

## АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА АКТИВНОЙ И ПАССИВНОЙ СРЕД

С. Е. Куратов, А. Ю. Микулин

ФГУП ВНИИА им. Н. Л. Духова

Рассмотрено развитие неустойчивости на границе раздела активной и пассивной сред. Найден асимптотический вид интеграла столкновений и определены границы применимости уравнений гидродинамики. С использованием теории потенциальных течений найден инкремент роста малых возмущений границы раздела. Полученные результаты использованы для оценки вклада данной неустойчивости в развитие некоторых известных физических процессов.

*Ключевые слова:* интеграл столкновений, гидродинамическое приближение, потенциальные течения.

### Введение

Суть рассматриваемой в данной работе неустойчивости заключается в развитии малых возмущений на границе раздела активной и пассивной сред. Активная среда – вещество, в котором происходят реакции с образованием высокоэнергичных частиц. Данные частицы тормозятся в обеих средах, вызывая появление силы, действующей в области вблизи границы раздела.

Для анализа данной неустойчивости в работе был использован гидродинамический подход. С помощью метода Чепмена–Энскога определены условия, при выполнении которых этот подход правомерен.

Был дан перечень некоторых известных на данный момент физических процессов, в которых развитие рассмотренной неустойчивости может играть роль и оценен ее вклад в каждый из этих процессов.

### Обоснование гидродинамического приближения

Из кинетической теории известно [1], что равновесному состоянию, при котором интеграл столкновений Больцмана обращается в нуль, отвечает максвелловская функция распределения. При взаимодействии частиц пассивной среды с быстрыми продуктами реакций их функция распределения перестает быть максвелловской. Оценим поправку к ней с помощью метода Чепмена–Энскога.

Рассмотрим самый «неравновесный» вариант данной задачи: система состоит из легкой пассивной среды и тяжелой активной среды, в которой происходит образование быстрых и тяжелых продуктов реакции.

Уравнение Больцмана для функции распределения легких частиц выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial f_L}{\partial t} + \vec{v}_L \frac{\partial f_L}{\partial \vec{r}} + \vec{F}_L \frac{\partial f_L}{\partial \vec{p}} = I_{st}(f_L, f_L) + I_{st}(f_L, f_A) + I_{st}(f_L, f_H). \quad (1)$$

Здесь  $f_L$  – функция распределения легких частиц;  $f_H$  – функция распределения тяжелых частиц;  $f_A$  – функция распределения продуктов реакции;  $I_{st}(f_a, f_b) = \iint d\vec{p}_a d\sigma_{ab} v_{ab} \{ f'_a f'_b - f_a f_b \}$  – интеграл столкновения Больцмана.

Исключим  $I_{st}(f_L, f_H)$ , ибо на данном этапе мы пренебрегаем диффузией и считаем, что внутри пассивной среды нет частиц активной среды. Уравнение (1) тогда примет следующий вид:

$$\frac{\partial f_L}{\partial t} + \bar{v}_L \frac{\partial f_L}{\partial \bar{r}} + \bar{F}_L \frac{\partial f_L}{\partial \bar{p}} = [I_{st}(f_L, f_L) + I_{st}(f_L, f_A)].$$

Применим метод Чепмена–Энскога [2].

Для распределений, слабо отличающихся от равновесных, допустимо представление функции распределений в виде функционального ряда

$$f_L = f_L^{[0]} + f_L^{[1]} + f_L^{[2]} + \dots$$

При этом считаем, что  $f_L^{[0]} \gg f_L^{[1]} \gg f_L^{[2]} \gg \dots$

Первую поправку к функции распределения легких частиц запишем в виде

$$f^{[1]} = f^{[0]} \varphi, \quad \varphi \ll 1.$$

В соответствии с работой [2] получаем

$$\begin{aligned} f_L^{[0]} \left\{ \bar{V}_L \frac{\partial \ln T_L}{\partial \bar{r}} \left[ \frac{m_L V_L^2}{2kT_L} - \frac{5}{2} \right] + \frac{m_L}{kT_L} \left( V_{L,i} V_{L,k} - \frac{1}{3} \delta_{ik} V_L^2 \right) \frac{\partial v_{0,L,i}}{\partial r_k} + \frac{1}{kT_L} (\bar{V}_L, \bar{F}) \right\} = \\ = \int d\bar{p}_{L,1} |\bar{V}_L - \bar{V}_{L,1}| d\sigma f_L^{[0]}(\bar{V}_L) f_L^{[0]}(\bar{V}_{L,1}) \left[ \varphi(\bar{V}_L') + \varphi(\bar{V}_{L,1}') - \varphi(\bar{V}_L) - \varphi(\bar{V}_{L,1}) \right] + \\ + I_{st}(f_L^{[0]}, f_A). \end{aligned} \quad (2)$$

При выводе левой части (2) учтено появление в уравнениях гидродинамики силы

$$\bar{F} = \frac{1}{n_L} \int I_{st}(f_L^{[0]}, f_A) m_L (\bar{v}_L - \bar{v}_{0,L}) d\bar{p}_L.$$

