

О СТАТИСТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЯХ ПРИ ВЫБОРОЧНОМ ПОДХОДЕ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ БЕЗОПАСНОГО ХРАНЕНИЯ КОНТЕЙНЕРОВ С ЯДЕРНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

А. М. Злобин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров, Нижегородской обл.

Представлено сравнение американского статистического критерия, применяемого при выборочных проверках контейнеров с ядерными материалами, с нормативными статистическими требованиями, заданными российскими Федеральными Правилами учета и контроля ядерных материалов.

Показано, что американский критерий по существу определяет размер бездефектной статистической выборки, необходимой для проверки утверждения, что с заданной вероятностью число дефектных контейнеров в отсеке хранилища *меньше* величины $[0,05N]$. Рассчитанные при такой трактовке критерия с помощью компьютерной программы *Spotcheck* размеры статистических выборок контейнеров для отсеков «Давление» и «Давление и Коррозия» находятся в хорошем согласии с американскими данными.

Основные отличия российских критериев от американского критерия состоят как в величине доверительной вероятности P_0 , так и в величине «недопустимого» числа дефектов в хранилище при заданной вероятности. Кроме того, формулировка российских статистических критериев предусматривает возможность обнаружения дефектных элементов в случайной выборке (при этом критерий может быть выполнен при соответствующем увеличении размера выборки).

Ключевые слова: выборочные проверки контейнеров с ЯМ, статистический критерий, доверительная вероятность, объем выборки.

В работе [1] использован метод выборочного контроля, применяемый в США для обоснования долговременного безопасного хранения контейнеров с ядерными материалами, содержащими плутоний. Требования по упаковке и хранению таких контейнеров изложены в Стандарте Департамента энергетики (ДЭ) США DOE-STD-3013-2004 [2, 3].

Стандарт 3013 предписывает разработку плана по надзору состояния контейнеров с ядерными материалами при хранении. В рамках контроля контейнеров предусмотрены выборочные проверки двух типов: статистическая – *statistical sampling* (использование случайных выборок, объем которых обеспечивает нормативную вероятность обнаружения заданного дефекта) и методом экспертных оценок – *judgmental sampling*.

Все контейнеры с ядерными материалами (ЯМ) в хранилище распределяются по трем отсекам в зависимости от содержащихся материалов и их характеристик, связанных с различными возможными механизмами деградации материалов. Механизмы повреждения контейнеров включают коррозию из-за химического воздействия на стен-

ки контейнера и герметизирующие сварные швы, а также давление вследствие образования газов, обусловленных радиолизом и термохимическими реакциями. Выделяются следующие три отсека: «Безопасные» – повышение давления и коррозия маловероятны; «Давление» – возможно повышение давления, коррозия маловероятна; «Давление и коррозия» – возможно повышение давления и появление коррозии. При распределении контейнеров по отсекам используются пять критериев, зависящих от массы актинидов ($Pu+Am+Np+U$), наличия оксидов плутония и магния, результатов масс-спектрометрического анализа на содержание хлористого водорода и т. д. [1].

Для отсеков «Давление» и «Давление и коррозия» используется единый статистический критерий: *обеспечить обнаружение с вероятностью 99,9 %, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших»* (с точки зрения потенциальной деградации). Статистические выборки дают информацию о тенденциях к повышению давления и коррозии для всей совокупности контейнеров в рассматриваемых отсеках.

Требуемые размеры случайных выборок в отсеках определяются в работе [1] с помощью статистической компьютерной программы S-Plus. Количество контейнеров для выборки с каждой упаковочной площадки (Hanford, национальных лабораторий Lawrence Livermore и Los Alamos, Rocky Flats Environmental Technology и Savannah River) рассматриваемого отсека хранилища определяется умножением расчетного размера выборки для данного отсека на долю контейнеров в отсеке, приходящуюся на конкретную площадку.

В контейнерах отсека «Безопасные» находится либо металл Pu, либо относительно чистый оксид Pu с низким влагосодержанием. Считается, что хранение металлического Pu, упакованного в соответствии со Стандартом 3013, не приводит к нарастанию давления (кроме небольшого повышения давления из-за образования гелия вследствие альфа-распада), а повреждение контейнера из-за процессов коррозии маловероятно. Поэтому в отсеке «Безопасные» выборочная экспертная проверка производится только для контейнеров с оксидами. При этом выбираются случайным образом 10 контейнеров с оксидами. Решение о необходимости дополнительной проверки принимается по результатам проведенных измерений.

В данной работе представлен анализ статистического критерия, использованного при выборочных проверках контейнеров с ЯМ в отсеках «Давление» и «Давление и коррозия» [1]. Проведено сравнение этого критерия с нормативными статистическими требованиями, заданными Российскими Федеральными правилами учета и контроля ядерных материалов [4, 5]. Для указанных отсеков, а также для каждой из упаковочных площадок этих отсеков были рассчитаны размеры статистических выборок с помощью компьютерной программы *Spotcheck*. Представлен анализ зависимости выполнения заданного критерия на площадках от числа контейнеров.

1. Выборочная проверка безопасного хранения контейнеров с ЯМ в США

1.1. Статистические выборки

Как отмечено выше, для проверки безопасного хранения контейнеров с ЯМ, находящихся в американских хранилищах, используются как статистические выборки (случайные выборки, объем которых должен обеспечивать заданную вероятность обнаружения дефекта), так и выборки методом экспертного отбора.

В соответствии с американским статистическим критерием* размер статистической выборки должен быть таким, чтобы обеспечить обнаружение, по меньшей мере, одного из 5 % «худших» контейнеров (с точки зрения потенциальной деградации) с вероятностью 99,9 %.

Вычисленные с помощью статистической компьютерной программы S-Plus размеры статистических выборок n для двух отсеков «Давление» и «Давление и Коррозия», приведенные в работе [1], равны:

– для отсека «Давление и коррозия» $n_1 = 128$ (полное число контейнеров в отсеке на 2009 г. $N_1 = 1303$);

– для отсека «Давление» $n_2 = 130$ (полное число контейнеров в отсеке $N_2 = 1608$).

Для упаковочных площадок в каждом отсеке размеры статистических выборок распределялись пропорционально доле контейнеров, приходящейся на каждую упаковочную площадку в данном отсеке.

1.2. Алгоритм критерия

Математический алгоритм определения необходимого размера случайной выборки для проверки выполнения сформулированного статистического критерия может быть получен следующим образом. Указанный критерий для отсеков связывает по существу 4 параметра:

- N_j – число контейнеров в j -м отсеке ($j = 1, 2$ для двух отсеков: «Давление и коррозия» и «Давление» соответственно);
- P_0 – заданную доверительную вероятность, равную 0,999;
- α – обнаруживаемую долю «худших» контейнеров в отсеках, равную 5 %;
- n_j – размер статистической выборки для j -го отсека.

Таким образом, используемый критерий может быть представлен в виде функционального соотношения:

$$\Psi(N_j, P_0, n_j, \alpha) = 0. \quad (1)$$

* Под американским статистическим критерием здесь и ниже понимается критерий, использованный в работе [1] при выборочных проверках контейнеров в отсеках «Давление» и «Давление и коррозия».

Получим явное выражение для функции (1), соответствующее принятому критерию. Как известно (см. например, [8, 9]), гипергеометрическая функция распределения вероятности (ГПР) $w(N, D, n, d)$ представляет собой вероятность нахождения d дефектов в случайной выборке размером n , если выборка производится из системы, содержащей N элементов, среди которых D – дефектные. Соответственно величина $w(N, D, n, 0)$ определяет для рассматриваемой системы вероятность отсутствия дефектов в случайной выборке размером n .

