

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ k - ε МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛАВУЧЕЙ СТРУИ

А. Р. Гужова, Г. В. Жарова, В. П. Стаценко, Ю. В. Янилкин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Численно исследуется развитие турбулентности в поле тяжести при стационарном истечении в однородную несжимаемую среду более легкой жидкости из локального источника. Расчеты проводились по 2D методике ЭГАК-Т с использованием современного варианта k - ε модели турбулентности. Результаты расчетов сравниваются с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: численное моделирование, газодинамика, турбулентное перемешивание, k - ε модель турбулентности, двумерное течение.

Введение

В задачах, относящихся к безопасности окружающей среды, в частности, в задаче о переносе примеси в атмосфере, важное значение имеет турбулентное перемешивание. Тестирование численных методик производится на наиболее простых задачах данного класса, имеющих автомодельный характер, для которых имеются достаточно представительные экспериментальные данные.

Именно такого рода задача, имеющая автомодельный режим, исследовалась в экспериментах [1]. В этой работе исследовалась осесимметричная плавучая струя, создаваемая при вертикальном истечении в атмосферу нагретого воздуха из резервуара. Задача интересна тем, что существенную роль в ней играют как сдвиговое, так и гравитационное перемешивание. Большое достоинство экспериментов [1] состоит в том, что в них измерялись не только величины скорости и плотности, но и их пульсации.

В работе [2] проведено численное моделирование описанного опыта по 2D газодинамической методике ЭГАК [3] с использованием полуэмпирической k - ε модели [4] турбулентного перемешивания. При приемлемой близости к измерениям результатов расчетов, относящихся к профилям плотности, другие величины описывались в [2] неудовлетворительно. В работе [5] использовалась

k - ε модель турбулентности, полученная более последовательным образом из цепочки уравнений Рейнольдса. Это привело к иной форме уравнений, а главное, к иной системе феноменологических коэффициентов, определяющих «гравитационное» перемешивание. Однако эти коэффициенты выбирались исходя из имеющихся недостаточно надежных экспериментальных данных и весьма грубых на тот момент прямых численных экспериментов. Поэтому результаты [5] не привели к заметному улучшению согласия с измерениями.

Позднее по методике ТРЭК [6] были выполнены прямые 3D численные расчеты на достаточно подробной счетной сетке [7–10], моделирующие сдвиговое и гравитационное турбулентное перемешивание. Это позволило уточнить в работе [11] феноменологические коэффициенты, входящие в k - ε модель турбулентности. Прямое 3D численное моделирование турбулентного перемешивания в плавучей струе было также выполнено в работе [12], где было получено в целом удовлетворительное согласие с измерениями.

В настоящей работе задача о развитии турбулентности при стационарном истечении в однородную несжимаемую среду более легкой жидкости из локального источника исследуется численно с помощью входящей в 2D методику ЭГАК k - ε модели турбулентности с уточненными в работе [11] феноменологическими коэффициентами.

Результаты расчетов сравниваются с соответствующими измерениями и предыдущими результатами [5] расчетов по k - ε модели с первоначальными феноменологическими коэффициентами.

Анализируется вопрос о сходимости решения при измельчении счетной сетки.

1. Основные уравнения k - ε модели турбулентности

Уравнения газодинамики при наличии турбулентного перемешивания имеют следующий вид:

– уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \operatorname{div}(\rho \bar{u}) = 0, \quad (1)$$

– уравнение движения

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_i u_k) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + g_i \rho, \quad (2)$$

\bar{g} – ускорение силы тяжести. Полный тензор вязких напряжений $\sigma_{ik} \equiv \sigma_{ikM} + \sigma_{ikT}$ включает молекулярный тензор вязких напряжений

$$\sigma_{ijM} = \rho \nu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{ji} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right), \quad (3)$$

где $\nu = \nu(\rho, T)$ – кинематический коэффициент молекулярной вязкости. Ниже рассматриваем лишь задачи с пренебрежимо малой вязкостью (бесконечно большие числа Рейнольдса).

Тензор напряжений Рейнольдса $\sigma_{ijT} \equiv -\rho \langle u_i' u_j' \rangle$ аппроксимируем как обычно:

$$\sigma_{ijT} = \rho D \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{ji} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - P_T \delta_{ji}, \quad (4)$$

здесь $\langle \rangle$ – знак усреднения; $'$ – обозначение пульсационной составляющей, турбулентное давление $P_T = \frac{2}{3} \rho k$, k – турбулентная энергия. Коэффициент турбулентной вязкости

$$D = c_D \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (5)$$

ε – скорость диссипации турбулентной энергии.

Уравнение для удельной энергии $e = e(\rho, T)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial x_n}(\rho u_n e - P a_n + Q_n^T + q_n) = \\ = \rho \varepsilon - P \frac{\partial u_n}{\partial x_n} - G_2 + \sigma_{ikM} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \end{aligned} \quad (6)$$

здесь q_n – молекулярный тепловой поток,

$$G_2 = a_k \frac{\partial P}{\partial x_k}, \quad a_i \equiv \frac{\langle \rho' u_i' \rangle}{\rho} = -\frac{c_\alpha D}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_P \frac{\partial s}{\partial x_i},$$

$$Q_k^T = \rho \langle e' u_k' \rangle = -c_e \rho D \left(\frac{\partial e}{\partial s} \right)_P \frac{\partial s}{\partial x_k} = -\frac{c_e}{c_\alpha} \rho e a_k \quad -$$

далее принято $c_e = c_\alpha$. Здесь s – удельная энтропия.

Для идеального газа с постоянной адиабаты γ уравнение (6) можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial x_n}(\rho u_n e - \gamma \rho e a_n + q_n) = \\ = -P \frac{\partial u_n}{\partial x_n} + \rho \varepsilon - G_2 + \sigma_{ikM} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \end{aligned} \quad (7)$$

причем $a_k = c_\alpha D \left(\frac{1}{\gamma p} \frac{\partial p}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_k} \right)$.

Уравнение для массовых долей компонентов

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha^{(i)} \rho) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\alpha^{(i)} \rho u_k) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \rho \left[c_\alpha D \left(\frac{\partial \alpha^{(i)}}{\partial s} \right)_P \frac{\partial s}{\partial x_k} + \xi^{(i)} \frac{\partial \alpha^{(i)}}{\partial x_k} \right] \right\} + \rho R^{(i)}, \end{aligned}$$

$\xi^{(i)} = \xi^{(i)}(\rho, T, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)})$ – кинематический коэффициент молекулярной диффузии i -го компонента смеси; $R_i(\rho, T, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(N)})$ – скорость изменения массовой доли данного компонента вследствие химической реакции.

Уравнение состояния в случае смеси идеальных газов

$$P = \frac{RT\rho}{\mu}; \quad \frac{1}{\mu} \equiv \sum_{i=1}^{i=N} \frac{\alpha_i}{\mu_i}. \quad (8)$$

Дифференциальные уравнения для турбулентных величин имеют следующий вид:

уравнение для турбулентной энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho k u_k) = \\ = (G_1 + G_2) - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho c_k D \frac{\partial k}{\partial x_k} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

для скорости диссипации

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho \varepsilon u_k) = \\ = \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} G_1 + c_{\varepsilon 2} G_2 - c_{\varepsilon 3} \rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho c_\varepsilon D \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

здесь сдвиговое порождение турбулентности:

$$G_1 = \sigma_{jkt} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}. \quad (11)$$

Система уравнений (1)–(11) содержит феноменологические коэффициенты: $c_e, c_k, c_\alpha, c_D, c_\varepsilon, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}, c_{\varepsilon 3}$. Их значения, принятые в настоящее время на основе работы [11], приведены в табл. 1. Фактически имеется всего 5 коэффициентов с учетом принятого допущения: $c_k = c_\varepsilon, c_\alpha = c_e = c_{\varepsilon 3}$.

