

ПРОБЛЕМА КОЛЛАПСА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И ВОЗМОЖНЫЕ ПОДХОДЫ К ЕЕ РЕШЕНИЮ. (Часть 1)

М. В. Горбатенко¹, В. П. Незнамов²

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Анализируются трудности концептуального характера, с которыми сталкивается общая теория относительности при описании сильных гравитационных полей, и возможные подходы к преодолению этих трудностей. Одним из наиболее перспективных подходов является учет предложенного Пушкиным перенормированного тензора энергии-импульса, описывающего квантовополевую поляризацию пространства-времени. Структура этого тензора совпадает с тензором энергии-импульса, входящим в обобщенные конформно-инвариантным образом уравнения общей теории относительности. В экстремальных состояниях (например, в процессе коллапса) учет вейлевских степеней свободы приводит к возникновению поверхностей разрыва вместо горизонтов событий. На поверхностях разрыва происходит изменение типа решения – переход с одной ветви решения на другую, в результате чего полное решение является регулярным.

Ключевые слова: черные дыры, коллапс, перенормированный тензор энергии-импульса.

1. Введение

Астрофизические результаты последних десятилетий указывают на то, что общая теория относительности (ОТО) является исключительно эффективной теорией в области слабых гравитационных полей, т. е. там, где мала четверка безразмерных инвариантов Петрова [1]

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_{\Omega_4} \sqrt{-g} (R_{\alpha\beta\mu\nu} R^{\alpha\beta\mu\nu}) d\Omega, & I_2 &= \int_{\Omega_4} \sqrt{-g} (R_{\mu\nu\alpha\beta} R^{\alpha\beta\tau\rho} R_{\tau\rho}{}^{\mu\nu}) d\Omega, \\ I_3 &= \int_{\Omega_4} \sqrt{-g} (R_{\mu\nu\alpha\beta} E^{\alpha\beta\tau\rho} R_{\tau\rho}{}^{\mu\nu}) d\Omega, & I_4 &= \int_{\Omega_4} \sqrt{-g} (R_{\mu\nu\alpha\beta} E^{\alpha\beta\tau\rho} R_{\tau\rho}{}^{\varepsilon\sigma} R_{\varepsilon\sigma}{}^{\mu\nu}) d\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ – тензор Римана, $E_{\alpha\beta\mu\nu}$ – полностью антисимметричный тензор.

В ОТО разработан метод Эйнштейна–Инфельда–Гоффмана (ЭИГ) [2, 3], предсказывающий на основе свойств нелинейности уравнений ОТО движение областей с заключенными в них массами и угловыми моментами в ньютоновском

и пост-ньютоновских приближениях. Любой физик-теоретик, ознакомившись с методом ЭИГ, не может не восхититься этим методом. Этим методом рассчитываются траектории движения планет, космических аппаратов, задержки радиосигналов от космических кораблей и многое другое, и результаты расчетов подтверждаются экспериментальными наблюдениями. ОТО, таким образом, обладает

экспериментально проверяемыми предсказательными способностями в области слабых полей. Недавно проведенный эксперимент Gravity-Probe-B с 4 гироскопами на борту космического аппарата, обращавшимися в течение года на околоземной орбите, подтвердил справедливость предсказаний ОТО в части законов прецессии гироскопов.

¹ E-mail: gorbatenko@vniief.ru

² E-mail: neznamov@vniief.ru

Несмотря на то, что ОТО наряду с квантовой механикой признана одной из двух самых успешных теорий XX столетия, она приводит в области сильных гравитационных полей к таким следствиям, согласие с которыми не является общепринятым. Некоторые из этих следствий противоречат самим исходным постулатам ОТО. Время от времени в адрес ОТО высказываются критические замечания. Особенно часто критические замечания стали высказываться с момента появления работы Оппенгеймера–Снайдера [4], описавших наглядный и реалистичный сценарий коллапса достаточно массивной звезды после исчерпания ею термоядерного горючего. Сам Эйнштейн относился к выводам Оппенгеймера–Снайдера отрицательно и не верил в их сценарий с коллапсом [5]. Тем не менее, с легкой руки Уилера сколлапсировавшие объекты стали называться черными дырами (ЧД), и этот термин прочно вошел в массовую культуру [6]. Целые коллективы астрофизиков были сориентированы на поиски и исследование ЧД (см., например, [7]).

Астрофизические наблюдения, казалось бы, подтверждают существование во Вселенной объектов, похожих на ЧД. Они указывают на то, что во Вселенной имеется огромное количество компактных объектов с массами, бóльшими массы Солнца, $M > M_{\odot}$, и с радиусами близкими к гравитационным радиусам $r_g = 2GM/c^2$ для соответствующих объектов. Но являются ли эти компактные объекты теми ЧД, существование которых предсказывает ОТО?

По этому вопросу имеются разные мнения, начиная от безусловного принятия этой концепции и кончая полным отторжением концепции ЧД как ненаучного понятия. Так, в [7] утверждается, что обнаружено несколько сотен звездных объектов, которые с большой вероятностью являются ЧД. С другой стороны, в [8] утверждается, что «...нет ни одного наблюдательного факта, который бы с необходимостью требовал для своего объяснения предположения о существовании черных дыр – объектов, не имеющих материальной поверхности. Все наблюдательные факты прекрасно объясняются существованием во Вселенной физических объектов больших масс, имеющих материальную поверхность».

Трудности ОТО концептуального характера

Многие специалисты начинают приходить к мнению, что в области сильных полей ОТО дейст-

вительно сталкивается с трудностями концептуального характера, поскольку она приводит:

- К бесконечным значениям инвариантов (1) и невозможности рассмотрения движения пробных тел, траектории которых проходят через сингулярные точки.

- К противоречию с квантовыми представлениями о структуре пространства-времени, минимальными длинами в которых являются планковская длина $l_{Pl} = \sqrt{G\hbar/c^3}$. То есть та длина, которая составлена из мировых констант, характеризующих и гравитацию, и квантованность материи. Противоречие проявляется в том, что в ОТО нет ограничителя, препятствующего возникновению объектов с гравитационными радиусами Шварцшильда $r_0 = 2GM/c^2$, сколь угодно меньшими l_{Pl} .