Суммарная вероятность в выборке размером n обнаружить, при заданных параметрах N и D все возможные числа дефектов d равна 1, т. е. имеет место нормировка функции ГПР:

$$\sum_{d=\max\{0; n-N+D\}}^{\min\{n; D\}} w(N, D, n, d) = 1. \quad (2)$$

Будем считать, что число дефектов D в системе не слишком велико (как это обычно имеет место на практике), т. е. $D < N - n$. Тогда нижний предел в сумме (2) равен нулю, и нормировочное соотношение примет вид:

$$\sum_{d=0}^{\min\{n; D\}} w(N, D, n, d) = 1. \quad (3)$$

Используя соотношение (3), вероятность нахождения в случайной выборке размером n , по меньшей мере, одного дефекта $P(d \geq 1)$ можно представить в следующем виде:

$$P(d \geq 1) = \sum_{d=1}^{\min\{n; D\}} w(N, D, n, d) = 1 - w(N, D, n, 0). \quad (4)$$

Таким образом, размер выборки n , необходимый для обнаружения с заданной вероятностью P_0 , по меньшей мере, одного дефекта из D штук, находящихся в системе, определяется численным решением уравнения:

$$w(N, D, n, 0) = 1 - P_0 \quad (5)$$

или

$$\frac{(N-D)!(N-n)!}{(N-D-n)!N!} = 1 - P_0. \quad (6)$$

Полученные формулы и определяют явный вид функции (1). Отметим, что эти соотношения вообще не содержат параметра d – возможного числа дефектов в случайной выборке.

Понимая под величиной D оценку числа «худших» контейнеров D_j в j -м отсеке хранилища, можно ввести долю α «худших» контейнеров:

$$D_j = \alpha N_j, \quad (7)$$

где α – нормативно заданная обнаруживаемая доля «худших» контейнеров среди N_j контейнеров j -го отсека.

Таким образом, выражения (5)–(7) определяют размер случайной выборки, которая обеспечивает обнаружение с вероятностью P_0 , по меньшей мере, одного контейнера из $\alpha\%$ «худших» среди N контейнеров. Ниже с помощью численных расчетов мы покажем, что необходимые размеры выборок, рассчитанные по формулам (5)–(7), действительно совпадают (с точностью до 1) с величинами, приведенными в работе [1].

1.3. Интерпретация критерия

В целях последующего сравнения американского и российских статистических критериев полезно дать другую трактовку критерия (5). Для этого рассмотрим частный случай, полагая $\alpha = \frac{1}{N}$. Тогда обнаруживаемое число «худших» контейнеров в соответствии с (7) равно $D=1$ и функция ГПР существенно упрощается:

$$w(N, 1, n, 0) = \frac{\binom{1}{0} \binom{N-1}{n}}{\binom{N}{n}} = 1 - \frac{n}{N}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5) получим хорошо известное выражение для минимального размера случайной выборки n , необходимой для подтверждения с вероятностью P_0 отсутствия дефектов ($D < 1$) в системе, содержащей N контейнеров [8–10]:

$$n = P_0 N. \quad (9)$$

Таким образом, вторая трактовка статистического критерия (5) при произвольном параметре D – состоит в том, что указанный критерий определяет минимально необходимый размер n бездефектной статистической выборки, который позволяет утверждать, что с вероятностью P_0 число дефектных контейнеров в хранилище меньше величины $D = \alpha N$.

Иными словами, под параметром D в формулах (5), (6) нужно понимать критериальную вели-

чину D_0 , имеющую смысл *недопустимого* числа дефектных элементов в системе при заданной вероятности P_0 и *бездефектной* выборке размером n , определяемым выражением (5) или (6). Параметр D_0 является одним из задаваемых параметров в компьютерной программе *Spotcheck*, созданной для численного расчета размеров случайных выборок, необходимых для проверки выполнения нормативных статистических критериев [8]. Возможности указанной программы позволяют использовать метод альтернативных гипотез (МАГ) и более общий подход с использованием бинарной функции состояния (БФС), основанный на теореме Байеса [6–8] (см. также [11]).

Приведенная интерпретация выражения (5) полезна при сравнении американского критерия с критериями, задаваемыми Российскими Федеральными правилами учета и контроля ядерных материалов [4, 5] (см. также [12]). Такое сравнение критериев имеет смысл еще и потому, что может возникнуть естественный вопрос о целесообразности применения критерия, использованного в работе [1], для определения объема выборок при проверке не только контейнеров с ЯМ, но и других объектов СУиК ЯМ: пломб, идентификаторов учетных единиц, их местоположения и т. д. Отметим, что при таких контрольных проверках в принципе может допускаться некоторое количество дефектных элементов в выборке без нарушения нормативного статистического критерия. Такого рода дефекты могут рассматриваться не как аномалии, а как нарушения в системе учета и контроля ЯМ [5].

В этой связи отметим, что критерий (5) является частным случаем более общего критерия, который учитывает возможность наличия дефектных элементов в случайной выборке [8, 9]:

$$\sum_{m=\max\{0; n-N+D_0\}}^d w(N, D, n, m) \leq 1 - P_0, \quad (10)$$

где m – возможное число дефектных элементов в случайной выборке. При $d = 0$ формула (10) переходит в (5).

Как было показано ранее [6–8], выражение (10) соответствует методу альтернативных гипотез и основано на неявном предположении об отсутствии априорной (до производства выборки) информации о системе.

Таким образом, из представленного анализа следует (а это подтверждают и приведенные ниже результаты расчетов), что содержание критерия,

использованного в работе [1], заключается в следующем:

- априорная информация о системе до проведения выборочных измерений считается отсутствующей;
- все учетные единицы упаковочных площадок каждого отсека равнозначны;
- критерий определяет для j -го отсека минимально необходимый размер n_j *бездефектной* выборки, который позволяет утверждать, что с вероятностью P_0 число дефектных («наихудших») контейнеров в отсеке *меньше* величины $D_{0j} = 0,05N_j$;
- случайные выборки, размеры которых приведены в статье [1], не должны содержать дефекты;
- критерий не применим, если в выборке обнаружены дефектные контейнеры.

В заключение отметим, что в американском критерии нормативно задана весьма высокая вероятность обнаружения дефектов P_0 . Относительно малый размер статистических выборок в отсеках при этом достигается благодаря оцениваемому достаточно большому обнаруживаемому числу «худших» контейнеров D_{0j} .

2. Сравнение российских и американского критериев для выборочных проверок ЯМ

2.1. Российские нормативные критерии для выборочных проверок ЯМ

В Российских Федеральных правилах учета и контроля ЯМ в качестве нормативных критериев для определения размера случайной выборки из заданной совокупности элементов при выборочных проверках фактически задаются два параметра: доля элементов в системе, которые *должны находиться в надлежащем состоянии* β и вероятность P_0 обеспечения этого требования.

В табл. 1 приведены нормативные требования Федеральных Правил, предъявляемые к значениям параметров P_0 и β [4]. Отметим, что в не утвержденном к настоящему времени проекте Правил НП-030-11 [5] указанные критерии, по предварительным данным, сделаны одинаковыми для пломб и идентификаторов учетных единиц со значениями параметров: $P_0 = 0,95$ и $\beta = 0,95$.

Для сравнения российских нормативных критериев с американским, описанным в п.1.1, приве-

дем связь параметра β с введенным выше параметром D_0 («недопустимым» числом дефектов) [13]:

$$D_0 = [(1-\beta)N] + 1, \quad (11)$$

где $[]$ – означает целую часть числа; N – число элементов в системе.

Таблица 1

Российские нормативные требования к выборочному контролю ЯМ

Требования основных правил НП-030-05		
П. 3.4.2.3.		П. 8.3.
«В промежутках между инвентаризациями ядерных материалов необходимо выполнять выборочный контроль установленных пломб в ЗБМ. При определении объема случайной выборки необходимо исходить из требования подтверждения с доверительной вероятностью, равной 0,95, нахождения в надлежащем состоянии не менее 95 % УИВ*».		«Достоверность представления в системе учета и контроля ядерных материалов в ЗБМ данных об идентификаторах учетных единиц и местоположении учетных единиц должна быть не менее 99 %».
P_0	0,95	0,99
β	0,95	0,99

Если априорная информация о системе до проведения выборочных измерений считается отсутствующей, то для подтверждения выполнения заданных нормативных критериев минимально необходимый размер случайной выборки n может быть получен численным решением неравенства (10) с помощью компьютерной программы *Spotcheck* (алгоритм МАГ).

