти всегда в пределах $0,5 < \bar{d} < 2,0$ [2, 5].

Из сказанного следует, что практически весь интервал разброса меры накопленных повреждений охватывает доверительный интервал, связанный со статистическим характером усталостного разрушения детали. Наряду с этим, поскольку разброс числа циклов до разрушения меняется вдоль кривой усталости, разброс меры накопленных повреждений будет меняться в зависимости от характера блоков напряжений [1].

Вероятность усталостного разрушения детали под действием случайной вибрации

Алгоритм расчета вероятности усталостного разрушения детали приводится в предположении, что при разрушении мера накопленных усталостных повреждений детали $d = 1$. При определении значения d в опытах полученное значение может использоваться и в расчете.

За показатели надежности элементов механических конструкций под действием вибрационной нагрузки принимаются вероятность неразрушения детали \hat{R} и нижняя граница вероятности неразрушения R_ω , соответствующая доверительной вероятности ω , которые определяются по формулам

$$\hat{R} = 1 - \hat{q}; \quad R_\omega = 1 - u_\omega \sigma_{\hat{R}}, \quad \sigma_{\hat{R}} = \hat{q}.$$

Если спектр вибрационной нагрузки обеспечивается с доверительной вероятностью $\omega = 0,9$, то $\sigma_{\hat{R}} = 0$.

Вероятность усталостного разрушения детали под действием случайной вибрации за время эксплуатации изделия T , определяется формулой

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_{\hat{q}}} e^{-t^2/2} dt,$$

где $u_{\hat{q}} = \frac{\lg(T_{\vartheta}) - \lg(\xi_{T_{\text{д}}})}{S_{\lg T_{\text{д}}}}$ — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности \hat{q} ; $S_{\lg T_{\text{д}}}$ — СКО логарифма времени жизни детали под действием случайной вибрации; $\lg(\xi_{T_{\text{д}}})$ — среднее значение логарифма времени жизни детали, $\lg(\xi_{T_{\text{д}}}) = \lg(N_{\text{од}}) - \lg(x_{\text{од}})$.

При k ступенях нагружения изделия случайной вибрационной нагрузкой в течение времени $T_{\vartheta 1}, T_{\vartheta 2}, \dots, T_{\vartheta k}$, (т. е. $T_{\vartheta j}$, $j = \overline{1, k}$), пользуемся формулами

$$T_{\vartheta} = \sum_{j=1}^k T_{\vartheta j}; \quad \lg(\xi_{T_{\text{д}}}) = \lg\left(\frac{1}{T_{\vartheta}} \sum_{j=1}^k \xi_{T_{\text{д}j}} T_{\vartheta j}\right);$$

$$\lg(\xi_{T_{\text{д}j}}) = \lg(N_{\text{од}}^j) - \lg(x_{\text{од}}^j), \quad x_{\text{од}}^j = N_{1 \max}^j S_{\text{ад}j}^m \Psi(x_1^j), \quad x_1^j = \frac{\sigma_{-1 \text{д}j}}{S_{\text{ад}j}}, \quad j = \overline{1, k}.$$

Здесь $S_{\text{ад}j}$ — СКО напряжений (интенсивности напряжений) в опасном сечении детали, которые вызваны действием случайной вибрационной нагрузки на деталь с СКО $S_{\text{а}j}$; $N_{1 \max}^j$ — среднее число максимумов случайной вибрационной нагрузки на j -й ступени нагружения в секунду; $\Psi(x_1^j)$ — функция, характеризующая спектр вибрационного нагружения детали; x_1^j — относительный к $S_{\text{ад}j}$ минимальный предел усталости детали. Величина $S_{\text{ад}j}$ определяется по формулам

$$S_{\text{ад}j} = \frac{\sigma_{\text{эКВ}}}{n_g} S_{\text{а}j}, \quad S_{\text{а}j} = \sqrt{\sum_{i=1}^h \Phi_{ij} \beta_i^2 \Delta f_i},$$

где $\sigma_{\text{эКВ}}$ — напряжение от действия перегрузки n_g ; $S_{\text{а}j}$ — СКО перегрузки в опасном сечении детали при действии случайной вибрационной нагрузки на j -й ступени нагружения; h — число интервалов, на которые разделена по частоте передаточная функция; Φ_{ij} — спектральная плотность вибрационной нагрузки на месте крепления изделия; β_i — коэффициент динамичности детали, соответствующий частоте f_i ; Δf_i — интервал частот в окрестности f_i .

