

КРИТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ОДНОРОДНЫХ ШАРОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ПЛУТОНИЯ-238 И ПЛУТОНИЯ-239

Н. Б. Бабичев, А. А. Севастьянов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Для изотопов плутония ^{238}Pu и ^{239}Pu изучены нейтронные характеристики критических систем.

Ключевые слова: уравнение переноса нейтронов, масса критического шара, асимптотическая диффузионная теория.

Введение

В работе [1] с помощью расчетов на спектральных нейтронных константах ENDF B-6 [2] определены критические массы M_* однородных шаров из ^{238}Pu и ^{239}Pu (при соответствующих этим изотопам значениях плотности $\rho_0 = 19,84 \text{ г/см}^3$ и $\rho_0 = 19,851 \text{ г/см}^3$ $M_* = 9,75 \text{ кг}$ и $M_* = 10,10 \text{ кг}$).

Проведение аналогичных [1] исследований является основной целью данной работы.

Ядерно-физические свойства ^{239}Pu хорошо известны, и для него получены одnogрупповые и многогрупповые нейтронные константы, чего нельзя было сказать про имевшиеся в РФЯЦ-ВНИИЭФ до настоящего времени константы ^{238}Pu . Сейчас этот пробел устранен (см. раздел 1). Поэтому открылась возможность исследования характеристик именно ^{238}Pu , что для нас представляло наибольший интерес.

Ниже представлены результаты расчетов, выполненных с использованием ENDF B-6 [2], а также ENDL-82 [3]. Расчеты характеристик критических шаров проводились при таких же, как в работе [1], значениях плотности плутония ($\rho_0 = 19,84$ и $19,851 \text{ г/см}^3$ соответственно для ^{238}Pu и ^{239}Pu).

1. Нейтронные константы изотопов

^{238}Pu и ^{239}Pu

1.1. Спектральные константы веществ

Из рис. 1–4* следует, что ^{238}Pu делится заметно лучше, нежели ^{239}Pu , а величины $\nu(E)$ у ^{238}Pu и ^{239}Pu друг от друга отличаются слабо.

На рис. 5 и 6 для сравнения различных спектральных констант представлены зависимости от энергии нейтронов E микроскопических (элементарных) сечений упругого рассеяния и поглощения нейтронов в (n, γ) реакциях на ядрах ^{238}Pu .

*В рассматриваемых плутониевых системах нет замедляющих нейтроны примесей. Поэтому на рисунках представлена область быстрых нейтронов с $E \geq 0,1 \text{ МэВ}$.

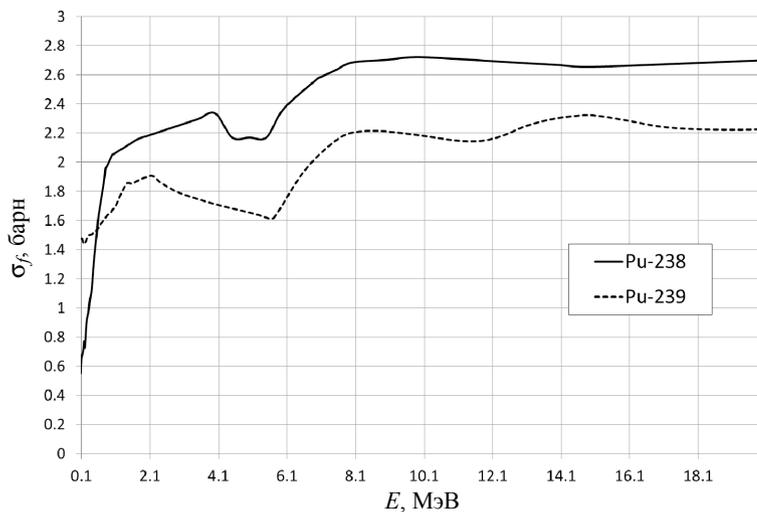


Рис. 1. Зависимости элементарных сечений деления ядер ^{238}Pu и ^{239}Pu от E , взятые из библиотеки ENDF B-6

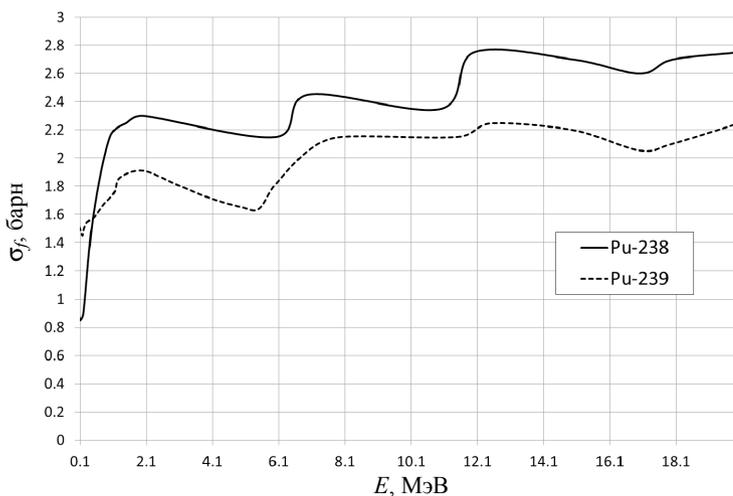


Рис. 2. Зависимости элементарных сечений деления ядер ^{238}Pu и ^{239}Pu от E , взятые из библиотеки ENDL-82