Таблица 1
Феноменологические коэффициенты k - ε модели

c_D	c_ε	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	c_α
0,12	4/3	1,15	1	1,7

2. Постановка расчетов

Начальная геометрия системы представлена на рис. 1. Скорость вытекания из отверстия с диаметром $D = 6,35$ см на левой границе составляла $u_{z0} = 0,67$ м/с – здесь и далее используется система единиц м, кг, с. Температура вытекающего газа $T_1 = 573$ К, невозмущенного воздуха – $T_0 = 302$ К. Соответственно плотность вытекающего газа $\rho_1 = 0,654$, невозмущенного воздуха – $\rho_0 = 1,24$. Существенным для данного несжимаемого течения является лишь величина относительной плотности – см. также ниже. Начальные профили давления и плотности задаем по формулам:

$$\rho = \left(\rho_0^{\gamma-1} - \frac{\gamma-1}{\gamma\sigma_0} gz \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}; \quad p = \sigma_0 \rho^\gamma, \quad (12)$$

где $\sigma_0 \equiv \frac{p_0}{\rho_0^\gamma}$, $\rho_0 \equiv \rho(z=0) = 1,24$. Температура может быть найдена из уравнения (8). Величина $p_0 \equiv p(z=0) = 9,74 \cdot 10^4$ выбрана так, чтобы

обеспечить несжимаемость течения: $u_{z0}^2/c_0^2 = 4 \cdot 10^{-6} \ll 1$, $c_0^2 = \gamma p_0/\rho_0$. В начальный момент газ (12) покоился. Использовалось уравнение состояния идеального газа с постоянной адиабаты $\gamma = 1,4$. Ускорение тяжести $g_z = -9,8$.

Расчеты велись в осесимметричной постановке на прямоугольной сетке в координатах (z, r) , где z – координата точки вдоль оси симметрии, r – радиус.

В расчетах источник плавучести задавался продольной компонентой скорости $u_{z0} = 0,67$ м/с в сечении радиусом $\Delta r = D/2 = 0,03175$ м на границе Γ_0 . Вне этого сечения задавалось условие «жесткая стенка». На границе Γ_3 также задавалась «жесткая стенка», на Γ_1 – условие свободного протекания.

В качестве граничного условия для турбулентных величин на границе Γ_0 в сечении $\Delta r = 0,03175$ м задавались значения $k = k_0 = 10^{-5}$, $\varepsilon = \varepsilon_0 = 10^{-4}$, удовлетворяющие условию $k_0 \ll u_{z0}^2$, $\lambda_t \equiv \frac{k_0^{3/2}}{\varepsilon_0} \ll \Delta r$. Во всех остальных граничных ячейках расчетной области задавалось условие $q_{k,\varepsilon}^{TP} = 0$, где q_k^{TP} и q_ε^{TP} – потоки турбулентной энергии и скорости ее диссипации соответственно.

Расчеты велись на квазиравномерных сетках (см. табл. 2).

Счетная область во всех вариантах, кроме 4 и 5, имеет размеры те же, что в [2, 5], т. е. $0 \leq r \leq 0,5$; $0 \leq z \leq 2$. Такие размеры в [2, 5] диктовались возможностями имеющихся в то время компьютеров. Однако расчеты показали, что этих размеров недостаточно для корректного описания течения на последние моменты времени. Поэтому в вариантах 4 и 5 размеры счетной области были увеличены до $0,75 \times 3$.

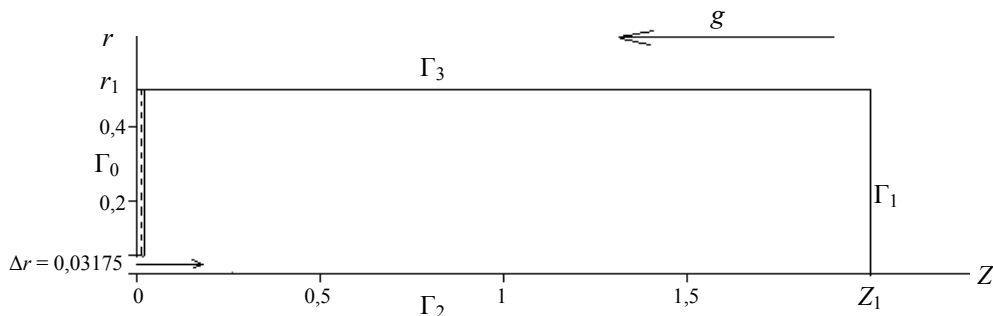


Рис. 1. Геометрия расчетной области задачи о плавучей струе

Таблица 2

Расчетные сетки

Номер варианта	Название расчета и число точек	Характеристика сетки и расстановка точек (q – знаменатель)	Размеры счетной области $r \times z$
1	$N2$ 189×48	Равномерная по оси z : $N = 189$ равномерно; по оси r : $r \leq \Delta r$: $N = 3$, равномерно + 45 равномерно	$0,5 \times 2$
2	$2N2$ 378×96	Равномерная по оси z : $N = 378$ равномерно; по оси r : $r \leq \Delta r$: $N = 6$, равномерно + 90 равномерно	$0,5 \times 2$
3	$1.5N1$ 149×61	Квазиравномерная по оси z : $N = 88$, $q = 1,014055 + 61$ равномерно; по оси r : $r \leq \Delta r$: $N = 6$, равномерно; + 36 с $q = 1,0194$; + 19 равномерно	$0,5 \times 2$
4	$N1$ 103×43	Квазиравномерная по оси z : $N = 44$, $q = 1,014055$, + 59 равномерно; по оси r : $r \leq \Delta r$: $N = 6$, равномерно; + 18 с $q = 1,0194$; + 22 равномерно	$0,75 \times 3$
5	$2N1$ 205×86	Квазиравномерная по оси z : $N = 88$, $q = 1,014055$, + 117 равномерно; по оси r : $r \leq \Delta r$: $N = 6$, равномерно; + 36 с $q = 1,0194$; + 43 равномерно	$0,75 \times 3$

В табл. 2 приведено также количество счетных ячеек по каждой координате, а также характеристика сетки и расстановка точек.

Для сопоставления с измерениями нас интересуют профили средних величин в горизонтальных сечениях струи: $8D$, $12D$, $16D$, где D – указанный выше начальный диаметр струи, т. е.: $z = 0,508$; $0,762$; $1,016$.