Представим  $\varphi$  в виде суммы  $\varphi_1, \varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Функции  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  представляют собой известные решения – поправки к функции распределения легких частиц, обусловленные неоднородностью их температуры и средней массовой скорости. При этом сумма решений  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  удовлетворяет уравнению (2) без

$I_{st}(f_L^{[0]}, f_A)$  и  $\frac{f_L^{[0]}}{kT_L}(\bar{V}_L, \bar{F})$ . Опираясь на это, выпишем уравнение для определения  $\varphi_1$ :

$$\begin{aligned} \int d\bar{p}_{L,1} |\bar{V}_L - \bar{V}_{L,1}| d\sigma f_L^{[0]}(\bar{V}_L) f_L^{[0]}(\bar{V}_{L,1}) \left[ \varphi_1(\bar{V}_L') + \varphi_1(\bar{V}_{L,1}') - \varphi_1(\bar{V}_L) - \varphi_1(\bar{V}_{L,1}) \right] + \\ + I_{st}(f_L^{[0]}, f_A) = \frac{f_L^{[0]}}{kT_L}(\bar{V}_L, \bar{F}). \end{aligned} \quad (3)$$

Найдем вид интеграла столкновений  $I_{st}(f_L^{[0]}, f_A)$ .

Рассмотрим влетающий в легкую среду один плоский слой продуктов реакции. Скорости всех входящих в него частиц одинаковы по модулю и направлению. Считая известным закон изменения импульса продуктов реакции со временем (так называемое приближение непрерывного замедления [3]), перейдем в систему отсчета, связанную с ними. Тогда при столкновении тяжелого продукта реакции с легкой частицей импульс последней не изменяется по абсолютной величине. В рассматриваемой системе отсчета напишем выражение для максвелловской функции распределения легких частиц.

$$f_L^{[0]}(\bar{p}_L) = \frac{n_L}{(2\pi m_L kT_L)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{(\bar{p}_L + m_L \bar{v}_A(t))^2}{2m_L kT_L}\right),$$

где  $\bar{v}_A(t)$  – скорость продуктов реакции в лабораторной системе координат;  $\bar{p}_L$  – импульс легкой частицы в системе, связанной с продуктами реакции.

Для рассеянных легких частиц функция распределения имеет вид

$$f_L^{[0]}(\vec{p}'_L) = \frac{n_L}{(2\pi m_L kT_L)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{(\vec{p}'_L + m_L \vec{v}_A(t))^2}{2m_L kT_L}\right),$$

где  $\vec{p}'_L = \mu_{LA} \cup_{LA} \vec{n}' + \frac{m_L}{m_L + m_A} (\vec{p}_L + \vec{p}_A)$ .

В пределе  $m_A \gg m_L$  имеем  $\vec{p}'_L = p_L \vec{n}'$ .

В рассматриваемой системе отсчета продукты реакции «стоят». Тогда  $\int d\vec{p}_A f_A = \int d\vec{p}_A f'_A = n_A$ . В предположении изотропного и не зависящего от относительной скорости сталкивающихся частиц сечения рассеяния  $\sigma_{AL}$  (случай столкновения «твердых шаров») интеграл столкновений Больцмана принимает следующий вид:

$$I_{st}(f_L^{[0]}, f_A) = n_A \cup_L \sigma_{AL} \int \frac{d\Omega_{\vec{n}'}}{4\pi} (f_L^{[0]}(\vec{p}'_L) - f_L^{[0]}(\vec{p}_L)).$$

Вычисления приводят к следующему выражению:

$$I_{st} = \frac{n_L n_A \sigma_{AL}}{(2\pi m_L kT_L)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{p_{L,C}^2 + m_L^2 v_A^2(t)}{2m_L kT_L}\right) \left[ \frac{kT_L}{m_L v_A(t)} \sinh\left(\frac{p_{L,C} v_A(t)}{kT_L}\right) - \frac{p_{L,C}}{m_L} \exp\left(-\frac{p_{L,C} v_A(t) \cos \Psi_C}{kT_L}\right) \right], \quad (4)$$

где  $\Psi_C$  – угол между скоростями легкой частицы и продукта реакции.

От этого выражения легко перейти к интегралу столкновений в лабораторной системе отсчета путем замены в (4)

$$\vec{p}_C = \vec{p}_{lab} - m \vec{v}_A(t), \quad \vec{r}_C = \vec{r}_{lab} - \int \vec{v}_A(t) dt, \quad \cos \Psi_C = \frac{p_{lab} \cos \Psi_{lab} - m_L v_A(t)}{\sqrt{p_{lab}^2 - 2p_{lab} m_L v_A(t) \cos \Psi_{lab} + m_L^2 v_A^2(t)}}.$$