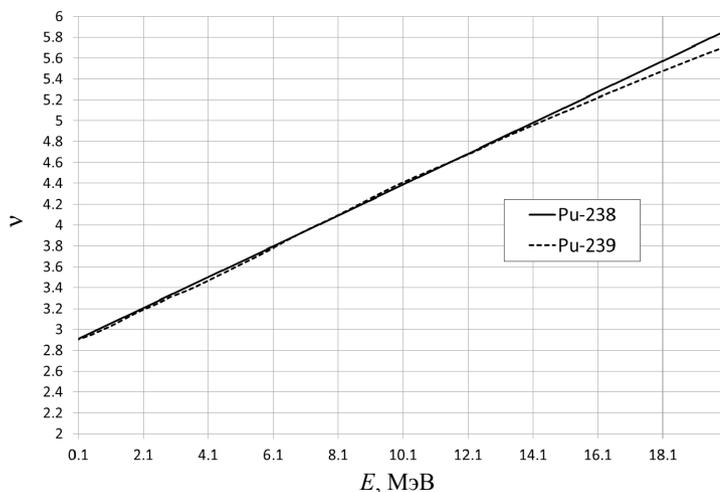


Рис. 3. Зависимости числа нейтронов ν , испускаемых в одном акте деления ядер ^{238}Pu и ^{239}Pu от E , взятые из библиотеки ENDF B-6

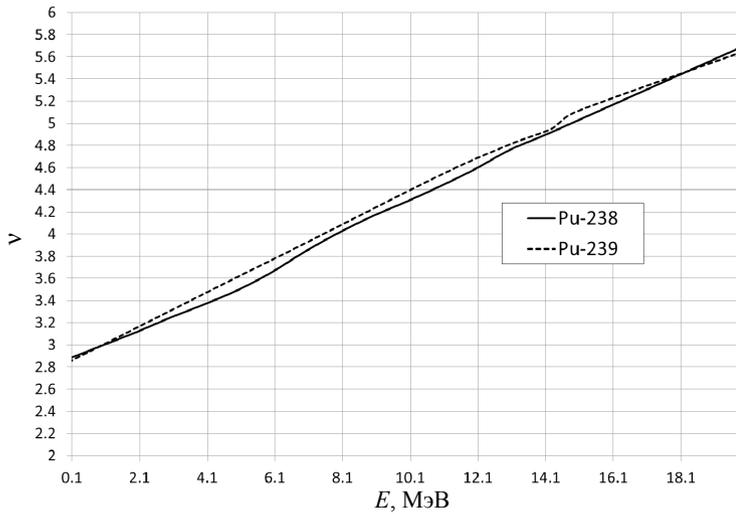


Рис. 4. Зависимости числа вторичных нейтронов ν , испускаемых в одном акте деления ядер ^{238}Pu и ^{239}Pu от E , взятые из библиотеки ENDL-82

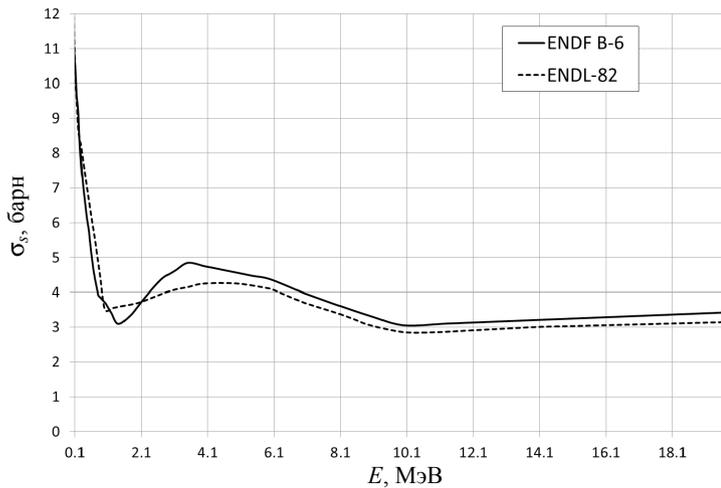


Рис. 5. Зависимости элементарных сечений упругого рассеяния нейтронов на ядрах ^{238}Pu от E , взятые из библиотек ENDF B-6 и ENDL-82

