

## ДИНАМИКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА В МАГНИТОПЛАЗМЕННОЙ ЛОВУШКЕ

И. М. Анисина, В. П. Башурин, В. А. Жмайло, А. Е. Широков

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Рассмотрена задача об удержании релятивистских электронов от источника, помещенного в осесимметричной магнитной ловушке, которая образуется при расширении облака плазмы во внешнем магнитном поле. На ряде модельных задач выяснена эффективность такой ловушки и показано, что собственное магнитное поле, порождаемое токами релятивистских электронов, повышает эффективность их удержания.

*Ключевые слова:* магнитная ловушка, релятивистские электроны, плазма, ядерный взрыв.

### Введение

При исследовании радиационных поясов Земли [1], высотных ядерных взрывов (ЯВ) [1, 2] и инъекции электронных сгустков в ионосферу и магнитосферу [3, 4] возникает задача о движении высокоэнергичных электронов, создаваемых распределенным источником внутри расширяющегося облака плазмы, и соответствующей эволюции магнитного поля. Характерным для этой задачи является то, что при расширении облака плазмы с замороженными в него силовыми линиями образуется конфигурация типа магнитной ловушки для электронов, которые испускаются источником, помещенным в этой ловушке.

Далее в качестве типичного примера подобной задачи рассматривается высотный ЯВ (см. рис. 1). В этом примере расширяющееся облако плазмы образуется в атмосфере в результате такого взрыва, а источником электронов является радиоактивный распад осколков деления продуктов взрыва. Внешнее магнитное поле – магнитное поле Земли.

Основные особенности рассматриваемой здесь задачи представлены на рис. 2. На этом рисунке: «источник» – облако радиоактивных продуктов взрыва, излучающих  $\beta$ -электроны; «плазма» – ионизованная атмосфера за фронтом удар

ной волны; « $\beta$ -электроны» – область вытесненного магнитного поля, заполненная  $\beta$ -электронами (магнитная каверна).

Задача о динамике  $\beta$ -электронов в такой ловушке рассматривалась ранее в работах [5–9]. При этом в работах [6–9] использовался ряд упрощающих предположений:

- считалось, что потоки электронов достаточно слабые, так что их собственными магнитными полями можно пренебречь по сравнению с внешним магнитным полем;
- предполагалось, что возмущенное поле вне источника может быть задано как суперпозиция однородного поля и поля магнитного диполя.



Рис. 1. Фотография ЯВ Kingfish операции Dominic [17]

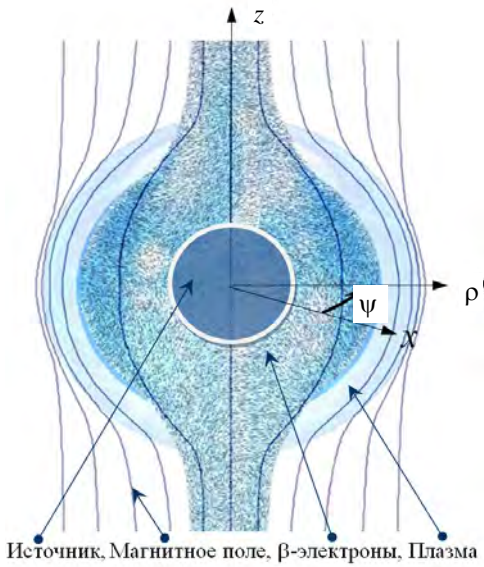


Рис. 2. Магнитная ловушка

С учетом этих предположений были рассчитаны траектории электронов, испускаемых с поверхности «источника» и определена доля электронов, уходящих из ловушки ( $\delta(\psi)$ ), в зависимости от параметра  $\psi = R_C/R_H$ , где  $R_H$  – их ларморовский радиус,  $R_C$  – радиус магнитной каверны.

В работе [10] аналогичная задача решалась для импульсного источника. Благодаря этому удалось рассчитать время жизни электронов в ловушке в зависимости от параметра  $\psi$ . Что касается доли уходящих электронов  $\delta(\psi)$ , то она оказалась в несколько раз больше, чем в работах [8, 9].

В работе [11] на примере той же задачи рассмотрен вопрос о влиянии азимутальных возмущений поверхности ловушки («каверны») на функцию  $\delta(\psi)$ . При некоторых предположениях о профилях магнитного поля и источника электронов получено, что эффект таких возмущений может быть значительным.

Данная работа, как и работа [5], отличается от работ [8–11] тем, что в ней рассматривается более общая модель, в которой одновременно учитываются движение плазмы, движение релятивистских электронов и изменение магнитного поля, вызванное этими движениями. Существенно, что изменение поля и динамика электронов в этом поле считаются согласованно. Как показано ниже, для реальных (достаточно интенсивных) источников электронов такой подход является необходимым.

Кроме того, в данной работе рассматривается и задача о динамике электронов для случая «сла

бого» источника, но для конфигурации внешнего магнитного поля, отличной от той, которая была принята в статьях [8–11], а именно, для конфигурации, которая создается за фронтом сильной ударной волны от точечного взрыва в атмосфере с однородным магнитным полем.

## 1. Физическая модель

В качестве предмета исследований выберем задачу, схематически представленную на рис. 2. Исходная система уравнений, необходимая для полного решения этой задачи, должна включать в себя:

- уравнения МГД для расчета движения продуктов взрыва, образования и движения плазмы воздуха, а также взаимодействия этих веществ с магнитным полем;

- кинетическое уравнение для  $\beta$ -электронов, описывающее их распространение с учетом их взаимодействия с плазмой и магнитным полем;

- уравнение для магнитного поля, учитывающее его изменение, вызванное движением плазмы, токами  $\beta$ -электронов и токами проводимости.

Это довольно сложная система уравнений, поэтому при ее решении приходится делать ряд упрощающих предположений.

Рассматривая уравнения динамики плазмы, ограничимся случаем, когда плотность атмосферы достаточно велика, так что выполняется условие  $P \gg P_m$ , где  $P$  – давление плазмы, а  $P_m$  – давление магнитного поля. Кроме того, учтем, что энергия  $\beta$ -электронов мала по сравнению с полной энергией взрыва. Эти условия позволяют, рассчитывая движение плазмы, ограничиться уравнениями газодинамики.

Уравнения для магнитного поля и тока проводимости, как показывают оценки характерных времен, можно рассматривать в квазистационарном приближении, т. е. записать, что

$$\text{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j}_\Pi + \mathbf{j}_\beta), \quad \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}_\Pi}{\sigma_\Pi} - \frac{1}{c} [\mathbf{u} \times \mathbf{H}],$$

где  $\mathbf{E}$  – напряженность электрического поля;  $\mathbf{H}$  – напряженность магнитного поля;  $t$  – время;  $\mathbf{j}_\Pi$ ,  $\sigma_\Pi$ ,  $\mathbf{u}$  – плотность электрического тока, проводимость и средняя скорость частиц плазмы;  $\mathbf{j}_\beta$  – плотность электрического тока  $\beta$ -электронов.

Кроме того, с учетом данных о проводимости рассматриваемой плазмы и оценок, приведенных в [9, 10], будем пренебрегать поляризационным электрическим полем. В этом случае систему (1) удобнее решать, вводя вектор-потенциал  $\mathbf{A}$  ( $\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A}$ ). Для него из этой системы уравнений можно получить:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + [\mathbf{u} \times \text{rot}\mathbf{A}] = \frac{c^2}{4\pi\sigma_{\Pi}} \text{rot}\text{rot}\mathbf{A} - \frac{\mathbf{j}_{\beta}}{\sigma_{\Pi}}. \quad (2)$$

Для описания распространения  $\beta$ -электронов используем кинетическое уравнение Власова с учетом их рассеяния и торможения:

$$\frac{\partial f_{\beta}}{\partial t} = - \left[ \mathbf{v}_{\beta} \frac{\partial f_{\beta}}{\partial \mathbf{r}} - e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_{\beta} \times \mathbf{B}] \right) \frac{\partial f_{\beta}}{\partial \mathbf{p}} \right] + I_{\text{ист}} - I_{\text{ст}}, \quad (3)$$

при этом по функции распределения ток  $\mathbf{j}_{\beta}$  и плотность  $\beta$ -электронов  $n_{\beta}$  рассчитываются следующим образом:

$$\mathbf{j}_{\beta} = \int f_{\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \mathbf{v} d^3\mathbf{p}, \quad n_{\beta} = \int f_{\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) d^3\mathbf{p}, \quad (4)$$

где  $f_{\beta}$  – функция распределения  $\beta$ -электронов в пространстве координат  $\mathbf{r}$  и импульсов  $\mathbf{p}$ ;  $\mathbf{v}_{\beta}$  – скорость  $\beta$ -электронов;  $e$  – отрицательный электрический заряд электрона;  $I_{\text{ист}}$  – слагаемое, описывающее источник  $\beta$ -электронов,  $I_{\text{ст}}$  – интеграл, описывающий торможение и рассеяние  $\beta$ -электронов.