В результате получаем:

$$I_{st} = \frac{n_{L,lab} n_{A,lab} \sigma_{AL}}{(2\pi m_L kT_L)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{p_{L,lab}^2 - 2m_L p_{L,lab} v_A(t) \cos \Psi_{lab} + 2m_L^2 v_A^2(t)}{2m_L kT_L}\right) \times \\ \times \left[ \frac{kT_L}{m_L v_A(t)} \sinh\left(\frac{v_A(t) \sqrt{p_{L,lab}^2 - 2m_L p_{L,lab} v_A(t) \cos \Psi_{lab} + m_L^2 v_A^2(t)}}{kT_L}\right) - \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{p_{L,lab}^2 - 2m_L p_{L,lab} v_A(t) \cos \Psi_{lab} + m_L^2 v_A^2(t)}}{m_L} \exp\left(-\frac{v_A(t) (p_{L,lab} \cos \Psi_{lab} - m_L v_A(t))}{kT_L}\right) \right]. \quad (5)$$

Далее везде работаем в лабораторной системе отсчета, поэтому в (5) опускаем индексы «lab». Оценим  $\phi_1$ , обусловленное интегралом столкновений легких частиц с продуктами реакции.

Воспользуемся асимптотическим видом интеграла столкновений (5) при больших  $v_A(t)$ :

$$I_{st} \sim f_L^{[0]} n_A \sigma_{LA} v_A(t). \quad (6)$$

Обобщение формулы (6) на случай взаимодействия с протяженным пучком продуктов реакции было получено путем его рассмотрения данного пучка в виде последовательности плоских слоев

$$I_{st,tot} \sim f_L^{[0]} \sigma_{LA} Q, \quad (7)$$

где  $Q$  – плотность потока продуктов реакции.

Чтобы найти  $\vec{F} = \frac{1}{n_L} \int I_{st} (f_L^{[0]}, f_A) m_L (\vec{v}_L - \vec{v}_{0,L}) d\vec{p}_L$ , вновь рассмотрим интеграл столкновений в виде (4). Тогда

$$\vec{F} = -\frac{1}{n_L} \int m_L \vec{v}_L \frac{n_L n_A \sigma_{AL}}{(2\pi m_L k T_L)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{p_L^2 + m_L^2 v_A^2(t)}{2m_L k T_L}\right) \frac{p_L}{m_L} \exp\left(-\frac{p_L v_A(t) \cos \Psi}{k T_L}\right).$$

Вычисление данного интеграла в приближении  $v_A \gg \sqrt{\frac{k T_L}{m_L}}$  приводит к следующему выражению для силы:

$$F = 2\sqrt{2} m_L v_A^2 n_A \sigma_{LA}.$$

Переходя к протяженной группе продуктов реакции, находим:

$$F = 2\sqrt{2} Q \sigma_{LA} m_L v_A. \quad (8)$$

Теперь оценим часть с  $\varphi_1$ . Из уравнения (3) имеем:

$$\begin{aligned} \int d\vec{p}_{1,L} |\vec{V}_L - \vec{V}_{L,1}| d\sigma f_L^{[0]}(\vec{V}_L) f_L^{[0]}(\vec{V}_{L,1}) [\varphi_1(\vec{V}_L') + \varphi_1(\vec{V}_{L,1}') - \varphi_1(\vec{V}_L) - \varphi_1(\vec{V}_{L,1})] \leq \\ \leq f_L^{[0]} \sigma_{LL} \varphi_{1,\max} \sqrt{\frac{k T_L}{m_L}} \int d\vec{p}_{1,L} f_L^{[0]}(\vec{p}_{L,1}) \sim f_L^{[0]} \sigma_{LL} \varphi_{1,\max} n_L \sqrt{\frac{k T_L}{m_L}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, сопоставляя (7), (8) и (9), имеем:

$$|\varphi_{1,\max}| \sim \frac{Q}{n_L} \frac{\sigma_{LA}}{\sigma_{LL}} \left( \sqrt{\frac{m_L}{k T_L}} + \frac{m_L v_A}{k T_L} \right).$$

В силу того, что отношение  $\frac{n_A}{n_L}$  мало, можно добиться выполнения неравенства  $\varphi_{1,\max} \ll 1$ , обеспечивающего применимость гидродинамического приближения.

### Анализ развития малых возмущений границы раздела

Для гидродинамического [4] анализа рассмотрим следующую модельную систему (рис. 1). Есть три области жидкости. При этом в средней области действует постоянное ускорение, направленное противоположно оси  $z$ . Рассматривается линейная стадия эволюции данной системы.

Потенциалы скоростей в трех областях будут удовлетворять уравнению Лапласа

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z^2} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

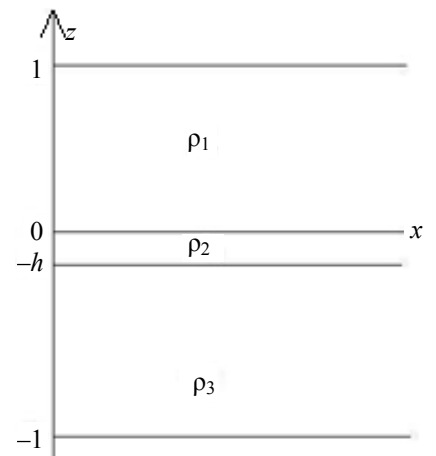


Рис. 1. Трехслойная система

Условия равенства нулю нормальных скоростей жидкости на границах принимают вид

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right|_{z=l} = 0; \\ \left. \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \right|_{z=-l} = 0. \end{cases}$$