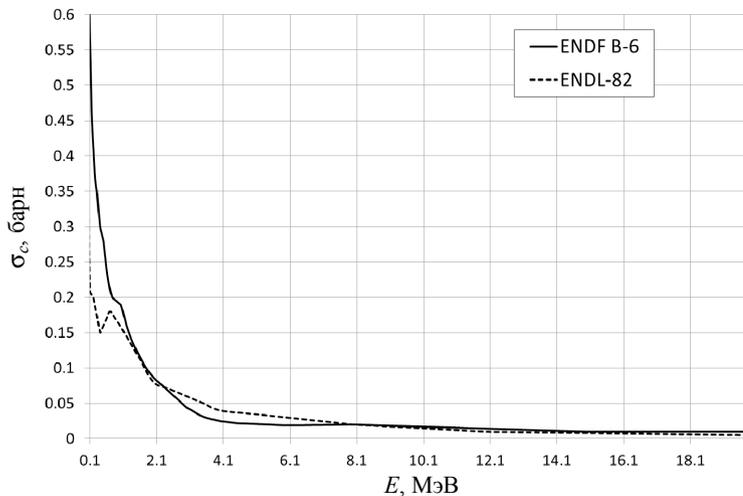


Рис. 6. Зависимости элементарных сечений поглощения нейтронов на ядрах ^{238}Pu от E , взятые из библиотеки ENDF B-6 и ENDL-82

1.2. Одногрупповые нейтронные константы

1.2.1. Односкоростное кинетическое уравнение для нейтронов. Одногрупповые задачи решаются в следующем приближении: считается, что ядра неподвижны, нейтроны имеют одинаковую по величине скорость V , индикатриса упругого рассеяния нейтронов изотропна. Этому в общем случае соответствует следующее нестационарное кинетическое уравнение относительно функции распределения $\psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega})$ в фазовом пространстве векторов \vec{r} и $\vec{\Omega}$.

$$\frac{1}{V} \frac{\partial \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial t} + \left(\vec{\Omega} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) + \alpha \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\beta}{4\pi} \int d\vec{\omega} \psi(t, \vec{r}, \vec{\omega}), \quad (1)$$

$\vec{\Omega} = \frac{\vec{V}}{V}$ – это единичный вектор, отложенный вдоль вектора \vec{V} скорости нейтрона.

В уравнение (1) входят два не зависящих от координаты \vec{r} параметра $\alpha = n_{\text{я}}(\sigma_s + \sigma_f + \sigma_c)$ – обратный полный пробег нейтронов и $\beta = h\alpha$, $h = \frac{v\sigma_f + \sigma_s}{\sigma_s + \sigma_f + \sigma_c}$ – активность среды, $n_{\text{я}}$ – плотность ядер, σ_s , σ_f , σ_c – элементарные сечения рассеяния, деления и поглощения нейтронов.

Поскольку далее рассматриваются критические системы, то в разделе 2 при решении задач вместо нестационарного уравнения переноса нейтронов (1) используется стационарное уравнение, в котором отсутствует производная функции распределения $\psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega})$ по времени.

1.2.2. Одногрупповые нейтронные константы. Приведем данные по одногрупповым нейтронным константам (1-ENDF B-6 и 1-ENDL-82), которые получены из библиотек спектральных констант ENDF B-6 и ENDL-82 (табл. 1).

Таблица 1

Значения параметров $\alpha(\rho_0)$, $\beta(\rho_0)$, которые входят в уравнение переноса нейтронов (1), а также h , v и элементарные сечения взаимодействия нейтронов с веществом

Изотоп	²³⁸ Pu		²³⁹ Pu	
	1-ENDF B-6	1-ENDL-82	1-ENDF B-6	1-ENDL-82
$\alpha(\rho_0)$, 1/см	0.2691	0.3049	0.2779	0.2988
$\beta(\rho_0)$, 1/см	0.4602	0.5006	0.4607	0.4795
h	1.7101	1.6418	1.6578	1.6048
v	3.1868	3.1085	3.1309	3.1093
σ_f , барн	1.8256	1.9100	1.7438	1.7412
σ_s , барн	3.3488	4.0355	3.7504	4.1709
σ_c , барн	0.1868	0.1286	0.0611	0.0614

1.3. Многогрупповые нейтронные константы ²³⁸Pu

Таблица 2

26-групповые нейтронные константы, полученные из спектральных констант ENDF B-6 и ENDL-82 изотопа ²³⁸Pu

