

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНЕШНЕТРАЕКТОРНЫХ ПАРАМЕТРОВ

С. И. Герасимов<sup>1,2,3</sup>, В. И. Ерофеев<sup>4</sup>, В. И. Костин<sup>2</sup>, В. А. Кикеев<sup>3</sup>, А. В. Сперанский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саровский физико-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Саров Нижегородской обл.

<sup>2</sup>ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

<sup>3</sup>Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород

<sup>4</sup>Институт проблем машиностроения РАН, г. Нижний Новгород

Применен метод аналитической фотограмметрии, в котором определение элементов ориентирования (внутренних и внешних) снимков и кинематических параметров объекта осуществляется совместным уравниванием по способу наименьших квадратов. В основе метода лежат обобщенные уравнения обратной двойной и прямой фотограмметрических засечек.

*Ключевые слова:* фотограмметрические измерения, аэробаллистические эксперименты.

К внешнетраекторным параметрам движения объекта исследования (ОИ), измеряемым в аэробаллистическом эксперименте, относятся мгновенные значения текущих параметров пространственного положения ОИ в наземной системе опорных геодезических координат испытательного комплекса [1]:

– три линейные координаты  $X_{T_i}, Y_{T_i}, Z_{T_i}$ , определяющие положение центра масс ОИ в наземной системе координат;

– три угловые координаты: угол тангажа  $\vartheta_i$ , угол рыскания  $\psi_i$  и угол собственного вращения  $\gamma_i$ , определяющие ориентацию осей ОИ относительно наземной системы координат.

Исходя из длины волны колебаний ОИ  $\lambda$  (м), на участке свободного полета, на периоде колебаний регистрируется от 4 до 8 положений ОИ с интервалом  $0,4 \lambda - 0,8 \lambda$ .

Получаемая в аэродинамических экспериментах оптическая информация в виде фотоснимков проходит дальнейшую фотограмметрическую и математическую обработку, которая состоит в измерении координат фотоснимков и в пересчете измеряемых величин по заданному алгоритму обработки в искомые значения линейных и угловых координат ОИ.

Формы ОИ: коническая, составная коническая, цилиндроконическая и др.

Скорость движения в свободном полете: от 100 до 4000 м/с;

Для определения параметров пространственного положения ОИ, катапультируемых в свободный полет, применяется метод наземных стереофотограмметрических измерений, в котором задача определения пространственных координат ОИ на траектории решается по результатам измерений стереопар-снимков с изображением ОИ, получаемых в процессе стереофоторегистрации траектории полета ОИ.

Стереофоторегистрация траектории полета ОИ выполняется с использованием специальных измерительных фотокамер и осуществляется посредством импульсной стробоскопической фотосъемки, позволяющей получать на стереопаре снимков мгновенные фотограмметрические изображения ОИ с заданной дискретностью, а решение задачи восстановления пространственных координат ОИ основано на математическом аппарате и практических приемах метода аналитической фотограмметрии с использованием МНК для вычислительной обработки результатов измерений стереопар-снимков.

Для определения параметров пространственного положения ОИ его фотографируют точными измерительными фотокамерами с двух точек пространства (с концов базиса фотографирования  $S_1$  и  $S_2$ ) на два неподвижных фотоснимка. Получаемая пара перекрывающихся фотоснимков (стереопара) обладает рядом неизменных геометрических свойств, называемых проецивными [2], что с учетом геометрической обратимости фотографического процесса позволяет по измеренным величинам на снимках определять шесть параметров, характеризующих пространственное положение ОИ на траектории полета:

- три линейные координаты  $X_T, Y_T, Z_T$  центра масс ОИ;
- три угловые координаты  $\vartheta, \psi, \gamma$  ориентации осей ОИ.