Если априорная информация о системе существует (например, в виде априорной функции состояния системы, основанной на результатах предварительного анализа или выборочных проверок), то расчет требуемого размера выборки выполняется по алгоритму БФС [6–8].

2.2. Сравнительные расчеты размеров статистических выборок

Рассчитаем с помощью программы *Spotcheck* необходимые размеры случайных выборок для отсеков «Давление и коррозия» и «Давление», используя данные работы [1] для выбора значений

параметров P_0 , N_j , D_{0j} . В то время как значения параметров P_0 , N_j , точно определены, параметр D_{0j} , который явно отсутствует в статистическом критерии, требует некоторого обсуждения.

2.2.1. Первая оценка параметра D_0

Будем считать, что величина α , используемая в работе [1], трактуется как *возможная* доля «худших» контейнеров в отсеке при заданной вероятности P_0 . Тогда с учетом формулы (11) для параметра D_{0j} получим:

$$D_{0j} = [(1-\beta)N_j] + 1 = [\alpha N_j] + 1. \quad (12)$$

Приведенная оценка параметра D_{0j} означает, что доля контейнеров, находящихся в j -м отсеке с заданной вероятностью в надлежащем состоянии, равна:

$$\beta = 1 - \alpha = 0,95, \quad (13)$$

т. е. параметр β оказывается таким же, как в российском критерии для УИВ (см. табл. 1).

В этом случае нормативно заданной доле «худших» контейнеров $\alpha = 0,05$, принятой в [1], соответствуют следующие значения параметра D_{0j} для отсеков «Давление и коррозия» и «Давление»:
при $N = 1303$ $D_{01} = [0,05 \cdot 1303] + 1 = [65,15] + 1 = 66$;
при $N = 1608$ $D_{02} = [0,05 \cdot 1608] + 1 = [80,4] + 1 = 81$.

В табл. 2 приведены результаты расчетов по программе *Spotcheck* необходимых размеров случайных выборок с указанными значениями параметра D_0 . Размеры выборок рассчитаны по двум алгоритмам: МАГ и БФС.

Таблица 2

Необходимые размеры случайной выборки при различных значениях числа дефектов d в выборке и доверительной вероятности $P_0 = 0,999$.

Отсек «Давление и коррозия»: $N_1 = 1303, D_{01} = 66$				
d	0	1	2	3
n_1 (МАГ)	127 (128)	168	203	235
n_1 (БФС)	126	167	202	234
Отсек «Давление»: $N_2 = 1608, D_{02} = 81$				
d	0	1	2	3
n_2 (МАГ)	129 (130)	171	207	240
n_2 (БФС)	128	170	206	239

Во втором столбце табл. 2 в скобках указаны значения размеров выборок, взятые из работы [1].

* УИВ – устройства индикации вмешательства (пломбы).

Поскольку американский критерий, как отмечено выше, определен лишь для бездефектных выборок (он соответствует алгоритму (5)), соответствующие американские данные для случаев $d = 1, 2, 3$ в табл. 2 отсутствуют.

Из представленных в табл. 2 данных следует, что оценка параметра D_{0j} по формуле (12) дает для обоих методов расчета более низкие значения размера статистических выборок по сравнению с американскими данными. Это означает, что оценка (12) завышает величину D_{0j} . Полученный результат, как будет показано более подробно, подтверждает физическую интерпретацию американского критерия, приведенную в п.1.3.

Отметим, что представленные в табл. 2 результаты расчетов размеров статистических выборок, полученные с использованием алгоритмов МАГ и БФС при одинаковых параметрах P_0, N_j, D_{0j} и рассмотренных значениях числа дефектов d в выборке, отличаются друг от друга на единицу (такое возможное отличие отмечалось нами ранее [7, 8]).

2.2.2. Вторая оценка параметра D_0

Как было показано в п.1.3, статистический критерий, использованный в работе [1], фактически означает, что по результатам произведенной случайной выборки можно утверждать, что с вероятностью P_0 число дефектных контейнеров в отсеке хранилища *меньше* величины $D_j = \alpha N_j$. При такой интерпретации критерия в качестве оценки «недопустимого» числа дефектов D_{0j} следует принять величину αN_j . Так как величина αN_j , вообще говоря, нецелая, то для определения параметра D_{0j} , учитывая его целочисленность, следует выбрать более жесткое условие:

$$D_{0j} = \lceil \alpha N_j \rceil, \tag{14}$$

где $\lceil \alpha N_j \rceil$ – означает, как и ранее, целую часть числа.

В этом случае при нормативном параметре $\alpha = 0,05$ для отсеков «Давление и коррозия» и «Давление» получим следующие значения параметра D_{0j} :

при $N_1 = 1303 \quad D_{01} = \lceil 0,05 \cdot 1303 \rceil = \lceil 65,15 \rceil = 65;$

при $N_2 = 1608 \quad D_{02} = \lceil 0,05 \cdot 1608 \rceil = \lceil 80,4 \rceil = 80.$

Указанные значения параметра D_{0j} ниже на единицу соответствующих величин п. 2.2.1.

В табл. 3 приведены результаты численных расчетов по алгоритму МАГ необходимых размеров выборок для вероятности $P_0 = 99,9\%$ и различном числе дефектов, обнаруженных в выборке.

Таблица 3

Необходимые размеры случайной выборки при различных значениях числа d дефектов в выборке и доверительной вероятности $P_0 = 0,999$

Отсек «Давление и коррозия»: $N_1 = 1303, D_{01} = 65$				
d	0	1	2	3
n_1	129 (128)	171	206	238
Отсек «Давление»: $N_2 = 1608, D_{02} = 80$				
d	0	1	2	3
n_2	130 (130)	173	209	242

Во втором столбце табл. 3 в скобках указаны значения размеров выборок, взятые из работы [1]. Представленные данные показывают, что наши расчеты для бездефектных выборок хорошо согласуются с американскими: размер выборки для отсека «Давление» совпадает с приведенным в работе [1], а для отсека «Давление и коррозия» отличается лишь на единицу.

То что оценка (14) параметра D_{0j} более адекватна подходу [1], подтверждают и результаты численных расчетов по алгоритму БФС в предположении отсутствия априорной информации о системе.

В табл. 4 приведены результаты соответствующих численных расчетов. Расчеты проведены по алгоритму БФС. Значения параметров задачи P_0, N_j, D_{0j} были теми же, что и в табл. 3.

Таблица 4

Необходимые размеры случайной выборки при различном числе d дефектов в выборке и доверительной вероятности $P_0 = 0,999$

Отсек «Давление и коррозия»: $N_1 = 1303, D_{01} = 65$				
d	0	1	2	3
n_1	128 (128)	170	205	238
Отсек «Давление»: $N_2 = 1608, D_{02} = 80$				
d	0	1	2	3
n_2	129 (130)	172	208	242

Сравнение данных табл. 3 и 4 показывает, что они находятся в согласии между собой по размерам выборок с точностью до единицы. Рассчитанный по алгоритму БФС размер выборки для отсека