Если задана спектральная плотность напряжения (интенсивности напряжений) Φ'_{ij} в опасном сечении детали, то СКО напряжения равно $S_{\text{а}j} = \sqrt{\sum_{i=1}^h \Phi'_{ij} \Delta f_i}$. Число пересечений нулевого уровня вычисляется по формуле

$$N_{1 \max}^j = \sqrt{\frac{\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^4 \Delta f_i}{\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^2 \Delta f_i}}, \quad j = \overline{1, k}, \quad (6)$$

и если задана спектральная плотность напряжения в опасном сечении детали, то в (6) $\beta_i \equiv 1$.

На j -й ступени нагружения

$$\sigma_{-1 \text{д}j} = \frac{\varepsilon_{\text{п}} \varepsilon_{\text{м}}}{K_{-1}} \sigma_{-1 \text{м}} \left(1 - \frac{\sigma_{\text{од}j}}{\bar{\sigma}_{\text{в}}}\right); \quad x_1^j = \frac{\sigma_{-1 \text{д}j}}{S_{\text{ад}j}} \quad (j = \overline{1, k}),$$

где $\sigma_{\text{од}j}$, $\sigma_{-1 \text{д}j}$ — соответственно постоянное напряжение в опасном сечении детали и минимальный предел усталости детали при действии случайной вибрационной нагрузки на j -й ступени нагружения; $\bar{\sigma}_{\text{в}}$ — среднее значение предела прочности $\sigma_{\text{в}}$ материала детали.

**Алгоритм усталостного разрушения детали
под действием многоступенчатой случайной вибрации**

При нагружении конкретной детали случайной вибрацией на j -й ступени нагружения ее время жизни определяется по формуле

$$T_{dj} = \frac{N_{од}^j}{N_{1\max}^j \int_{\sigma_{-1dj}}^{\infty} (\sigma - \sigma_{-1д})^m \Psi(\sigma) d\sigma} = \frac{N_{од}^j}{x_{од}^j}.$$

Здесь $N_{од}^j$ и σ_{-1dj} определяются по формулам (5); $\Psi(\sigma) = \Psi(x_1^j)$.

Для вычисления $\Psi(x_1^j)$ используется формула

$$\Psi(x_1^j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1^j}^{x_b^j} \left[\nu_j \exp\left(-\frac{x^2}{2\nu_j^2}\right) + x \sqrt{2\pi(1-\nu_j^2)} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) F\left(\frac{\sqrt{1-\nu_j^2}}{\nu_j}\right) \right] (x - x_1^j)^m dx, \quad j = \overline{1, k}, \quad (7)$$

где $F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt$ — интеграл вероятности (нормальный закон);

$$\nu_j = \sqrt{1 - \frac{\left(\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^2 \Delta f_i\right)^2}{\left(\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 \Delta f_i\right) \left(\sum_i \Phi_{ij} \beta_i^2 f_i^4 \Delta f_i\right)}}; \quad x_1^j = \frac{\sigma_{-1dj}}{S_{адj}}; \quad x_b^j = \frac{\bar{\sigma}_b}{S_{адj}}; \quad j = \overline{1, k}.$$

В (7) при $\nu_j > 1 - 10^{-6}$ принимается $\exp\left(-\frac{x^2}{2\nu_j^2}\right) = 0$; $F\left(\frac{\sqrt{1-\nu_j^2}}{\nu_j}\right) = 1$ (широкополосный процесс).

При $\nu_j < 10^{-6}$ принимаем $F\left(\frac{\sqrt{1-\nu_j^2}}{\nu_j}\right) = 0,5$ (узкополосный процесс).

Если $\Psi(x_1^j) < 10^{-6}$, полагаем $\Psi(x_1^j) = 10^{-6}$.

