

## К ПРОБЛЕМЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПО НАПРАВЛЯЮЩЕЙ РАКЕТНОГО ТРЕКА

С. В. Бутова<sup>1,2</sup>, С. И. Герасимов<sup>1,2,3</sup>, В. И. Ерофеев<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Саровский физико-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Саров Нижегородской обл.

<sup>2</sup>ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

<sup>3</sup>Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, г. Нижний Новгород

<sup>4</sup>Институт проблем машиностроения РАН, г. Нижний Новгород

При постановке высокоскоростных экспериментов на ракетном треке ВНИИЭФ в некоторых случаях движение ракетных поездов сопряжено с развитием колебаний в поперечном направлении, приводящих к износу рабочих поверхностей и в некоторых случаях разрушению опорных башмаков ступени, повреждению рельсовых направляющих ракетного трека.

В данной работе сделана попытка математически смоделировать движение высокоскоростных поездов по направляющим ракетного трека ВНИИЭФ на простейших моделях объекта, таких как двухмассовый осциллятор и двухопорный объект (упрощенный вариант ступени ракетного поезда). Рассмотрена устойчивость поперечного движения высокоскоростных объектов по направляющей ракетного трека РФЯЦ-ВНИИЭФ. Показаны зависимости динамической жесткости рельсовой направляющей в движущемся контакте от скорости движения объекта и частоты возмущения. Определены области неустойчивости поперечного движения двухмассового осциллятора и двухопорного объекта. Проведен анализ расчетных и экспериментальных данных.

*Ключевые слова:* ракетный трек, область неустойчивости, поперечное движение, динамическая жесткость.

При постановке высокоскоростных экспериментов на ракетном треке ВНИИЭФ в некоторых случаях движение ракетных поездов сопряжено с развитием колебаний в их поперечном направлении, приводящих к износу рабочих поверхностей и разрушению опорных башмаков ступени, повреждению рельсовых направляющих ракетного трека [1]. Аналогичные проблемы имеют место и при проведении испытаний на ракетных треках США [2].

При проведении испытаний на ракетном треке со скоростями разгона более  $1300 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  были замечены явления, приводящие к серьезным разрушениям объектов испытаний и рельсовых направляющих. После некоторых аварийных экспериментов на рельсовых направляющих были обнаружены остаточные волнообразные деформации в горизонтальной плоскости амплитудой до 2,5 мм.

То есть в рельсовой направляющей под действием боковых нагрузок могут возникать изгибно-крутильные колебания.

В Институте машиноведения РАН (ныне Институт проблем машиностроения РАН) под руководством А. И. Весницкого была разработана кинематика волн в упругих системах с движущимися нагрузками. С использованием предложенных подходов в РФЯЦ-ВНИИЭФ была разработана методика анализа изгибно-крутильных колебаний рельсовой направляющей, состоящая в следующем.

Основываясь на уравнениях движения малых изгибно-крутильных колебаний

$$\left. \begin{aligned} EI_y z_{\text{H}}^{IV} + \rho F \ddot{z}_{\text{H}} + y_s \rho F \ddot{\phi}_{\text{H}} + H_z z_{\text{H}} &= 0; \\ EI_{\phi} \phi_{\text{H}}^{IV} + G I_{\text{к}} \phi_{\text{H}}'' + \bar{I}_p \ddot{\phi}_{\text{H}} + y_s \rho F \ddot{z}_{\text{H}} + H_{\phi} \phi_{\text{H}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $E, \text{Н/м}^2$  – модуль упругости;  $G, \text{Н/м}^2$  – модуль сдвига;  $I_y, I_z, I_k, \text{м}^4$  – изгибные и крутильный моменты инерции сечения направляющей;  $\rho, \text{кг/м}^3$  – плотность материала направляющей;  $F, \text{м}^2$  – площадь поперечного сечения направляющей;  $y_s, \text{м}$  – расстояние между центром масс и центром изгиба сечения направляющей;  $I_\phi$  – секториальный момент инерции поперечного сечения направляющей;  $z_n$  – горизонтальное отклонение направляющей;  $\phi_n$  – угол поворота поперечного сечения направляющей вокруг оси  $z$ ;  $\bar{I}_p, \text{кг}\cdot\text{м}$  – погонный момент инерции направляющей;  $H_z, \text{Н/м}^2$  – погонная жесткость упругого основания в направлении оси  $z$ ;  $H_\phi, \text{Н/рад}$  – погонная жесткость упругого основания в направлении угла  $\phi$ ;  $\phi_n''$  – вторая производная  $\phi_n$  по  $x$ ;  $\ddot{\phi}_n$  – вторая производная  $\phi_n$  по  $t$ ;  $z_n^{IV}, \phi_n^{IV}$  – четвертая производная по  $t$  параметров  $z_n$  и  $\phi_n$  соответственно, можно получить дисперсионное уравнение, связывающее частоты изгибно-крутильных колебаний с их волновыми числами и удовлетворяющее условию равенства фаз возбуждаемых волн в направляющей в системе координат, связанной с движущимся со скоростью  $V_x$  объектом. Это условие имеет вид:

$$\omega_z - K_z V_x = \Omega_z, \quad (2)$$

где  $\Omega_z, \omega_z, 1/\text{с}$  – круговая частота колебаний, угловая скорость;  $K_z$  – волновое число, и в теории волн известно как кинематический инвариант [3].

Решение этого уравнения может быть представлено на дисперсионной плоскости. Параболы представляют собой графический портрет направляющей, а наклонная прямая – движущийся по ней объект (рис. 1).

Для сравнения параметров колебаний рельсовой направляющей, имевших место в эксперименте и зафиксированных в виде остаточных деформаций, с расчетными необходимо знать частоту воздействия на рельсовую направляющую в эксперименте. Определить частоту воздействия можно следующим образом.

На дисперсионной плоскости в координатах круговая частота – волновое число, где рельсовая направляющая представлена четырьмя симметричными относительно координатных осей кривыми, проведена прямая, представляющая кинематический инвариант, по скоростному параметру соответствующий движущейся ступени ракетного поезда, а по волновой картине согласующийся с полученными экспериментальными данными. Опорными величинами при проведении прямой кинематического инварианта будем считать  $k_1 = 1,96 \text{ м}^{-1}$  (волновое число, соответствующее расстоянию между опорными башмаками движущегося объекта) и угол наклона прямой, соответствующий скорости  $V_x = 1000 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  (скорость объекта в момент аварии) (рис. 2). Пересечение прямой кинематического инварианта с осью ординат дает значение частоты воздействия на рельсовую направляющую, имевшей место в эксперименте,  $\Omega = 620 \text{ с}^{-1}$  (см. рис. 1).