- Другой пример противоречия с квантовой механикой – потеря при коллапсах информации. Допустим, горизонт событий пересекает барион. До пересечения с барионом можно было выполнить квантовомеханическое измерение. После пересечения в наблюдаемом пространстве-времени исключается сама возможность регистрации бариона. Некоторые интерпретируют уход барионов под горизонт событий как нарушение закона сохранения барионного заряда. Подобные соображения относятся не только к частицам с барионным зарядом, но и к частицам с электрическим, лептонным и другими квантовыми числами.

- К противоречию с данными астрофизических наблюдений. Если бы существовали нематериальные горизонты, то ЧД были бы практически невидимыми, поскольку через такие горизонты вещество и излучения проходили бы с большой вероятностью в одном направлении. Данные наблюдений говорят совсем о другом, о том, что вблизи поверхностей объектов, являющихся якобы ЧД, происходят интенсивные процессы взаимодействия и взаимопревращений частиц и излучений, результаты чего регистрируются в различных диапазонах частот электромагнитного излучения.

- К непредсказуемости экспериментально проверяемых предсказаний ОТО из-за существования различных решений, не сводящихся друг к другу с помощью допустимых координатных преобразований. Например, решение Шварцшильда

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_0}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)} + r^2 \left[d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (2)$$

и решение Пенлеви–Гуллстранда

$$ds^2 = -\left[1 - \frac{r_0}{r}\right]dT^2 + 2\sqrt{\frac{r_0}{r}}dTdR + dR^2 + R^2\left[d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right] \quad (3)$$

не связаны между собой во всей области определения метрического тензора координатными преобразованиями из класса гладкости C^3 . Координаты (t, r) и (T, R) связаны преобразованием

$$\left. \begin{aligned} dt &= dT - \frac{\sqrt{\frac{r_0}{r}}}{\left[1 - \frac{r_0}{r}\right]} dR \\ dr &= dR \end{aligned} \right\} \text{или} \left. \begin{aligned} dT &= dt + \frac{\sqrt{\frac{r_0}{r}}}{\left[1 - \frac{r_0}{r}\right]} dr \\ dR &= dr \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Первая производная

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\sqrt{\frac{r_0}{r}}}{\left[1 - \frac{r_0}{r}\right]} \quad (5)$$

терпит разрыв при $r = r_0$. Это означает, что класс гладкости координатного преобразования (4) не выше C^0 .

Согласно одному решению частица в принципе не может пересечь поверхность Шварцшильда, а согласно другому – она может пересечь эту поверхность³. Какое же решение выбирает Природа для описания сферически симметричной (СфС) ситуации? Природа может однозначно выбрать то или иное решение, описывающее СфС ситуацию, только в том случае, если будут заданы начальные и граничные условия по всему пространству, включая компоненты тензора энергии-импульса. В случае решения Шварцшильда такими граничными условиями являются равенство нулю тензора энергии-импульса во всем пространстве, за исключением компоненты

$$T_{00} \neq 0, \quad (6)$$

а также наличие векторов Киллинга, соответствующих сферической симметрии и статичности решения. В случае решения Пенлеви–Гуллстранда граничными условиями являются равенство нулю тензора энергии-импульса во всем пространстве, за исключением компонент

$$T'_{00} = T_{00} \neq 0, \quad T'_{01} = -\frac{\sqrt{r_0/r}}{(1 - (r_0/r))} T_{00} \neq 0, \quad (7)$$

наличие векторов Киллинга, соответствующих сферической симметрии, а также условие совпадения гиперповерхностей, соответствующих любому фиксированному моменту времени, с 3-мерным плоским пространством.

Ясно, что граничные условия (6), (7) физически различны, потому что в одном случае в центре задается только масса, а в другом случае – масса и поток энергии из центра.

• При выборе решения Пенлеви–Гуллстранда для описания СФС гравитационного поля скорость пробной частицы, падающей по радиусу на центр, в сопутствующей системе отсчета достигает скорости света при пересечении горизонта событий. В [10] (§ 102) это показано применительно к решению Леметра–Финкельштейна, однако аналогичные рассуждения применимы и к решению Пенлеви–Гуллстранда. С другой стороны, один из фундаментальных постулатов специальной теории относительности гласит, что частицы с ненулевой массой не могут достичь скорости света.

3. Движение пробной частицы в поле Шварцшильда и Пенлеви–Гуллстранда

3.1. Поле Шварцшильда

3.1.1. Уравнения для радиальной геодезической. Уравнение движение пробной классической частицы в гравитационном поле, описываемом решением Шварцшильда, имеется во многих учебниках и публикациях (см., например, [11]). Приведем соответствующие уравнения при использовании только уравнения геодезической для случая движения пробной классической частицы по радиусу.

В гравитационном поле Шварцшильда (2) элемент собственного времени $d\tau$ равен

$$d\tau \equiv \sqrt{-ds^2}. \quad (8)$$

Вектор 4-скорости u^α частицы определяется соотношением

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\tau}, \quad (9)$$

где dx^α – вектор, соответствующий перемещению частицы за время $dx^0 \equiv dt$. Величина V обозначает координатную скорость,

$$V \equiv \frac{dr}{dt}. \quad (10)$$

По формуле (9) находим:

³ См. по этому вопросу следующий раздел.

$$u^0 = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}}{\sqrt{\left[\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^2 - V^2\right]}},$$

$$u^1 = -\frac{V\sqrt{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}}{\sqrt{\left[\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^2 - V^2\right]}},$$

$$u^2 = 0, \quad u^3 = 0. \quad (11)$$

Знак минус в выражении для u^1 означает, что частица движется к центру.

