УДК 534.14

К ПРОБЛЕМЕ ЭКСЦЕНТРИКОВОГО ВИБРАТОРА

Б. Б. Байдюсенов[1,2], С. И. Герасимов[1,2,4], В. И. Ерофеев[3], В. А. Кикеев[4]

[1]Саровский физико-технический институт - филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Саров Нижегородской обл.
[2]ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ, 607188, г. Саров Нижегородской обл.
[3]Институт проблем машиностроения РАН, г. Нижний Новгород
[4]Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород

Исследован эксцентриковый вибратор, представляющий собой двухмассовую систему с двумя степенями свободы. Разработанная математическая модель движения эксцентрикового вибратора позволила определить две собственные частоты колебаний механической системы. Для подтверждения выдвинутых теоретических положений проведено моделирование движения эксцентрикового вибратора в программном комплексе ADAMS. Исходными данными при моделировании являлись массы тел и жесткости механических связей. Подтверждено, что расчет динамических характеристик вибратора по определению его собственных частот колебаний хорошо согласуется с проведенным моделированием.

Ключевые слова: эксцентриковый вибратор, собственная частота, моделирование, программный комплекс ADAMS.

Задача механики состоит в описании движения системы, т. е. нахождения зависимости характеристик системы от времени. Прежде всего, надо решить, как задавать сами характеристики. Ответ на этот вопрос требует установления понимания физической сущности явления и далеко не всегда прост, поскольку включает оценку существенных и менее существенных деталей процесса.

Рассмотрим колебания электромеханической системы, представленной на рис. 1.

Допустим, что механическая система – ротор двигателя центрифуги $Д_ц$, балка и противовес – является жесткой механической системой, без наличия колебательных процессов, так как обладает значительным (на порядок выше) моментом инерции. В связи с этим колебания будем рассматри-

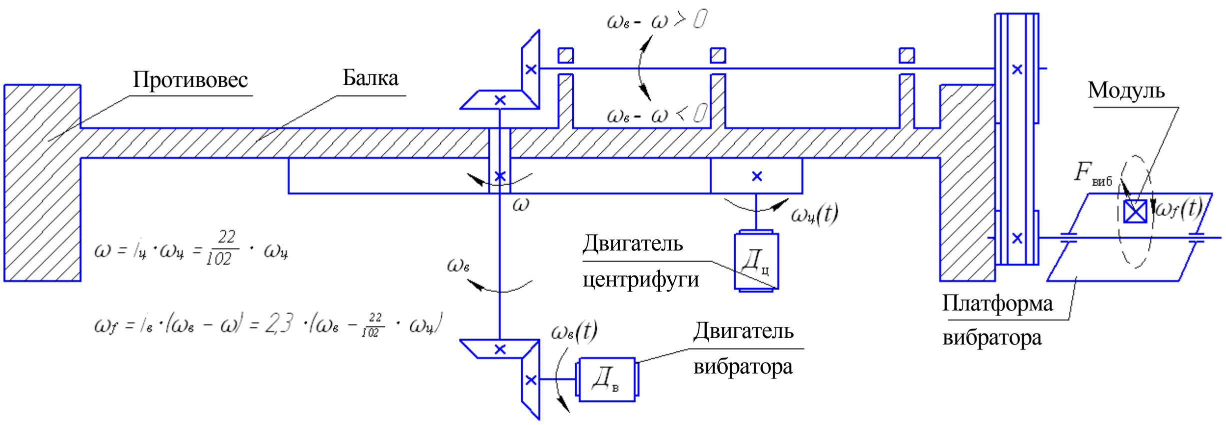

Рис. 1. Кинематическая схема рассматриваемой системы

вать только в механической системе: эксцентриковый ротор вибратора, два опорных подшипника качения (через которые передается вибрационное воздействие на платформу вибратора), система подвеса вибратора на фланце балки центрифуги.

С учетом принятых допущений исследуем систему с двумя степенями свободы, состоящую из двух тел с массами: $m_{вп}$ – масса платформы вибратора и $m_{эр}$ – масса эксцентрикового ротора, соединенных двумя пружинами, жесткости которых равны $2c_{вп}$ и $2c_{эр}$ (рис. 2).