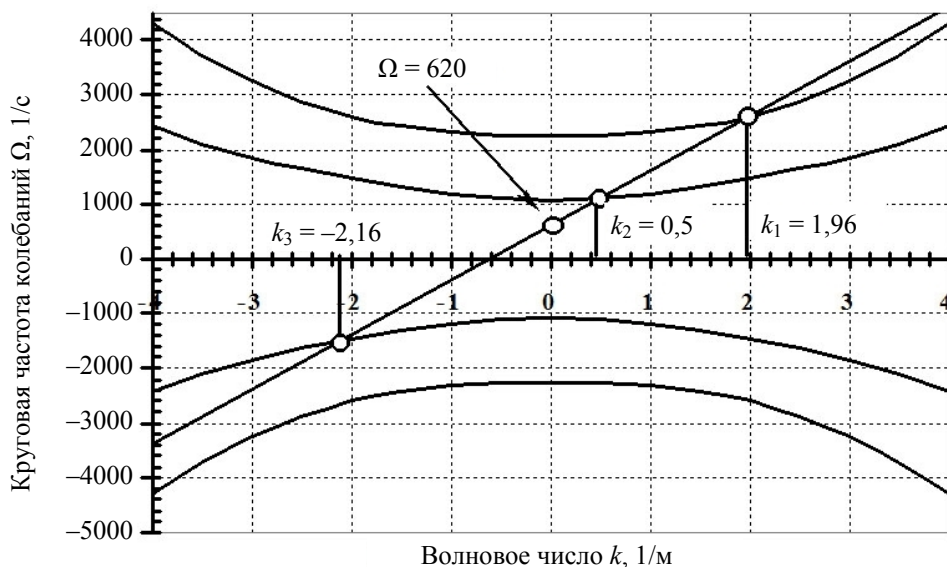


Рис. 1. Дисперсионная плоскость

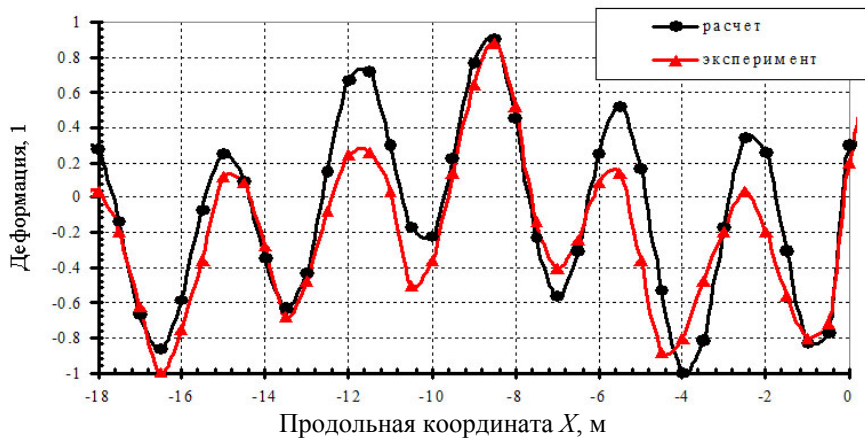


Рис. 2. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по деформации рельсовой направляющей

На рис. 2 приведена зависимость отклонений головки рельсовой направляющей от продольной координаты в связанной со ступенью системе координат (начало координат совмещено с точкой контакта переднего башмака с рельсовой направляющей).

На расчетную зависимость наложена зависимость измеренных остаточных деформаций от продольной координаты (см. рис. 2). Наложение выполнено таким образом, чтобы совпала основная часть кривой. Обе зависимости пронормированы относительно их максимальных значений. Расчетная и экспериментальная зависимости удовлетворительно согласуются по амплитуде, длине волны и фазе. Это является подтверждением развития в рельсовой направляющей изгибно-крутильных колебаний и правильности принятой математической модели.

Возникновение упомянутых колебаний обусловлено возмущениями, вызываемыми объектом, движущимся по упругой направляющей. Динамическое воздействие движущегося объекта на направляющую вызывает в ней колебания в виде бегущих волн.

Рассматриваемые колебания могут быть неустойчивы вследствие аномального эффекта Доплера [4, 5], который имеет место при движении объекта со скоростью, превышающей фазовую скорость возбуждаемой им волны. В этом случае излучаемая волна увеличивает энергию поперечных колебаний объекта, уменьшая при этом энергию, обеспечивающую движение его вдоль направляющей [5]. Существенное влияние на развитие поперечных колебаний высокоскоростных объектов оказывает динамическая жесткость в движущемся контакте рельсовых направляющих ракетного трека. В настоящее время разработаны методы определения динамической жесткости в движущемся контакте для распределенных упругих систем, в частности, в работах Метрикина А. В. и Веричева С. Н. [5, 6].

В качестве простейшей модели движущегося объекта рассмотрим двухмассовый осциллятор, равномерно движущийся вдоль упругой направляющей, расположенной на вязко-упругом основании. Малая масса  $m$  находится в безотрывном контакте с головкой рельсовой направляющей. Большая масса  $M$  связана с малой массой  $m$  упругой связью  $h_z$  и вязким демпфером  $\varepsilon$  (рис. 3).