Уравнение геодезической в общем случае записывается как

$$\frac{du^\alpha}{d\tau} + \left(\alpha_{\mu\nu}\right)u^\mu u^\nu = 0. \quad (12)$$

В случае гравитационного поля, описываемого решением Шварцшильда, необходимые нам выражения для символов Кристоффеля имеют вид:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 01 \end{pmatrix} = \frac{r_0}{2r^2\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 00 \end{pmatrix} = -\frac{r_0\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}{2r^2},$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 11 \end{pmatrix} = -\frac{r_0}{2r^2\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}. \quad (13)$$

Прямым вычислением убеждаемся в том, что при движении по геодезической выполняется соотношение

$$u_0 = \text{const}. \quad (14)$$

Это означает, что при переносе параллельным образом компоненты u_0 по радиальной геодезической эта компонента не изменяется. Константу в (14) вычислим, полагая, что частица начинает движение с радиуса R со скоростью $V=0$. С учетом этого получаем:

$$u_0 = -\frac{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{3/2}}{\left[\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^2 - V^2\right]^{1/2}} = -\left(1 - \frac{r_0}{R}\right)^{1/2}. \quad (15)$$

Отсюда

$$V = -\frac{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\sqrt{\frac{r_0 - r_0}{r - R}}}{\left(1 - \frac{r_0}{R}\right)^{1/2}}. \quad (16)$$

Структура выражения (16) такова, что координатная скорость обращается в нуль в двух случаях: когда $r=R$ и когда $r=r_0$. Вычисляем производную по dt .

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3r_0}{2r^2} \frac{V^2}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)} - \frac{r_0}{2r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right). \quad (17)$$

После подстановки в (17) выражения (16) для V получаем:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3r_0}{2r^2} \frac{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\left(\frac{r_0 - r_0}{r - R}\right)}{\left(1 - \frac{r_0}{R}\right)} - \frac{r_0}{2r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right). \quad (18)$$

Уравнение (18) и есть уравнение геодезической при движении частицы по радиусу. Можно показать, что если в уравнении (12) положить $\alpha=1$, то с учетом нормировки вектора 4-скорости приходим к уравнению, совпадающему с (18).

В начальный момент $r=R$. Полагая в (18) $r=R$, получаем, что координатное ускорение в этот момент равно $-r_0/2r^2$, т. е. совпадает с ньютоновским ускорением.

3.1.2. Численные решения уравнений для радиальной геодезической. Уравнение (16) для координатной скорости и уравнение (18) для координатного ускорения решались численно. Во всех случаях частица начинает падать с радиуса R со скоростью $V=0$. На рис. 1 приведены типичные кривые для скорости и ускорения для случая $R=100r_0$.

В начале движения частица имеет отрицательную скорость, которая все увеличивается по модулю по мере приближения к центру. Одновременно с увеличением скорости падает ускорение и при выбранных параметрах обращается в нуль в районе $r \sim 3r_0$. При дальнейшем приближении к центру ускорение резко возрастает и тормозит движение частицы. Скорость уменьшается до нуля точно на радиусе Шварцшильда.

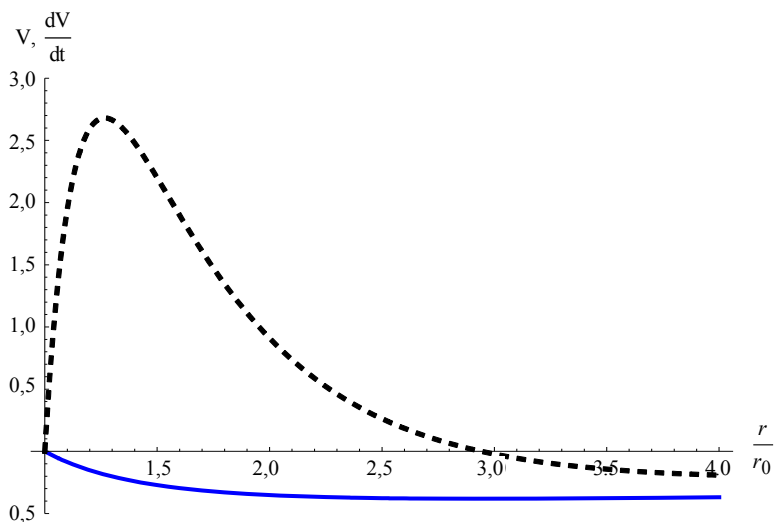


Рис. 1. Координатные скорость (—) и ускорение (-----) для частицы, падающей на коллапсар с радиуса $R = 100r_0$ с нулевой начальной скоростью (рисунок относится к значениям радиуса вблизи радиуса Шварцшильда)

Рис. 1 показывает, что скорость пробной частицы по мере приближения к поверхности горизонта растет по модулю, оставаясь отрицательной величиной. Где-то в районе нескольких гравитационных радиусов она достигает минимума, а затем скорость начинает резко уменьшаться по модулю и на горизонте событий скорость частицы обращается в нуль. Частица останавливается точно на горизонте событий. Ускорение по мере приближения к горизонту событий сначала растет по модулю, оставаясь отрицательным, достигает в районе нескольких гравитационных радиусов нулевого значения, после чего меняет знак и тормозит движение частицы. Поскольку ускорение пропорционально силе, можно сказать, что при приближении частицы к поверхности горизонта вместо силы притяжения возникает сила отталкивания, которая не позволяет частице приблизиться к этой поверхности.

3.1.3. Световые конусы в решении Шварцшильда. Траектория светового луча, движущегося по радиусу в гравитационном поле, описываемом решением Шварцшильда, определяется соотношением

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_0}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)} = 0. \quad (19)$$

Отсюда получаем:

$$\frac{dt}{dr} = \pm \frac{1}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}. \quad (20)$$

Уравнение (20) легко интегрируется.

$$\frac{t}{r_0} = \frac{t_0}{r_0} \pm \left[\frac{r}{r_0} + \ln \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \right] \quad (21)$$

Несколько траекторий световых лучей, движущихся как к центру, так и от центра, приведено на рис. 2.

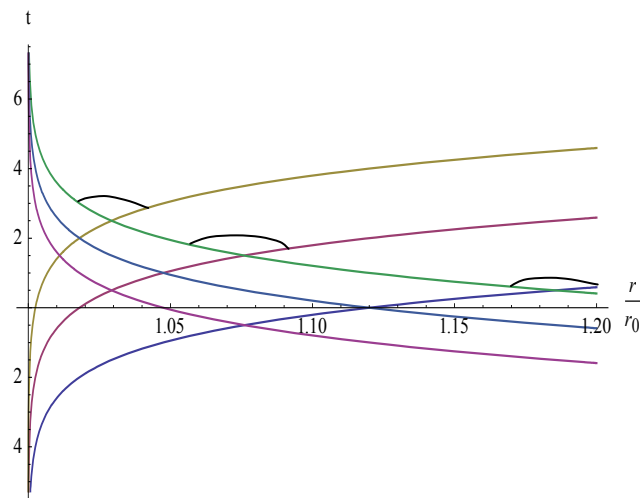


Рис. 2. Траектории световых лучей, движущихся по радиусу из бесконечности к поверхности Шварцшильда (дужками помечены световые конусы будущего)

3.2. Поле Пенлеви – Гуллстранда

Используя выражения (2) и (3), можно построить конфигурации световых конусов для решений Шварцшильда и Пенлеви – Гуллстранда при всех значениях радиальной переменной. Соответствующие кривые приведены на рис. 3.