3. Результаты расчетов

3.1. Эволюция пространственного распределения величин в струе

В целом картину развития плавучей струи можно наблюдать по графикам радиальной U_r и осевой U_z компонент поля скоростей (рис. 2, вари-

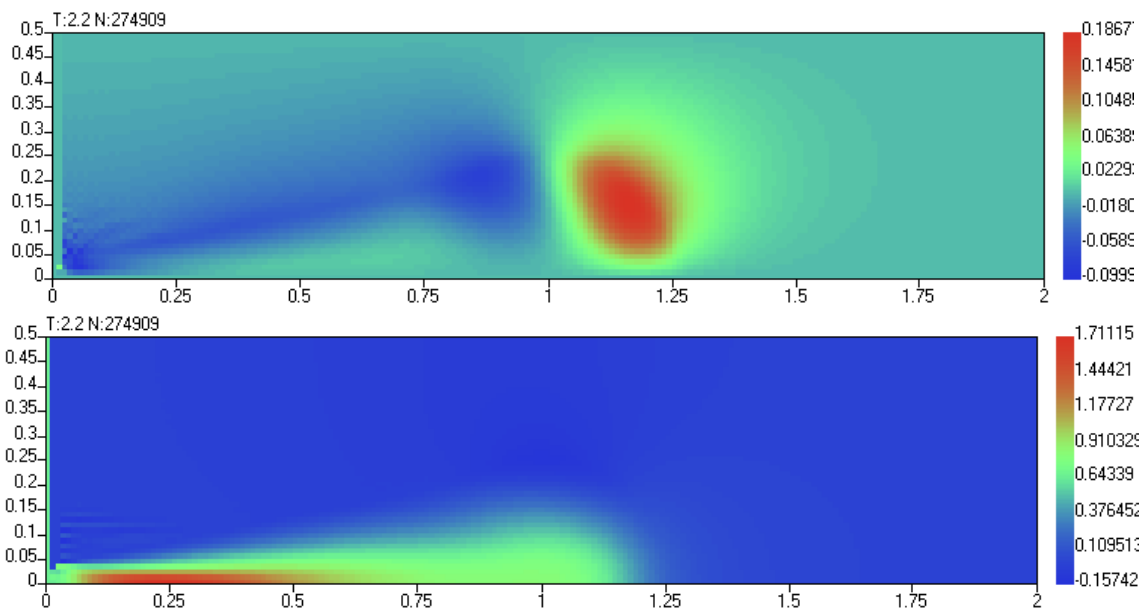


Рис. 2. Поле скоростей (компонента U_r вверху, U_z внизу) на момент $t = 2,2$, вариант 1

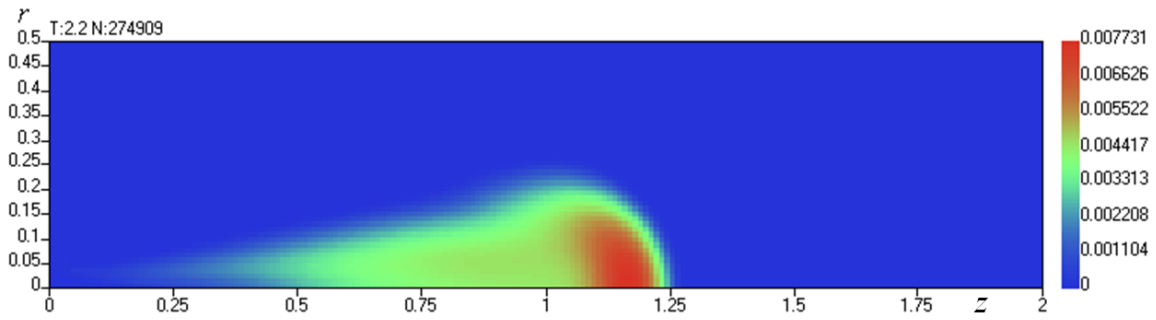


Рис. 3. Поле коэффициента турбулентной вязкости на момент $t = 2,2$, вариант 1

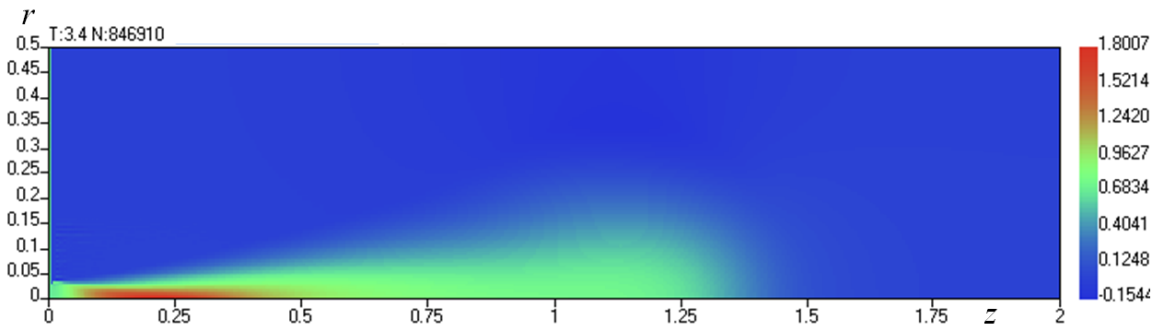
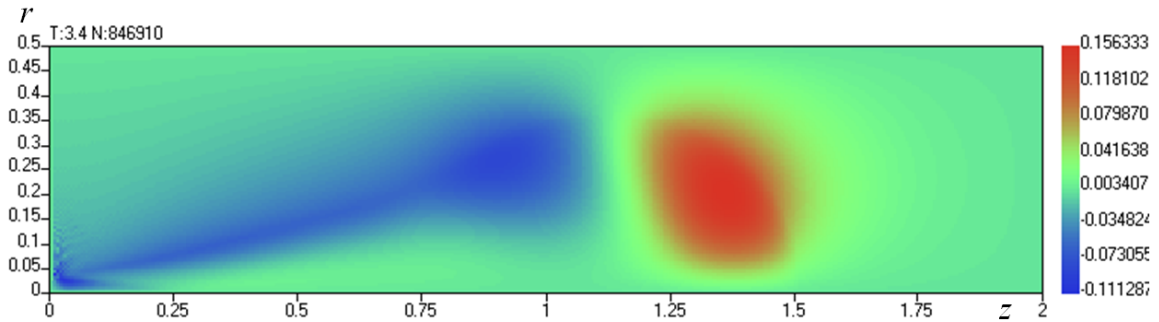


Рис. 4. Поле скоростей (компонента U_r вверху, U_z внизу) на момент $t = 3,4$, вариант 2

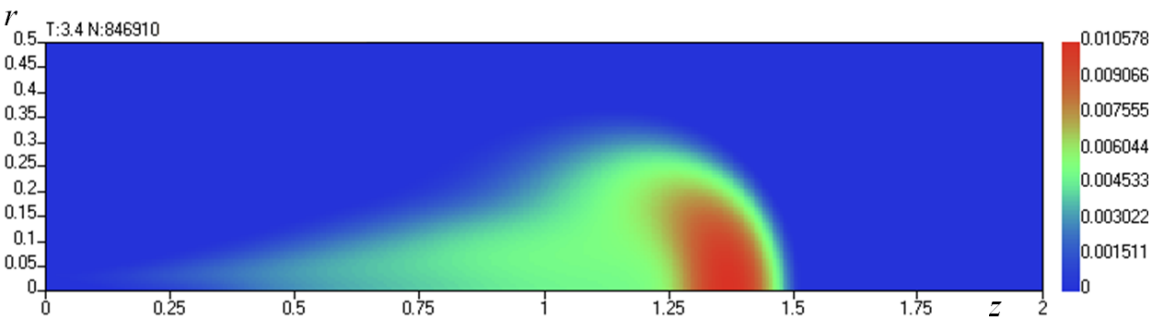


Рис. 5. Поле коэффициента турбулентной вязкости на момент $t = 3,4$, вариант 2

ант 1), а также коэффициента турбулентной вязкости (рис. 3, вариант 1).