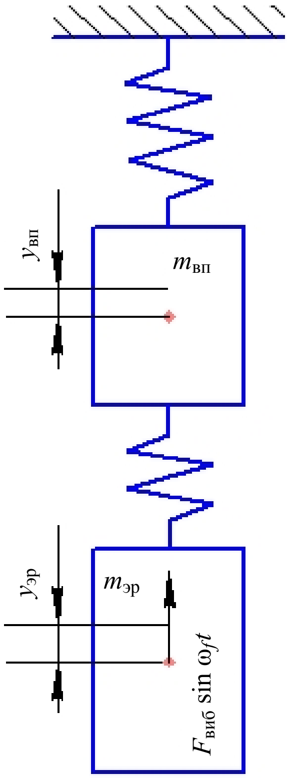

Рис. 2. Динамическая схема

Известно, что эксцентриковый вибратор генерирует вынуждающую силу [1, 2]:

$$F = F_{виб}(t)\sin\left[\omega_f(t)t\right],$$

где $F_{виб}(t) = m_{эр}\omega_f^2(t)e$, $m_{эр} = 0{,}754$ кг – неуравновешенная масса, $e = 3\cdot 10^{-3}$ м – ее эксцентриситет.

Зависимость угловой скорости вращения $\omega_f(t)$ эксцентрикового ротора вибратора, в случае реализации свободного выбега, примем следующую:

$$\omega_f(t) = 2\pi\left(\omega_{f0} - \varepsilon_f t\right),$$

где $\omega_{f0} = 100\cdot 2\pi$ с$^{-1}$ – начальное значение угловой скорости эксцентрикового ротора вибратора, $\varepsilon_f = 10\cdot 2\pi$ с$^{-2}$ – угловое ускорение торможения эксцентрикового ротора вибратора.

За обобщенные координаты примем вертикальные перемещения $y_{вп}$ и $y_{эр}$ масс, отсчитывая эти перемещения от состояния равновесия, в котором пружины не деформированы.

Записываем уравнения Лагранжа, причем примем $\omega_f(t)t = \varphi(t)$:

$$\left.\begin{aligned} m_{вп}\ddot{y}_{вп} + 2c_{вп}y_{вп} - 2c_{эр}\left(y_{эр} - y_{вп}\right) = 0,\\ m_{эр}\ddot{y}_{эр} + 2c_{эр}\left(y_{эр} - y_{вп}\right) = F_{виб}\sin\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Решения будем искать в виде:

$$y_{вп} = A_{вп}\sin\varphi \quad \text{и} \quad y_{эр} = A_{эр}\sin\varphi. \quad (2)$$

Подставляя (2) в дифференциальные уравнения (1), приходим к следующей системе алгебраических уравнений для определения амплитуд колебаний $A_{вп}$ и $A_{эр}$:

$$\left.\begin{aligned} A_{вп}\left[2\left(c_{вп} + c_{эр}\right) - m_{вп}\dot{\varphi}^2\right] - 2A_{эр}c_{эр} = 0,\\ A_{эр}\left[2c_{эр} - m_{эр}\dot{\varphi}^2\right] - 2A_{вп}c_{эр} = F_{виб}. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Из уравнений (3) можно получить следующие формулы для амплитуд $A_{вп}$ и $A_{эр}$:

$$\left.\begin{aligned} A_{вп} = \frac{2F_{виб}c_{эр}}{\left[2\left(c_{вп}+c_{эр}\right)-m_{вп}\dot{\varphi}^2\right]\left[2c_{эр}-m_{эр}\dot{\varphi}^2\right]-4c_{эр}^2},\\ A_{эр} = \frac{F_{виб}\left[2\left(c_{вп}+c_{эр}\right)-m_{вп}\dot{\varphi}^2\right]}{\left[2\left(c_{вп}+c_{эр}\right)-m_{вп}\dot{\varphi}^2\right]\left[2c_{эр}-m_{эр}\dot{\varphi}^2\right]-4c_{эр}^2}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Равенство

$$\left[2\left(c_{вп}+c_{эр}\right)-m_{вп}\dot{\varphi}^2\right]\left[2c_{эр}-m_{эр}\dot{\varphi}^2\right]-4c_{эр}^2 = 0 \quad (5)$$