Логарифм времени жизни конкретной детали на j -й ступени нагружения определяется по формуле $\lg(T_{dj}) = \lg(N_{од}^j) - \lg(x_{од}^j)$. При $N_0 = \text{const}$

$$\lg(N_{од}^j) = \lg(N_0) + m \lg\left(\frac{\varepsilon_{п\varepsilon_{м}}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{одj}}{\bar{\sigma}_b}\right)\right), \quad \text{т. е. } N_{од}^j = \left[\frac{\varepsilon_{п\varepsilon_{м}}}{K_{-1}} \left(1 - \frac{\sigma_{одj}}{\bar{\sigma}_b}\right)\right]^m N_0;$$

$$\lg(N_{од}) = \lg\left(\frac{\sum_{j=1}^k N_{од}^j T_{эj}}{T_э}\right); \quad S_{\lg T_d} = \frac{1}{\sum_{j=1}^k T_{эj}} \sum_{j=1}^k T_{эj} S_{\lg T_{dj}};$$

$$d_j = \frac{x_{од}^j}{N_{од}^j} T_{эj}; \quad d = \sum_{j=1}^k d_j. \quad (8)$$

В (8) при $d_j < 10^{-6}$ полагается $d_j = 10^{-6}$.

СКО логарифма времени жизни определяется по формуле

$$S_{\lg T_{\Delta j}}(x_1^j) = \sqrt{\frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} \left[\lg \left(T_{\Delta j}(x_1^j) \right) - \lg \left(\xi_{T_{\Delta j}}(x_1^j) \right) \right]^2},$$

или

$$S_{\lg T_{\Delta j}}(x_1^j) = \sqrt{\frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} \left[-m \lg(1 + \varphi_i) - m \lg(1 + \phi_i) - \lg \left(\Psi(x_{1i}^j) \right) + \lg \left(\Psi(x_1^j) \right) \right]^2}. \quad (9)$$

Здесь

$$x_{1i}^j = \frac{\sigma_{-1ди}}{S_{адi}^j} = \frac{\bar{\sigma}_{-1д}(1 + \varphi_i)}{\bar{S}_{ад}^j(1 + \phi_i)}, \quad x_1^j = \frac{\bar{\sigma}_{-1д}}{\bar{S}_{ад}^j}, \quad x_{ви}^j = \frac{\sigma_{ви}}{S_{адi}^j} = \frac{\bar{\sigma}_{в}(1 + \varphi_i)}{\bar{S}_{ад}^j(1 + \phi_i)}, \quad x_{в}^j = \frac{\bar{\sigma}_{в}}{\bar{S}_{ад}^j};$$

$$\sigma_{-1ди} = \bar{\sigma}_{-1д}(1 + \varphi_i); \quad S_{адi}^j = \bar{S}_{ад}^j(1 + \phi_i); \quad j = \overline{1, k}; \quad i = \overline{1, N_M};$$

N_M — число циклов при моделировании случайного процесса; $\bar{\sigma}_{-1д}$ — среднее значение минимального предела усталости детали, вычисляется по формуле (5); $\varphi = \{\varphi_i\}$ — случайная величина, характеризующая кривую усталости детали, распределенная по нормальному закону, со средним значением $M(\varphi) = 0$ и СКО $S_\varphi = w_{\sigma_{в}} = w_{\sigma_{-1}}$; $\bar{S}_{ад}^j$ — среднее значение СКО напряжения в детали от случайной вибрации со спектром Φ_{ij} на j -й ступени нагружения; $\phi = \{\phi_i\}$ — случайная величина, характеризующая спектр нагружения, распределенная по нормальному закону, со средним значением $M(\phi) = 0$ и СКО $S_\phi = w_{\sigma_{ад}}^j = \frac{1}{2}w_\phi^j$. Относительный разброс (коэффициент вариации) спектральной плотности постоянный во всем диапазоне частот.

В (9) при вычислении $S_{\lg T_{\Delta j}}$ принимаются те же допущения, что и в (7). Кроме того:

- 1) если $1 + \varphi_i < 10^{-6}$, полагается $1 + \varphi_i = 10^{-6}$;
- 2) если $1 + \phi_i < 10^{-6}$, полагается $1 + \phi_i = 10^{-6}$;
- 3) если $\Psi(x_1^j) < 10^{-6}$, полагается $\Psi(x_1^j) = 10^{-6}$

или соответствующий член суммы (9) исключается, а вместо него берется другой (количество слагаемых должно быть N_M).