Обозначая через  $z = \eta_1(x, t)$  и  $z = \eta_2(x, t)$  – уравнения границы раздела I, II и II, III сред соответственно, напишем условия равенства скоростей и давлений

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial \eta_1}{\partial t}; \\ \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z=-h} = \left. \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \right|_{z=-h} = \frac{\partial \eta_2}{\partial t}; \\ \left. p_1 \right|_{z=\eta_1} = \left. p_2 \right|_{z=\eta_1}; \\ \left. p_2 \right|_{z=\eta_2} = \left. p_3 \right|_{z=\eta_2}. \end{cases}$$

Данная задача аналогична задачам, рассмотренным в работе [4]. В соответствии с этим ищем решения системы (10) в виде потенциалов «стоячих волн» [5]:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \sin(\omega t) \cos(kx) f_1(z); \\ \varphi_2 = \sin(\omega t) \cos(kx) f_2(z); \\ \varphi_3 = \sin(\omega t) \cos(kx) f_3(z). \end{cases}$$

Подставляя данные потенциалы в уравнения Лапласа и граничные условия на границах раздела сред, приходим к системе:

$$\begin{cases} \frac{d^2 f_1}{dz^2} - k^2 f_1 = 0; \\ \frac{d^2 f_2}{dz^2} - k^2 f_2 = 0; \\ \frac{d^2 f_3}{dz^2} - k^2 f_3 = 0; \\ \left. \frac{df_1}{dz} \right|_{z=l} = 0; \\ \left. \frac{df_3}{dz} \right|_{z=-l} = 0; \\ \rho_1 \omega^2 f_1|_{z=0} = -\rho_2 g \left. \frac{df_1}{dz} \right|_{z=0} + \rho_2 \omega^2 f_2|_{z=0}; \\ \rho_1 \omega^2 f_1|_{z=0} = -\rho_2 g \left. \frac{df_2}{dz} \right|_{z=0} + \rho_2 \omega^2 f_2|_{z=0}; \\ -\rho_2 g \left. \frac{df_2}{dz} \right|_{z=-h} + \rho_2 \omega^2 f_2|_{z=-h} = \rho_3 \omega^2 f_3|_{z=-h}; \\ -\rho_2 g \left. \frac{df_3}{dz} \right|_{z=-h} + \rho_2 \omega^2 f_2|_{z=-h} = \rho_3 \omega^2 f_3|_{z=-h}. \end{cases}$$

Удовлетворяющие ей функции  $f(z)$  имеют вид:

$$\begin{cases} f_1 = A_1 e^{kz} + B_1 e^{-kz}; \\ f_2 = A_2 e^{kz} + B_2 e^{-kz}; \\ f_3 = A_3 e^{kz} + B_3 e^{-kz}. \end{cases}$$

Подставляя их в граничные условия, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} A_1 k e^{kl} - B_1 k e^{-kl} = 0; \\ A_3 k e^{-kl} - B_3 k e^{kl} = 0; \\ \rho_1 \omega^2 (A_1 + B_1) = -\rho_2 g (A_1 k - B_1 k) + \rho_2 \omega^2 (A_2 + B_2); \\ \rho_1 \omega^2 (A_1 + B_1) = -\rho_2 g (A_2 k - B_2 k) + \rho_2 \omega^2 (A_2 + B_2); \\ -\rho_2 g (A_2 k e^{-kh} - B_2 k e^{kh}) + \rho_2 \omega^2 (A_2 e^{-kh} + B_2 e^{kh}) = \rho_3 \omega^2 (A_3 e^{-kh} + B_3 e^{kh}); \\ -\rho_2 g (A_3 k e^{-kh} - B_3 k e^{kh}) + \rho_2 \omega^2 (A_2 e^{-kh} + B_2 e^{kh}) = \rho_3 \omega^2 (A_3 e^{-kh} + B_3 e^{kh}). \end{cases}$$

И затем из условия ее совместности находим  $\omega^2$ .

В общем случае выражение для  $\omega^2$  довольно громоздко. Поэтому приведем его вид с учетом некоторых упрощений (бесконечно удаленные границы,  $\rho_2 = \rho_3$ ).

$$\omega^2 = \frac{kg}{4e^{kh}(\rho_1 + \rho_2)} \left( \rho_2 e^{kh} - \rho_2 e^{-kh} - \rho_1 e^{kh} + \rho_1 e^{-kh} \pm \sqrt{9\rho_2^2 e^{2kh} - 10\rho_2^2 + 6\rho_1 \rho_2 e^{2kh} - 4\rho_1 \rho_2 + \rho_2^2 e^{-2kh} - 2\rho_1 \rho_2 e^{-2kh} + \rho_1^2 e^{2kh} - 2\rho_1^2 + \rho_1^2 e^{-2kh}} \right). \quad (11)$$

Далее для удобства перейдем от волнового числа к длине волны:  $\lambda = 2\pi/k$ .