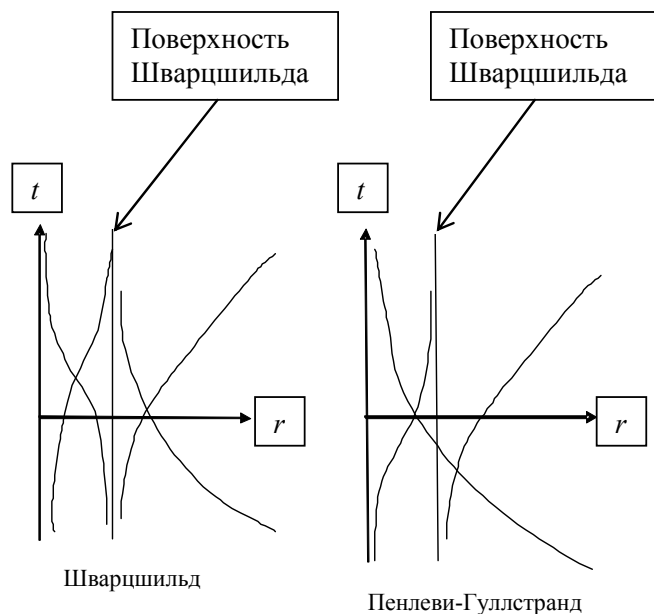


Рис. 3. Иллюстрация, поясняющая различие конгруэнций световых конусов в решении Шварцшильда и Пенлеви–Гуллстранда

Видно, что конгруэнции световых конусов у решений (2) и (3) различаются принципиально. В случае решения (2) световые конусы не пересекают поверхность Шварцшильда, а в случае решения (3) – пересекают.

4. Пути преодоления трудностей ОТО концептуального характера

Наиболее часто в литературе обсуждаются следующие направления преодоления трудностей ОТО концептуального характера:

- 1) замена ОТО на релятивистскую теорию гравитации (РТГ);
- 2) усложнение топологии многообразия, на котором рассматриваются уравнения ОТО;
- 3) модернизация ОТО в направлении учета квантовомеханических эффектов.

Рассмотрим подробнее каждое из этих направлений.

4.1. Релятивистская теория гравитации

Это направление развивается в работах Логунова и др. (см. [8, 9] и цитированную там литературу). РТГ исходит из условия строгого сохранения энергии, импульса и момента импульса, что приводит к гипотезе о существовании глобального пространства Минковского. Уравнения ОТО заменяются на уравнения, в которых содержится в яв-

ной форме метрический тензор пространства Минковского⁴:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = T_{\alpha\beta} - \frac{m^2}{2}(g_{\alpha\beta} + \eta_{\alpha\beta}) + \frac{m^2}{4}(g^{\mu\nu}\eta_{\mu\nu})g_{\alpha\beta}, \quad (22)$$

$$(\sqrt{-g}g^{\lambda\sigma})_{,\sigma} = 0. \quad (23)$$

Здесь $\eta_{\alpha\beta}$ – метрический тензор пространства Минковского, m – масса гравитона (точнее, величина, обратная комптоновской длине гравитона). Уравнения РТГ рассматриваются как уравнения некоей эффективной теории риманова пространства, описывающей динамику гравитационного и других полей в плоском пространстве. Критерием эффективности является требование обязательного использования в дополнение к уравнениям (22) условия (23) – условия гармоничности координат. Для выполнения принципа причинности вводится требование о том, чтобы световые конусы риманова пространства не выходили за пределы световых конусов пространства Минковского. В последних версиях РТГ устранение феномена коллапса связывается с ненулевой массой гравитонов.

Неудовлетворительными аспектами РТГ являются, во-первых, отсутствие экспериментально проверяемых эффектов, подтверждающих существование пространства Минковского; во-вторых, использование уравнений (22) и гармонических координат не приводит к постановке задачи Коши без связей на начальной поверхности между данными Коши.

4.2. Усложнение топологии

Со времен работы [11] многие авторы обращались к идее о том, что реальное пространство Римана является двулиственным. Границы, разделяющие один лист от другого, представляют собой замкнутые светоподобные гиперповерхности типа поверхностей Шварцшильда. Таким образом, по границам производится топологическая склейка двух многообразий. Каждая точка пространства одновременно принадлежит обоим листам. Топологические разрезы и склейки применяются по существу в интерпретациях решений Лемет-

⁴ Множитель $(8\pi G/c^4)$, который обычно записывается перед тензором энергии-импульса в стандартной форме уравнений ОТО, положен равным единице за счет переопределения физических величин, входящих в конструкцию тензора $T_{\alpha\beta}$.

ра – Финкельштейна и Крускала в так называемых полных координатах ([10], § 103). Примером такого подхода является также работа [13], в которой кольцевая сингулярность решения Керра с помощью топологического склеивания сделана эквивалентной бутылке Клейна. При этом многообразии в целом оказывается двулистным.

Дальнейшим развитием этой идеи являются модели мультивселенных [14]. В подобных моделях ЧД считаются входами или выходами с одной вселенной в другую. Вселенные могут сосуществовать параллельно и независимо друг от друга. В некоторых версиях предполагается, что в различных вселенных безразмерные мировые константы отличаются от «наших», в результате чего в других вселенных невозможно существование жизни в той форме, как в нашей Вселенной. В других версиях подобные идеи развиваются применительно к многомерным пространствам.

Недостатком топологических моделей является отсутствие у них экспериментально проверяемой предсказательной способности.