Для упрощения вычисления СКО $\lg(T_{\Delta j})$, учитывая, что $N_{од}$, $S_{ад}$, $\Psi(x_1)$ — случайные величины с коэффициентами вариации меньше 0,15 и что связь между ними слабая, принимаем

$$S_{\lg T_{\Delta j}}^2 = S_{\lg N_{од}^j}^2 + S_{\lg x_{од}^j}^2;$$

$$S_{\lg N_{од}^j}^2 = S_{\lg N_0}^2; \quad S_{\lg x_{од}^j}^2 = S_{\lg N_{max}^j}^2 + m^2 S_{\lg S_{ад}^j}^2 + S_{\lg \Psi(x_1^j)}^2, \quad \text{где } S_{\lg N_{max}^j}^2 = 0.$$

Тогда

$$S_{\lg T_{\Delta j}}^2 = S_{\lg N_0}^2 + m^2 S_{\lg S_{ад}^j}^2 + S_{\lg \Psi(x_1^j)}^2,$$

$$\text{т. е. } S_{\lg T_{\Delta j}} = \sqrt{S_{\lg N_0}^2 + m^2 S_{\lg S_{ад}^j}^2 + S_{\lg \Psi(x_1^j)}^2}, \quad (10)$$

где

$$S_{\lg N_0} = M m w_{\sigma_{в}}; \quad S_{\lg S_{ад}^j} = M w_{\sigma_{ад}}^j = \frac{1}{2} M w_\phi^j; \quad M = 0,4343;$$

$$S_{\lg \Psi(x_1^j)} = \sqrt{\frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} \left[\lg \left(\Psi(x_{1i}^j) \right) - \lg \left(\Psi(x_1^j) \right) \right]^2}.$$

Если в (9) и (10) $w_\phi^j = 0$, т. е. спектр на j -й ступени вибрационного нагружения не меняется во всем диапазоне частот или задан с доверительной вероятностью, то в расчете принимается $w_\phi^j = 0,01$.

Расчет усталостного разрушения трубопроводов

Оценим вероятностные характеристики прочности конструкции трубопровода с креплением к кронштейну (части конструкции). Рассмотрим стальной (материал 12Х18Н10Т) и медный (материал МЗР.М) трубопроводы.

Для стального трубопровода предел прочности $\sigma_b = 560$ МПа; предел текучести $\sigma_{0,2} = 243$ МПа. Параметры кривой (2) усталости трубопровода: $m = 5$; $\sigma_{-1m} = 140$ МПа; $\sigma_{-1} = 270$ МПа; $\lg N_0 = 17,3$; $w_{\sigma-1} = 10\%$.

Для медного трубопровода предел прочности $\sigma_b = 240$ МПа; предел текучести $\sigma_{0,2} = 80$ МПа. Параметры кривой (2) усталости трубопровода: $m = 5$; $\sigma_{-1m} = 22,5$ МПа; $\sigma_{-1} = 72,5$ МПа; $\lg N_0 = 15,5$; $w_{\sigma-1} = 10\%$.

Показатель надежности конструкции при воздействии многоступенчатой случайной вибрации со случайным спектром вычисляется с помощью разработанного программного комплекса.

Исходные данные для стального (медного) трубопровода:

- материал: сталь (медь);
- вид обработки поверхности: шлифование;
- число ступеней нагружения: $k = 3$;
- времена действия случайной вибрационной нагрузки: $T_{\Delta j} = 100\ 000; 300; 300$ с;
- значение перегрузки: $n_q = 100$ м/с²;
- эквивалентное напряжение, соответствующее этой перегрузке в опасном сечении детали: $\sigma_{\text{ЭКВ}} = 5$ МПа;
- диаметр детали: $\varnothing = 4$ мм;
- коэффициент влияния концентрации напряжений в опасном сечении: $K_{-1} = 1$;
- массив постоянных напряжений в опасном сечении детали на j -й ступени нагружения: $\sigma_o = (60; 60; 60)$ МПа;
- количество интервалов разбиения частоты f_i : $h = 7$;
- массив частот f_i , на которых определяются коэффициенты динамичности: $f_i = (200; 500; 700; 800; 900; 1\ 000; 1\ 100)$ 1/с;
- массив коэффициентов динамичности β_i детали на частоте f_i : $\beta_i = (2; 2,5; 5; 7; 18; 5; 0)$;
- интервалы частот в окрестности f_i : $\Delta f_i = (400; 200; 150; 100; 100; 100; 100)$ 1/с;
- массив спектральных плотностей Φ_{ij} вибрационной нагрузки, соответствующей частоте детали f_i на j -й ступени нагружения: $\Phi_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2}\right)^2 \cdot \text{с}$;
- массив коэффициентов вариации w_ϕ^j спектральной плотности Φ_j вибрационной нагрузки, соответствующей частоте детали f_i на j -й ступени нагружения: $w_\phi^j = (0,14; 0,14; 0,14)$;
- число циклов для вычисления СКО времени жизни детали: $N_m = 5\ 000$.