Для определения и представления означенных внешнетраекторных параметров ОИ используются следующие системы пространственных прямоугольных координат:

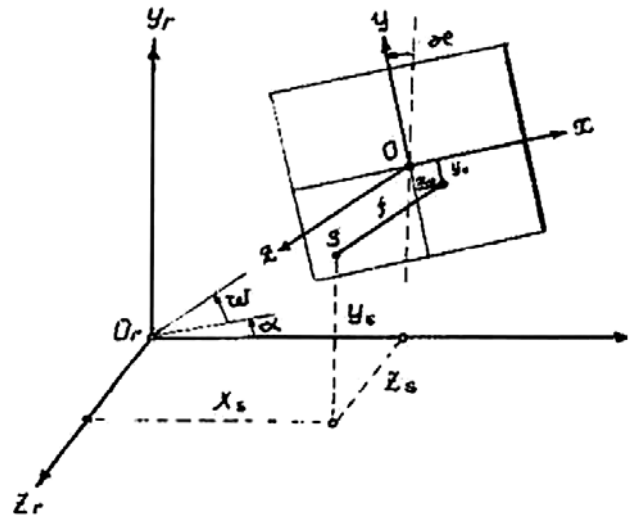
1) Наземная система опорных геодезических координат  $O_r X_r Y_r Z_r$ . Ось  $O_r Y_r$  этой системы вертикальна, ось  $O_r X_r$  лежит в горизонтальной плоскости и ориентирована вдоль оси полета ОИ, а ось  $O_r Z_r$  – вправо от плоскости  $O_r X_r Y_r$ , образуя с первыми двумя осями правую систему координат.

Основное назначение данной системы – использование в качестве единой системы координат для представления внешнетраекторных параметров ОИ путем точного пересчета координат в эту систему из однотипных с ней фотограмметрических систем координат измерительных средств.

Начало наземной системы координат размещается в окрестности точки катапультирования ОИ.

2) Система связанных координат  $TXYZ$  с корпусом ОИ. Ось  $TX$  этой системы направлена по его продольной оси (к носку), являющейся осью симметрии, ось  $TU$  перпендикулярна  $TX$  и находится в вертикальной плоскости стабилизации ОИ, ось  $TZ$  перпендикулярна плоскости  $TXY$  и образует правую систему координат. Начало этой системы – точка  $T$ , совпадает с центром масс ОИ.

Связанная система координат  $TXYZ$  определяется реперными точками, замаркированными на корпусе ОИ по отношению к центру масс. Это дает возможность задавать как положение центра масс ОИ координатами  $X_T, Y_T, Z_T$ , так и ориентацию связанной системы углами  $\vartheta, \psi, \gamma$  относительно наземной системы координат.



Фотограмметрическая система координат и элементы ориентирования фотокамеры (снимка)

Система фотограмметрических координат  $Oxyz$ , которая связана с каждой фотокамерой или, что одно и то же – с фотоснимком, получаемым этой фотокамерой, исходя из положения о том, что снимок занимает определенное место в фотокамере на расстоянии  $f$  от центра проектирования  $S$  объектива фотокамеры (см. рисунок)<sup>1</sup>.

Фотограмметрическая система координат определяется рядами дискретных перекрестий в плоскости выравнивающего стекла фотокамеры, которые впечатываются на фотоснимок в момент экспонирования. Начало системы – точка  $O$ , расположено в центре снимка и совпадает с центральным перекрестием, ось  $Ox$  направлена по группе горизонтально расположенных перекрестий, в направлении движения ОИ, а ось  $Oy$  перпендикулярна к оси  $Ox$  и направлена по группе вертикально расположенных перекрестий. Ось  $Oz$  перпендикулярна к плоскости фотоснимка  $Oxy$  и направлена через центр проектирования  $S$  в сторону объекта съемки, образуя с первыми двумя осями правую систему координат.

Решение задачи определения параметров пространственного положения ОИ основано на проецивных соотношениях метода аналитической фотограмметрии [4, 5] между координатами  $x, y$  изображений соответствующих точек стереопары (опорных геодезических точек или точек на корпусе ОИ), измеряемых в плоской прямоугольной системе фотограмметрических координат  $Oxy$  ка-

<sup>1</sup> Употребление в дальнейшем названия фотограмметрической системы координат, относящегося к фотокамере или к фотоснимку, в данном случае равнозначно.