Картины течения похожи во всех расчетах. На фронте струи наблюдается кольцевой вихрь, размеры которого растут со временем. За вихрем реализуется установившееся течение, приближающееся к автомодельному в первых двух сечениях ($z = 0,508$ и $0,762$). Однако на этот момент

времени ($t = 2,2$) вихрь заметно влияет на третье сечение ($z = 1,016$), т. е. течение здесь неустановившееся.

На более поздний момент времени $t = 3,4$ результаты показаны на рис. 4–5 (вариант 2). В третьем сечении ($z = 1,016$) течение все еще неустановившееся, так как кольцевой вихрь на фронте струи все еще заметно влияет на это

сечение, кроме того и боковая стенка уже вблизи вихря.

В расширенной области ($0,75 \times 3$) расчеты удастся провести до более далеких моментов времени, что позволяет получить установившееся течение и в третьем сечении (см. рис. 6–7). Видно, что результаты на разных сетках близки.

На рис. 8–9 приведены профили скорости в различных сечениях ($z = 8D, z = 12D, z = 16D$) на

различные моменты времени, полученные в варианте 2, выполненном на наиболее подробной счетной сетке и варианте 5 с расширенной счетной областью ($0,75 \times 3$).

Из рис. 8 видно, что быстрее всего устанавливается стационарный профиль скорости в ближайшем к источнику сечении $z = 8D$. К моменту $t = 3,8$ близкий к стационарному профиль скорости

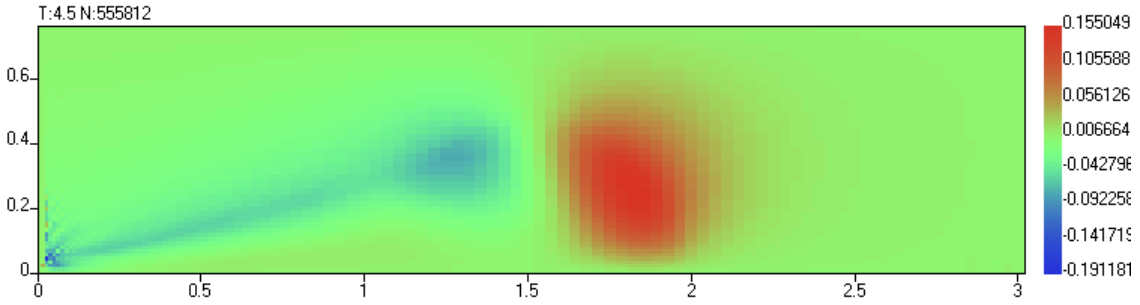


Рис. 6. Поле скоростей (компонента U_r) на момент $t = 4,5$, вариант 4

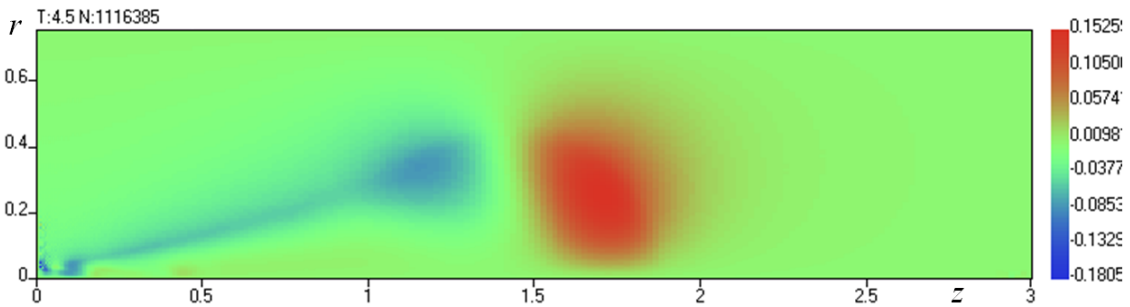


Рис. 7. Поле скоростей (компонента U_r) на момент $t = 4,5$, вариант 5

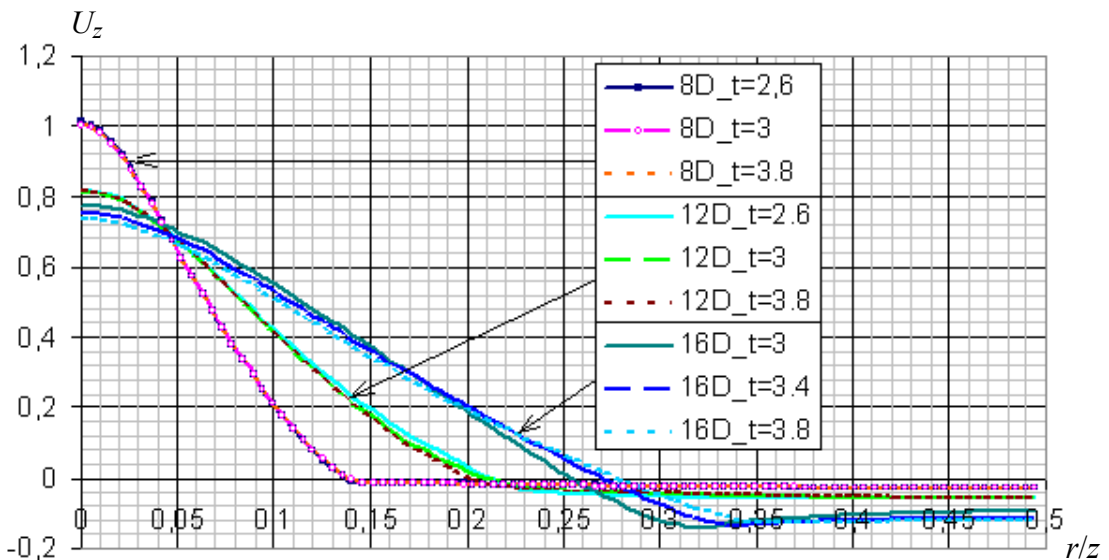


Рис. 8. Профили скорости в различных сечениях ($z = 8D, z = 12D, z = 16D$); вариант 2

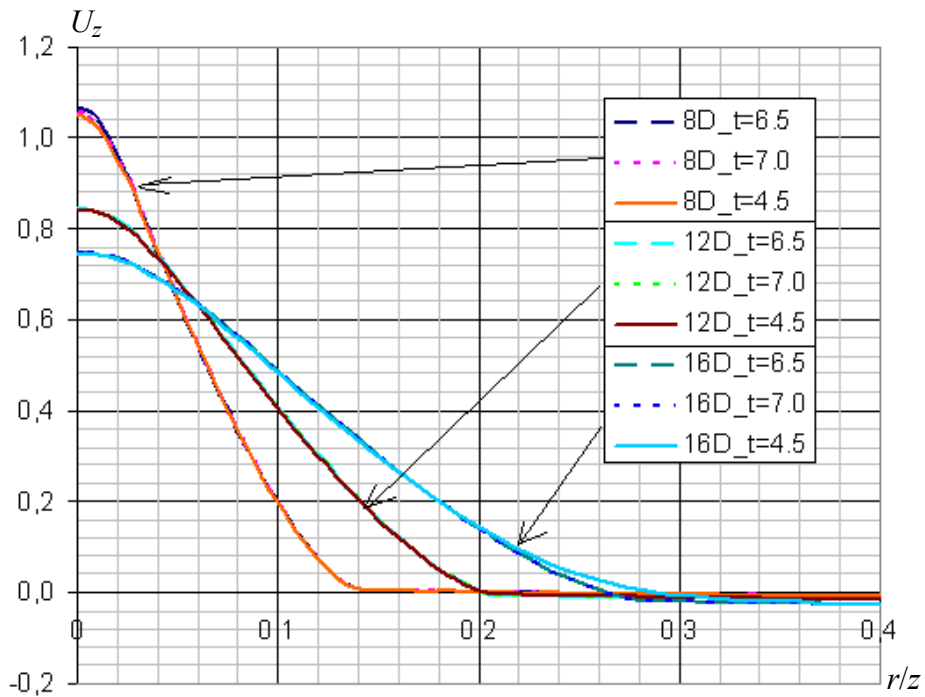


Рис. 9. Профили скорости в различных сечениях ($z = 8D, z = 12D, z = 16D$); вариант 5

устанавливается также и в наиболее удаленном от источника сечении $z = 16D$ – небольшое отличие на моменты $t = 3,4$ и $t = 3,8$ наблюдается лишь вдали от оси (на периферии) струи.