В пределе  $h \ll \lambda$ , выражение (11) переходит в

$$\omega_{1,2}^2 \approx -g \sqrt{\frac{8\pi^3 h}{\lambda^3} \frac{\rho_2}{\rho_2 + \rho_1}}; \quad (12)$$

При  $h \gg \lambda$  выражение (11) примет вид

$$\omega_{3,4}^2 \approx \frac{2\pi g}{4\lambda(\rho_1 + \rho_2)} (\rho_2 - \rho_1 \pm (3\rho_2 + \rho_1))$$

Соответственно в этом пределе существуют два решения:

$$\omega_3^2 = \frac{2\pi g}{\lambda} \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}; \quad (13)$$

$$\omega_4^2 = -\frac{\pi g}{\lambda}. \quad (14)$$

Первое соответствует частотам колебаний, распространяющихся по границе раздела активной и пассивной сред. Второе – инкременту роста возмущений, развивающихся на границе пассивного вещества и слоя поглощения продуктов реакций. Таким образом, ввиду комплексности частоты, развитие перемешивания в пассивной среде возможно при любом соотношении плотностей активной и пассивной сред и будет проявляться при произвольной длине торможения продуктов реакции.

На рис. 2 и 3 приведены результаты моделирования данной неустойчивости при помощи программного комплекса *lammps*. Рассматривалась система из 2400 частиц. При этом внутренние слои находились в поле действия внешней силы. Расчеты полностью подтверждают предсказанный эффект: независимость развития возмущений от соотношения плотностей активной и пассивной сред.

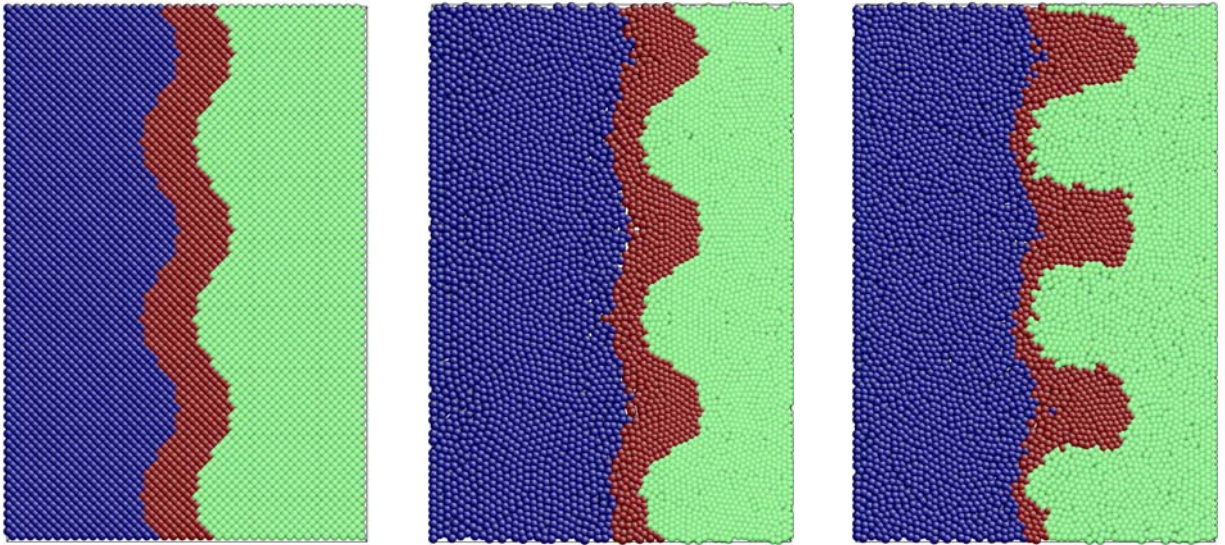


Рис. 2. Развитие неустойчивости. Плотность слоев возрастает слева направо.  
Ускорение действует в центральном слое и направлено слева направо