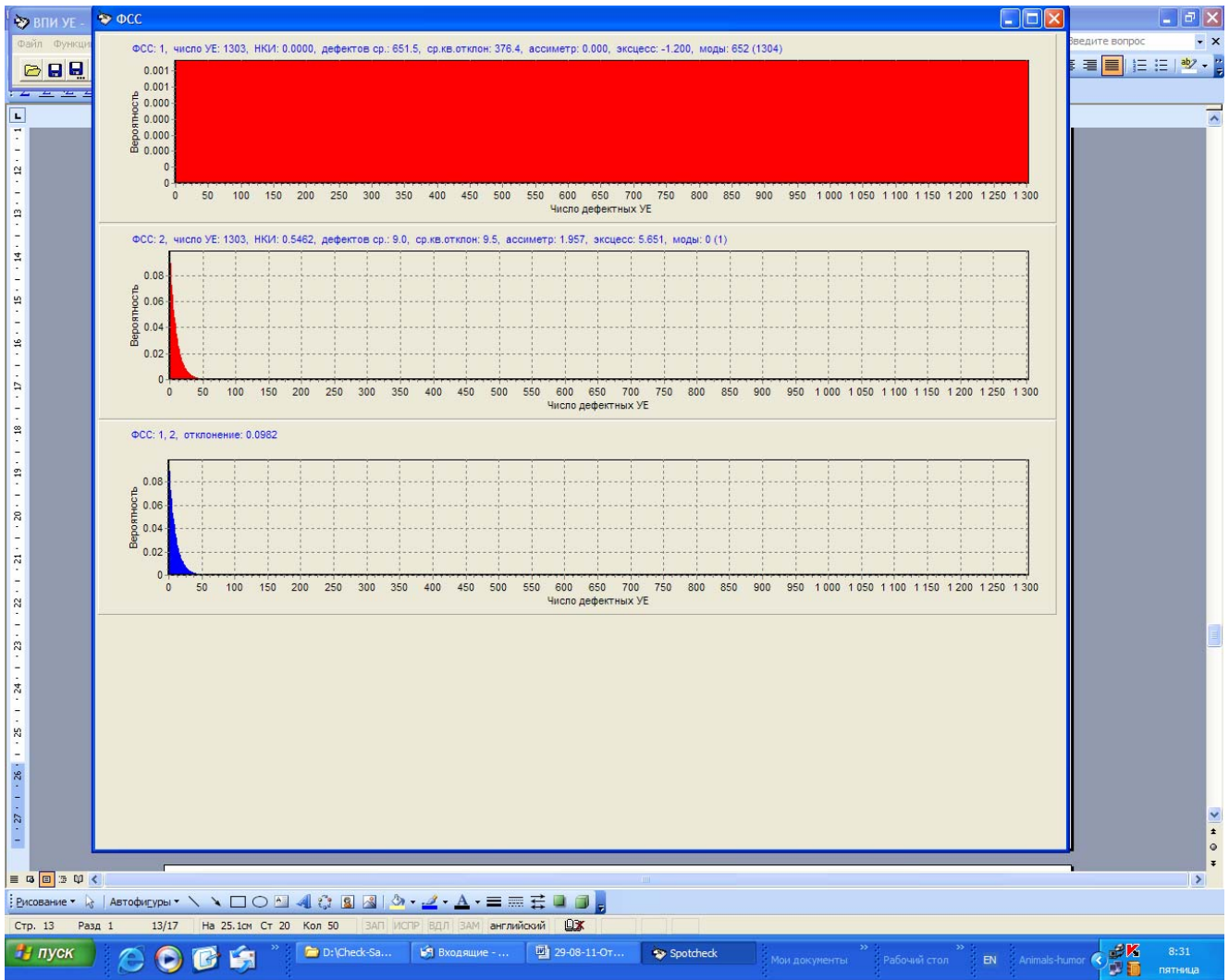


Рис. 1. Изменение функции состояния системы контейнеров отсека «Давление и коррозия» после случайной выборки. Размер выборки гарантирует обнаружение, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших». Значения параметров: $N = 1303$, $D_0 = 65$, $P_0 = 99.9\%$

«Давление и коррозия» в точности совпадает с приведенным в работе [1], а для отсека «Давление» – отличается лишь на единицу. Это подтверждает адекватность оценки (14) параметра D_{0j} алгоритму, использованному в работе [1].

Байесовский подход, как известно [8], позволяет рассчитать не только необходимые размеры статистических выборок, но и изменение функции состояния системы (ФСС) после проведения выборочных измерений.

На рис. 1 приведены функции состояния системы для отсека «Давление и коррозия» до и после проведения выборочных измерений (соответственно ФСС-1 и ФСС-2). Расчеты выполнены с использованием программы *Spotcheck* (метод БФС). Априорная информация о системе считалась отсутствующей, как это неявно и полагалось в работе [1].

До проведения выборочных измерений функция состояния ФСС-1 имеет вид равномерного распределения; по результатам бездефектной выборки ФСС-2 оказывается существенно иной, что соответствует утверждению: с вероятностью $P_0 = 99,9\%$ дефектных контейнеров в отсеке менее 5 %.

На основании результатов расчетов, представленных выше, можно сделать следующие выводы:

- американский критерий фактически определяет по результатам произведенной выборки «недопустимое» число дефектов в отсеке при заданной вероятности; иными словами, с указанной вероятностью доля «худших» контейнеров α в отсеке составляет *менее 5 %*;
- расчетные значения размеров статистических выборок, полученные по программе

Spotcheck, хорошо согласуются с американскими данными [1], если «недопустимое» число дефектов D_0 определяется формулой $D_0 = \lceil \alpha N_j \rceil$;

- при расчетах необходимых размеров статистических выборок априорная информация о системе до проведения выборочных измерений считается отсутствующей, т. е. априорная функция состояния – равновероятна;

- размеры статистических выборок в отсеках, приведенные в работе [1], справедливы только для бездефектных выборок; критерий [1] не применим, если в выборке допускаются дефектные элементы (например, при проверке пломбирующих устройств или идентификаторов учетных единиц): возможность такой ситуации предусматривается российской нормативной документацией и рассматривается как нарушение в учете и контроле ЯМ [5].

Таким образом, отличия российских нормативных статистических критериев УиК ЯМ от американского критерия [1] состоит в том, что в российских критериях:

- нормативная величина доверительной вероятности имеет более низкое значение (по проекту ОПУК [5] $P_0 = 0,95$; в [1]: $P_0 = 0,999$);

- задана доля β элементов в системе, которые должны находиться в надлежащем состоянии с заданной вероятностью: «недопустимое» число дефектов определяется выражением

$D_0 = \lceil (1-\beta)N \rceil + 1$ (в американском критерии задана обнаруживаемая доля α «худших» контейнеров, и соответственно $D_0 = \lceil \alpha N \rceil$);

- предусмотрена возможность обнаружения в случайной выборке дефектных элементов (при этом критерий может быть выполнен при соответствующем увеличении размера выборки), в американском критерии статистическая выборка считается бездефектной;

- при расчетах размеров выборок может быть учтена априорная информация о системе (при использовании алгоритма БФС).

Представляет интерес сравнить размеры статистических выборок, необходимые для выполнения российского и американского критериев, при одинаковых значениях нормативных параметров P_0 и α (параметр D_0 при этом отличается на 1).

На рис. 2 приведена зависимость размера бездефектных статистических выборок $n(N)$ для двух критериев в диапазоне значений полного числа элементов в системе $N \in [60-1600]$.

Из вида кривых следует, что отличие размеров выборок, соответствующим разным критериям, зависит от полного числа элементов в системе N . Например, при $N \sim 10^2$ относительная разность размеров выборок составляет примерно 10 %, при $N \sim 10^3 - 1-2$ %.

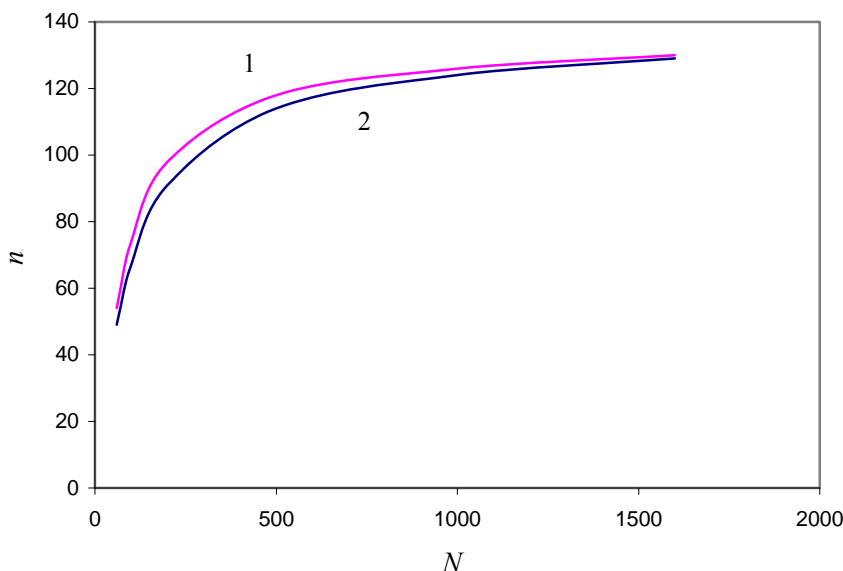


Рис. 2. Зависимость размера n бездефектных статистических выборок от числа элементов в системе N для американского (1) и российского (2) критериев. Значения нормативных параметров:

$P_0 = 0,999$, $\alpha = 0,05$. Кривой (1) соответствует $D_0 = \lceil \alpha N \rceil$; кривой (2) – $D_0 = \lceil \alpha N \rceil + 1$

3. О ВЫБОРКАХ ДЛЯ УПАКОВОЧНЫХ ПЛОЩАДОК

3.1. Доверительная вероятность для упаковочных площадок

Как было отмечено, размеры статистических выборок в отсеках «Давление и коррозия» и «Давление» определялись в работе [1] с использованием принятого критерия для всей совокупности контейнеров в каждом из отсеков. Контейнеры, находящиеся в указанных отсеках, подразделялись на группы, соответствующие 5 упаковочным площадкам: Hanford, LLNL, Rocky Flats, Savannah River (SRS) и LANL. Размеры статистических выборок для каждой из площадок в отсеках распределялись пропорционально доле контейнеров, приходящейся на каждую упаковочную площадку в данном отсеке.

Нетрудно убедиться в том, что предлагаемые в работе [1] размеры выборок для отдельных упаковочных площадок не удовлетворяют принятому критерию по отношению к площадкам. Для иллюстрации этого утверждения в табл. 5 приведены расчетные значения размеров статистических выборок для упаковочных площадок отсека «Давление и коррозия», необходимых для выполнения требования обнаружения, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших» для каждой из площадок с вероятностью $P_0 = 0,999$. Расчеты выполнены по программе *Spotcheck* (алгоритм МАГ).

Таблица 5

Размеры статистических выборок для различных упаковочных площадок отсека «Давление и коррозия». Значения параметров: $P_0 = 0,999$ и $D_{0i} = [0,05N_{i,1}]$, $N_{i,1}$ – число контейнеров на i -й площадке отсека

Площадка, N_{i1}	Число дефектов в выборке d				Размеры Выборок по [1] и P_0 (наш расчет)
	0	1	2	3	
Rocky Flats, $N_{1,1} = 362$	113	146	173	196	$n_{1,1} = 35, P_0 = 0,84$
Hanford, $N_{2,1} = 551$	122	159	190	218	$n_{2,1} = 54, P_0 = 0,94$
LLNL, $N_{3,1} = 159$	90	112	127	139	$n_{3,1} = 16, P_0 = 0,57$
SRS, $N_{4,1} = 71$	63	70	71	-	$n_{4,1} = 7, P_0 = 0,25$
LANL, $N_{5,1} = 160$	91	112	128	140	$n_{5,1} = 16, P_0 = 0,57$
Всего: $N_I = 1303$	Всего: $n_I = 479$				Всего: $n_I = 128$

В последнем столбце табл. 5 приведены рекомендованные в работе [1] размеры выборок n по каждой из площадок отсека «Давление и коррозия», а также рассчитанные нами для этих выборок соответствующие доверительные вероятности P_0 обнаружения, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших» для данной площадки. Видим, что представленные вероятности существенно ниже значения 99,9 %, заявленного для всего отсека.

Таким образом, принцип пропорциональности размера случайной выборки числу контейнеров на площадках для данного отсека приводит, с одной стороны, к заметной экономии объема выборочных измерений на площадках, а с другой – к существенному снижению доверительной вероятности обнаружения «худших» контейнеров для площадок. Из табл. 5 следует, что чем меньше число контейнеров N_i на упаковочной площадке, тем ниже – при рекомендованных размерах выборок – доверительная вероятность обнаружения, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших». Например, для площадки Savannah River (SRS) указанная вероятность составляет лишь 25 %.

В табл. 6 представлены результаты аналогичных расчетов для четырех площадок отсека «Давление» (контейнеры упаковочной площадки ЛАНЛ отсутствовали).

Таблица 6

Размеры статистических выборок для упаковочных площадок отсека «Давление». Значения параметров: $P_0 = 0,999$ и $D_{0i} = [0,05N_{i,1}]$, $N_{i,2}$ – число контейнеров на i -й площадке отсека

Площадка, N_{i2}	Число дефектов в выборке, d				Размеры выборок по [1] и P_0 (наш расчет)
	0	1	2	3	
Rocky Flats, $N_{1,2} = 718$	123	161	194	223	$n_{1,2} = 58, P_0 = 0.955$
Hanford, $N_{2,2} = 778$	124	163	196	225	$n_{2,2} = 63, P_0 = 0.965$
LLNL, $N_{3,2} = 9$	9	-	-	-	$n_{3,2} = 1, P_0 = 0.10$
SRS, $N_{4,2} = 103$	76	90	98	102	$n_{4,2} = 8, P_0 = 0.33$
Всего: $N_2 = 1608$	Всего: $n_2 = 332$				Всего: $n_2 = 130$

В последнем столбце табл. 6 приведены рекомендованные в работе [1] размеры статистических выборок n по каждой из площадок отсека «Давление», а также рассчитанные нами для этих выборок