Уравнения (2)–(4) совместно с уравнением газодинамики для плазмы и заданием источника  $I_{\text{ист}}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  являются исходными для нашего рассмотрения.

В данной работе это рассмотрение ограничено двумя частными случаями.

Первый из них – случай «слабого» источника электронов. В этом случае пренебрегается изменением магнитного поля, вызванным токами  $\beta$ -электронов. Задача решается в двумерной, осесимметричной, постановке.

Во втором случае не делается ограничений на интенсивность источника, но задача рассматривается в одномерном приближении. Оно справедливо, если источник сильно вытянут вдоль внешнего магнитного поля, или в случае, когда он имеет шарообразную форму и при этом параметры магнитной каверны исследуются в экваториальной плоскости.

Далее подробно рассматриваются эти задачи.

## 2. Задача о «слабом» источнике

Оценки условий применимости этого приближения заметно упрощаются в двух предельных случаях.

Первый из них соответствует  $\sigma \rightarrow 0$  (слабоионизированная атмосфера). В этом случае из

$$\text{уравнения (2) следует, что } \Delta \mathbf{A} = \frac{4\pi \mathbf{j}_{\beta}}{c}.$$

Как показано в [8], решение этого уравнения слабо отличается от полученного при  $\mathbf{j}_{\beta} = 0$ , при условии, что

$$\frac{2\pi I_{\phi}}{cR_C} \ll H_0, \quad (1)$$

где  $I_{\phi}$  – полный азимутальный ток  $\beta$ -электронов,  $R_C$  – радиус «каверны»,  $H_0$  – невозмущенное магнитное поле. Для  $I_{\phi}$  можно получить (следуя [8]), что  $I_{\phi} = j_{\beta} \pi R_C R_H$ ,  $j_{\beta} = en_{\beta} v_{\beta}$ , где  $R_H$  – ларморовский радиус электрона в поле  $H_0$ .

Таким образом, условие (5) можно записать

в виде:  $\frac{p_{\beta}}{p_m} \ll 1$ , где  $p_{\beta} = m_e c^2 n_{\beta}$  – давление

$\beta$ -электронов,  $p_m = \frac{H_0^2}{8\pi}$  – магнитное давление.

Для  $H_0 = 0,5 \text{ Э}$  это условие означает, что  $n_{\beta} \ll n_{\beta}^0$ ,

где  $n_{\beta}^0 = \frac{H_0^2}{8\pi m_e c} \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$ .

Другой случай, для которого можно провести простые оценки возможности пренебречь током  $j_{\beta}$  в уравнении (2), соответствует пределу  $\sigma \rightarrow \infty$ .

Рассматривая совместно уравнение (2) для азимутальной компоненты  $A_{\phi}$  (без диффузионного слагаемого) и уравнение движения электронов для компоненты скорости  $v_{\beta\phi}$  (без учета столкновений), можно получить, что

$$\frac{d}{dt} \left[ r \left( v_{\beta\phi} - \frac{eA_{\phi}}{m_e c} \right) \sin \theta \right] = -\frac{e}{\sigma} r \sin \theta \frac{j_{\beta}}{m_e}, \quad (6)$$

где  $j_{\beta} = en_{\beta} v_{\beta\phi}^2$ ,  $m_e$  – релятивистская масса электрона. Это уравнение записано в сферической системе координат, которая наиболее удобна в связи со сферической формой «каверны».

Из этого уравнения следует, что его правой частью можно пренебречь, если выполняется ус-

ловие  $\tau \gg t$ , где  $\frac{1}{\tau} = \frac{n_\beta}{n_e} \nu_e$ , при этом  $n_e$  – концентрация электронов проводимости,  $\nu_e$  – частота их столкновений с ионами и нейтральными частицами плазмы. Если последнюю можно считать полностью ионизованной, то условие  $\frac{t}{\tau} \ll 1$  сводится к условию  $n_\beta \langle \sigma_{ei} \nu_e \rangle t \ll 1$ .

Для плазмы с температурой  $T_e \approx 1 \text{ эВ}$ ,  $t \approx 1 \text{ с}$  это условие означает  $n_\beta < 10^4 \text{ см}^{-3}$ , что практически совпадает с критерием, полученным для случая  $\sigma \rightarrow 0$ .

Таким образом, в случае  $n_\beta \ll n_\beta^0$  решение задачи о параметрах облака  $\beta$ -электронов в каверне можно разбить на два этапа: на первом из них по заданному движению плазмы рассчитывается конфигурация магнитного поля, на втором – по этой конфигурации при известных параметрах «источника» рассчитывается динамика  $\beta$ -электронов, вылетающих из источника.

Если движение электронов считать бесстолкновительным (соответствующие оценки приводятся в работе [10]), то в осесимметричном случае в таких задачах их движение характеризуется двумя интегралами: кинетической энергией и обобщенным азимутальным импульсом  $M = r \sin \theta \times \left( v_\varphi - \frac{eA_\varphi}{mc} \right)$ . Наличие этих интегралов существенно упрощает расчет движения электронов.

Именно в такой постановке эта задача рассматривалась в работах [8–11]. При этом магнитное поле вне каверны рассчитывалось по формулам, описывающим суперпозицию однородного поля и поля магнитного диполя (что соответствует предположению о слабой проводимости плазмы).

В этих работах (путем численного интегрирования уравнений движения электронов для большого числа траекторий) была получена зависимость доли электронов, уходящих из ловушки ( $\delta$ ), от параметров задачи, а также ряд качественных результатов, характеризующих это движение. В частности, для «точечного» источника получена аналитическая формула для  $\delta(\psi)$  (где  $\psi = R_C/R_H$ ), а также соотношение для границ области, доступной для движения электронов.

Эти формулы справедливы, если электрон, вылетающий из «каверны», имеет только одну – радиальную компоненту скорости. Они могут

быть обобщены для случая произвольной ориентации этой скорости относительно нормали к поверхности каверны. Оказывается, в частности, что для объемного источника конечного радиуса с изотропным испусканием электронов в каждой точке в бесстолкновительном случае только часть из них (имеющая отрицательную проекцию момента количества движения на направление магнитного поля) может уйти из магнитной ловушки. Эта часть  $\delta_0 \approx 1/2$ .

Что касается угла  $\theta^*$ , который характеризует точку вылета электрона такую, что при  $\theta < \theta^*$  вылет из ловушки возможен, то зависимость этого угла от компонент начальной скорости имеет вид (идея получения этой формулы аналогична [10], способ описан в Приложении 1):

$$\frac{\sin^2 \theta^*}{\cos \theta^*} = \frac{2(\pi/2 - f) u^2}{3 w + v_\theta^0 \omega R}, \quad (7)$$

$$f = \arcsin \frac{v_\varphi^0}{u} + \frac{v_\varphi^0 v_r^0}{u^2} \approx \frac{v_\varphi^0}{u} \left( 1 + \frac{v_r^0}{u} \right), \quad (8)$$

где  $u^2 = V^2 - (v_\theta^0)^2$ ; компоненты скорости с индексом «0» обозначают начальное значение соответствующих величин;  $w \equiv \frac{V}{2}$  – критическое значение  $v_\theta$  [10].

Очевидно, что доля частиц от испущенных с поверхности каверны (с заданными  $v_r^0$  и  $v_\varphi^0$ ), вылетающих из ловушки, есть  $\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ . Как видно из (7), (8), эта доля для  $v_\theta^0 > 0$  меньше, чем для  $v_\theta^0 < 0$ . Аналогичное утверждение справедливо и для  $v_\varphi^0$ . Это согласуется с написанным выше относительно зависимости  $\delta(\psi)$  от знака  $v_\varphi^0$ . В частности, для  $v_\varphi^0$  таких, что функция  $f > \frac{\pi}{2}$ , вылет запрещен. Таким образом, частицы с такими значениями  $v_\varphi^0$  будут накапливаться в ловушке. С другой стороны, для частиц с  $v_\varphi^0 < 0$  вероятность вылета будет больше, чем для частиц с  $v_\varphi^0 = 0$ .

В целом видно, что в задаче с объемным источником в ловушке будут преобладать частицы с  $v_\varphi^0 > 0$  и  $v_\theta^0 > 0$ .

Рассмотрим другой случай осесимметричной задачи о динамике  $\beta$ -электронов в магнитной ловушке. Это случай, в котором источник  $\beta$ -электронов совпадает с центром сильного взрыва в атмосфере с однородным магнитным полем (см. рис. 2). Следует отметить, что даже в такой, модельной, постановке эта задача гораздо ближе к условиям реальных высотных ЯВ [12], чем задача с магнитным диполем, описанная выше.