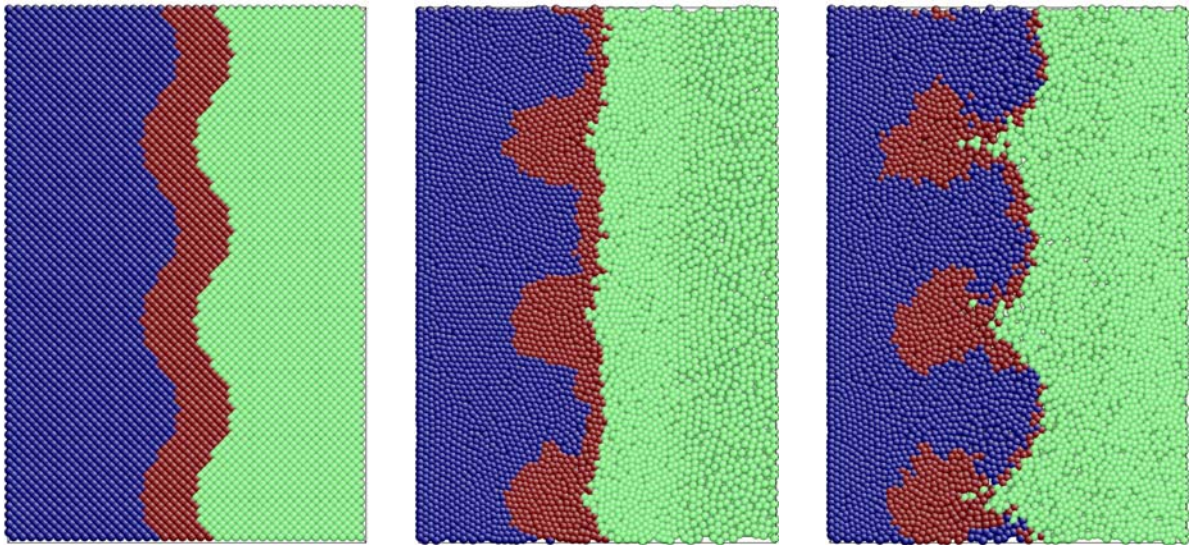


Рис. 3. Развитие неустойчивости. Плотность слоев возрастает слева направо.  
Ускорение действует в центральном слое и направлено справа налево

### Возможные проявления рассмотренной неустойчивости в физических процессах

Рассмотренная неустойчивость, возможно, имеет место в следующих физических процессах:

1. Явления на границе «активная – пассивная среда» при термоядерном взрыве или инерционном термоядерном синтезе.
2. Структура фронта горения в сверхновых типа Ia.
3. Образование и развитие горячих точек при инициировании взрывчатых веществ.

Влияние потока  $\alpha$ -частиц на развитие гидродинамических неустойчивостей в ИТС ранее было рассмотрено в работе [6]. Их результаты свидетельствуют о возможности стабилизации высокочастотных неустойчивостей в условиях проявления неустойчивости Рэлея–Тейлора при сжатии капсулы с термоядерным топливом.

В отличие от [6], в данной работе рассматриваются процессы, происходящие вблизи момента остановки сжатия мишени, когда классическая неустойчивость Рэлея–Тейлора уже не проявляется.

Проведем оценки роста малых возмущений. Воспользуемся характеристиками мишеней, используемых в лазерном термоядерном синтезе [7].

Определим время, за которое выгорит 50 % трития. Дифференциальное уравнение для концентрации трития выглядит следующим образом:

$$\frac{dn_T}{dt} = -n_D n_T \langle \sigma v \rangle.$$

Принимая во внимание, что  $n_T(t) = n_D(t) = n(t)$ , находим решение данного уравнения:

$$\frac{n_0 - n}{n_0 n} = t \langle \sigma v \rangle.$$

Моменту времени выгорания половины термоядерного топлива соответствует

$$\tau = \frac{1}{n_0 \langle \sigma v \rangle}. \quad (15)$$

Выражение для  $\langle \sigma v \rangle$  было взято из работы [8] и характеризует зависимость скорости ДТ реакции от температуры.

Пользуясь данными о максимально достигнутой плотности ДТ смеси, оценим минимальный размер сжатой области.

Считая, что сферичность мишени сохраняется до момента максимального сжатия, для минимального радиуса получаем  $r_{\min} = r_0 \sqrt[3]{\frac{\rho_0}{\rho_{\max}}}$ . Из работы [7] отсюда находим, что  $\rho_{\min} \approx 7,7 \text{ мкм}$ . Ввиду этого рассмотрим развитие возмущения с длиной волны  $\lambda = 5 \text{ мкм}$  и амплитудой  $a_0 = 1 \text{ мкм}$ .

Безусловно, при длине волны возмущений, сравнимой с радиусом сферической области, границу раздела уже нельзя считать плоской. К примеру, для некоторых типов гидродинамической неустойчивости пламени [9] учет сферичности приводит к замене экспоненциального закона роста возмущений на степенной. Тем не менее, на данном этапе оценки проведем для плоской границы.

Чтобы понять, можно ли использовать приближение (12), необходимо оценить длину свободного пробега  $\alpha$ -частиц.

Согласно [10], длина пробега  $\alpha$ -частицы с энергией 4,2 МэВ в веществе при плотности 490 г/см<sup>3</sup> (в соответствии с данными о плотности ДТ-газа в момент максимального сжатия [7]) составляет  $3,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ . Таким образом, приближение (12) в данной задаче применимо и позволяет определить инкремент роста

$$\omega^2 = -g \sqrt{\frac{8\pi^3 h}{\lambda^3} \frac{\rho_{\text{внеш}}}{\rho_{\text{внеш}} + \rho_{\text{внутр}}}}. \quad (16)$$

Необходимо определить ускорение, сообщаемое внешним слоям потоком  $\alpha$ -частиц. Производя несложные оценки (подробный вывод для аналогичного случая в ВВ приведен ниже), находим,