В то же время, в расчете 5 (см. рис. 9) установление профилей происходит во всех сечениях.

То же самое относится к профилю плотности (рис. 10–11): в первых двух сечениях устанавливается режим, близкий к стационарному, в то время как в наиболее удаленном от источника сечении $z = 16D$ в варианте 2 заметно отличие профилей $\rho(r)$ на периферии струи. В расчете 5 установление происходит во всех сечениях.

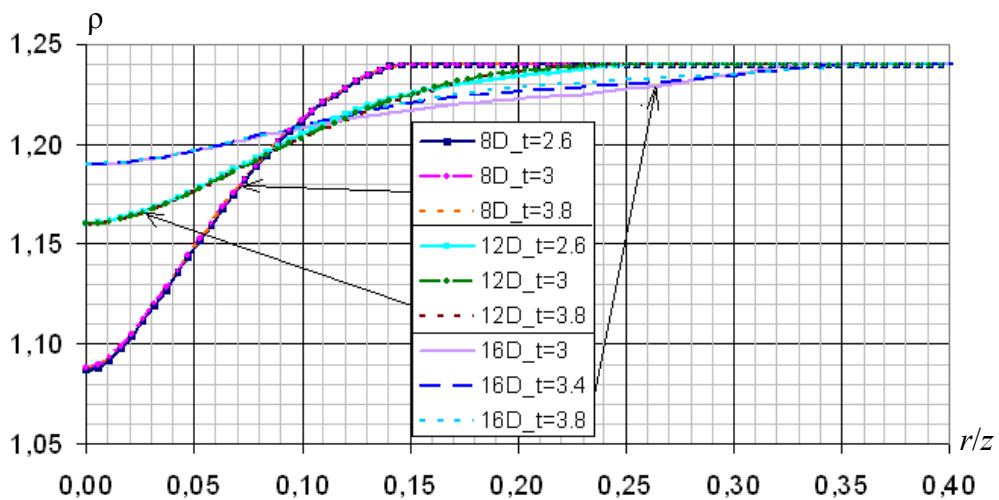


Рис. 10. Профили плотности в различных сечениях ($z = 8D, z = 12D, z = 16D$); вариант 2

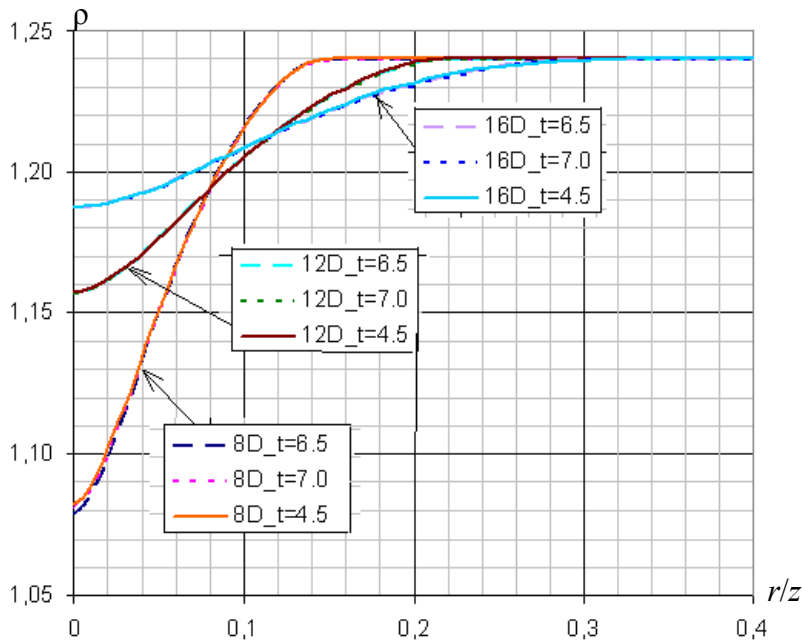


Рис. 11. Профили плотности в различных сечениях ($z = 8D, z = 12D, z = 16D$); вариант 5

3.2. Сравнение автомодельных профилей величин с результатами опытов

3.2.1. Определение автомодельных величин.

Результаты опыта приводятся в [1] в виде соответствующим образом масштабно преобразованных величин плавучести, вертикальной скорости и пульсационных моментов для указанных трех сечений струи $z = \text{const}$ в зависимости от автомодельной переменной $\eta \equiv r/z$.

Относительная средняя плавучесть

$$F_1 = \left(\frac{z^5}{F_0^2} \right)^{1/3} g \frac{(\rho_0 - \rho(r, z))}{\rho_0}. \quad (12)$$

Относительная средняя вертикальная скорость

$\langle u_z \rangle$

$$F_2 = \langle u_z \rangle \left(\frac{z}{F_0} \right)^{1/3}. \quad (13)$$

Относительная среднеквадратичная пульсация температуры

$$F_3 = \langle T'^2 \rangle^{1/2} / \Delta T, \quad (14)$$

где $\Delta T(z) = T_{z1} - T_0$; $T_{z1} \equiv T(z, r = 0)$.

Относительная среднеквадратичная пульсация скорости:

$$F_4 = \frac{\langle u_z'^2 \rangle^{1/2}}{u_{z1}}. \quad (15)$$

Здесь $F_0 \equiv 2\pi \int_0^\infty u_z g \frac{\Delta \rho}{\rho_0} r dr = 10^6 \text{ см}^4/\text{с}^3$ – пара-

метр источника плавучести; $u_{z1} = u_z(z, r = 0)$.

Величины среднеквадратичной пульсации температуры F_3 и среднеквадратичной пульсации продольной компоненты скорости F_4 нельзя получить непосредственно из наших расчетов. Предполагая изотропию тензора Рейнольдса, имеем

$$\langle u_z'^2 \rangle = 2k/3. \quad (16)$$

Профиль среднеквадратичной пульсации плотности $\langle \rho'^2 \rangle$ найдем, исходя из [13]. В предположении равновесности и изотропии

$$\langle \rho'^2 \rangle \approx \frac{2D^2}{k\kappa} \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \right)^2, \quad (17)$$

где постоянная Кармана $\kappa = 0,45$.