Кроме того, при склейках могут нарушаться те связи между данными Коши, которые должны выполняться для уравнений ОТО. Напомним, что в ОТО поверхности разрывов могут быть двух типов. В случае пустого пространства разрывы могут возникать только на светоподобных поверхностях (см., например, [15, 16]). При наличии ненулевого тензора энергии-импульса могут возникать решения с разрывами на пространственноподобных поверхностях. Однако в этих случаях должны выполняться условия равенства скачков в левой и правой частях уравнений, непрерывность компонент тензора энергии-импульса T_{α}^1 (координата «1» – это та, которая описывает поверхность разрыва) и должны быть непрерывными компоненты метрики и их первые производные [17].

4.3. Метод квазиклассического приближения

Наиболее результативными оказались попытки применить к ОТО известный метод квазиклассического приближения. Основная идея достаточно проста. Согласно классической ОТО наличие материи через тензор энергии-импульса (ТЭИ) вызывает определенное искривление пространства-времени. Но искривление пространства-времени изменяет энергию квантовых полей. Эта трансформированная энергия меняет кривизну

пространства-времени. И так далее – итерация за итерацией. Задача состоит в том, чтобы получить самосогласованное решение – искривленное пространство-время, содержащее такую конфигурацию квантовых полей, энергия которых описывается перенормированным тензором энергии-импульса (ПТЭИ), соответствующим именно такой кривизне. Предполагается, что ПТЭИ имеет отрицательную энергию и, следовательно, генерирует силы гравитационного отталкивания. В случае плоского пространства ПТЭИ должен обращаться в нуль.

На пути квазиклассического учета принципа Паули, имеющего чисто квантовомеханическую природу, установлено существование нескольких типов объектов, которые могли бы быть квазистационарными состояниями на пути все большего и большего сжатия массивных объектов [18]. К числу таких объектов относятся белые карлики (вырожденные состояния электронов в системе из электронов и ядер) и нейтронные звезды (нейтронный газ в вырожденном состоянии) [18]. В настоящее время в литературе рассматривается возможность формирования различных объектов – кварковых звезд, странных звезд, Q-шаров, которые могли бы оставаться стабильными при давлениях больших, чем выдерживает нейтронная звезда. Исходное предположение таких подходов сводится к тому, что вещество, подчиняющееся законам квантовой механики, всегда найдет способ задержать гравитационный коллапс.

Интересно, что способ применения квазиклассического приближения к ОТО очень похож на подход Забабахина при рассмотрении кумуляции. В работе [21] Забабахин выдвинул гипотезу, согласно которой при любых начальных условиях и любом режиме кумуляции всегда найдется какой-то процесс, который начнет развиваться и остановит возникновение бесконечных значений энергий.

Гравитация может преодолеть любое из возникающих квантовомеханических препятствий, просто добавив вещества. Однако каждый процесс, задерживающий коллапс, дает дополнительное время для того, чтобы отрицательный ПТЭИ возрос и стал существенным. Этот ПТЭИ может успешно противостоять гравитационному притяжению, и поскольку его отталкивание может возрасти безгранично, то ПТЭИ способен навсегда остановить коллапс вещества в ЧД. Качественно этот процесс изображен на рис. 4.

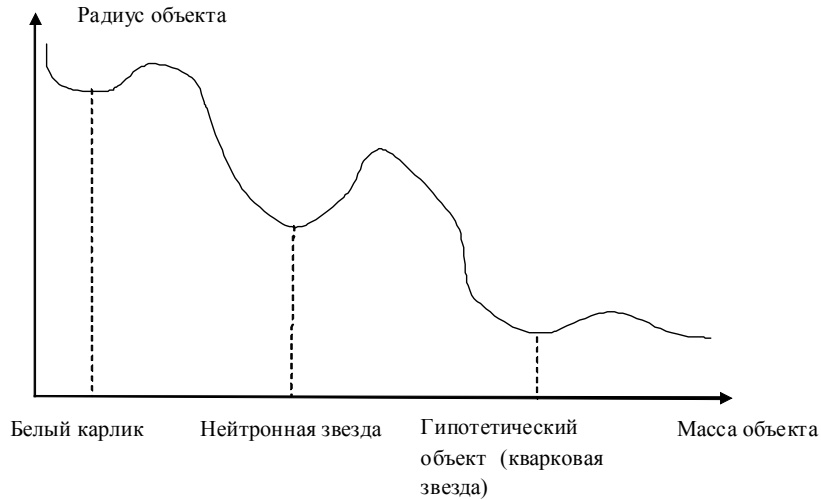


Рис. 4. Иллюстрация, поясняющая существование различных конфигураций объектов при увеличении их массы

Возникающие компактные массивные тела уже не будут ЧД, они могут быть объектами нового типа. В работе [6] они названы черными звездами (ЧЗ). Из-за предельно малого размера и высокой плотности они по своим наблюдаемым издали свойствам близки к ЧД, но по существу они совершенно иные. Они должны быть материальными телами с материальной поверхностью и недрами, заполненными плотным веществом. В центре таких объектов сингулярность отсутствует. При наблюдении извне такие объекты должны быть чрезвычайно тусклыми, поскольку испущенный с их поверхности свет испытывает огромное красное смещение. Астрономы смогут проводить полное астрофизическое исследование ЧЗ, поскольку отсутствие горизонта событий этому не препятствует.

Таким образом, квазиклассический подход к ОТО указывает на определяющую роль квантово-полевых эффектов в эволюции звезд при приближении их радиусов к гравитационным радиусам Шварцшильда. В то же время он в общем случае не дает рецепта построения ПТЭИ.