что,  $g = \frac{\langle \sigma v \rangle}{4\rho_{\text{внеш}}} n^2 \sqrt{2m_{\text{He}} E_0}$ , где  $n$  – концентрация дейтерия. Тогда выражение (16) принимает вид:

$$\omega^2 = -\langle \sigma v \rangle n^2 \sqrt{\frac{m_{\text{He}} E_0 \pi^3 h}{\lambda^3 \rho_{\text{внеш}} (\rho_{\text{внеш}} + \rho_{\text{внутр}})}}. \quad (17)$$

Так как на линейной стадии  $A(t) \approx a_0 e^{\omega t}$ , пользуясь (15) и (17), выпишем в явном виде выражение для  $\omega \tau$ :

$$\omega \tau = \frac{1}{\sqrt{\langle \sigma v \rangle}} \left[ \frac{m_{\text{He}} E_0 \pi^3 h}{\lambda^3 \rho_{\text{внеш}} (\rho_{\text{внеш}} + \rho_{\text{внутр}})} \right]^{1/4}. \quad (18)$$

Используя параметры, взятые из работ [7, 8], находим, что  $\omega \tau \approx 7$ , т. е. эффект перемешивания внешних слоев ДТ-смеси вследствие развития данной неустойчивости можно считать значительным.



Рассмотрим поведение (18), как функции максимальной температуры и плотности. Скорость термоядерной ДТ реакции при дальнейшем увеличении температуры практически не изменяется. При возрастании же плотности в  $n$  раз длина пробега  $\alpha$  частиц станет  $\frac{h}{n}$ , а длина волны возмущений  $\frac{\lambda}{n^{1/3}}$ , поэтому

в результате показатель экспоненты приобретет значение  $\frac{(\omega\tau)_0}{\sqrt[4]{n}}$ . Этот результат дает некоторое основание для подтверждения справедливости пути наращивания мощности, передаваемой мишени в существующих и проектируемых установках лазерного термоядерного синтеза.

Далее рассмотрим возможное влияние данной неустойчивости на структуру фронта горения в сверхновых типа Ia (SN Ia).

Согласно моделям SNIa их взрыв начинается с дефлаграционного горения углерода  $C_6^{12}$ . Оценим энергию  $\alpha$ -частицы, образующейся в результате реакции  $C_6^{12} + C_6^{12} \rightarrow Mg_{12}^{24} \rightarrow Ne_{10}^{20} + He_2^4 + \gamma$ . Для оценки сверху рассмотрим случай без испускания фотона. Тогда энергии образующихся частиц можно определить точно.

$$\varepsilon_{He_2^4} = \frac{\left(2M_{C_6^{12}}c^2\right)^2 + \left(M_{He_2^4}c^2\right)^2 - \left(M_{Ne_{10}^{20}}c^2\right)^2}{2 \cdot 2M_{C_6^{12}}c^2},$$

где  $\varepsilon_{He_2^4} = M_{He_2^4}c^2 + E_{He_2^4}$ .

Таким образом,  $E_{He_2^4} \approx 4$  МэВ.

При  $\rho = 10^7$  г/см<sup>3</sup> согласно [11], длина пробега  $\alpha$ -частицы составляет  $3,5 \cdot 10^{-12}$  м. В то же время согласно [11] ширина фронта горения даже при существенно большей плотности превышает  $5 \cdot 10^{-8}$  м. Поэтому данный тип неустойчивости не способен оказать влияние на развитие крупномасштабных возмущений фронта горения.

Для примера рассмотрим среду с плотностью  $\rho = 2 \cdot 10^9$  г/см<sup>3</sup> и возмущение с длиной волны, приблизительно равной ширине фронта горения. Согласно (12)  $\omega \sim 10^{15} c^{-1}$ .

Обратное значение данной частоты можно в некоторой степени отождествить со временем турбулизации вещества внутри фронта горения.

В заключение рассмотрим возможное влияние данной неустойчивости на процессы, происходящие при инициировании взрывчатых веществ.

В настоящее время наблюдается интенсивное развитие моделей детонации взрывчатых веществ. Все они основаны на модели «горячих точек» – областях локального нагрева взрывчатого вещества при прохождении по нему ударной волны. Однако при описании процесса их развития с использованием гидродинамики и кинетики Аррениуса горячие точки не успевают развиваться до их взаимного слияния и затухают.

Так возникает задача о механизме роста горячих точек в твердых гетерогенных взрывчатых веществах.

Стадия формирования ГТ протекает примерно 1 нс [12, 13], затем происходит рост горячих очагов до их соприкосновения. Характерное время этого процесса много больше и определяет время индукции детонации  $\sim 1$  мкс. Если средние размеры гранул ВВ  $\sim 10 \div 100$  мкм, то скорость границы горения очага должна быть порядка 100 м/с.

Согласно [9] турбулизация фронта горения в газах является эффективным фактором увеличения скорости горения. В связи с этим рассмотрим вклад рассматриваемой неустойчивости в процесс развития малых возмущений на границе взрывчатое вещество – продукты взрыва.

Предположим, что во внутреннем нагретом сферическом слое в результате термического разложения образовалось  $N$  осколков молекул взрывчатого вещества. В силу изотропии половина из них попала во внешний холодный слой. Усредняя по углу влета, полагаем, что это эквивалентно четверти исходных осколков, летящих строго по радиусам.