определяет два резонансных значения частоты возмущающей силы; они равны собственным частотам $\omega_{01} = \dot{\varphi}\left(t_{рез1}\right)$ и $\omega_{02} = \dot{\varphi}\left(t_{рез2}\right)$ рассматриваемой системы с двумя степенями свободы.

При расчете примем следующие значения величин:

$$c_{вп} = \frac{291{,}9\cdot 10^3 \text{ Па}\cdot 6575\cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{0{,}5\cdot 10^{-3} \text{ м}},$$

$$c_{эр} = \frac{1133{,}7 \text{ Н}}{0{,}3\cdot 10^{-3} \text{ м}}, \quad m_{вп} = 107{,}2 \text{ кг}, \quad m_{эр} = 12{,}8 \text{ кг},$$

где условная прочность каучукового амортизатора равна $291{,}9\cdot 10^3$ Па; площадь контактируемой поверхности амортизатора равна $6575\cdot 10^{-6}$ м^2; абсолютная деформация амортизатора равна

$0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м; динамическая грузоподъемность подшипника равна $1133{,}7$ Н; максимальное смещение подшипника равно $0{,}3 \cdot 10^{-3}$ м.

Из выражения (5) найдем две частоты собственных колебаний:

$$\omega_{01/02} = \sqrt{\frac{m_{\text{вп}} c_{\text{эр}} + m_{\text{эр}} \left(c_{\text{вп}} + c_{\text{эр}} \right) \pm \sqrt{\left[m_{\text{вп}} c_{\text{эр}} + m_{\text{эр}} \left(c_{\text{вп}} + c_{\text{эр}} \right) \right]^2 - 4 m_{\text{вп}} m_{\text{эр}} c_{\text{вп}} c_{\text{эр}}}}{m_{\text{вп}} m_{\text{эр}}}},$$

$$\omega_{01} \approx 40 \text{ Гц}, \quad \omega_{02} \approx 130 \text{ Гц},$$

что позволяет сделать вывод: механическая система вибратора имеет две собственные частоты $\omega_{01} \approx 40$ Гц и $\omega_{02} \approx 130$ Гц.

Собственная форма колебаний из (4) $\dfrac{A_{\text{вп}}}{A_{\text{эр}}} = \dfrac{2c_{\text{эр}}}{2\left(c_{\text{вп}} + c_{\text{эр}} \right) - m_{\text{вп}} \dot{\varphi}^2}$, соответствующая собственной частоте ω_{01}, равна $\dfrac{A_{\text{вп}}}{A_{\text{эр}}} = 0{,}502$, а собственная частота ω_{02} равна $\dfrac{A_{\text{вп}}}{A_{\text{эр}}} = 0{,}563.$

Важнейшую роль в исследовании задач, в том числе путем их компьютерного моделирования, играют способы представления полученных результатов и, прежде всего, способы графического изображения, визуализации исследуемых явлений.

Для решения поставленной задачи необходимо смоделировать двухмассовую систему с двумя степенями свободы, представленную на рис. 3.

Система состоит из двух тел и двух пружин. В данном случае их форма не имеет значения, ключевым параметром является масса. Вследствие данного факта тела можно смоделировать шариками.

По умолчанию материалом шара принимается сталь. Исходя из известной величины плотности и геометрических параметров шара, рассчитывается его масса.