Учтем, что в данном случае используется УРС идеального газа

$$p = \frac{RT\rho}{\mu}. \quad (18)$$

Отсюда для пульсации давления имеем

$$p' = \frac{R}{\mu} (T'\rho + T\rho'). \quad (19)$$

Относительная величина пульсации давления

$$\frac{p'}{p} = \frac{T'}{T} + \frac{\rho'}{\rho}. \quad (20)$$

Но эта величина относительно мала

$$\frac{p'}{p} \approx \frac{u_z'^2}{c^2} \lesssim \frac{u_{z0}^2}{c^2} F_4^2; \quad (21)$$

как мы видели выше (см. раздел 2), $\frac{u_{z0}^2}{c^2} \approx 4 \cdot 10^{-6}$,

$F_4 \lesssim 0,3$, следовательно $\frac{p'}{p} \lesssim 4 \cdot 10^{-7}$. Приравнявая

эту величину нулю в выражении (20), получим

$$\frac{T'}{T} = -\frac{\rho'}{\rho}. \quad (22)$$

Малость величины $\frac{\rho'}{\rho}$ означает постоянство давления, а значит, в силу (18),

$$T\rho = \text{const}. \quad (23)$$

Отсюда и из (22) следует

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{z1}} = \frac{\Delta T}{T_{z1}}, \quad (24)$$

где

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho_{z1}; \quad \rho_{z1} \equiv \rho(z, r = 0).$$

$$\Delta T = T_{z1} - T_0; \quad T_{z1} \equiv T(z, r = 0).$$

Тогда из (21) и (22) следует:

$$\frac{T'}{T_{z1}} = -\frac{\rho'}{\rho_{z1}} = \frac{T'}{\Delta T} \frac{\Delta\rho}{\rho_{z1}}, \quad (25)$$

или $\frac{\rho'}{\Delta\rho} = -\frac{T'}{\Delta T}$, что позволяет записать (14) в виде

$$F_3 = \frac{(T'^2)^{1/2}}{\Delta T} = \frac{(\rho'^2)^{1/2}}{\Delta\rho}. \quad (26)$$

3.2.2. Сравнение результатов расчетов с измерениями. Рассмотрим данные расчетов, приведенные к автомодельному виду в соответствии с формулами (12), (13), (15), (16). Величины относительной средней плавучести для различных вариантов показаны на рис. 12.

Автомодельному режиму соответствует совпадение профилей в разных сечениях. Из рис. 12 видно, что в основной части ближе всего к автомодельному виду профили скорости в варианте 2 на наиболее подробной счетной сетке, т. е. наиболее близки между собой профили в разных сечениях. Причем, это означает и лучшую сходимость по счетной сетке – в более удаленных сечениях на ширину профиля приходится большее число счетных ячеек.

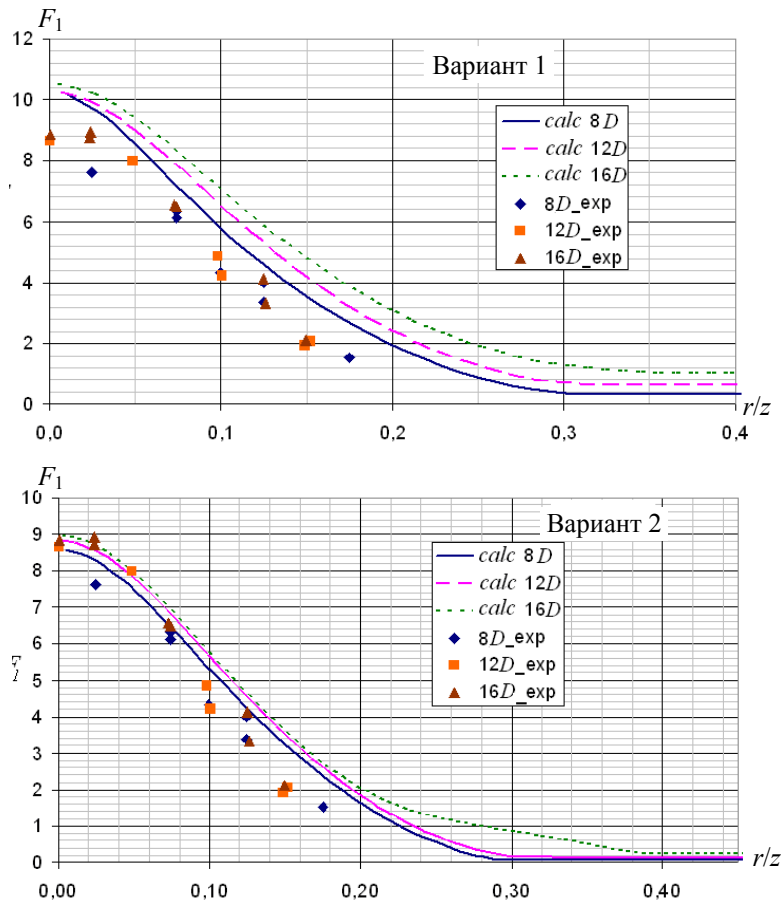


Рис. 12. Автомодельный профиль F_1 , $t = 4,5$ (см. также с. 25)