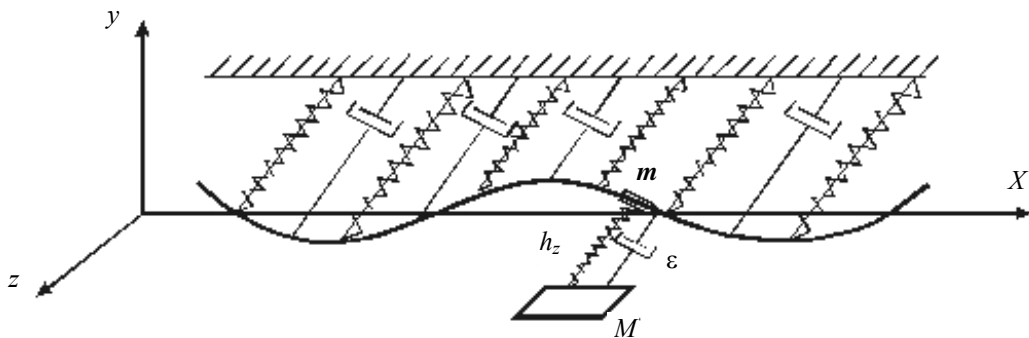


Рис. 3. Равномерное безотрывное движение двухмассового осциллятора вдоль направляющей, лежащей на вязко-упругом основании

Колебания направляющей в горизонтальной плоскости имеют изгибно-крутильный характер и описываются уравнениями Бернулли – Эйлера:

$$\left. \begin{aligned} \rho F \ddot{z} + EI_y z^{IV} + H_z z + \nu_z \dot{z} + \rho F y_s \dot{\phi} = \\ = -\delta(X - Vt) \left[ m \frac{d^2 z^0}{dt^2} + h_z (z^{01} - z^{02}) + \varepsilon_z \frac{d}{dt} (z^{01} - z^{02}) \right], \\ \rho I_p \ddot{\phi} + EI_\phi \phi^{IV} - GI_k \phi'' + H_\phi \phi + \nu_\phi \dot{\phi} + \rho F y_s \ddot{z} = \\ = -\delta(X - Vt) y_c \left[ m \frac{d^2 z^0}{dt^2} + h_z (z^{01} - z^{02}) + \varepsilon_z \frac{d}{dt} (z^{01} - z^{02}) \right], \\ M \frac{d^2 z^{02}}{dt^2} + h_z (z^{02} - z^{01}) + \varepsilon_z \frac{d}{dt} (z^{02} - z^{01}) = 0, \\ z^{01}(t) = z(x - Vt, t) + y_b \phi(x - Vt, t), \quad \lim_{(x-Vt) \rightarrow \infty} z(x, t) = 0, \quad \lim_{(x-Vt) \rightarrow \infty} \phi(x, t) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $M$ , кг – масса движущегося объекта;  $m$ , кг – масса опорного башмака;  $y_b$ , м – расстояние между центром изгиба и осью действия нагрузки;  $\nu_y, \nu_z, \nu_\beta$  – вязкость основания в направлении осей  $y, z$  и угла  $\beta$ ;  $z^{01}, z^{02}$  – горизонтальные отклонения масс  $m$  и  $M$  осциллятора соответственно;  $z(x, t), \phi(x, t)$  – поперечное смещение направляющей и угол поворота ее сечения вокруг оси  $x$ ;  $h_z, \varepsilon_z$  – жесткость упругой связи и вязкость демпфера осциллятора;  $\delta$  – дельта-функция Дирака.

Математическая постановка задачи о взаимодействии движущегося объекта с упругой направляющей содержит уравнения в частных производных, описывающие изгибно-крутильные колебания направляющей и уравнение колебаний движущегося объекта. Эти уравнения динамически связаны в движущейся точке контакта. Для описания динамических условий в контакте в правую часть уравнений упругой направляющей вводится обобщенная дельта-функция Дирака, описывающая положение движущегося объекта и вследствие этого зависящая как от времени, так и от пространственной переменной. Веричевым С. Н. [5] предложена методика исследования подобных уравнений, состоящая во введении движущейся системы отсчета, в которой дельта-функция перестает зависеть от времени, в применении интегральных преобразований Фурье по пространственным переменным и Лапласа по времени, позволяющих перейти от системы дифференциальных уравнений в частных производных к системе

алгебраических уравнений и в итоге получить характеристическое уравнение для колебаний объекта, движущегося по упругой направляющей.