Оценки проводимости плазмы, которая возникает за фронтом сильной ударной волны, в таких взрывах, основанные на результатах работ [13, 14], показывают, что эта проводимость достаточно высока, так что магнитное поле за фронтом ударной волны можно считать замороженным и определять его конфигурацию по известному закону движения газа за этим фронтом. Считая движение сферически-симметричным, нетрудно показать, что компоненты поля определяются с помощью соотношений:

$$H_r(r, t) = H_r^0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2, \quad (9)$$

$$H_\theta(r, t) = H_\theta^0 \left( \frac{r\rho}{r_0\rho_0} \right), \quad (10)$$

где  $H_r^0$  и  $H_\theta^0$  – компоненты невозмущенного поля,  $r_0(r, t)$  – лагранжева координата частицы, которая в момент  $t$  находится в точке  $r$ ,  $\rho(r, t)$  – плотность газа в этой точке,  $\rho_0$  – соответствующая начальная плотность.

Как и ранее, в этой задаче отлична от нуля только одна, азимутальная, компонента вектор-потенциала  $a_\varphi = \frac{eA_\varphi}{mc} = -\frac{\omega r \sin\theta}{2} \left( \frac{r_0}{r} \right)^2$ . Азимутальная компонента скорости  $\beta$ -электронов связана с  $a_\varphi$  соотношением (6) с  $j_\beta = 0$ .

Формулы, связывающие  $r_0$  и  $r$ ,  $t$ ,  $\rho_0$  и  $\rho(r, t)$ , можно получить в рамках теории «сильного» взрыва [15] при дополнительных предположениях о профилях скорости. Как показывает сравнение с результатами точных численных расчетов «седовского» взрыва [16], достаточно хорошего согласия с ним удается достичь, если полагать, что скорость  $v_r(r_0, t)$  имеет вид:

$$v_r(r, t) = \dot{R}_s \left( \frac{r_0}{R_s} \right)^s \lambda, \quad (11)$$

где  $R_s$  – положение фронта УВ в момент  $t$ ,  $\dot{R}_s$  – его скорость,  $\lambda = \frac{2}{\gamma+1}$ ,  $s = 1 - \lambda$  (такому значению  $s$

соответствует линейный по координате  $r$  профиль скорости).

Пользуясь (11), можно найти нужную связь  $r = r(r_0, t)$  и  $\rho(r, t)$ . Окончательные формулы имеют вид:

$$H_r(r, t) = H_0 \sin\theta \frac{1}{s} x^{2\alpha}, \quad H_\theta(r, t) = -H_0 \cos\theta x^{2\alpha}, \quad (12)$$

$$a_\varphi(r, t) = -V \frac{R_s}{2R_H} x^{2\alpha+1} \sin\theta,$$

где  $\alpha = \frac{2}{\gamma-1}$ ,  $x = \frac{r}{R_s(t)}$ .

Область разрешенного движения для  $\beta$ -электронов от точечного источника в рассматриваемой ловушке можно найти, как и раньше, из условий  $v_\varphi^2 = V^2$  и  $v_\varphi = a_\varphi$ , из которых следует, что граница этой области в момент  $t$  определяется соотношением

$$x^*(\sin\theta) = \left( \frac{2R_H}{R_s \sin\theta} \right)^k, \quad (13)$$

где  $k = \frac{1}{2\alpha+1} = \frac{\gamma-1}{\gamma+3} \ll 1$ . Эта формула справедлива

для углов  $\theta \geq \theta_0$ , где  $x^*(\sin\theta_0) = 1$ . Частицы, пересекающие фронт ударной волны, при  $\theta < \theta_0$  уходят из ловушки. Такими частицами могут быть как  $\beta$ -электроны, вылетевшие из источника под углом  $\theta < \theta_0$ , так и  $\beta$ -электроны, которые пересекают фронт ударной волны при  $\theta < \theta_0$ , испытав столкновения со стенками ловушки. Они могут вылетать из источника под углами  $\theta_0 < \theta < \theta^*$ .

Значение  $\theta^*$  можно найти, пользуясь результатами численного решения уравнений движения  $\beta$ -электронов в рассматриваемой магнитной ловушке.

Некоторые результаты этого решения представлены на рис. 3–5. На рис. 3 показана траектория электрона для одного из типичных случаев, при котором происходит вылет частиц из каверны, т. е. достижение значений  $r > R_S$  ( $\psi = R_S/R_H = 100$ , угол вылета из источника  $\theta = \pi/50$ ). Показаны проекции траектории на плоскости  $(z, r)$  и  $(\varphi, r)$  соответственно. Видно, что в движении электрона можно выделить три участка: первый – свободное

движение в каверне с начальной скоростью, второй – ларморовское движение с азимутальным дрейфом в ее пробочной части, третий – ларморовское движение в невозмущенном магнитном поле вне каверны.

На рис. 4 представлен пример траектории, которая заканчивается отражением электрона от пробочной части ловушки. Отметим, что здесь изображена только часть траектории до момента времени  $\omega t = 150$ .

Проведя расчеты для разных значений угла

вылета ( $\theta$ ) и параметра  $\psi$ , можно определить зависимость  $\theta^*(\psi)$ , а затем, полагая, что  $\delta$  – доля уходящих из ловушки частиц относительно частиц, испускаемых источником (в единицу времени), определяется соотношением  $\delta = 1 - \cos \theta^*$ , найти зависимость  $\delta(\psi)$ . Полученная в результате этих расчетов зависимость  $\delta(\psi)$  представлена на рис. 5.

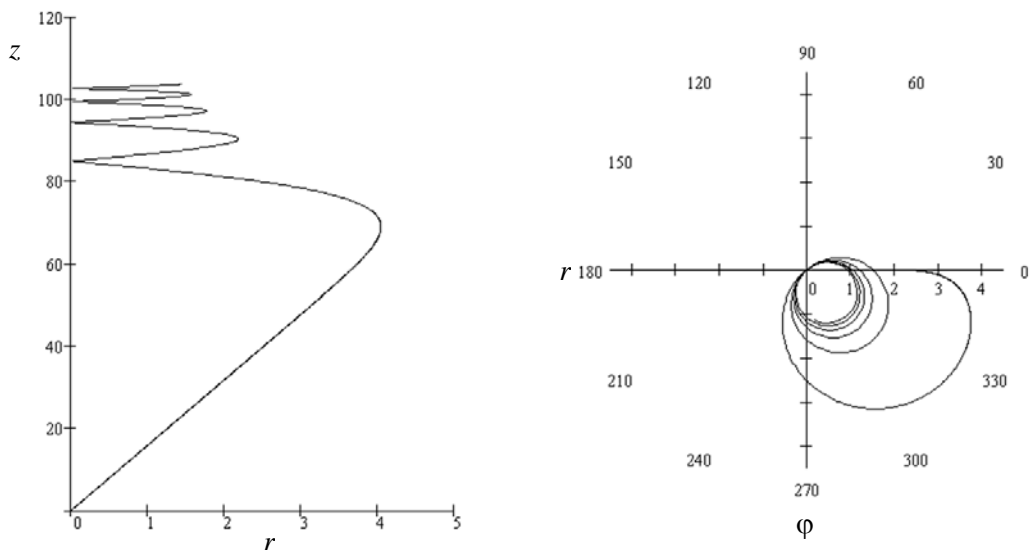


Рис. 3. Траектория вылетающего из ловушки электрона до момента времени  $\omega t = 120$  при  $\psi = 100$ ,  $\theta = \pi/50$

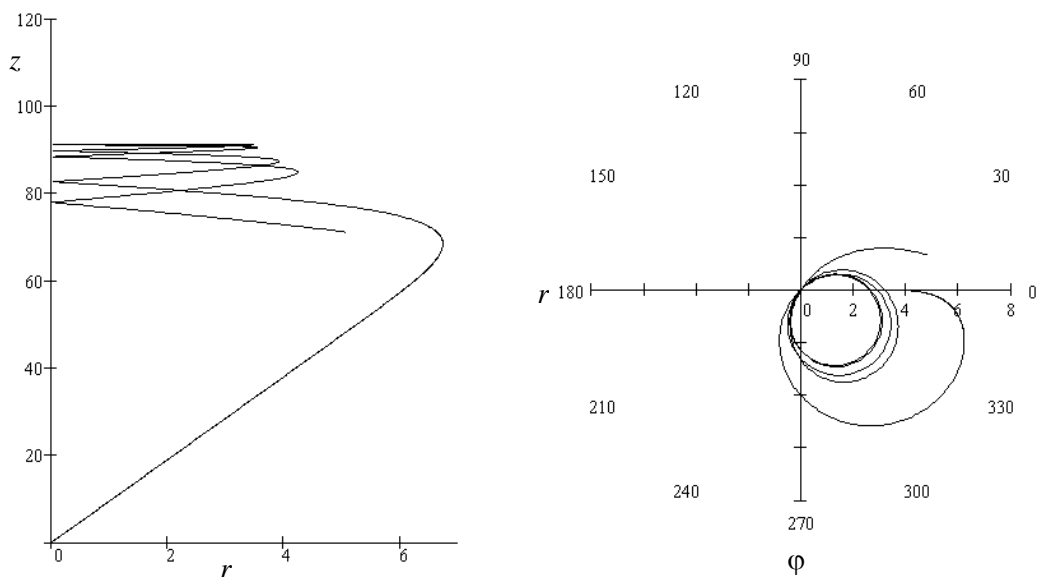


Рис. 4. Траектория электрона, захваченного в ловушке после первого отражения до момента времени  $\omega t = 150$  при  $\psi = 100$ ,  $\theta = \pi/30$