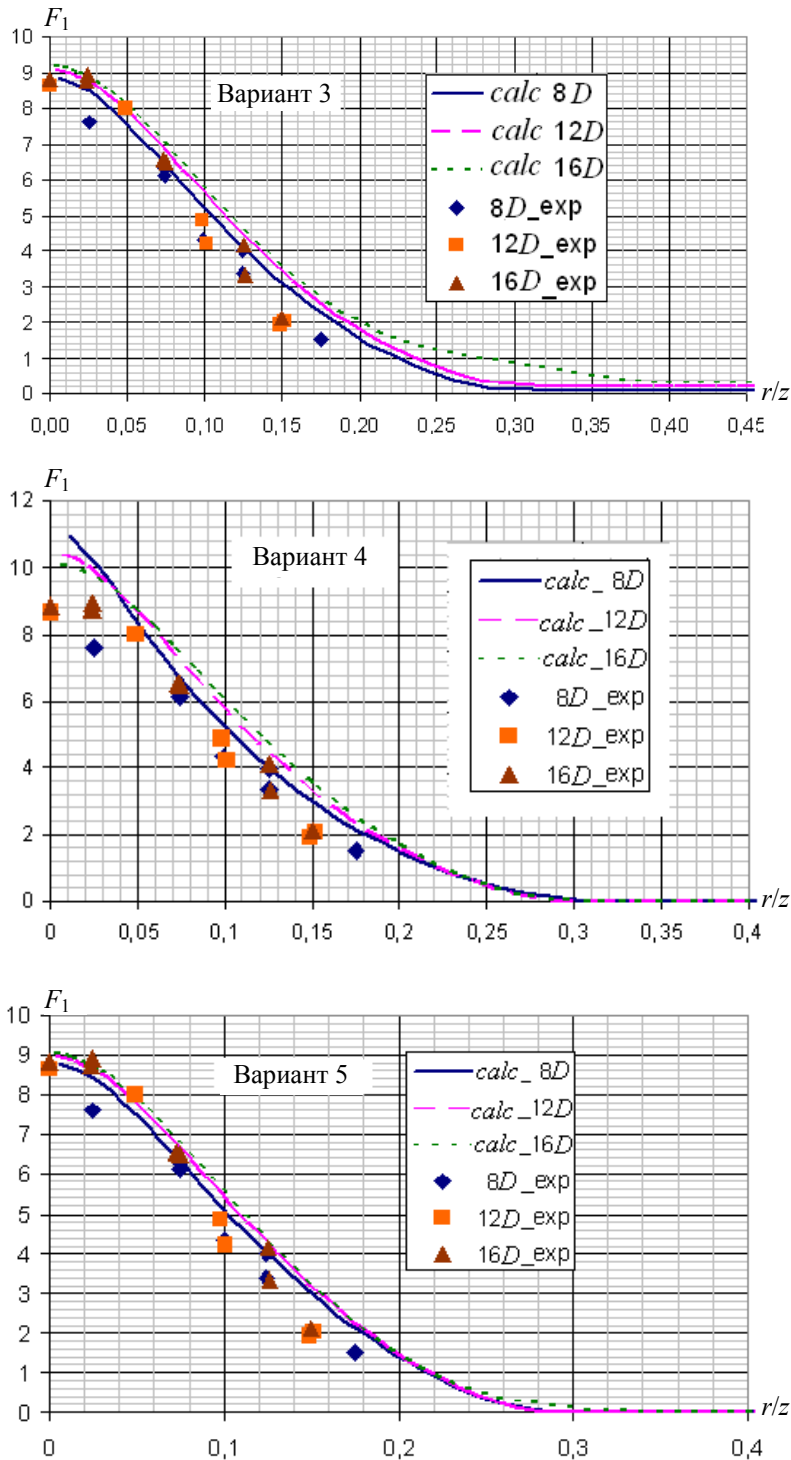


Рис. 12. Окончание

В вариантах 1–3 наибольшая близость к автомодельному режиму достигается (на момент $t = 4,5$) при использовании подробной равномерной сетки (вариант 2) или грубой, но неравномерной сетки (вариант 3). Но и в этих вариантах влияние границ сказывается на периферии 3-го сечения. В то же время использование более

протяженной счетной области (варианты 4, 5) приводит к тому, что указанное отличие для 3-го сечения на периферии струи практически исчезает.

Величины F_1 во всех вариантах удовлетворительно согласуются с [1] в пределах разброса экспериментальных данных. Это согласие гораздо

лучше, чем в расчетах по k - ϵ модели в работах [2, 5] (см. рис. 13).

На рис. 13–16 приводятся профили других автомодельных величин. Так как результаты различных расчетов отличаются примерно так же, как и для величины F_1 , данные приводятся лишь для варианта 5 в сравнении с работой [5].

Из рис. 14–16 видно, что все автомодельные величины удовлетворительно согласуются с опытом [1] в пределах разброса экспериментальных данных. Это согласие гораздо лучше, чем в [2, 5]. При этом и для этих величин имеется хорошая сходимость решений (примерно такая же, как и для величины F_1) при измельчении счетной сетки.

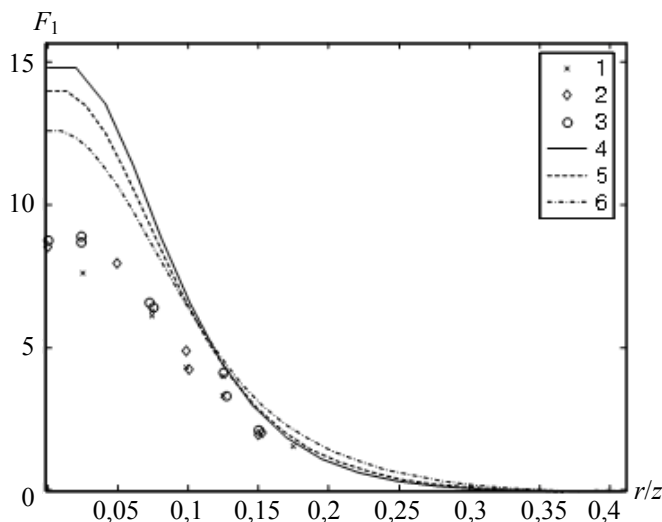


Рис. 13. Автомодельные профили F_1 : —, --, - · - рассчитанные в работе [5], \times , \diamond , \circ – измеренные в работе [1] для сечений $z = 8D, 12D, 16D$ соответственно