Характеристическое уравнение рассматриваемой колебательной системы, полученное с помощью предложенной методики, имеет вид:

$$\begin{aligned} & (-m\Omega^2 + h_z + i\varepsilon_z \Omega + \chi_z(\Omega, V)) \times \\ & \times (-M\Omega^2 + h_z + i\varepsilon_z \Omega) - (h_z + i\varepsilon_z \Omega)^2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Подынтегральная функция в выражении горизонтальной жесткости направляющей представляют собой дробь, в знаменателе которой стоит полином восьмой степени. Согласно теории вычетов результат вычисления такого интеграла может быть записан в виде [7]:

$$\chi_z(\Omega, V) = D_0 \times \left( i \sum_{n=1}^8 \frac{A_z(\Omega, k_n) - y_b C_z(\Omega, k_n)}{\left. \frac{\partial}{\partial k} (A_z(\Omega, k) B_z(\Omega, k) - C_z^2(\Omega, k)) \right|_{k=k_n}} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где  $k_n$  – корни уравнения  $A_z(\Omega, k) B_z(\Omega, k) - C_z^2(\Omega, k) = 0$ , лежащие в верхней полуплоскости комплексного переменного  $k$ .

Динамическая жесткость направляющей, лежащей на упруго-вязком основании, эквивалентна реакции сосредоточенного элемента, динамическая жесткость которого является комплекснозначной функцией частоты возмущения и скорости движения объекта. Действительная часть динамической жесткости отражает упруго-инерционные свойства реакции направляющей, а мнимая – вязкостные. Положительная мнимая часть динамической жесткости отражает демпфирующие свойства реакции направляющей в движущемся

контакте. Наличие отрицательной вязкости в движущемся контакте является необходимым условием возникновения неустойчивости колебаний движущегося по направляющей объекта [6].

Для направляющей ракетного трека ВНИИЭФ проведен расчет по выражению (3) динамической жесткости в движущемся контакте. Результаты расчета приведены на рис. 4 и 5.

Параметры, характеризующие движение высокоскоростного объекта варьировались в пределах:

- скорость движения  $V - 0-3000 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ;
- круговая частота колебаний  $\Omega - 0-6000 \text{ с}^{-1}$ .

Результаты расчета действительной и мнимой составляющих динамической жесткости направляющей в движущемся контакте представлены в виде зависимостей  $\text{Re}\chi_z(V, \Omega)$ ,  $\text{Im}\chi_z(V, \Omega)$  на рис. 4 и 5.

В области А мнимая составляющая динамической жесткости направляющей в направлении оси Z

$\text{Im}(\chi_z)$  отрицательна, т. е. выполняется необходимое условие возникновения неустойчивости. Для выявления его достаточности необходимо проанализировать корни характеристического уравнения (5). Горизонтальные колебания двухмассового осциллятора будут неустойчивыми, если хотя бы один из корней будет иметь положительную действительную часть. Однако уравнение (5) является интегральным по отношению к переменной  $\Omega$  и найти его корни непросто. Поэтому для исследования корней таких уравнений используют метод  $D$ -разбиения [5], идея которого состоит в отображении мнимой оси комплексной плоскости  $i\Omega$  на плоскость системного параметра, который временно будет рассматриваться как комплексный. Закон отображения можно определить из характеристического уравнения, выразив выбранный параметр явно.