В таблице приведены результаты для двух вариантов расчета: 1 — с использованием формулы определения СКО $\lg T_d$ (9); 2 — с использованием упрощенной формулы определения СКО $\lg T_d$ (10).

Из таблицы видно, что нагрузки и длительность их воздействия, выдерживаемые стальным трубопроводом, намного больше, чем для медного трубопровода. При одинаковых вводимых начальных данных у стального трубопровода показатель надежности $R = 0,99989$, а у медного $R = 0,7267$. Таким образом, подтверждается, что трубопровод из стали более прочный и более надежный при эксплуатации и транспортировке.

Предложенный подход позволяет снизить стоимость проектирования и отработки механических конструкций, уменьшить время на опытно-конструкторские работы.

Результаты расчетов для медного и стального трубопроводов при $w_{\phi}^j = (0, 14; 0, 14; 0, 14)$

Параметры	Медный трубопровод		Стальной трубопровод	
	Расчет 1	Расчет 2	Расчет 1	Расчет 2
Показатель надежности R	0,7267	0,7003	0,99989	0,999992
СКО показателя надежности	0,2733	0,2997	0,00013	$7,033 \cdot 10^{-6}$
Показатель надежности $R_{0,9}$ *	0,3765	0,3161	0,99975	0,999969
Логарифм времени жизни	5,1562	5,1562	33,135	33,135
СКО логарифма времени жизни	0,2548	0,2925	7,7014	6,4661
Повреждения d_j на уровне 1	0,6944	—	$7,03 \cdot 10^{-29}$	—
Повреждения d_j на уровне 2	0,0124	—	$4,94 \cdot 10^{-19}$	—
Повреждения d_j на уровне 3	0,0124	—	$4,94 \cdot 10^{-19}$	—
Сумма накопленных повреждений d_j	0,7192	—	$9,88 \cdot 10^{-19}$	—

* Оценка показателя надежности с доверительной вероятностью 0,9.

Список литературы

1. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965.
2. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей на прочность. М.: Машиностроение, 1975.
3. Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение, 1977.
4. Селихов А. Ф. Модель рассеяния долговечности элементов конструкции при нерегулярном нагружении // Учёные записки ЦАГИ. 1984. Т. 15, № 3. С. 107—120.
5. Джонсен, Донар. Модель статистических исследований правила Майнера // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. 1981. Т. 103, № 2. С. 35—41.
6. Прочность, ресурс, живучесть и безопасность / Под ред. Н. А. Махутова. М.: URSS, 2008.
7. Иванова В. С. Усталостное разрушение металлов. М.: ГНТИ, 1963.
8. Степнов М. Н., Гиацингов Е. В. Усталость легких конструкционных сплавов. М.: Машиностроение, 1973.
9. Мубрей, Джикванто, Мерэнгер. Результаты испытаний на усталость двух конструкционных сплавов на никелевой основе при большом числе нагружения // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. 1981. № 2. С. 51—57.
10. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. М.: Машиностроение, 1969.
11. Жуков С. Л. Вид связи предела выносливости с характеристиками прочности при растяжении // Заводская лаборатория. 1946. № 1. С. 104—108.
12. Коллинз Джс. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. М.: Мир, 1984.
13. Романов А. Н. Сопротивление деформированию конструкционных металлических материалов при циклическом нагружении // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 4. С. 41—49.
14. Бобир М. І., Халімон О. П., Бондарець О. А. Моделювання кінетики накоплення розсіяних пошкоджень при складному навантаженому стані // Проблеми прочності. 2012. № 1. С. 30—37.