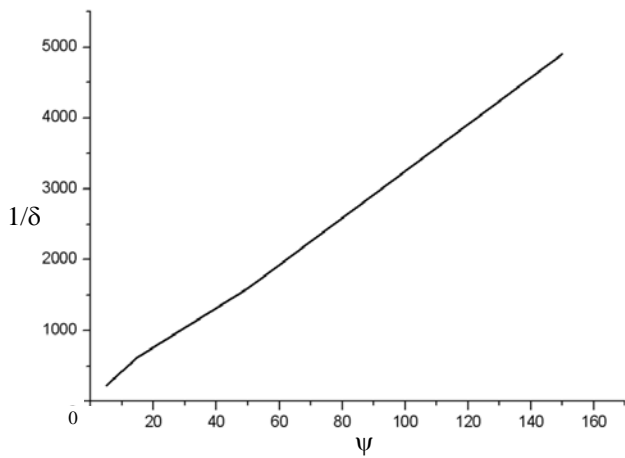


Рис. 5. Зависимость величины  $1/\delta$  от параметра  $\psi$

Видно, что данная зависимость аналогична найденной для ловушки дипольного типа, рассмотренной в работах [8–10], а именно, оказывается, что  $\delta(\psi)$  пропорциональна  $\frac{1}{\psi}$ . Однако коэффициент пропорциональности в нашем случае приблизительно в 3 раза меньше.

Отметим, что аналитическое рассмотрение задачи зависимости  $\theta^*(\psi)$  (см. Приложение 1) дает другую зависимость. Оказывается, что при  $\psi = \frac{R_S}{R_H} \gg \frac{1}{s}$  угол  $\theta^*$  определяется соотношением:  $\text{tg}\theta^* = s = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$ .

По-видимому, такой результат свидетельствует о том, что метод, описанный в Приложении 1, не является универсальным.

### 3. Задача о «сильном» источнике

Рассмотрим данную задачу с учетом влияния на магнитное поле токов релятивистских электронов от распределенного в пространстве источника на примере высотного ЯВ типа Kingfish (см. рис. 1) [17]. В результате этого взрыва высокоэнергичные  $\beta$ -электроны рождаются при радиоактивном распаде осколков деления продуктов взрыва [18].

Особенность рассматриваемого явления заключается в следующем. Вытеснение геомагнитного поля расширяющимся плазменным облаком взрыва приводит к образованию внутри него так называемой магнитной каверны (шаровидной области с пониженным магнитным полем) [19], пре-

пятствующей уходу  $\beta$ -электронов за ее пределы (см. рис. 2). Их накопление внутри такой магнитной ловушки обуславливает наличие в ней значительных плотностей и  $\beta$ -токов, которые, в свою очередь, увеличивают запирающую по отношению к  $\beta$ -электронам способность магнитной каверны.

Сложность рассматриваемой задачи заключается во взаимном воздействии  $\beta$ -электронов и магнитного поля. Преимущественный уход  $\beta$ -электронов через два полюса ловушки является основным фактором, влияющим на их концентрацию и потоки внутри облака взрыва. Этот процесс напрямую зависит от магнитного поля в районе полюсов ловушки, которое, в свою очередь, зависит от потоков  $\beta$ -электронов в этой области.

Рассмотрим механизм удержания в облаке плазмы  $\beta$ -электронов от распределенного источника, при этом для простоты изложения пренебрежем процессами торможения и рассеяния  $\beta$ -электронов в плазменной среде. В этом случае при движении электронов в осесимметричном магнитном поле сохраняются модуль импульса

$$p = \sqrt{p_\rho^2 + p_\phi^2 + p_z^2} \quad (14)$$

и обобщенный азимутальный импульс

$$\Pi_\phi = \rho p_\phi + \frac{e}{c} \rho A_\phi(\rho), \quad (15)$$

где  $\rho, \phi, z$  – координаты в цилиндрической системе координат с осью, направленной вдоль геомагнитного поля;  $p, p_\rho, p_\phi, p_z$  – модуль и проекции импульса электрона в этой системе координат;  $A_\phi$  – азимутальная компонента магнитного потенциала;  $\Pi_\phi, e$  – обобщенный азимутальный импульс и отрицательный заряд электрона;  $c$  – скорость света.

Таким образом,  $p = p_0$  и  $\rho p_\phi + \frac{e}{c} \rho A_\phi(\rho) = p_0 p_{\phi 0} + \frac{e}{c} \rho_0 A_\phi(\rho_0)$ , где индексом «0» обозначены известные в некоторый момент времени величины, например момент рождения частиц.

Ограничение на доступную для движения частицы область пространства получаем из условия  $p^2 \geq p_\phi^2$  (которое следует из (14)), выразив азимутальную компоненту импульса  $p_\phi$  из (15). В результате имеем выражение

$$p_0 \geq \left| \frac{1}{\rho} \Pi_{\phi 0} - \frac{e}{c} A_\phi(\rho) \right|.$$

Определим начальные параметры частицы, которая, рождаясь в области возмущенного геомагнитного поля, не может уйти в область, где оно невозмущенно  $\left(\tilde{A}_\varphi(\rho) = \frac{B}{2}\rho, B > 0\right)$ . То есть найдем условие для  $\Pi_{\varphi 0}$ , при котором всегда

$$p_0 < \left| \frac{1}{\rho} \Pi_{\varphi 0} - \frac{e}{c} \tilde{A}_\varphi(\rho) \right|. \quad (16)$$

Если  $\Pi_{\varphi 0} \leq 0$ , то всегда найдутся такие  $\rho \geq 0$ , при которых условие (16) не выполняется.

Когда  $\Pi_{\varphi 0} > 0$ , условие (16) можно переписать в виде  $\frac{1}{\rho} \Pi_{\varphi 0} - \frac{e}{c} \frac{B}{2} \rho - p_0 > 0$ . Оно равносильно следующему  $\Pi_{\varphi 0} > \Pi_{\text{кр}}$ , где  $\Pi_{\text{кр}}$  определяется из системы уравнений

$$\frac{1}{\rho} \Pi_{\text{кр}} - \frac{e}{c} \frac{B}{2} \rho - p_0 = 0, \quad \frac{d}{d\rho} \left( \frac{1}{\rho} \Pi_{\text{кр}} - \frac{e}{c} \frac{B}{2} \rho - p_0 \right) = 0. \quad (17)$$

Из (17) получаем  $\Pi_{\text{кр}} = \frac{p_0 R_H}{2}$ , где  $R_H = p_0 c / |e| H$  – ларморовский радиус электрона в невозмущенном магнитном поле.

Таким образом, если частица имеет

$$\Pi_{\varphi 0} > \frac{p_0 R_H}{2}, \quad (18)$$

что равнозначно

$$p_{\varphi 0} > \frac{R_H}{2\rho_0} p_0 - \frac{e}{c} A_\varphi(\rho_0), \quad (19)$$

она не может уйти в область невозмущенного поля.

Так как  $-p_0 \leq p_{\varphi 0} \leq p_0$ , то из условия (19) следует, что при

$$-\frac{e}{c} A_\varphi(\rho_0) < -p_0 \left( 1 + \frac{R_H}{2\rho_0} \right) \quad (20)$$

электрон захватывается независимо от величины  $p_{\varphi 0}$ .

Далее приведено исследование задачи, в которой изотропный в пространстве скоростей источник электронов расположен преимущественно в области, где  $\rho_0 \gg R_H$  и при этом магнитный потенциал в этой области

$\left| \frac{e}{c} A_\varphi(\rho_0) \right| \ll p_0$  или

$A_\varphi(\rho_0) < 0$ . Такое допущение соответствует выше представленной задаче о ЯВ Kingfish и для нее может быть обосновано с помощью законов расширения плазменного облака и продуктов взрыва из работы [14].

Как следует из (18), в невозмущенное магнитное поле не может уйти почти половина испущенных источником  $\beta$ -электронов, так как радиус расширяющихся продуктов взрыва уже на малые моменты времени существенно превышает  $R_H$ .