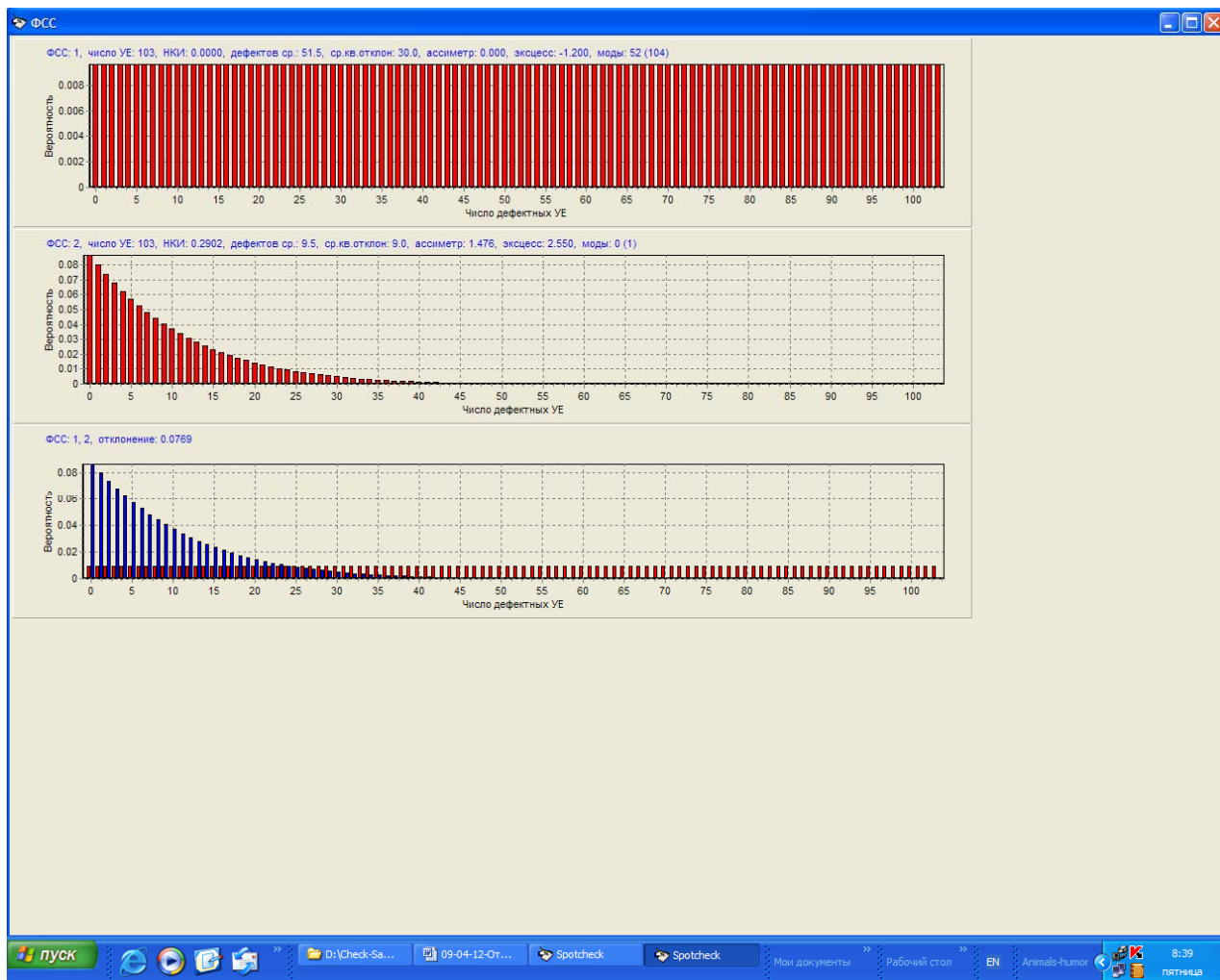


Рис. 3. Изменение функции состояния площадки Savannah River (SRS) отсека «Давление» после бездефектной выборки размером $n = 8$. Значения параметров: $N_{4,2} = 103$, $D_{0,4} = 5$, $P_0 = 0,33$

соответствующие вероятности обнаружения, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших» для данной площадки. Видим, что представленные в последнем столбце вероятности ниже значения 99,9 %, принятого для отсека в целом, причем для площадки LLNL, имеющей наименьшее число контейнеров, доверительная вероятность составляет лишь $P_0 = 10\%$. Заметим, что для достижения на этой площадке вероятности не менее 99,9 % необходимо проверить все контейнеры.

На рис. 3 и 4 для иллюстрации приведены функции состояния площадки Savannah River отсека «Давление» для двух размеров бездефектной статистической выборки. Расчеты ФСС до и после проведения выборки (соответственно ФСС-1 и ФСС-2) выполнены с использованием программы Spotcheck по алгоритму БФС. Априорная информация о системе считалась отсутствующей.

На рис. 3 представлено изменение ФСС площадки SRS после проведения выборочных измерений с размером выборки $n_{4,2} = 8$, который был рекомендован в работе [1]. При такой выборке и значениях параметров $N_{4,2} = 103$, $D_{0,4} = 5$ вероятность обнаружения по меньшей мере одного контейнера из 5 % «худших» составляет, согласно расчету, лишь $P_0 = 33\%$. Эта величина много ниже заявленной вероятности обнаружения P_0 для всего отсека.

Из графика ФСС на рис. 3 следует, что по результатам указанной выборки можно утверждать с вероятностью $P_0 \approx 8,5\%$, что на площадке SRS дефектные контейнеры отсутствуют. Для выполнения критерия, принятого для отсека «Давление», на площадке SRS необходимо, согласно табл. 6, проверить 76 контейнеров.

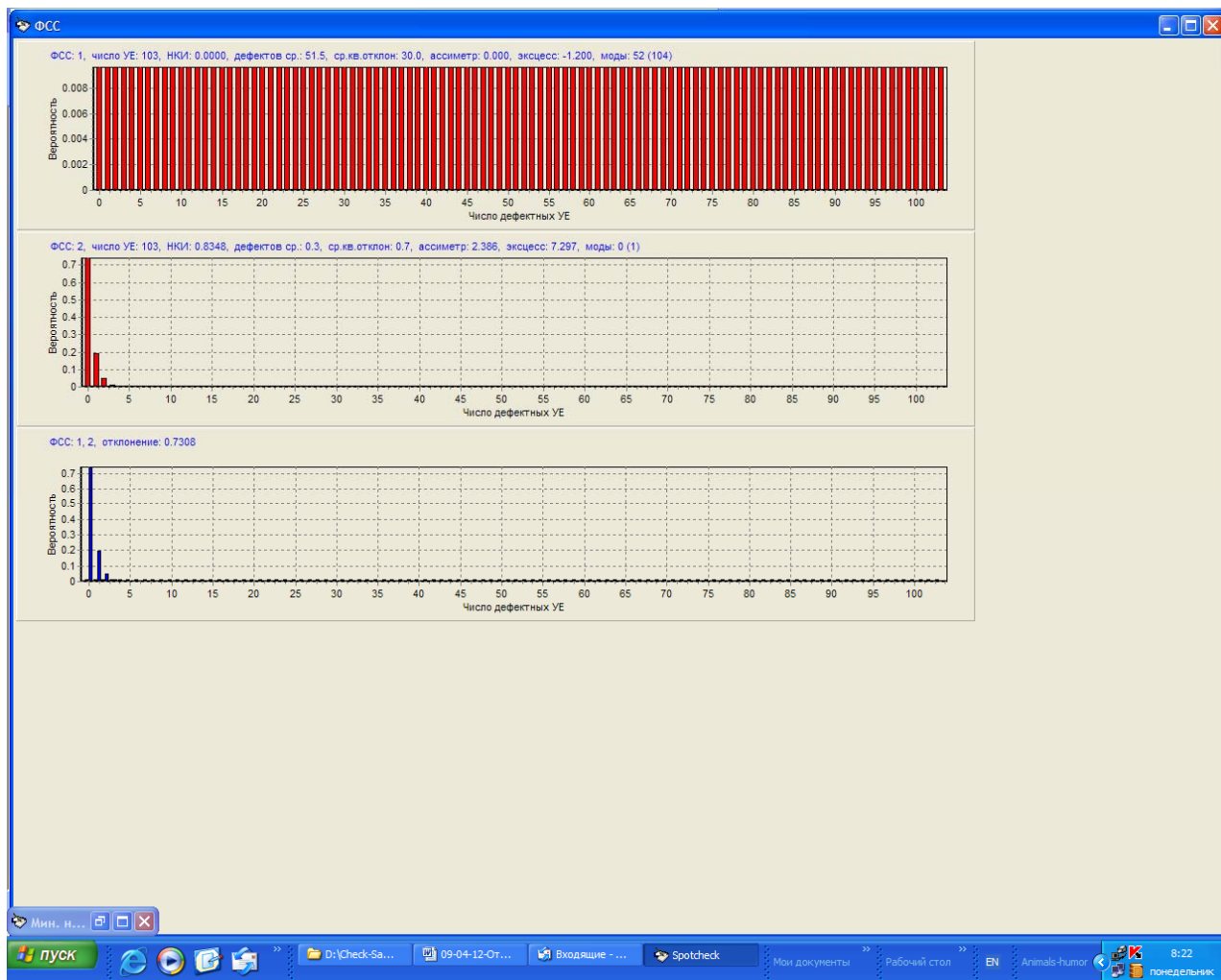


Рис. 4. Изменение функции состояния площадки Savannah River (SRS) отсека «Давление» после бездефектной выборки размером $n_{4,2} = 76$. Значения параметров: $N_{4,2} = 103$, $D_{0,4} = 5$, $P_0 = 0,999$

На рис. 4 представлено распределение ФСС для площадки SRS отсека «Давление» после бездефектной выборки размером $n_{4,2} = 76$.

Сравнение двух видов апостериорной ФСС на рис. 3 и 4, показывает их значительное различие: в частности, вероятности отсутствия «плохих» контейнеров на площадке по результатам проведенных статистических выборок отличаются почти на порядок величины. Действительно, после бездефектной выборки размером $n_{4,2} = 76$ вероятность отсутствия дефектных контейнеров на площадке SRS равна $\sim 75\%$, а при выборке $n_{4,2} = 8$ вероятность, как уже отмечалось, составляет $\sim 8,5\%$.

Таким образом, проведенные расчеты свидетельствуют о том, что разбиение требуемого объема выборок для данного отсека на доли, пропорциональные числам контейнеров на упаковочных площадках, может приводить к значительному уменьшению вероятности обнаружения, по меньшей мере, одного контейнера из 5% «худших» для

отдельных площадок. Особенно эта ситуация ярко проявляется для упаковочных площадок с относительно малым числом контейнеров ($\sim 10-80$). Для таких площадок вероятность обнаружения «худших» контейнеров может быть существенно ниже 50% .