По результатам молекулярно-динамических расчетов [13] было определено, что длина свободного пробега осколков молекулы ВВ составляет 2–3 межмолекулярных расстояния. Поэтому можно считать, что каждый осколок, влетающий в пассивную среду, теряет весь свой импульс уже во втором слое. Таким образом, переданный импульс:

$$\frac{N}{4} \sqrt{2m_{\text{оск}} E_{\text{оск}}} = M_{\text{внеш}} V_{\text{внеш}}.$$

Дифференцируя данное выражение по времени, получаем

$$\frac{Q}{4} \sqrt{2m_{\text{оск}} E_{\text{оск}}} = M_{\text{внеш}} g.$$

Масса тонкого шарового слоя  $M_{\text{внеш}} = 4\pi r^2 h \rho_{\text{ВВ}}$

$$Q = \frac{N_{\text{оск}}}{\Delta t}, \quad \text{где } \Delta t = \frac{h}{v_{\text{гор}}}.$$

В соответствии с [13] для ТЭНа  $N_{\text{оск}} = 4N_{\text{ТЭН}}$ . Далее оценки будем проводить именно для этого взрывчатого вещества.

Путем несложных преобразований получаем

$$N_{\text{ТЭН}} = \frac{M_{\text{внутр}}}{Mr_{\text{ТЭН}}} N_A = \frac{4\pi r^2 h \tilde{\rho}_{\text{ТЭН}}}{Mr_{\text{ТЭН}}} N_A;$$

$$Q = \frac{16\pi \tilde{\rho}_{\text{ТЭН}} v_{\text{гор}} r^2}{Mr_{\text{ТЭН}}} N_A.$$

Таким образом,

$$g = \frac{N_A v_{\text{гор}}}{Mr_{\text{ТЭН}} h} \sqrt{2m_{\text{оск}} E_{\text{оск}}}. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (12), окончательно получаем:

$$\omega^2 = -\frac{4v_{\text{гор}} N_A}{Mr_{\text{ТЭН}}} \sqrt{\frac{\pi^3 m_{\text{оск}} E_{\text{оск}}}{\lambda^3 h} \frac{\rho_{\text{ВВ}}}{\rho_{\text{ВВ}} + \rho_{\text{ПВ}}}}. \quad (20)$$

Пользуясь результатами работы [13], из выражения (20) находим, что для возмущения с  $\lambda = 4$  мкм,  $\omega t \sim 260$ , что может свидетельствовать о значительности вклада рассмотренной неустойчивости в процесс турбулизации границы горения горячей точки.

## Заключение

В работе была проведена оценка поправки к равновесной функции распределения частиц пассивной среды. На основе данной оценки были определены границы применимости гидродинамического приближения. С помощью использования теории потенциальных течений найден инкремент роста малых возмущений границы раздела, проявляющегося при произвольном соотношении плотностей активной и пассивной сред.

Возникновение и возможные последствия развития рассмотренной в работе неустойчивости были оценены для некоторых физических процессов: рост горячих точек в ВВ, ИТС, процессы при взрывах SN Ia. За характерные времена процессов в каждом рассмотренном случае наблюдался сильный рост первоначальных возмущений, значительно выходящий за границы применимости линейного приближения, что может свидетельствовать о значительности вклада данной неустойчивости в процесс турбулизации границы раздела сред.

## Список литературы

1. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
2. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971.
3. Ремизович В. С. Теория прохождения быстрых заряженных частиц через вещество. Пространственно энергетическое распределение частиц: Учебное пособие. М.: МИФИ, 2008.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т VI. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986.
5. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963.
6. Lykov V. A. The effect of momentum transfer by fast particles on the hydrodynamic instabilities in the ICF targets // AIP Conference Proceedings. 1994. Vol. 318. P. 403.
7. Карлыханов Н. Г., Лыков В. А., Тимакова М. С., Чижков М. Н. Результаты одномерных расчетов по выбору мишени с непрямым воздействием для зажигания на лазерной установке «ИСКРА 6» // Сб. докл. VII Забобахинских научных чтений. Снежинск: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2003.
8. Лебо И. Г., Тишкин В. Ф. Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза методами математического моделирования. М.: Физматлит, 2006.
9. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
10. Таблицы физических величин: Справочник / Под ред. акад. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.
11. Timmes F. X., Woosley S. E. The conductive propagation of nuclear flames. I – Degenerate C + O and O + NE + MG white dwarfs // The Astrophysical Journal Supplement. 2000. Vol. 129. P. 377–398.
12. Гребенкин К. Ф., Горшков М. М., Жеребцов А. Л. и др. // Хим. физика. 2008. Т. 27, № 3. С. 16–20.
13. Sergeev O. V., Yanilkin A. V. Molecular dynamics study of the reaction front propagation in PETN. Abstracts of 39<sup>th</sup> Int. Pyrotechnics Seminar, 2013.

Статья поступила в редакцию 17.12.2013