Большая концентрация захваченных  $\beta$ -электронов с преимущественно положительным азимутальным импульсом создает значительный отрицательный электрический ток  $j_\varphi(\mathbf{r}) = \int e v_\varphi f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{p} =$

$$= e \frac{c^2}{H_0} \int \left( \frac{\Pi_{\varphi 0}}{\rho} - \frac{e}{c} A_\varphi \right) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{p}$$

в области, где магнитное поле возмущено плазмой взрыва, что приводит к дополнительному вытеснению отсюда магнитного потенциала. При этом продолжающие рождаться частицы имеют больший начальный азимутальный импульс и с большей вероятностью захватываются в магнитной каверне. В результате уменьшается доля частиц, уходящих в область невозмущенного магнитного поля.

Следовательно, для описания данного эффекта захвата  $\beta$ -электронов в магнитной каверне, в частности, важным является согласованный учет магнитного поля в области рождения  $\beta$ -электронов, их токов и токов проводимости.

Самосогласованное изменение магнитного потенциала и электрического тока  $\beta$ -электронов стремится к установлению такого отрицательного магнитного потенциала, при котором ток  $\beta$ -электронов стремится к нулю практически во всей магнитной каверне за исключением тонкой граничной области.

В Приложении 2 описано получение оценки снизу для значения  $A_\varphi$ , при котором обеспечивается полный захват электронов в магнитной каверне

$$A_\varphi(\rho) > \frac{1}{\rho} \frac{c}{e} p_0 \left( 1 + \frac{R_H}{2\rho_{\text{ПВ}}} \right) \rho_{\text{ПВ}}. \quad (21)$$

### 3.1. Квазиодномерная физико-математическая модель

Численное решение в рамках двумерной геометрии представленных выше уравнений (2)–(4) является трудоемким для современных компьютеров. Поэтому сведем модель описания магнитного



поля и параметров  $\beta$ -электронов к одномерному случаю, в котором используется приближение осесимметричной цилиндрической геометрии и отсутствует учет зависимости величин от высоты относительно поверхности Земли. Магнитное поле и ось симметрии направлены перпендикулярно поверхности Земли.

В данной работе рассматривается стадия развития ЯВ (несколько секунд), в течение которой для описания газовой динамики облака взрыва применима модель расширяющегося плазменного цилиндра. Как уже обсуждалось выше, вытесняемое магнитное поле и  $\beta$ -электроны в целом несут небольшую энергию относительно полной энергии взрыва, поэтому в нашем исследовании пренебрежем их влиянием на газовую динамику. Для ее описания будем использовать результат решения самостоятельной задачи о сильном взрыве в однородной атмосфере для цилиндрически симметричной геометрии [15]:

$$\begin{cases} v_p^{\text{пл}}(\rho, t) = \frac{1}{2}\rho t^{-1}, & \rho < \rho_{\text{УВ}}(t), \\ v_p^{\text{пл}}(\rho, t) = 0, & \rho \geq \rho_{\text{УВ}}(t), \\ \rho_{\text{УВ}}(t) = c_1 t^{1/2}, \end{cases} \quad (22)$$

где  $v_p^{\text{пл}}$  – скорость газа,  $\rho$  – расстояние до оси симметрии,  $\rho_{\text{УВ}}$  – радиус ударной волны,  $c_1$  – константа, определяемая энергосвободением взрыва и параметрами окружающей воздушной среды.

В рассматриваемой задаче основным источником  $\beta$ -электронов являются радиоактивные продукты взрыва. Спектр энергии этих электронов деления, полученный в экспериментах, представлен в работе [20]. Интенсивность реального источника падает за 0,1 с не более чем на 20 % и в дальнейшем – примерно как  $t^{-1}$ .

С учетом используемой модели газовой динамики моделируем продукты взрыва расширяющимся однородным цилиндром, который изотропно излучает электроны с энергией 2 МэВ. Данное приближение существенно упрощает решение по-

ставленных задач и позволяет проследить динамику исследуемого эффекта.

При описании  $\beta$ -электронов предположим, что удовлетворяющие критерию (16) частицы задерживаются в облаке взрыва, а процесс ухода остальных  $\beta$ -электронов из него в приближении их изотропного распределения в пространстве скоростей и в облаке взрыва опишем следующим образом:

$$\begin{aligned} I_{\text{yx}}(\Pi_{\varphi 0}, A_{\varphi}) &= \langle v_z \rangle \frac{N(\Pi_{\varphi 0})}{V(\Pi_{\varphi 0})} S(\Pi_{\varphi 0}) = \\ &= N(\Pi_{\varphi 0}) \frac{3}{4} \frac{1}{(\rho_{\text{max}}^3 - \rho_{\text{min}}^3)} \langle v_z \rangle (\hat{\rho}_{\text{max}}^2 - \hat{\rho}_{\text{min}}^2), \end{aligned}$$

где  $S(\Pi_{\varphi 0})$  – поперечный размер трубки тока  $\beta$ -электронов с заданным  $\Pi_{\varphi 0}$  в невозмущенном геомагнитном поле;  $N(\Pi_{\varphi 0})$  – количество  $\beta$ -электронов с заданным  $\Pi_{\varphi 0}$ ;  $V(\Pi_{\varphi 0})$  – объем области существования  $\beta$ -электронов с заданным  $\Pi_{\varphi 0}$ ;  $(\rho_{\text{min}}, \rho_{\text{max}})$  – разрешенный интервал существования  $\beta$ -электронов с заданным  $\Pi_{\varphi 0}$  внутри облака плазмы;  $(\hat{\rho}_{\text{min}}, \hat{\rho}_{\text{max}})$  – разрешенный интервал существования  $\beta$ -электронов с заданным  $\Pi_{\varphi 0}$  в невозмущенном магнитном поле.

Разрешенный интервал существования  $\beta$ -электронов определяется с помощью формулы (16).

Решение кинетического уравнения (3) с учетом трех сохраняющихся в одномерной постановке динамических величин для  $\beta$ -электронов:  $\Pi_z$ ,  $\Pi_{\varphi}$ ,  $H_{\beta}$  (полная энергия  $\beta$ -электрона), может быть найдено методом частиц. При этом при вычислениях будем использовать функцию распределения  $\beta$ -электронов  $f$ , имеющую зависимость только от обобщенных импульсов  $\Pi_{\varphi 0}$  и  $\Pi_{z 0}$ . При этом ток и концентрация  $\beta$ -электронов выражаются через функцию распределения следующим образом:

$$\begin{cases} j_{\beta\varphi}(\rho) = \int f(\Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) \frac{ec^2}{H_{\beta 0}\rho} \left( \frac{\Pi_{\varphi 0}}{\rho} - \frac{e}{c} \right) \frac{1}{T(\Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) |v_p(\rho, \Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0})|} d\Pi_{\varphi 0} d\Pi_{z 0}, \\ n_{\beta}(\rho) = \int f(\Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) \frac{1}{T(\Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) |v_p(\rho, \Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0})|} d\Pi_{\varphi 0} d\Pi_{z 0}, \end{cases}$$

где

$$v_\rho(\rho, \Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) = \Pi_\rho(\rho, \Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) c^2 H_0^{-1},$$

$$\Pi_\rho(\rho, \Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) = \sqrt{\frac{H_{\beta 0}^2}{c^2} - m_e^2 c^2 - \left( \frac{\Pi_{\varphi 0}}{\rho} - \frac{e}{c} A_\varphi(\rho) \right)^2} - \Pi_{z 0}^2,$$

$$T(\Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0}) = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{1}{|v_\rho(\rho, \Pi_{\varphi 0}, \Pi_{z 0})|} d\rho - \text{полупериод обращения частицы.}$$

Торможением  $\beta$ -электронов на частицах плазмы в рассматриваемой задаче пренебрегаем. В слагаемом, описывающем рассеяние  $\beta$ -электронов, учитываем только упругое рассеяние на тяжелых частицах в приближении Фоккера – Планка следующим образом:

$$I_{\text{ст}} = 2\pi n_{\text{пл}} v \left( \frac{ze^2}{\Pi v} \right)^2 L \left[ I \left\langle \left( \Pi^2 - \left( \frac{\Pi_\varphi}{\rho} - \frac{e}{c} A_\varphi \right)^2 \right) \rho^2 \right\rangle \frac{\partial}{\partial \Pi_\varphi} \frac{\partial}{\partial \Pi_\varphi} + (\Pi^2 - \Pi_z^2) \frac{\partial}{\partial \Pi_z} \frac{\partial}{\partial \Pi_z} - \right. \\ \left. - 2\Pi_z I \left\langle \left( \frac{\Pi_\varphi}{\rho} - \frac{e}{c} A_\varphi \right) \rho \right\rangle \frac{\partial}{\partial \Pi_\varphi} \frac{\partial}{\partial \Pi_z} - 4I \left\langle \left( \frac{\Pi_\varphi}{\rho} - \frac{e}{c} A_\varphi \right) \rho \right\rangle \frac{\partial}{\partial \Pi_\varphi} - 4\Pi_z \frac{\partial}{\partial \Pi_z} \right] f(\Pi_\varphi, \Pi_z),$$

где

$$I \langle h \rangle = \int_{\rho_{\min}(\Pi)}^{\rho_{\max}(\Pi)} h n(\rho) d\rho - \text{интеграл вдоль траектории движения частицы,}$$

$$n(\rho) = \frac{1}{T |v_\rho(\rho)|} - \text{функция распределения частицы по координате } \rho,$$

$L$  – кулоновский логарифм,  $z$  – заряд частиц плазмы,  $n_{\text{пл}}$  – концентрация частиц плазмы.