В том, что использование принципа пропорциональности размера выборки числу контейнеров на площадке может привести к существенному снижению доверительной вероятности обнаружения дефектных контейнеров, особенно для площадок с малым числом контейнеров, можно убедиться и другим путем.

На рис. 5 по результатам численных расчетов для заданной доли «худших» контейнеров, равной 5% , представлены зависимости размера статистической выборки n от доверительной вероятности P_0 при различном числе контейнеров N на площадке.

Из приведенных графиков следует, что

• для увеличения надежности обнаружения хотя бы одного из «худших» контейнеров при заданном числе контейнеров N необходимо увеличить размер выборки (это физически очевидный результат);

• в области высоких значений вероятности P_0 зависимость $n(P_0)$ оказывается более сильной (производная $n'(P_0)$ возрастает с увеличением P_0);

• зависимость $n(P_0)$ усиливается с увеличением числа контейнеров на площадке.

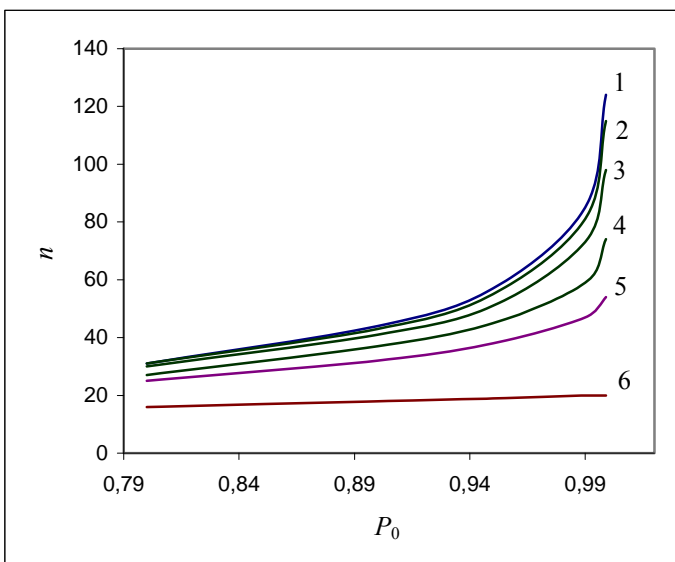


Рис. 5. Зависимость размера статистической выборки от доверительной вероятности P_0 при заданной доле «худших» контейнеров $\alpha = 0,05$ и различных числах контейнеров N на упаковочной площадке: 1 – $N = 800$; 2 – $N = 400$; 3 – $N = 200$; 4 – $N = 100$; 5 – $N = 60$; 6 – $N = 20$

Вместе с этим отношение $n(P_0)/N$ при данном P_0 убывает с увеличением N , т. е. относительное число контейнеров в требуемой статистической выборке для заданного критерия оказывается меньше с увеличением числа контейнеров на площадке. Этот вывод согласуется с данными табл. 5 и 6. Например, в отсеке «Давление и коррозия» при $P_0 = 0,999$, согласно табл. 5

для площадки SRS ($N = 71$):

$$\frac{n(P_0)}{N} = \frac{63}{71} \approx 0,89;$$

для площадки Rocky Flats ($N = 362$):

$$\frac{n(P_0)}{N} = \frac{113}{362} \approx 0,31;$$

для площадки Hanford ($N = 551$):

$$\frac{n(P_0)}{N} = \frac{122}{551} \approx 0,22.$$

Зависимость отношения $n(P_0)/N$ для различных значений N приведена на рис. 6.

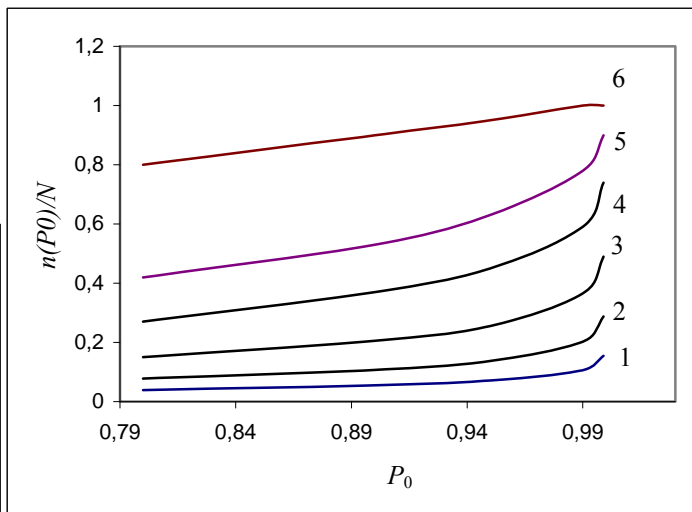


Рис. 6. Зависимость относительного размера статистической выборки $n(P_0)/N$ от доверительной вероятности P_0 при заданной доле «худших» контейнеров $\alpha = 0,05$ и различных массивах контейнеров N на упаковочной площадке: 1 – $N = 800$, 2 – $N = 400$, 3 – $N = 200$, 4 – $N = 100$, 5 – $N = 60$, 6 – $N = 20$

При внешней схожести графиков рис. 5 и 6 они отличаются обратным порядком расположения кривых: большие значения отношения $n(P_0)/N$ соответствуют меньшим значениям N . С этим обстоятельством и связано отмеченное выше снижение доверительной вероятности обнаружения дефектных контейнеров для площадок с малым количеством контейнеров, если использовать принцип пропорционального распределения размеров статистических выборок для каждой из площадок в отсеках.

3.2. О реальных критериях для упаковочных площадок

В предыдущем пункте было показано, что использование принципа пропорционального распределения размеров статистических выборок для каждой из упаковочных площадок в отсеках может привести к значительному снижению доверительной вероятности обнаружения, по меньшей мере, одного из «худших» 5 % контейнеров на площадках.

Поставим вопрос иначе, зафиксировав уровень доверительной вероятности. Какова критериальная доля «худших» контейнеров $\alpha_{i,j}$ для каж-

дой из упаковочных площадок, которая может быть обнаружена с вероятностью $P_0 = 0,999$ при размерах статистических выборок $n_{i,j}$, предложенных в работе [1]? Поскольку в соответствии с (1) существует функциональная связь четырех параметров $\Psi(n_j, \alpha, N_j, P_0) = 0$, то для ответа на поставленный вопрос нужно на основании численных расчетов найти «недопустимое» число «худших» контейнеров $D_{0i,j}$ при заданных параметрах $n_{i,j}$, P_0 и $N_{i,j}$ для каждой из площадок, а затем получить величину $\alpha_{i,j}$.

Для бездефектных случайных выборок существует известное приближенное выражение для параметра α (см., например, [8]):

$$\alpha \approx \frac{\ln(1-P_0)}{N \ln\left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (15)$$

справедливое при $\alpha \ll 1$.

В общем случае для получения величины $\alpha_{i,j}$ необходимы численные расчеты. В табл. 7 приведены результаты таких расчетов, выполненных по программе *Spotcheck* с использованием алгоритма МАГ для различных площадок двух отсеков.

Таблица 7

Критериальная доля «худших» контейнеров $\alpha_{i,j}$ для различных упаковочных площадок при вероятности $P_0 = 0,999$ и случайных выборках размеров $n_{i,j}$, принятых в [1]

Площадка	Отсек «Давление и коррозия»				Отсек «Давление»			
	$N_{i,1}$	$n_{i,1}$	$D_{0i,1}$	$\alpha_{i,1}, \%$	$N_{i,2}$	$n_{i,2}$	$D_{0i,2}$	$\alpha_{i,2}, \%$
Rocky Flats	362	35	62	17,1	718	58	78	10,9
Hanford	551	54	64	11,6	778	63	78	10,0
LLNL	159	16	54	33,8	9	1	9	100
SRS	71	7	45	63,4	103	8	60	58,3
LANL	160	16	54	33,8	-	-	-	-
Всего контейнеров	1303				1608			

В 4-м и 8-м столбцах представлены рассчитанные значения параметра $D_{0i,j}$ для каждой из площадок, а в 5-м и 9-м столбцах – соответствующие

этим значениям критериальная доля «худших» контейнеров $\alpha_{i,j}$.