5. Конформная геометродинамика

Независимо от вопроса о преодолении трудностей ОТО многие исследователи пытались обобщить уравнения ОТО так, чтобы они стали инвариантными относительно конформных преобразований. Самые ранние варианты имели дело с лагранжианами, являющимися квадратичными по компонентам тензора Римана. Наиболее последовательным из таких вариантов был вариант, в котором лагранжиан конструировался из тензора Вейля

$$W_{\alpha\beta\mu\nu} \equiv$$

$$\equiv R_{\alpha\beta\mu\nu} - \frac{1}{2} [g_{\alpha\mu} R_{\beta\nu} + g_{\beta\nu} R_{\alpha\mu} - g_{\alpha\nu} R_{\beta\mu} - g_{\beta\mu} R_{\alpha\nu}] + \frac{1}{6} R [g_{\alpha\mu} g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu}] \quad (24)$$

и имел вид [22]

$$L = (W_{\alpha\beta\mu\nu} W^{\alpha\beta\mu\nu}). \quad (25)$$

Варьирование лагранжиана (25) по метрике приводило к уравнениям

$$B_{\alpha\beta} \equiv B_{\alpha\beta}^{(1)} + B_{\alpha\beta}^{(2)} = 0, \quad (26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} B_{\alpha\beta}^{(1)} &\equiv -R_{\alpha\beta}{}^{;v}{}_{;v} + R^v{}_{\alpha;\beta} + R^v{}_{\beta;\alpha} - \frac{2}{3} R_{;\alpha;\beta} + \frac{1}{6} g_{\alpha\beta} R^{;v}{}_{;v}, \\ B_{\alpha\beta}^{(2)} &\equiv \frac{2}{3} R R_{\alpha\beta} - 2 R_{\alpha\nu} R^v{}_{\beta} - \frac{1}{6} R^2 g_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

В теории суперструн [23], претендующей на единое описание всех видов взаимодействий (включая гравитацию) в уравнениях ОТО также появляется член, квадратичный по тензору Римана. Однако результирующие обобщенные уравнения ОТО, строго говоря, не обладают инвариантностью относительно конформных преобразований, поэтому на них останавливаться не будем.

Некоторое время назад в работах [24, 25] (см. также [26], где имеются ссылки по этому вопросу) были предложены уравнения, которые представляют собой минимальное конформно-инвариантное обобщение уравнений ОТО для пустого пространства. Уравнения имеют вид уравнений ОТО, но со специфическим тензором энергии-импульса $T_{\alpha\beta}^{КГД}$ в правой части:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = T_{\alpha\beta}^{\text{КГД}}. \quad (28)$$

Тензор $T_{\alpha\beta}^{\text{КГД}}$ имеет следующий вид⁵:

$$T_{\alpha\beta}^{\text{КГД}} = -2A_{\alpha}A_{\beta} - g_{\alpha\beta}A^2 - 2g_{\alpha\beta}A^{\nu}_{;\nu} + A_{\alpha;\beta} + A_{\beta;\alpha} + \lambda g_{\alpha\beta}. \quad (29)$$

Уравнения (28) с правой частью (29) далее будем называть уравнениями конформной геометродинамики (КГД). Вектор A_{α} , входящий в тензор $T_{\alpha\beta}^{\text{КГД}}$, является вектором Вейля, так что уравнения КГД в отличие от уравнений ОТО учитывают дополнительные (вейлевские) степени свободы пространства. При обращении в нуль вектора Вейля уравнения КГД переходят в уравнения ОТО для пустого пространства. Принцип соответствия соблюдается.

Отличительными особенностями уравнений КГД являются:

1. Они в общем случае сохраняют свой вид при конформных (масштабных) преобразованиях

$$g_{\alpha\beta} \rightarrow g'_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}e^{2\sigma}, \quad A_{\alpha} \rightarrow A'_{\alpha} = A_{\alpha} - \frac{\partial\sigma}{\partial x^{\alpha}},$$

$$\lambda \rightarrow \lambda' = \lambda e^{-2\sigma}. \quad (30)$$

Здесь $\sigma(x)$ – произвольная функция координат. Если ковариантность уравнений обеспечивает независимость от такого субъективного фактора, как выбор системы координат, то инвариантность относительно (30) обеспечивает независимость от другого субъективного фактора – выбора масштаба для измерения длин.

2. Они согласуются с принципом причинности [27]. Это следует из двух фактов. Во-первых, конформные преобразования (30) из категории допустимых (не меняющих знак) сохраняют конгруэнции световых конусов и таким образом сохраняют причинно-следственные связи между событиями. Во-вторых, при получении уравнений КГД из вариационного принципа исключаются такие вариации, которые в будущие моменты времени могли бы повлиять на динамику в предыдущие моменты времени.

3. Для уравнений КГД задача Коши ставится без связей на начальные данные [28]. Эта отличительная особенность уравнений (28) с правой частью (29) расширяет возможности возникновения разрывных решений. То есть возможности построения решений (в том числе и стационарных), представляющих собой совокупность регулярных ветвей, склеенных между собой на пространствен-

ноподобных гиперповерхностях (ППГ) с соблюдением необходимых условий сшивки.

Можно ожидать, что в экстремальных состояниях (например, в процессе коллапса) учет вейлевских степеней свободы приведет не к возникновению горизонтов событий, а поверхностей разрыва, представляющих собой ППГ, на которых происходит ветвление решений.

4. В общем случае уравнения КГД сохраняют топологические числа

$$I' = \sum_i \int_{V_i} J^{\alpha} \sqrt{-g} dV_{\alpha}. \quad (31)$$

Интегрирование в (31) производится по некоторой произвольно выбранной, но фиксированной совокупности замкнутых 3-мерных объемов, включая объемы, охватывающие особые точки. Вектор J_{α} входит в уравнения

$$F_{\alpha}{}^{\varepsilon}{}_{;\varepsilon} = J_{\alpha}, \quad (32)$$

являющиеся следствием уравнений КГД, и имеет вид

$$J_{\alpha} = \lambda_{;\alpha} - 2\lambda A_{\alpha}. \quad (33)$$

Антисимметричный тензор $F_{\alpha\beta}$ в (32) определяется как

$$F_{\alpha\beta} = A_{\beta;\alpha} - A_{\alpha;\beta}. \quad (34)$$

Заметим, что тензор энергии-импульса (29) имеет структуру, минимально необходимую для сохранения масштабной инвариантности уравнений ОТО в случае пустого пространства. В принципе правая часть уравнений (28) может включать и другие члены, но при одном условии: дополнительные члены должны обладать масштабной инвариантностью.

В частном случае вектор Вейля может быть градиентом от некоторой скалярной функции. В этом случае уравнения КГД совпадают с уравнениями Бранса–Дикке [29] при значении входящего в эти уравнения параметра ω , равном $\omega = -3/2$. При таком (и только таком) значении параметра ω уравнения Бранса–Дикке становятся конформно инвариантными. Интересно, что именно эту версию уравнений [29] Сахаров в работе [30] положил в основу своего скалярно-тензорного расширения уравнений ОТО. В общем случае вектор Вейля в уравнениях КГД может быть, а может и не быть градиентом от скалярной функции.