Как уже было отмечено, важным является согласованный поиск пространственно-временной эволюции магнитного поля и электрических токов в области рождения  $\beta$ -электронов. Допустим, что в этой области магнитное поле слабо зависит от координаты  $z$ . На основании этого для описания его эволюции используем уравнение для одной азимутальной компоненты магнитного потенциала:

$$\frac{\partial A_\varphi(\rho, t)}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma_{\text{II}}} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} \right) + \frac{4\pi}{c} j_{\beta\varphi}(\rho) \right) - u_\rho(\rho) \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho}. \quad (23)$$

Согласованное решение выше представленных уравнений (3), (22), (23) для одномерного описания динамики магнитного потенциала и параметров  $\beta$ -электронов будем искать численно.

### 3.2. Постановка и результаты расчетов

В качестве начальных параметров проведенного расчета берем данные, близкие по физическим параметрам к взрыву Kingfish [17]. Высота подрыва 100 км,  $H = 0,5$  Г – геомагнитное поле,  $n_i = 10^{11} \text{ см}^{-3}$  – концентрация ионов плазмы в облаке взрыва,  $n_e = 10^{11} \text{ см}^{-3}$  – концентрация тепловых электронов плазмы в облаке взрыва,  $T_e = 10$  эВ – температура тепловых электронов в плазме,  $\sigma = 7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$  – проводимость плазмы внутри облака взрыва.

Используем следующую зависимость от времени и координаты  $\rho$  скорости плазмы (см. (22)):

$$v_{\rho, \text{пл}}(\rho, t) = \begin{cases} \frac{\rho}{2t}, & \rho \leq 10^5 \sqrt{10t}, \\ 0, & \rho > 10^5 \sqrt{10t}. \end{cases}$$

В расчетах моделируем источник  $\beta$ -электронов, имеющий скорость испускания  $\frac{dN_{ист}}{dt} = 10^{18} \frac{1}{t+1}$ , равномерно распределенный в пространстве на отрезке  $[0; 5 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{10t}]$ , изотропно испускающий по всему своему объему частицы с кинетической энергией 2 МэВ.

Были выполнены три расчета: во-первых, расчет в вышеописанной постановке; во-вторых, расчет, в котором пренебрегалось влиянием рассеяния и торможения  $\beta$ -электронов на частицах плазмы; в-третьих, расчет, в котором еще дополнительно (ко второму расчету) пренебрегалось влиянием токов  $\beta$ -электронов на магнитный потенциал.

Проведенные расчеты показали, что за сотые доли секунды характеризующие динамику рассматриваемого явления величины (плотность тока,

распределение  $\beta$ -электронов, магнитный потенциал) выходят на квазистационарный режим (рис. 6, 7, расчет, соответствующий вышеописанной постановке).

В случае пренебрежения влиянием токов  $\beta$ -электронов на магнитный потенциал, а также торможением и рассеянием  $\beta$ -электронов на частицах плазмы в область геомагнитного поля уходят все  $\beta$ -электроны с отрицательным обобщенным азимутальным импульсом  $\Pi_\psi$  (рис. 8). Такой уход с хорошей точностью удовлетворяет ранее полученному критерию (16). Поток уходящих в область геомагнитного поля электронов напрямую определяется интенсивностью источника. В области магнитной каверны захватывается примерно 45 % частиц.

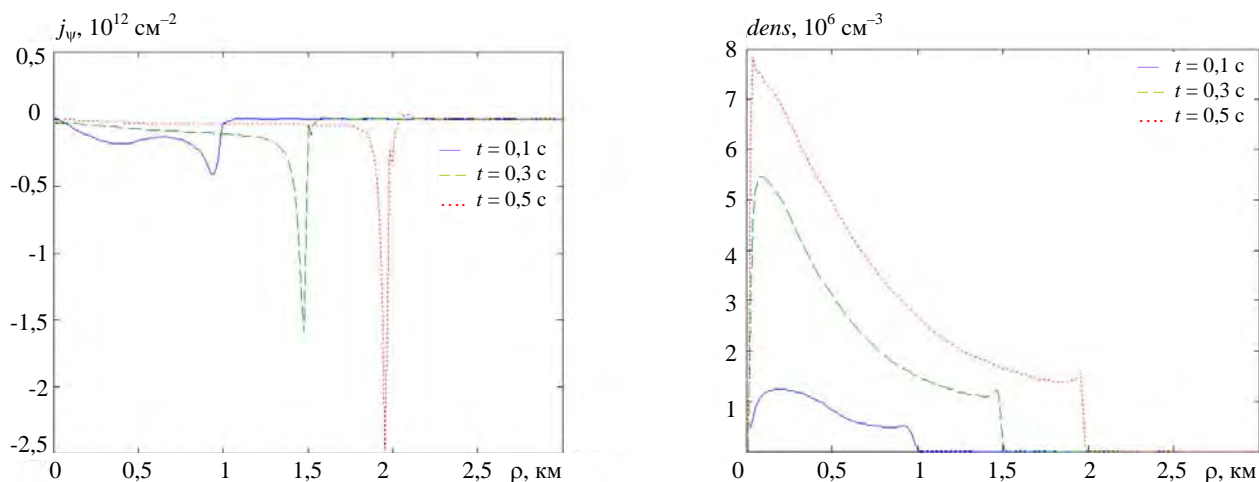


Рис. 6. Распределение плотности тока и концентрации  $\beta$ -электронов на различные моменты времени