Отметим, что приближенная формула (15) завышает величины $\alpha_{i,j}$ для площадки SRS – на ~ 50 %, а для площадок Rocky Flats и Hanford – на ~ 10 %.

Из данных, представленных в табл. 7, следует, что

- при использовании для упаковочных площадок принципа пропорционального распределения размеров статистических выборок обнаруживаемая критериальная доля $\alpha_{i,j}$ «худших» контейнеров на площадках при доверительной вероятности 99,9 % может оказаться существенно больше заданной нормативным критерием для отсеков ($\alpha = 5 \%$);

- чем меньше контейнеров на упаковочной площадке, тем больше обнаруживаемая доля «худших» контейнеров при заданной вероятности P_0 : для площадок с числом контейнеров $N \leq 100$ параметр $\alpha_{i,j}$ более чем на порядок превышает нормативную величину для отсеков;

- зависимость обнаруживаемой доли $\alpha_{i,j}$ «худших» контейнеров от размеров площадок может оказаться особенно существенной, если имеются основания для сомнений относительно бездефектности контейнеров на малых площадках (например, по результатам экспертных оценок).

Заключение

Представлен анализ применяемого в США критерия, обеспечивающего для отсеков хранилища с ядерными материалами обнаружение, по меньшей мере, одного контейнера из 5 % «худших» (с точки зрения потенциальной деградации) с вероятностью 99,9 %. Показано, что используемый критерий по существу определяет размер бездефектной статистической выборки, необходимой для проверки с заданной вероятностью утверждения, что число дефектных контейнеров в отсеке меньше величины $[0,05N]$ (N – полное число контейнеров в отсеке, $[]$ – целая часть числа).

Расчеты размеров статистических выборок для отсеков «Давление» и «Давление и коррозия», проведенные с помощью компьютерной программы *Spotcheck*, находятся в хорошем согласии с американскими данными.

Отмечено, что использование принципа пропорциональности для определения размеров статистических выборок на упаковочных площадках отсеков может приводить к значительному уменьшению вероятности обнаружения дефектных контейнеров для отдельных площадок. Особенно эта ситуация ярко проявляется для площадок с относительно малым числом контейнеров (< 100). Для таких площадок вероятность обнаружения, по меньшей мере, одного из 5 % «наихудших» контейнеров может быть существенно ниже заданной вероятности P_0 для отсека. Например, для упаковочной площадки Savannah River отсека «Давление и Коррозия», на которой находятся 63 контейнера, при размере выборки $n = 7$, предложенном в работе [1], указанная вероятность составляет лишь 25 %.

Если, с другой стороны, положить доверительную вероятность обнаружения, по меньшей мере, одного из «худших» контейнеров в отсеках и упаковочных площадках равной нормативной величине $P_0 = 99,9\%$, то согласно расчетам

- при использовании для упаковочных площадок принципа пропорционального распределения размеров выборок обнаруживаемая критериальная доля α «худших» контейнеров на площадках может оказаться существенно больше заданной нормативной величины ($\alpha = 5\%$);

- чем меньше контейнеров на упаковочной площадке, тем больше обнаруживаемая доля «худших» контейнеров при заданной вероятности P_0 : для площадок с числом контейнеров $N \leq 100$ параметр α более чем на порядок превышает нормативную величину;

- это обстоятельство необходимо иметь в виду, особенно в случаях, если существуют основания для сомнений относительно бездефектности контейнеров на небольших площадках (например, по результатам экспертных оценок).

Проведено сравнение американского статистического критерия с нормативными статистическими требованиями, заданными российскими Федеральными Правилами учета и контроля ядерных материалов.

В Российских основных правилах УиК ЯМ [4, 5] в качестве нормативных критериев задается доля элементов в системе, которые должны находиться в надлежащем состоянии, а также вероятность P_0 обеспечения этого требования. Основные отличия российских нормативных статистических критериев УиК ЯМ от американского критерия,

использованного в работе [1], состоят в том, что в российских критериях:

- нормативная величина доверительной вероятности имеет более низкое значение (по проекту ОПУК [5] $P_0 = 0,95$; в работе [1]: $P_0 = 0,999$);

- задана доля β элементов в системе, которые должны находиться в надлежащем состоянии с заданной вероятностью, поэтому «недопустимое» число дефектов определяется выражением $D_0 = [(1 - \beta)N] + 1$ (в американском критерии задана обнаруживаемая доля α «худших» контейнеров, и соответственно $D_0 = [\alpha N]$);

- предусмотрена возможность обнаружения в случайной выборке дефектных элементов (при этом критерий может быть выполнен при соответствующем увеличении размера выборки); в американском критерии статистическая выборка считается бездефектной;

- при расчетах размеров выборок может быть учтена априорная информация о системе (при использовании алгоритма БФС).

Методология бинарной функции состояния, разработанная в РФЯЦ-ВНИИЭФ [6–8, 14], дает возможность получить количественную информацию о состоянии системы по результатам выборочных измерений как для бездефектных выборок, так и при наличии в выборке дефектов, а также позволяет учесть априорную информацию о системе, если таковая существует.

Список литературы

1. Kelly E. J., Peppers L. G., Worl L. A., McClard J. Sampling Approach to Validate the Safe Storage of Plutonium-Bearing Materials // J. of Nuclear Materials Management. 2010, Vol. 38. No. 2, P. 79–84.
2. DOE. 2004. DOE Standard: Stabilization, Packaging, and Storage of Plutonium-Bearing Materials. *DOE-STD-3013-2004*. Washington, D.C.: U.S. Department of Energy.
3. LANL. 2001. Integrated Surveillance Program in Support of Long-Term Storage of Plutonium-Bearing Materials. *Los Alamos National Laboratory LA-UR-00-3246*, Rev. 1.
4. Основные правила учета и контроля ядерных материалов. НП-030-05. Утверждены постановлением Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору от 26 декабря 2005 г., № 19. Введены в действие с 1 мая 2006 г.

5. Основные правила учета и контроля ядерных материалов. НП-030-11. *Проект // Ядерная и радиационная безопасность*. 2010. № 1(55).

6. Горбатенко М. В., Злобин А. М., Юферев В. И. Использование концепции функции распределения для определения объема случайной выборки при учете и контроле ядерных материалов // ВАНТ. Сер.: Теор. и прикл. физика. 2000. Вып. 1. С. 8–19.

7. Gorbatenko M. V., Zlobin A. M., Yuferev V. I. "Bayes" Approach to System Random Inspections for Nuclear Material Control & Accounting // J. of Nuclear Materials Management. 2006. Vol. 37. No. 2. P. 4–9.

8. Горбатенко М. В., Злобин А. М., Сафонов И. И., Юферев В. И. Выборочные проверки и методы их использования для учета и контроля ядерных материалов: Монография. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2008.

9. Jaech J. L. Statistical methods in nuclear material control. TID-26298, U.S. Gov't Printing Office, 1973.

10. Guide to the Evaluation of Selected Materials Control and Accountability (MC&A) Detection Ele-

ments. Issued by the Security Office of Safeguards and Security and National Security U.S. Department of Energy. May, 1994.

11. Burr T., Weier D. Hypothesis Testing: Frequentist Versus Bayesian With Examples from Nuclear Safeguards // J. of Nuclear Materials Management. Winter 2009, Vol. 37. No. 2. P. 16–22.

12. ОСТ 95 10560-2001. Система государственного учета и контроля ядерных материалов. Физическая инвентаризация ядерных материалов.

13. Злобин А. М. Аналитические аппроксимации для расчетов размеров случайных выборок с дефектами при учете и контроле ядерных материалов // ВАНТ. Сер.: Теор. и прикл. физика. 2010. Вып. 3. С. 7–18.

14. Горбатенко М. В., Злобин А. М., Сафонов И. И., Юферев В. И. Новый метод учета и контроля ядерных материалов. Безопасность окружающей среды. М.: ООО «Атомные связи». 2008. № 4. С. 68–72,

Статья поступила в редакцию 26.07.2012