Затем моделируем пружину, начальная точка которой будет связана с «землей» («ground») (т. е. будет неподвижна), а вторая – привязана к центру масс шара. Можно вручную задать коэффициент жесткости пружины и задать сопротивление

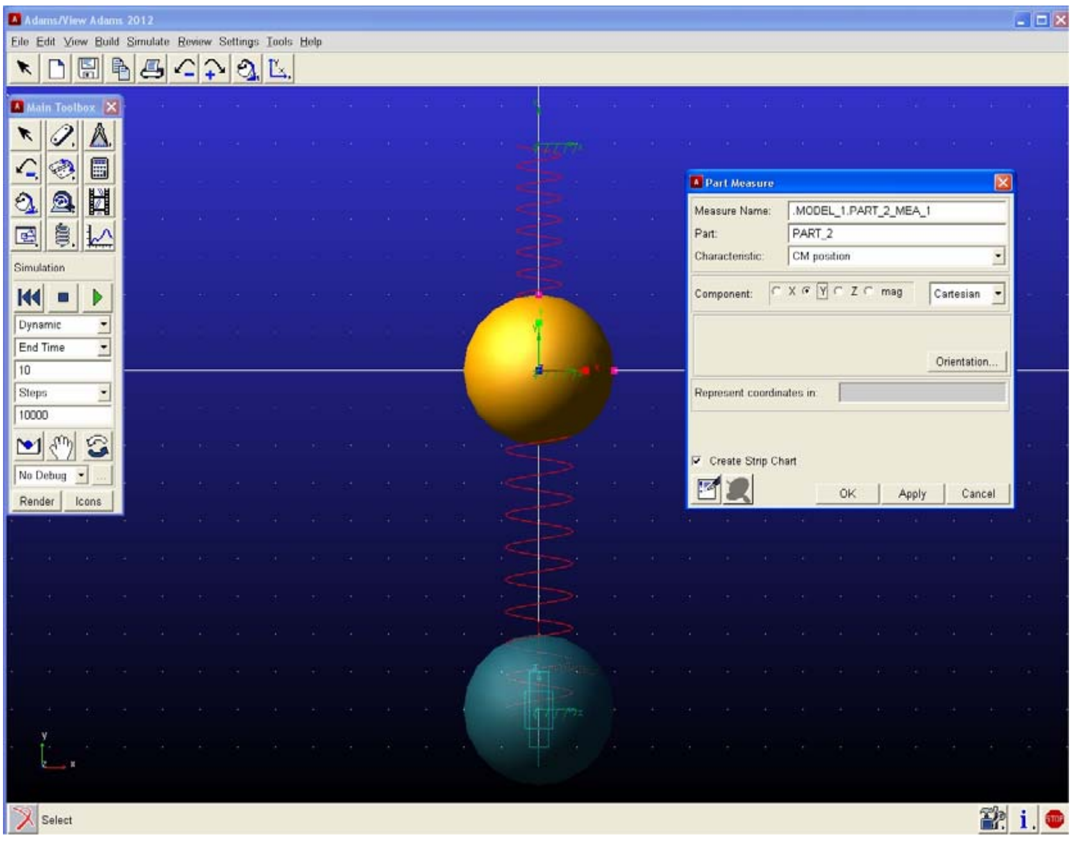

Рис. 3. Модель эксцентрикового вибратора

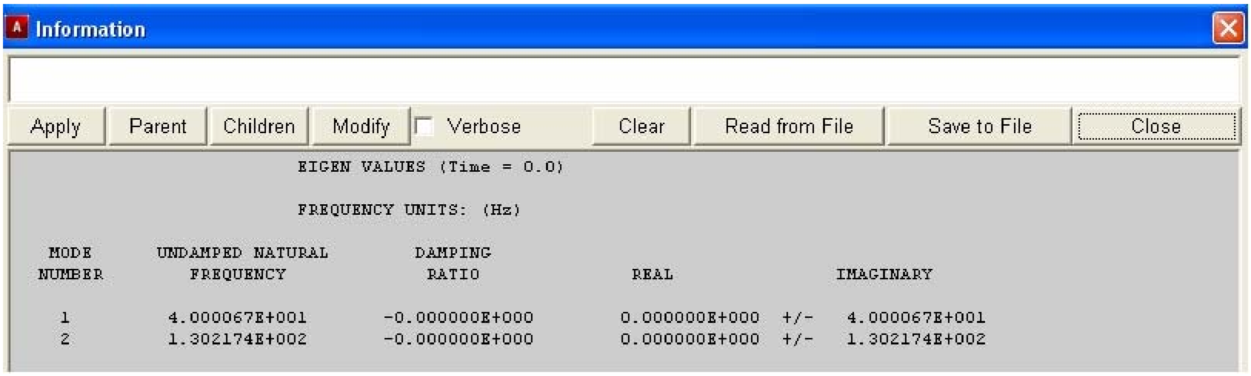

Рис. 4. Результаты определения частот собственных колебаний системы

и начальное нагружение пружины. В данном случае ограничимся изменением жесткости. Ограничим перемещение груза так, чтобы он смог перемещаться только вдоль оси Y.

Затем аналогично построим второе тело и пружину, соединяющую центры масс тел. Необходимо также изменить массу тела и жесткость пружины, ограничить перемещение шара как и в первом случае.

Ко второму (нижнему) телу приложим возбуждающую силу, действующую по закону $F = F_{\text{виб}}(t)\sin\left[\omega_f(t)t\right]$ с параметрами, указанными в постановке задачи.

Для того чтобы задать возбуждающую силу, действующую по указанному закону, необходимо в ADAMS «модифицировать» приложенную на второй груз силу и ввести необходимое уравнение.

Параметры расчета задаются во вкладке Simulation. Время расчета установим равным 10 с. Исходя из соображения, что на один период колебаний должно приходиться минимум 10 точек, а начальная частота колебаний составляет примерно 100 Гц, необходимо взять 10000 точек для расчета. Также перед расчетом необходимо создать «измерения» перемещений центров масс тел.

После расчета с помощью постпроцессора ADAMS можно проанализировать полученные в результате расчета данные. На рис. 5 представлены результаты определения частот свободных колебаний данной системы. Также можно построить АЧХ исходя из графиков перемещения верхнего и нижнего тела (рис. 5, 6).