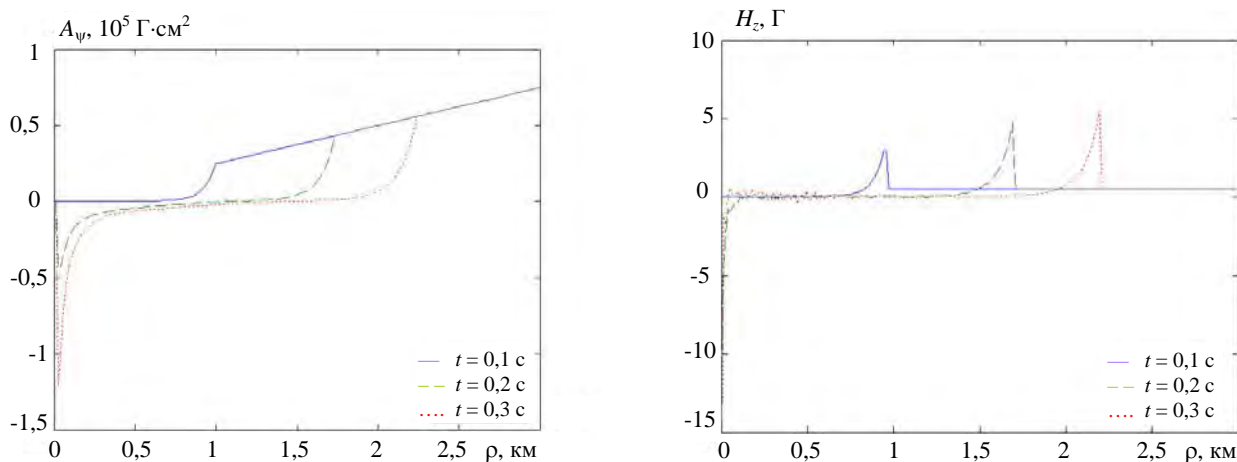


Рис. 7. Распределение магнитного потенциала и поля в различные моменты времени

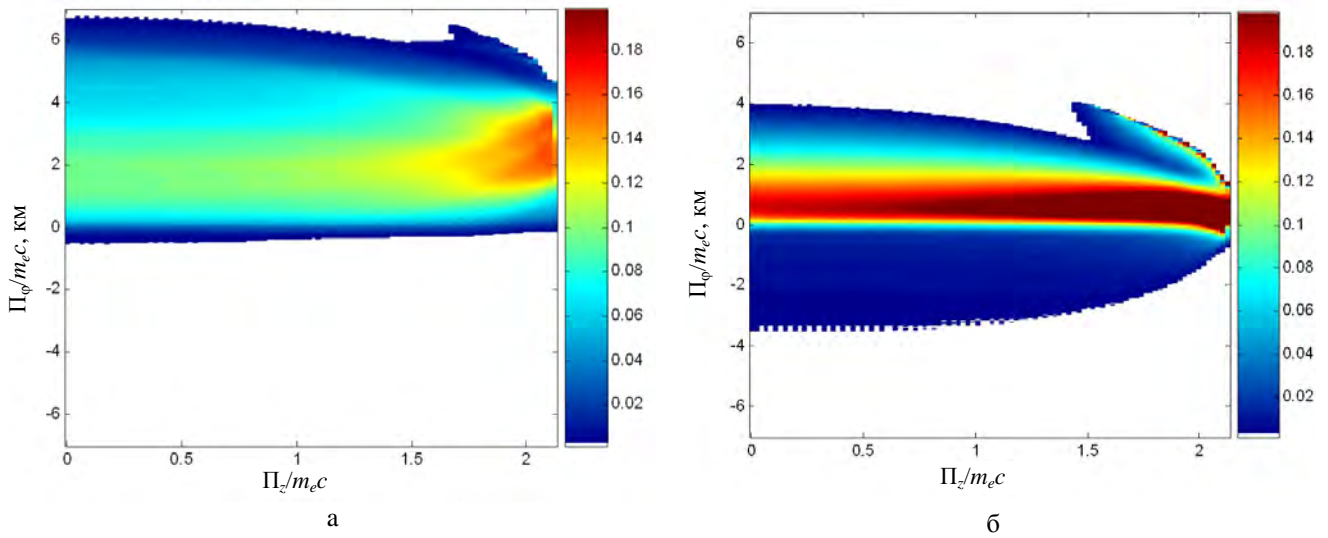


Рис. 8. Распределение  $\beta$ -электронов  $\frac{m_e^2 c^2}{N_\beta} \frac{d^2 N_\beta}{d\Pi_\phi d\Pi_z} [\text{км}^{-1}]$  в пространстве обобщенных импульсов в момент времени 1,6 с: а – с учетом влияния токов  $\beta$ -электронов на магнитное поле; б – без учета влияния токов  $\beta$ -электронов на магнитное поле

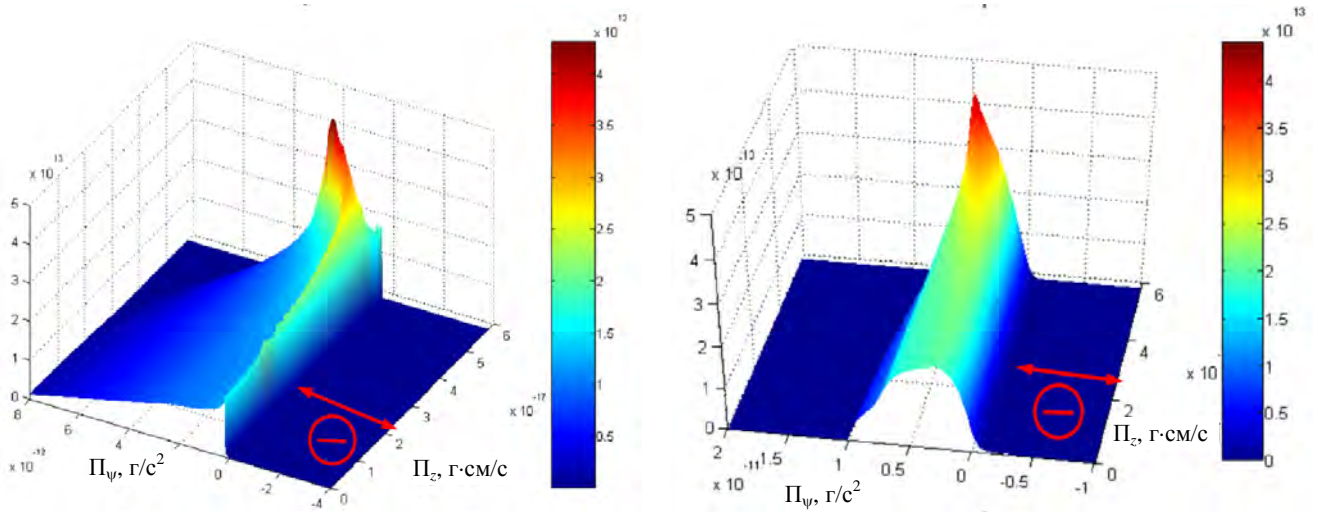


Рис. 9. Функции распределения  $\beta$ -электронов в пространстве обобщенных импульсов без учета рассеивания (слева) и с учетом рассеивания (справа) в момент времени  $t = 0,5$  с (знаком  $\ominus$  обозначена область отрицательных обобщенных азимутальных импульсов)

В первом расчете, где учитывается самосоглазованное влияние токов  $\beta$ -электронов и магнитного потенциала, примерно 85 %  $\beta$ -электронов удерживаются в магнитной каверне (см. рис. 9, 10). Уход около 15 % обеспечивается преимущественно процессом их рассеяния на частицах плазмы.

Избыток  $\beta$ -электронов с положительным знаком обобщенного азимутального импульса приводит к созданию отрицательного электрического тока (см. рис. 6), который вызывает вытеснение близкого к нулю магнитного потенциала из области магнитной каверны, обеспечивая компенсацию

этого тока (см. рис. 7). Так как магнитный потенциал остается нулевым на оси симметрии, естественно наличие отрицательного магнитного поля вблизи оси, что подтверждается расчетами (см. рис. 7). Распределение магнитного потенциала на рис. 11 удовлетворяет ранее полученному ограничению снизу на его величину (21).

Распределение концентрации  $\beta$ -электронов в пространстве на различные моменты времени изображено на рис. 6.

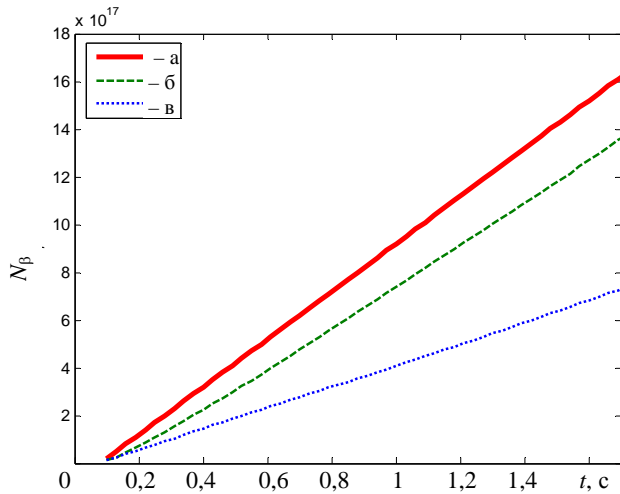


Рис. 10. Количество  $\beta$ -электронов: а – испущенных продуктами взрыва; б – задержанных в магнитной ловушке; в – задержанных в магнитной ловушке, в случае пренебрежения влияния токов  $\beta$ -электронов на магнитное поле

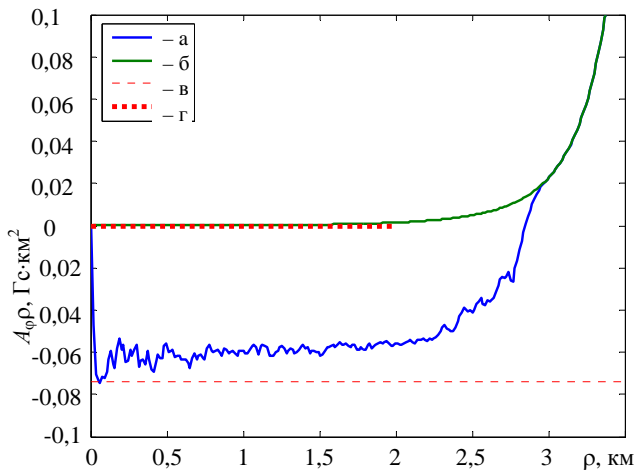


Рис. 11. Распределение  $A_{\phi\rho}$  по координате  $\rho$  в момент времени 1,6 с: а – с учетом влияния токов  $\beta$ -электронов на магнитное поле; б – без учета; в, г – нижняя и верхняя границы для  $A_{\phi\rho}$  соответственно, полученные в Приложении 2

### Заключение

Из рассмотрения задачи о динамике  $\beta$ -электронов от «слабого» точечного источника в магнитной ловушке, которая образуется при движении сильной ударной волны в атмосфере с однородным магнитным полем, следует, что зависимость доли электронов, уходящих из этой ловушки, от параметра  $\psi = R_C/R_H$ , имеет вид такой же, как и для ловушки «дипольного» типа, рассмотренной в работах [8–11]. Однако абсолютное значение доли уходящих электронов в ловушке вто-

рого типа примерно в три раза больше, чем в ловушке первого типа.