6. Гипотеза Пушкина

Первоначально уравнения КГД рассматривались как чисто классические – некантовые. Одна-

⁵ Вектор A_{α} и скаляр λ имеют размерности 1/см и 1/см² соответственно.

ко в докладе [31] на II Сахаровских чтениях в 1996 году Пушкин предложил рассматривать тензор (29) как перенормированный тензор квантовой поляризации пространства-времени⁶. В работах [32, 33] указанная гипотеза Пушкина получила дальнейшее развитие. Приведем заимствованные из указанных работ соображения Пушкина по обоснованию тензора $T_{\alpha\beta}^{\text{КГД}}$ как тензора квантово-полевой поляризации пространства-времени.

Во-первых, уравнения КГД в любом случае являются вариантом конформной теории поля с индексом 2. Именно такие варианты необходимы для построения теории суперструн.

Во-вторых, уравнения КГД в общем случае сохраняют топологические числа

$$I^n = \sum_k \oint_{L_k} A_\alpha d\tau^\alpha. \quad (35)$$

Интегрирование в (35) производится по некоторой произвольно выбранной, но фиксированной совокупности замкнутых одномерных контуров, $d\tau^\alpha$ – элемент контура. Сохранение относится и к таким контурам, которые охватывают особые точки.

Сохранение топологических характеристик (35) является ключевым свойством в теории суперструн [23]. Именно это свойство позволяет установить изоморфизм между уравнениями КГД и теорией суперструн. В зависимости от размерности внутреннего пространства определяется тип решетки и группа симметрии. При этом решетка должна быть автодуальной (обратная решетка совпадает с прямой). Из всех решеток наиболее предпочтительной является 24-мерная автодуальная решетка Лича Λ_{24} [34], известная как решетка с самой плотной упаковкой на единицу размерности и объема. Это свойство решетки Лича предопределяет наибольшую плотность вакуумной энергии.

Полная размерность внутреннего пространства суперструн равна 26, а ортогональное дополнение к двумерным многообразиям, заметаемым в процессе эволюции выбранной системой контуров, образует 24-мерную решетку Лича [34]. Группой автоморфизмов решетки Лича является группа Монстр – наибольшая из всех существующих исключительных конечных групп [34]. Алгебра операторов представления группы Монстр

образует бесконечномерную коммутативную, но неассоциативную алгебру (алгебру Грисса).

Гипотеза Пушкина об отождествлении тензора $T_{\alpha\beta}^{\text{КГД}}$ с перенормированным в квантово-полевом смысле тензором энергии-импульса ПТЭИ по существу дает рецепт построения ПТЭИ в общем случае, т. е. делает то, что пока не в состоянии оказался сделать квазиклассический подход к ОТО. Таким образом, решая уравнения КГД как чисто классическую систему 10 нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных для 15 функций от четырех переменных, мы можем исследовать квантовополевые эффекты в эволюции звезд при приближении их радиусов к гравитационным радиусам Шварцшильда.

В части 2 данной работы мы рассмотрим, к каким следствиям относительно коллапса ведет гипотеза Пушкина применительно к сферически-симметричным решениям. Надо заметить, что прямой поиск точных решений уравнений КГД – дело не простое и заведомо не проще аналогичного поиска в случае ОТО. Тем не менее, в [26] приведено общее решение сферически-симметричной задачи. Оказалось, что в статическом случае решение может быть трех различных типов, каждый из которых определяется 5 константами интегрирования. Что оказалось неожиданным?

Во-первых, оказалось, что при выборе любого типа общего решения и любых констант интегрирования всегда существует пространственно-временная область, в которой рассматриваемая ветвь решения становится сингулярной.

Во-вторых, все ветви решения при подходе к своим сингулярным точкам содержат точки ветвления, на которых одна ветвь может быть сшита с другой ветвью, не имеющей сингулярности при продолжении. Смена ветвей решения на поверхностях разрыва происходит с соблюдением всех правил построения разрывных решений, используемых в релятивистской гидродинамике [17]. Заметим, что такими возможностями решения ОТО в общем случае не обладают, поскольку на поверхности разрыва могут быть не выполнены связи на данные Коши одновременно для обеих сшиваемых ветвей решения.

7. Обсуждение

Кратко резюмируем основные результаты данной работы.

В работе перечислены и прокомментированы трудности концептуального характера, с которыми

⁶ В тензоре $T_{\alpha\beta}$, с которым имел дело Пушкин в работах [31–33], отсутствовал лямбда-член. Далее мы рассматриваем в качестве ПТЭИ тензор вида (29) с ненулевым лямбда-членом, поскольку именно этот тензор делает корректной постановку задачи Коши.

сталкивается ОТО при описании сильных гравитационных полей. Главной из этих трудностей является феномен коллапса и связанное с ним понятие ЧД. Подчеркнуто, что любые попытки преодолеть концептуальные трудности не должны затрагивать ОТО в области слабых полей, поскольку в этих областях ОТО является исключительно эффективной теорией. Авторы понимают, что в литературе отношение к отмеченным трудностям ОТО концептуального характера далеко не однозначно. Однако с точки зрения создания квантовой теории гравитации было бы целесообразным зафиксировать эти трудности и не допускать двойных стандартов в их оценке.

Существует несколько подходов к преодолению отмеченных трудностей ОТО:

- 1) замена ОТО на релятивистскую теорию гравитации (РТГ);
- 2) усложнение топологии многообразия, на котором рассматриваются уравнения ОТО;
- 3) модернизация ОТО в направлении учета квантовомеханических эффектов.

Рассмотрение показывает, что одним из перспективных подходов является третье направление. На этом направлении получили естественное объяснение белые карлики и нейтронные звезды. Однако на этом пути пока не предложено общепринятой конструкции перенормированного тензора энергии-импульса, которая обеспечивала бы автоматическое исключение коллапса и возникновение ЧД.

В работе получила развитие гипотеза Пушкина о том, что перенормированный тензор энергии-импульса, описывающий квантовополевую поляризацию пространства-времени, совпадает с тензором $T_{\alpha\beta}^{КГД}$ вида (29), т. е. с тензором энергии-импульса конформно-инвариантного обобщения уравнений ОТО. Гипотеза допускает обращение с уравнениями КГД как с обычной системой 10 нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных для 15 функций от четырех переменных. При этом у решений уравнений КГД возникают новые свойства, касающиеся отсутствия связей на данные Коши и позволяющие формировать поверхности разрыва (поверхности ветвления или бифуркации) на ППГ.