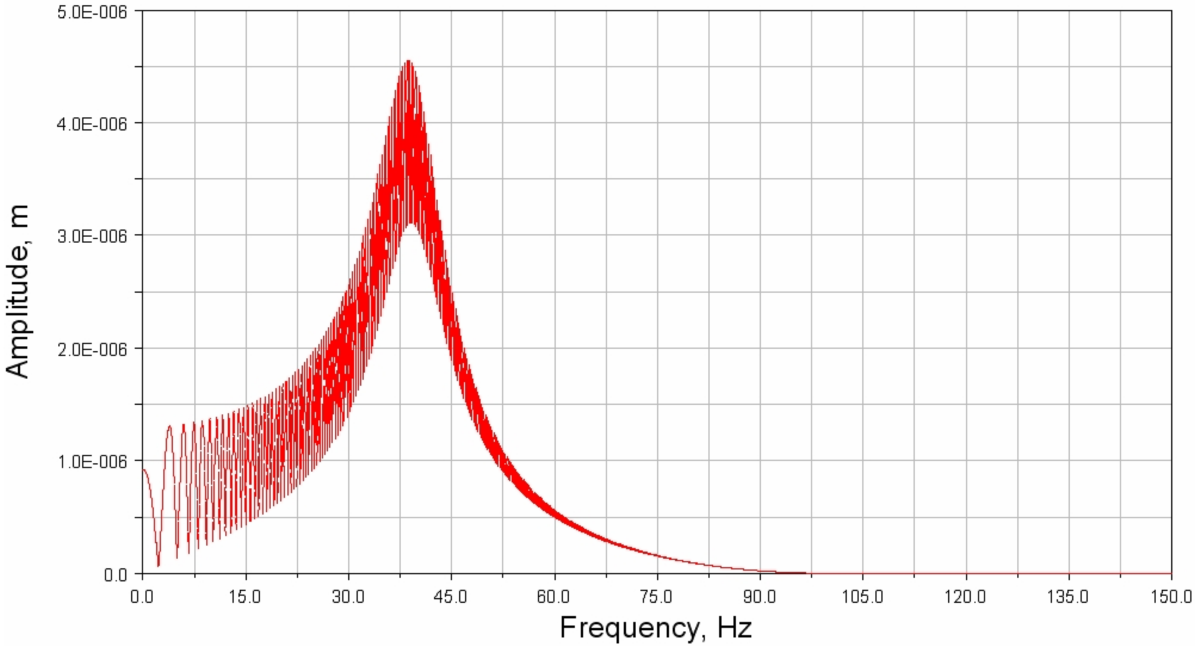

Рис. 5. АЧХ верхнего тела (платформы вибратора)

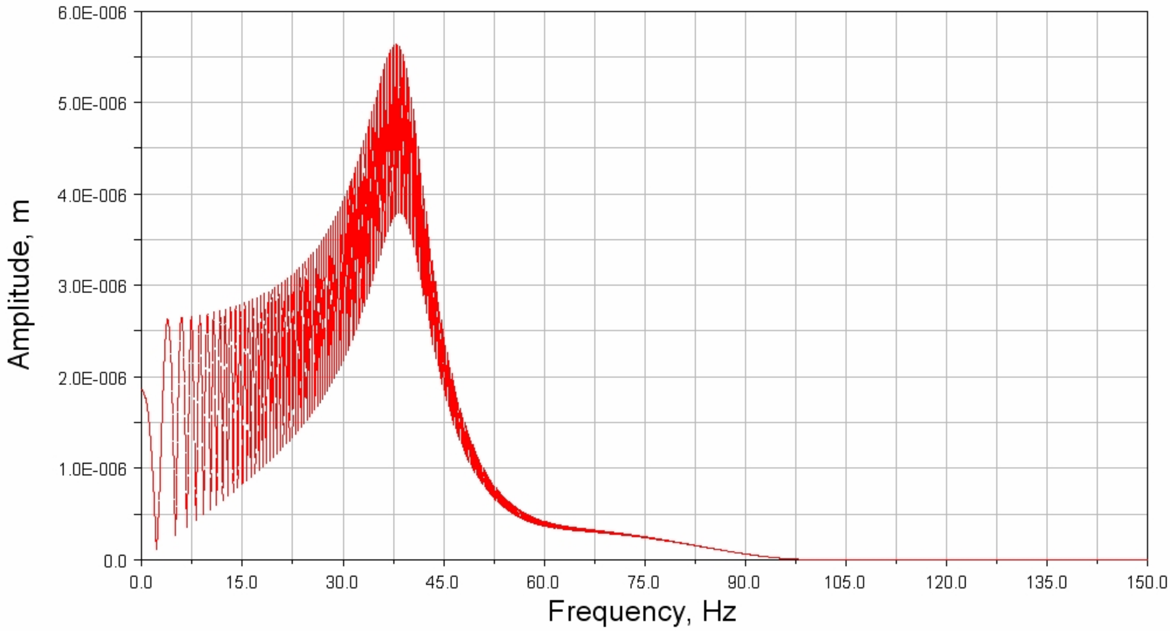

Рис. 6. АЧХ нижнего тела (эксцентрикового ротора)

Выводы

Исследован эксцентриковый вибратор, представляющий собой двухмассовую систему с двумя степенями свободы. Разработанная математическая модель движения эксцентрикового вибратора позволила определить две собственные частоты колебаний механической системы. Для подтверждения выдвинутых теоретических положений проведено моделирование движения эксцентрикового вибратора в программном комплексе ADAMS. Исходными данными при моделировании являлись массы тел и жесткости механических связей. Подтверждено, что расчет динамических характеристик вибратора по определению его собственных частот колебаний хорошо согласуется с проведенным моделированием. В расчетах использовался пакет MD Adams Package. Номер лицензионного соглашения RE007996NTU-2.

Список литературы

1. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, ошибки и парадоксы. 3-е изд., перераб. М.: Наука. 1979. С. 371–373.

2. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука. 1971. С. 117–122.

Статья поступила в редакцию 01.11.2013