ждого фотоснимка и координатами этих точек в наземной системе опорных геодезических координат. Эти соотношения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{fX_{\phi} - x_0Z_{\phi}}{Z_{\phi} - f}; \\ y &= \frac{fY_{\phi} - y_0Z_{\phi}}{Z_{\phi} - f}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $X_{\phi}, Y_{\phi}, Z_{\phi}$  – координаты опорных геодезических точек или точек ОИ, получаемых в результате матричных преобразований координат этих точек из наземной системы в фотограмметрическую систему координат, непосредственно связанную с каждой фотокамерой (фотоснимком), т. е.:

– для опорных геодезических точек:

$$\begin{pmatrix} X_{\phi} \\ Y_{\phi} \\ Z_{\phi} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} X_r - X_0 \\ Y_r - Y_0 \\ Z_r - Z_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

– для точек на корпусе ОИ:

$$\begin{pmatrix} X_{\phi} \\ Y_{\phi} \\ Z_{\phi} \end{pmatrix} = B \left( \begin{pmatrix} X_r - X_0 \\ Y_r - Y_0 \\ Z_r - Z_0 \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \right), \quad (3)$$

где  $B$  – матрица направляющих косинусов углового ориентирования фотоснимков ( $\omega, \alpha, \chi$ ) относительно наземной системы координат;  $X_r, Y_r, Z_r$  – координаты опорных геодезических точек (контрольных марок) в наземной системе координат;  $X_0, Y_0, Z_0$  – координаты начала фотограмметрической системы координат в наземной системе;  $A$  – матрица направляющих косинусов углового ориентирования ОИ ( $\vartheta, \psi, \gamma$ ) относительно наземной системы координат;  $X_T, Y_T, Z_T$  – координаты центра масс ОИ в наземной системе координат;  $X, Y, Z$  – координаты реперных точек на корпусе ОИ в связанной системе координат  $TXYZ$ .

Для определения параметров пространственного положения ОИ по его изображениям на стереопаре снимков необходимо знать положение каждого фотоснимка в момент фотографирования ОИ. Величины, характеризующие это положение – элементы ориентирования снимка, разделяются на две группы (см. рисунок):

– элементы внутреннего ориентирования, определяющие положение снимка относительно центра проектирования и служащие для восстановления связок проектирующих лучей, существовавших при стереофоторегистрации. К ним относятся

координаты главной точки  $x_0, y_0$  и фокусное расстояние  $f$ ;

– элементы внешнего ориентирования, определяющие положение связок проектирующих лучей относительно наземной системы геодезических координат; для каждого фотоснимка задаются шестью величинами:

$X_S, Y_S, Z_S$  – координатами центра проектирования  $S$  в наземной системе координат;

$\omega, \alpha, \chi$  – углами ориентации фотограмметрической системы координат  $Oxuz$  относительно наземной системы, где  $\omega$  – угол наклона оптической оси фотокамеры,  $\alpha$  – угол ориентации оптической оси фотокамеры в горизонтальной плоскости,  $\chi$  – угол крена фотокамеры.

Уравнения (1), составленные для точек стереопары-снимков вместе с общими уравнениями преобразования пространственных координат (2) и (3) содержат все необходимые параметры, которые определяют математическую модель стереофотограмметрического метода измерений для определения параметров пространственного положения ОИ в полете.

Определение элементов ориентирования фотоснимков осуществляется аналитически с использованием выражений (2) по совокупности данных, получаемых из измерений координат фотоизображений опорных геодезических точек, а определение параметров пространственного положения ОИ с использованием выражений (3) по совокупности данных, получаемых из измерений фотокоординат реперных точек, замаркированных на корпусе ОИ.