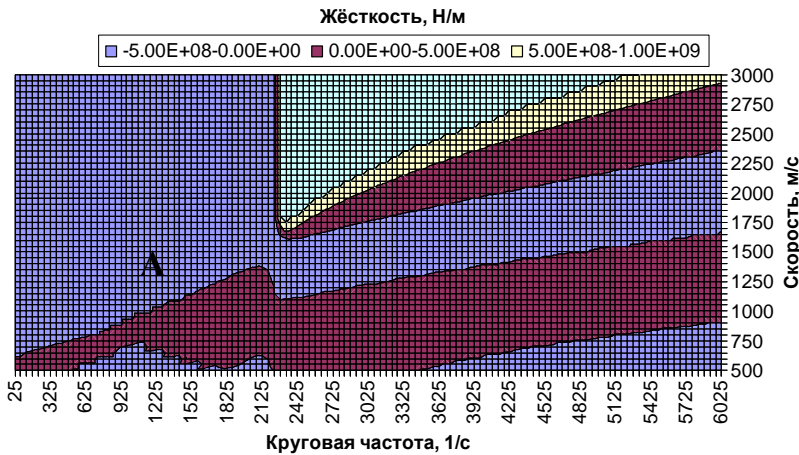


Рис. 4. Проекция зависимостей действительной составляющей динамической жесткости направляющей в направлении оси Z  $\text{Re}(\chi_z)$  на плоскость параметров – частота – скорость

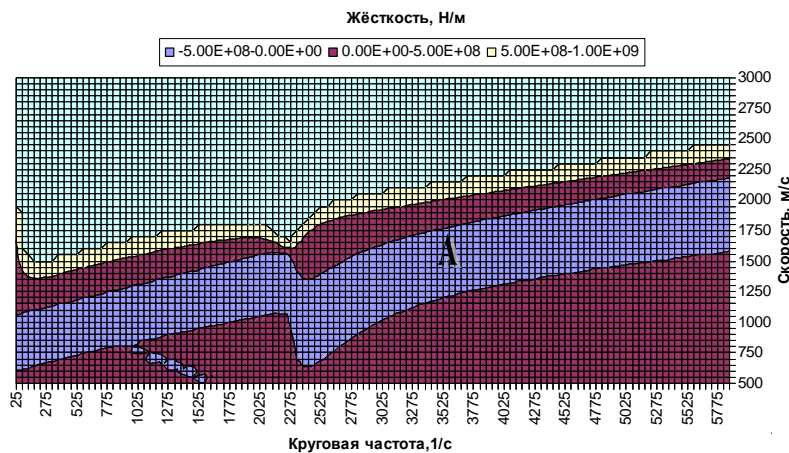


Рис. 5. Проекция зависимостей мнимой составляющей динамической жесткости направляющей в направлении оси Z  $\text{Im}(\chi_z)$  на плоскость параметров – частота – скорость

Наиболее существенное влияние на устойчивость поперечного движения двухмассового осциллятора оказывает жесткость упругой связи между массами осциллятора  $h_z$ , которую можно явно выразить из уравнения (5)

$$h_z = \frac{M\Omega^2(m\Omega^2 - \chi_z)}{(M+m)\Omega^2 - \chi_z} - \varepsilon_z \Omega i, \quad (7)$$

Используя уравнение (7) как закон отображения, можно проварьировать  $\Omega$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  и построить зависимости  $\text{Im} \chi_z(\text{Re} \chi_z)$ . Полученная с помощью данного отображения линия разделяет пространство параметров на области с различным числом корней характеристического уравнения (5), имеющих положительную действительную часть.

Для двух типов осцилляторов, моделирующих движение по направляющей ракетного трека РФЯЦ-ВНИИЭФ монорельсовых высокоскорост-

ных объектов, проведены расчеты в диапазонах скоростей движения  $500\text{--}2000 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  и круговых частот воздействия  $\pm 6000 \text{ с}^{-1}$ . Результаты расчетов представлены на рис. 6 и 7.

На рис. 6 и 7 показаны границы областей неустойчивости поперечного движения в направлении оси  $Z$  осцилляторов, моделирующих высокоскоростные объекты, с которыми были проведены испытания на ракетном треке РФЯЦ-ВНИИЭФ. Если значки, отображающие объекты, находятся выше верхней границы или ниже нижней, то движение таких объектов устойчиво, в противном случае – неустойчиво. На рис. 6 значки, отображающие эксперименты с объектами массой 200 кг при скоростях движения  $1080\text{--}1480 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ , расположены выше верхней границы области неустойчивости. Все реальные эксперименты с этими объектами были зачетными, аварийных опытов



Рис. 6. Границы области неустойчивости поперечного движения в направлении оси  $Z$  осциллятора, моделирующего высокоскоростной объект ( $M = 200 \text{ кг}$ ,  $m = 6 \text{ кг}$ ,  $\varepsilon = 300 \text{ Н}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^{-1}$ )