Проведенное исследование квазиодномерной задачи о возмущении геомагнитного поля с самосогласованным учетом токов  $\beta$ -электронов осколков деления при расширении сферического сгустка радиоактивной плазмы на примере взрыва типа Kingfish показало, что образующаяся в результате вытеснения магнитного поля облаком плазмы магнитная ловушка препятствует выходу значительной части (примерно половины)  $\beta$ -электронов в область невозмущенного геомагнитного поля и приводит к их накоплению внутри этого облака, в результате чего в нем формируется область с высокими плотностями и токами  $\beta$ -электронов. Учет собственного магнитного поля, порождаемого токами релятивистских электронов, повышает эффективность их удержания примерно в два раза. Рассеяние захваченных в магнитной ловушке  $\beta$ -электронов в плазме приводит к их постепенному уходу в область геомагнитного поля. Закономерности эффекта захвата  $\beta$ -электронов в магнитной каверне были подтверждены с использованием более точной двумерной физико-математической модели.

## Приложение 1

### Приблизительный способ расчета движения электронов в осесимметричных задачах

Рассматривая случай  $\frac{R_H}{R} \ll 1$ , можно пренебречь слагаемыми  $\sim \frac{R_H}{r}$  в уравнении движения.

$$\text{Тогда } \frac{\partial v_{\theta}}{\partial v_r} = -\frac{h_r}{h_{\theta}} = \text{ctg}\theta F(r).$$

Для задачи с «дипольной» ловушкой

$$F(r) = \frac{1-Y}{1 + \frac{3Y}{2}}, \text{ где } Y = \left(\frac{R}{r}\right)^3. \text{ Пользуясь тем, что}$$

в этой задаче  $1-Y = \frac{2v_{\phi}}{\omega + \sin\theta}$ , можно записать, что

$$\frac{\partial v_{\theta}}{\partial v_r} = \frac{4 \text{ctg}\theta}{3 \sin\theta} \frac{v_{\phi}}{\omega R}, \text{ где } v_{\phi} = \sqrt{V^2 - v_r^2}. \text{ Интегрирование}$$

этого уравнения дает ответ, приведенный в тексте данной работы для этой ловушки.

Для задачи с ловушкой типа «ударной волны»  
 $\frac{h_r}{h_0} = s \cdot \text{ctg}\theta$ . В этом случае  $v_\theta = s \cdot \text{ctg}\theta(v_r - V)$ .

Критический угол  $\theta^*$  находится из условия  $v_\theta = -w$  при  $v_r = 0$ , где  $w \sim v$  – критическая скорость,  $s = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$ .

Таким образом, для этой задачи  $\text{tg}\theta^* = s \ll 1$ .

## Приложение 2

### Оценка снизу для величины магнитного потенциала в магнитной каверне

Выразим электрический ток  $\beta$ -электронов через их начальные параметры с учетом законов сохранения

$$\begin{aligned} j_{\beta\phi} &= \int e v_\phi f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi = \\ &= \frac{ec^2}{H_0} \int \left( \frac{\Pi_{\psi 0}}{\rho} - \frac{e}{c} A_\psi \right) f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi = \\ &= \frac{ec^2}{H_0} \int \left( p_{\psi 0} \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{e}{c} A_{\psi 0} \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{e}{c} A_\psi \right) f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi = \\ &= \frac{ec^2}{H_0} \frac{e}{c} \left[ \frac{1}{\rho} \int A_{\psi 0} \rho_0 f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi - A_\psi n_\beta(\mathbf{r}) \right]. \end{aligned}$$

Из этого уравнения и предположения  $j_{\beta\phi} = 0$  внутри магнитной каверны получаем  $A_\psi \rho = C_A$ ,

где  $C_A \equiv \frac{1}{n_\beta(\mathbf{r})} \int A_{\psi 0} \rho_0 f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi$  – константа

в данный момент времени.

Получим оценку снизу для  $C_A$ .

Установление близкого к нулю электрического тока возможно, когда в  $\beta$ -области захватываются практически все  $\beta$ -электроны, излученные продуктами взрыва. В этом случае электрические токи захваченных частиц с положительным  $p_\phi$  компенсируются токами частиц с отрицательным  $p_\phi$ . В данной статье было показано, что полный захват происходит, когда в области продуктов взрыва выполняется условие (20). Из него следует, что для полного удержания необходимо, чтобы в магнитной каверне выполнялось условие

$0 \geq A_{\psi 0}(\rho_0) > A_\psi(\rho_{\text{ПВ}})$ . Так как  $\beta$ -электроны рождаются внутри расширяющихся продуктов взрыва, т. е.  $0 \leq \rho_0 < \rho_{\text{ПВ}}$  ( $\rho_{\text{ПВ}}$  – максимальное значение координаты  $\rho$  для продуктов взрыва), получаем неравенство

$$\begin{aligned} C_A &\equiv \frac{1}{n_\beta(\mathbf{r})} \int A_{\psi 0} \rho_0 f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi > \\ &> \frac{1}{n_\beta(\mathbf{r})} \int A_\psi(\rho_{\text{ПВ}}) \rho_{\text{ПВ}} f(\mathbf{r}, \Pi) d^3\Pi, \end{aligned}$$

из которого следует, что  $C_A > A_\psi(\rho_{\text{ПВ}}) \rho_{\text{ПВ}}$ . В итоге, подставляя в него  $A_\phi$  из (20), получаем

для  $C_A$  оценку снизу  $C_A > \frac{c}{e} p_0 \left( 1 + \frac{R_H}{2\rho_{\text{ПВ}}} \right) \rho_{\text{ПВ}}$ .

В итоге имеем оценку снизу для значения  $A_\phi$ , при котором обеспечивается полный захват электронов в магнитной каверне

$$A_\phi(\rho) > \frac{1}{\rho} \frac{c}{e} p_0 \left( 1 + \frac{R_H}{2\rho_{\text{ПВ}}} \right) \rho_{\text{ПВ}}.$$

### Список литературы

1. Хесс В. Радиационный пояс и магнитосфера. М.: Атомиздат, 1972.
2. Операция «Морская звезда». Сборник статей / Под ред. И. А. Жулина. М.: Атомиздат, 1960.
3. Гранноль Б. Искусственные пучки частиц в космической плазме. М.: Мир, 1985.
4. Мишин Е. В., Трухан А. А., Хазанов Г. В. Плазменные эффекты сверхтепловых электронов в ионосфере. М.: Наука, 1990.
5. Башурин В. П., Широков А. Е. Вытеснение магнитного поля из магнитной ловушки распределенным в пространстве источником быстрых электронов // VI межотраслевая конференция по радиационной стойкости: Сборник докладов. г. Саров, 14–20 октября 2002 г. 2003. С. 105–112.
6. Иванов А. Н., Иванов Н. В. Моделирование методом Монте-Карло траекторий электронов в магнитной каверне электронов // Там же. С. 143–120.
7. Курносое В. В., Смирнов С. Г., Ступицкий Е. Л. Токовая система в верхней атмосфере, создаваемая облаком радиоактивной плазмы. Часть 1 // Геомагнетизм и аэронавигация. 2003. Т. 43, № 3. С. 410–423.

8. Ступицкий Е. Л. Динамика мощных импульсных излучений и плазменных образований. М.: Физматлит, 2006.
9. Ступицкий Е. Л., Смирнов Е. В., Куликова Н. А. Потоки  $\beta$ -электронов внутри магнитной плазменной каверны: расчет и сопоставление с экспериментом // Геомагнетизм и аэрономия. 2010. Т. 50, № 6. С. 778–791.
10. Кондратьев А. А., Матвеев Ю. И. Динамика выхода высокоэнергетичных электронов из сферического плазменного объема в геомагнитное поле // Геомагнетизм и аэрономия. 2006. Т. 46, № 5. С. 674–679.
11. Кондратьев А. А., Матвеев Ю. И. Эффективность удержания быстрых электронов в магнитной каверне при нарушении азимутальной симметрии магнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. 2009. Т. 49, № 6. С. 791–797.
12. Glasstone S., Dolan P. J. The effects of nuclear weapons. Third edition, US Department of Defense, US Department of Energy, 1977.
13. Антоненко Э. М., Башурин В. П., Долголева Г. В., Жмайло В. А. Метод расчета «двухпоточковых» вязких течений неравновесной плазмы в магнитном поле // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделирование физических процессов. 1995. Вып. 1–2. С. 48–54.
14. Физика ядерного взрыва. Т. 1. Ч. 2. М.: ЦФТИ МО, 2002.
15. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967.
16. Коробейников В. М., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В. Теория точечного взрыва. М.: Физматгиз, 1961.
17. Dolan Ph. J. Capabilities of Nuclear Weapons. DNA-EM-1, Stanford Research Institute, 1972.
18. Фридман С. В. Инжекция энергетических электронов как причина генерации продольных электрических полей // Геомагнетизм и астрономия. 1988. Т. 28, № 3. С. 395–401.
19. Рожанский В. А. Удержание плазмы в магнитных ловушках // Соросовский образовательный журнал. 2000, № 10. С. 80–86.
20. Kownaki S. Ionization of the atmosphere due to beta particles emitted by fusion Product // Journal of geophysical research. 1963. Vol. 86, N 19.

Статья поступила в редакцию 06.12.2011.