Теоретически для определения элементов внутреннего и внешнего ориентирования стереопары-снимков и параметров пространственного положения ОИ требуется следующий минимум измеряемых точек: пять опорных геодезических точек и три точки, расположенные определенным образом на корпусе ОИ. Практически всегда используется избыточное количество тех и других точек, что позволяет исключать ошибочные точки и в то же время остается достаточное число точек для математической обработки (уравнивания) результатов измерений по методу наименьших квадратов с оценкой точности определяемых параметров.

Маркировка боковой поверхности объекта испытаний должна отвечать требованиям получения при экспонировании на фотоснимках удовлетворительного фотографического и измерительного качества изображения. Для этого в процессе подготовки ОИ к аэродинамическому эксперименту

производится покраска наружной боковой поверхности (корпуса) ОИ в бело-матовый цвет и нанесение (маркировка) реперных и опознавательных знаков черного цвета.

Разметка точек выполняется по поясам, для различных сечений ОИ, симметрично относительно его продольной оси.

Система исходных уравнений (1), составленная для каждой измеренной точки ОИ на  $K$  снимках, нелинейна и практически всегда имеет избыточное число таких измерений. Поэтому после линеаризации данной системы относительно поправок  $\Delta a_m = (\Delta X_{T_i}, \Delta Y_{T_i}, \Delta Z_{T_i}, \Delta \vartheta_i, \Delta \psi_i, \Delta \gamma_i)$  к определяемым параметрам  $a_m$  составляется и решается система так называемых нормальных уравнений, которая в матричном виде будет:

$$\left(D^v\right)^T W D^v \Delta a_m^v + \left(D^v\right)^T W l^v = 0, \quad (4)$$

где  $D$  – матрица (6×6) частных производных по определяемым параметрам  $a_m$ ;  $\Delta a_m$  – матрица-столбец (1×6) из неизвестных поправок к параметрам пространственного положения СИ;  $l$  – матрица-столбец (1 6) из отклонений;  $T$  – индекс транспонирования.

Из решения системы (4) находятся поправки  $\Delta a_m$ :

$$a_m^{v+1} = a_m^v + \Delta a_m^v. \quad (5)$$

Если уточненные параметры еще не удовлетворяют условию (4) при заданном допуске  $|\Phi^v - \Phi^{v-1}| \leq 10^{-5}$ , то итеративный процесс продолжается; с использованием вычисленных по формуле (5) значений определяемых параметров вычисляют новые значения  $x_i^p, y_i^p, \Delta x_i, \Delta y_i, D, \Delta a_m^{v+2}, \Delta a_m^{v+3}, \dots$  и т. д. и определяют новые поправки.

Обращение матрицы нормальных уравнений позволяет оценить точность стереофотограмметрического определения внешнетраекторных параметров ОИ, так как диагональные элементы этой матрицы являются дисперсиями случайных величин  $\sigma a_m$ , значения которых зависят от характеристик случайных погрешностей измерений координат фотоснимков и от объема используемой при расчетах измерительной информации.

Таким образом, после уравнивания стереофотограмметрических измерений находятся среднеквадратические погрешности вычисленных параметров  $a_m$ :

$$\sigma a_m = \sigma_x \times \sqrt{\left(G_{mm}^v\right)^{-1}}. \quad (6)$$

Здесь  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\Phi^v}{N-m}}$  – ошибка единицы веса, где  $\Phi$  – значение функционала после конечного приближения;  $N$  – общее число измерений;  $m$  – число определяемых параметров пространственного положения ОИ;  $G^{-1} = \left(D^T W D\right)^{-1}$  – корреляционная матрица, обратная матрице нормальных уравнений.

## Список литературы

1. Герасимов С. И., Файков Ю. И., Холин С. А. Кумулятивные источники света. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ. Изд. 2, 2012.
2. Лобанов А. Н., Бруевич П. Н. Наземная стереофотограмметрическая съемка // Итоги науки. Геодезия и аэросъемка. М.: ВИНТИ АН СССР, 1975.
3. Мельников А. А. Фотограмметрический метод определения пространственных координат // Приборы точной механики и технологии приборостроения. 1972. Вып. 2.

Статья поступила в редакцию 03.12.2013