Учет вейлевских степеней свободы открывает качественно новые возможности с точки зрения построения решений уравнений КГД. Новые возможности позволяют составлять полные решения из отдельных регулярных ветвей путем сшивки этих ветвей по правилам построения поверхностей разрыва в релятивистской гидродинамике.

Проведенное в данной работе рассмотрение показывает, что при учете в динамических уравнениях вейлевских степеней свободы может радикальным образом измениться характер коллапса. Вместо возникновения горизонта событий возникнет поверхность разрыва, на которой произойдет изменение типа решения – переход на другую ветвь решения. Это ведет к изменению режима сжатия. Существенно при этом то, что смена ветвей решения происходит с соблюдением всех правил построения разрывных решений, принятых в релятивистской гидродинамике.

Таким образом, предлагаемый в данной работе механизм остановки коллапса состоит в возбуждении в процессе коллапса вейлевских степеней свободы. В обычном состоянии эти степени свободы также существуют в уравнениях КГД, но в пустом пространстве они пренебрежимо малы и не оказывают на динамику пространства никакого влияния. Они находятся в «спящем» состоянии до тех пор, пока состояние пространства не становится экстремальным, т. е. не возникает режим приближения к сингулярности.

В части 2 работы будет приведен пример построения регулярного всюду сферически-симметричного решения уравнений КГД.

Список литературы

1. Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. М.: Наука, 1966.
2. Einstein A., Infeld L., Hoffmann B. // Ann. Math. 1938. Vol. 39. P. 65.
3. Einstein A., Infeld L. // Can. J. Math. 1949. Vol. 1. P. 209.
4. Oppenheimer J. R., Snyder H. // Phys. Rev. 1939. Vol. 56. P. 455.
5. Einstein A. On a Stationary System with Spherical Symmetry Consisting of many Gravitating Masses // Ann. Math. 1939. Vol. 40. P. 922–936.
6. Карлос Барцело, Мэт Виссер, Стефано Либерати и Себастьяно Сонего. Черные звезды // Наука и техника. 2013, № 9. С. 13–18.
7. Черепашук А. М. Демография черных дыр // Природа. 2006, № 10. С. 16–26.
8. Логунов А. А. Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2012.
9. Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А. О коллапсе в общей теории относительности // Доклады Академии наук. 2008. Т. 421, № 2. С. 177–180.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1988.

11. Lightman A. P., Press W. H., Price R. H., Teukolsky S. A. *Problem Book in Relativity and Gravitation*. Princeton University Press, Princeton, 1975.
12. Einstein A., Rosen N. The Particle Problem in the General Theory Relativity // *Phys. Rev.* 1935. Vol. 48. P. 73–77.
13. Brian Punsly. A physical interpretation of the Kerr solution // *J. of Math. Phys.* 1985. Vol. 26, No. 7. P. 1728–1739.
14. Michio Kaku. *A Scientific Exploration into World of Phasers, Force Fields, Teleportation, and Time Trivel*. Doubleday, 2008.
15. Синг Дж. *Общая теория относительности*. М.: ИЛ, 1963.
16. Захаров В. Д. *Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна*. М.: Наука, 1972.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Гидродинамика*. М.: Наука, 1986.
18. Carlos Barceló and Raúl Carballo-Rubio, Luis J. Garay, Ricardo Gómez-Escalante. Hybrid classical-quantum formulations ask for hybrid notions. arXiv: 1206.7036v2 [quant-ph].
19. Prado Martín-Moruno and Matt Visser. Semiclassical energy conditions for quantum states. arXiv: 1306.2076v3 [gr-qc].
20. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Статистическая физика. Часть I*. М.: Наука, 1976.
21. Забабахин Е. И. *Кумуляция и неустойчивость*. Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 1998.
22. Dzhunushaliev V., Schmidt V., H.-J. New Vacuum solutions of Conformal Weyl Gravity // *J. Math. Phys.* 2000. Vol. 41. P. 3007–3015. ArXiv: gr-qc/9908049.
23. Грин М., Шварц Дж., Виттен Э. *Теория суперструн. Том I*. М.: Мир, 1990.
24. Горбатенко М. В., Пушкин А. В. Динамика пространства линейной аффинной связности и конформно-инвариантное расширение уравнений Эйнштейна // *ВАНТ. Сер.: Теоретическая и прикладная физика*. 1984. Вып. 2/2. С. 40–46.
25. Романов Ю. А. Динамика пространства аффинной связности // Там же. 1996. Вып. 3. С. 55–57.
26. Горбатенко М. В. *Конформная геометродинамика. Том I. Динамические уравнения и точные решения*. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2012.
27. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. Conformally invariant generalization of Einstein equation and the causality principle // *General Relativity and Gravitation*. 2002. Vol. 34, No. 2. P. 175–188; 1131–1133.
28. Горбатенко М. В. Задача Коши для уравнений конформной геометродинамики // *ВАНТ. Сер.: Теоретическая и прикладная физика*. 2012. Вып. 2. С. 31–42.
29. Brans C. H., Dicke R. H. // *Phys. Rev.* 1961. Vol. 124. P. 925.
30. Сахаров А. Д. О скалярно-тензорной теории гравитации // *Письма в ЖЭТФ*. 1974. Вып. 29. С. 189–191.
31. Pushkin A. V. 'Monstrous moonshine' and Physics // *Proceedings of 2-d International Sakharov Conference on Physics*. Singapore: World Scientific Publ. 1997. P. 316.
32. Pushkin A. V. On properties of the vacuum polarization tensor leading to conformally invariant equations of the general relativity theory // *Proceedings of the Ninth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*. 2002. P. 2047.
33. Пушкин А. В. *Геометродинамика. Программа разработки алгоритмов построения аналитических решений уравнений, описывающих двумерные и трехмерные движения сплошных сред*. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005.
34. Конвей Дж., Слоэн Н. *Упаковки шаров, решетки и группы. Том II*. М.: Мир, 1990.

Статья поступила в редакцию 22.11.2013