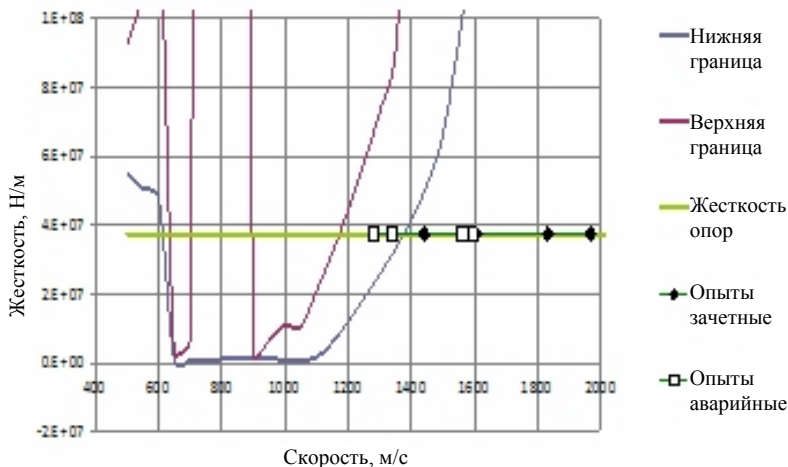


Рис. 7. Границы области неустойчивости поперечного движения в направлении оси  $Z$  осциллятора, моделирующего высокоскоростной объект ( $M = 50 \text{ кг}$ ,  $m = 4 \text{ кг}$ ,  $\varepsilon = 100 \text{ Н}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^{-1}$ )

не было. На рис. 7 значки, отображающие эксперименты с объектами массой 50 кг при скоростях движения 1280–1340 м·с<sup>-1</sup>, расположены выше нижней и ниже верхней границ области неустойчивости, т. е. в области неустойчивости. Эти эксперименты были аварийные. Сложнее обстоит дело с областью устойчивости, находящейся ниже нижней границы неустойчивости. При скоростях движения объектов 1440 и 1830–1970 м·с<sup>-1</sup> обеспечивается устойчивость их поперечного движения. При скоростях 1560 и 1600 м·с<sup>-1</sup> эксперименты завершились аварийно, хотя при той же скорости 1600 м·с<sup>-1</sup> имеется и зачетный эксперимент. Возможно, причиной этих аварий является не неустойчивость, а, например, резонанс. В заключение необходимо отметить, что результаты проведенных исследований устойчивости движения высокоскоростных объектов по упругим направляющим удовлетворительно согласуются с результатами экспериментов, хотя отдельные режимы движения объектов требуют дополнительной проработки.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-08-97103-Рповолжье-А).

### Список литературы

1. Камчатный В. Г. Особенности динамики взаимодействия высокоскоростных объектов с рельсовой направляющей // Сборник докладов

научной конференции Волжского регионального центра РАН «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения». Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2000 г.

2. James L. Lamb. Critical Velocities for Rocket Sled Excitation of Rail Resonance // JOHNS HOPKINS APL TECHNICAL DIGEST. 2000. Vol. 21, N 3.

3. Болдин В. П., Сьянов С. А. Кинематика волн в упругих системах с движущимися нагрузками и закреплениями: Препринт. Горьковский филиал института машиноведения АН СССР, 1990.

4. Метрыкин А. В. Неустойчивость поперечных колебаний объекта, равномерно движущегося вдоль упругой направляющей, как следствие аномального эффекта Доплера // Акустический журнал. 1994. Т. 40, № 1.

5. Веричев С. Н. Неустойчивость колебаний осциллятора, движущегося вдоль упругой направляющей // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук. Нижегородский филиал института машиноведения им. А. А. Благонравова. Нижний Новгород. 2001.

6. Веричев С. Н., Метрыкин А. В. К вопросу о динамической жесткости одномерных упругих систем в точке взаимодействия с движущимся объектом // Сборник научных трудов «Испытания материалов и конструкций». Нижний Новгород: Изд-во общества «Интелсервис», 2000.

7. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1967.

Статья поступила в редакцию 03.12.2013