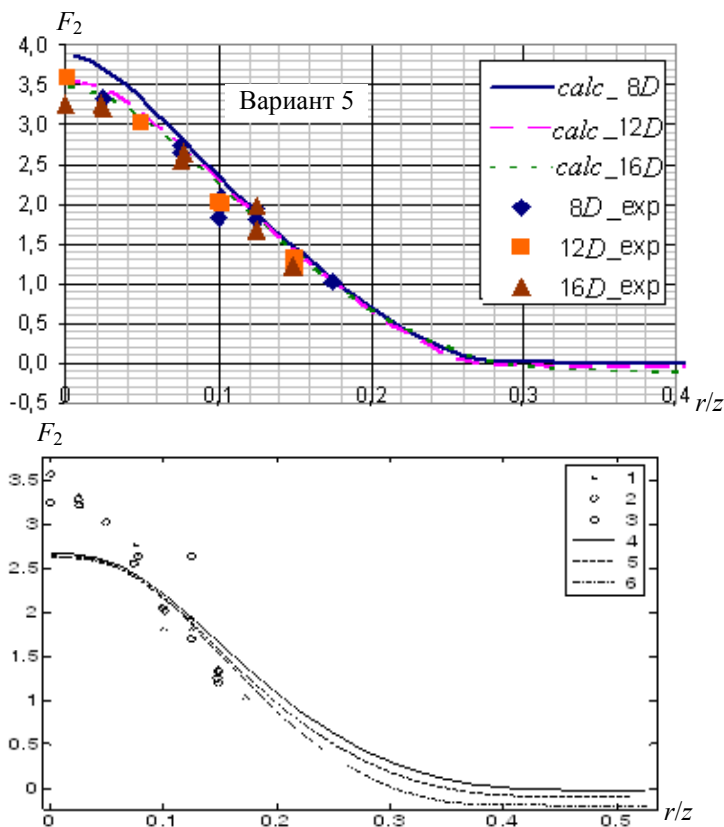


Рис. 14. Автомодельные профили F_2 (обозначения на рис. 12 и 13), $t = 4,5$

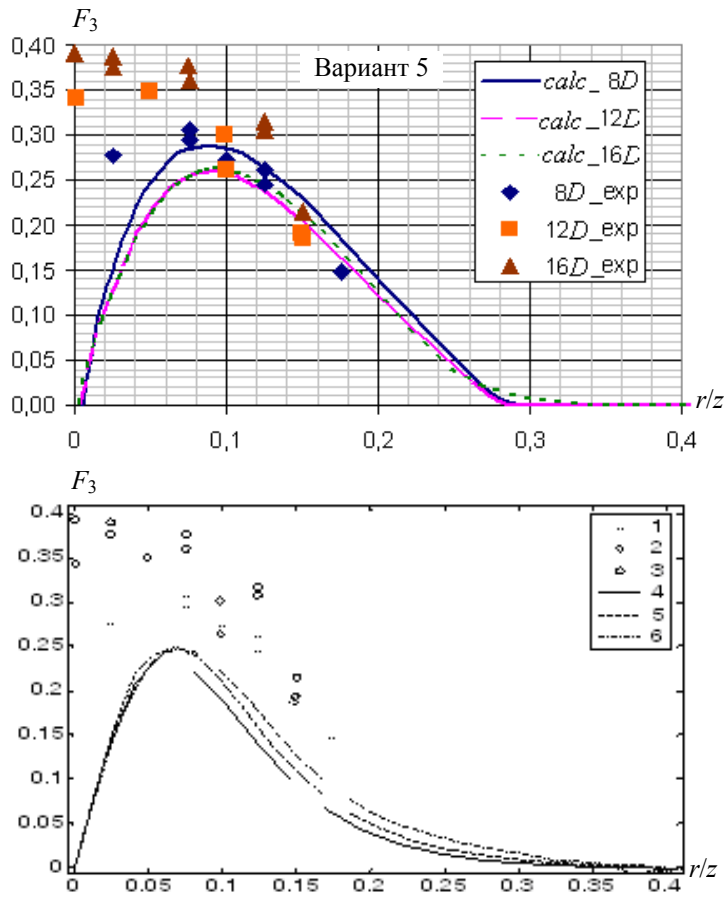


Рис. 15. Автомоделные профили F_3 (обозначения на рис. 12 и 13), $t = 4,5$

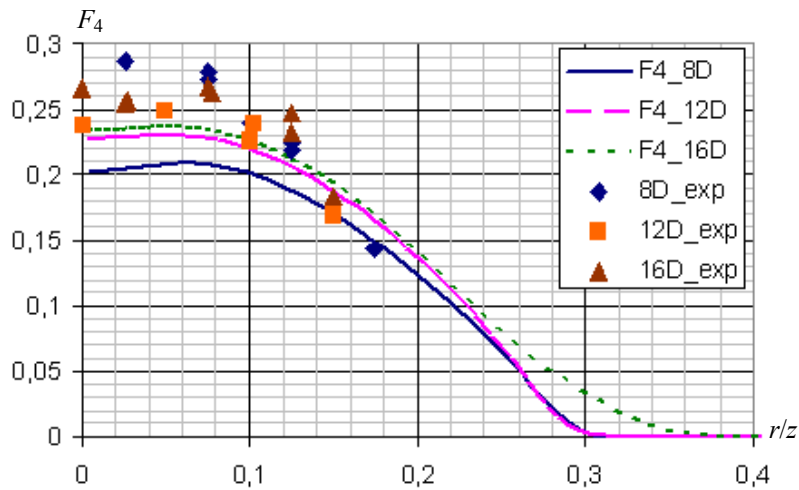


Рис. 16. Автомоделные профили F_4 (обозначения на рис. 12 и 13), $t = 4,5$
(см. также с. 28)

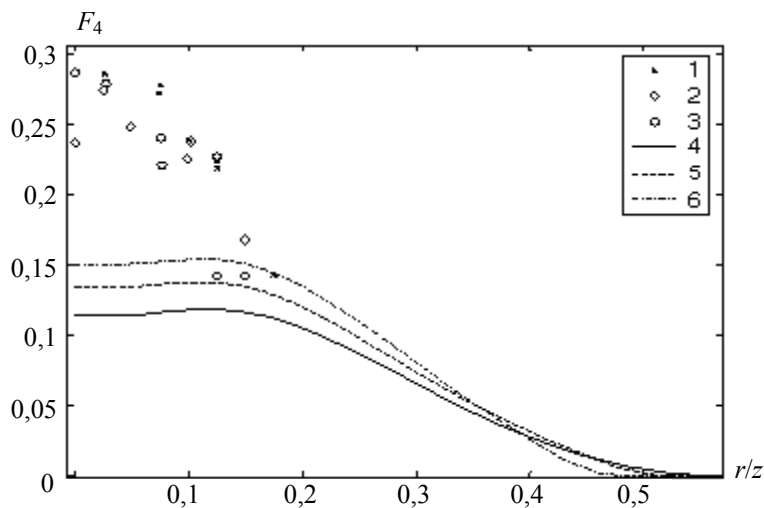


Рис. 16. Окончание

Выводы

С применением модифицированной авторами $k-\epsilon$ модели турбулентности проведено исследование турбулентного перемешивания при формировании плавучей струи с вариацией размеров счетной области и размеров ячеек счетной сетки.

Получено, что в этой автомодельной задаче имеет место сходимость решений к экспериментальным данным при измельчении счетной сетки. Расхождение с измерениями сохраняется лишь для величины F_3 вблизи оси симметрии – но именно здесь наблюдается наибольший разброс экспериментальных данных при нарушении автомодельности.

Отметим также значительно лучшее согласие расчетов с экспериментальными данными по сравнению с проведенными ранее расчетами.

Список литературы

1. William K. George. Jr., Ronald L. Alpert and Francesco Tamanini. Turbulence measurements in an axisymmetric bouyant plume // Int.J. Heat Mass Transfer. 1977. Vol. 20. P. 1145–1154.
2. Стаценко В. П., Янилкин Ю. В., Жарова Г. В., Ф. Джеффри Мартин, Кин Лам. Формирование плавучей струи // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1994/1995. Вып. 3/1.
3. Янилкин Ю. В., Шанин А. А., Ковалев Н. П. и др. Комплекс программ ЭГАК для расчета двумерных течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1993. Вып. 4. С. 69–75.

4. Yanilkin Yu. V., Nikiforov V. V., Bondarenko Yu. A., Gubkov E. V., Zharova G. V., Statsenko V. P., Tarasov V. I. Two-parameter model and method for computations of turbulent mixing in 2D compressible flows // Proceedings of the Fifth International Workshop on Compressible Turbulent Mixing : University at Stony Brook, New York, USA, 18–21 July 1995 / R. Young, J. Glimm, and B. Boston, Eds. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore. 1995. P. 402–413.
5. Velitchko O. M., Statsenko V. P., Yanilkin Yu. V., Zharova G. V. Buoyant Jet Formation. 7rd Inter. Workshop on the Physics of compressible turbulent mixing, St-Petersburg, Russia, 1999.
6. Стадник А. Л., Шанин А. А., Янилкин Ю. В. Эйлерова методика ТРЭК для расчета трехмерных газодинамических течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1994. Вып. 4. С. 71–78.
7. Yanilkin Yu. V., Statsenko V. P., Rebrov S. V., Sin'kova O. G., Stadnik A. L. Study of gravitational turbulent mixing at large density differences using direct 3D numerical simulation // Report to 8th International Seminar on Turbulent Mixing of Compressible Matter. 8th IWPCTM, Pasadena, USA, 2001.
8. Янилкин Ю. В., Стаценко В. П., Ребров С. В., Синькова О. Г., Стадник А. Л. Исследование гравитационного турбулентного перемешивания при больших разноплотностях с помощью прямого трехмерного численного моделирования // ВАНТ, Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2002. Вып. 2. С. 3–9.
9. Жмайло В. А., Синькова О. Г., Стаценко В. П., Янилкин Ю. В. Прямое трехмерное численное моделирование сдвигового турбулентного

перемешивания. ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2004. Вып. 3. С. 23–39.

10. Жмайло В. А., Синькова О. Г., Стаценко В. П., Янилкин Ю. В. Прямое трехмерное численное моделирование сдвигово-гравитационного турбулентного перемешивания // Докл. на Международный семинар по физике турбулентного перемешивания сжимаемых сред. Кембридж, июль 2004 г.

11. Гужова А. Р., Павлушин А. С., Стаценко В. П. Уточнение констант модели турбулентности на основе результатов прямого численного

моделирования простейших турбулентных течений и измерений // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2005. Вып. 3. С. 37–48.

12. Стаценко В. П., Синькова О. Г., Янилкин Ю. В. Прямое трехмерное численное моделирование турбулентного перемешивания в плавучей струе // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 1. С. 39–49.

13. Стаценко В. П. Тестирование модели турбулентности с анизотропией тензора Рейнольдса // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1996. Вып. 3. С. 43–51.

Статья поступила в редакцию 23.10.2013