E , МэВ	26-ENDF B-6				26-ENDL-82			
	v	σ_f	σ_s	σ_c	v	σ_f	σ_s	σ_c
		барн				барн		
13.91–14.19	4.96917	2.66747	3.26747	0.0113752	4.88716	2.71578	3.05083	0.00871673
13.1–13.91	4.88914	2.6746	3.24641	0.0121465	4.80694	2.72603	3.02191	0.00910108
12.4–13.1	4.74049	2.68784	3.20727	0.0135803	4.66703	2.74147	2.9756	0.00968003
11.7–12.4	4.65426	2.69552	3.18458	0.0144115	4.57075	2.70023	2.96968	0.0102738

E, МэВ	26-ENDF B-6				26-ENDL-82			
	ν	σ _f	σ _s	σ _c	ν	σ _f	σ _s	σ _c
		барн				барн		
10.5–11.7	4.51863	2.7076	3.1489	0.0157187	4.43362	2.41151	3.07179	0.0124869
9.3–10.5	4.34393	2.71499	3.18454	0.0174046	4.26725	2.37949	3.164	0.0154491
7.65–9.3	4.1247	2.68544	3.66417	0.0194074	4.05754	2.41678	3.72945	0.0193184
6.065–7.65	3.88733	2.50866	4.29999	0.01936	3.78816	2.33768	4.55302	0.0264014
4–6.065	3.60223	2.22149	4.95879	0.0217952	3.47066	2.1945	5.22405	0.0359111
2.85–4	3.3889	2.28579	5.45203	0.0360837	3.28299	2.24896	5.12024	0.0527769
2–2.85	3.24414	2.20945	5.27964	0.0702364	3.16035	2.28544	4.83406	0.0722348
1.353–2	3.13599	2.14307	4.75856	0.112359	3.06872	2.26344	4.62981	0.107663
0.8–1.353	3.04823	2.0452	4.40729	0.177099	2.9979	2.12487	4.81667	0.154645
0.4979–0.8	2.98751	1.69131	5.47829	0.229802	2.94781	1.75804	7.00491	0.171828
0.2788–0.4979	2.94927	1.14182	7.44874	0.312649	2.91726	1.33608	8.35152	0.160659
0.15–0.2788	2.92323	0.813688	9.56417	0.401311	2.89616	0.953203	9.0493	0.194452
0.0823–0.15	2.90826	0.674516	10.8781	0.525792	2.88404	0.863151	10.4143	0.209008
0.04086–0.0823	2.90009	0.604699	12.091	0.663251	2.87751	0.911947	12.0412	0.295613
0.02–0.04086	2.89544	0.69382	14.4658	0.868682	2.87375	0.964409	13.8513	0.442461
0.009119–0.02	2.89305	0.639533	15.8913	1.15539	2.87182	0.994127	15.5784	0.615075
0.003355–0.009119	2.89184	1.40001	17.7864	1.87515	2.87081	1.33067	17.8029	0.979659
0.0015–0.003355	2.8912	1.63125	22.4324	3.03187	2.87031	1.6469	22.4288	2.11808
0.001–0.0015	2.89101	2.01687	26.7563	3.68818	2.87015	2.03672	26.7521	3.70052
0.000215–0.001	2.89089	3.0221	36.418	9.78698	2.87005	3.04296	36.3245	9.81993
4E-5–0.000215	2.89085	6.40514	39.5912	23.9099	2.87002	6.83432	41.3213	25.2366
2E-6–4E-5	2.89082	0.662998	12.2133	13.4471	2.87	0.746195	11.7373	15.2775

2. Определение критических масс шаров

Таблица 3

из ²³⁸Pu и ²³⁹Pu

Критические массы однородных шаров

из ²³⁸Pu и ²³⁹Pu

Спектральные расчеты проводились по программе «Монте-Карло» [4], разработанной в РФЯЦ-ВНИИЭФ.

Многогрупповые и одnogрупповые задачи решались с использованием соответствующих вариантов математических методик [5].

Изотоп	Критическая масса (константы ENDF B-6)	Критическая масса (константы ENDL-82)	Результаты работы [1] (константы ENDF B-6)
	M*, кг		
²³⁸ Pu	9.69	8.41	9.75
²³⁹ Pu	10.04	9.96	10.10

2.1. Результаты расчетов «Монте-Карло», выполненных со спектральными нейтронными константами ENDF B-6 и ENDL-82

2.1.1. Основные результаты. Приведенные в табл. 3 критические массы шара из ²³⁹Pu совпадают с точностью не хуже, чем 1,4 %.

Иначе дело обстоит в случае ²³⁸Pu. Расчеты привели (см. табл. 3) к тому, что M* ²³⁸Pu в случае констант ENDF B-6 заметно (в 1,15 раза) больше, чем при использовании констант ENDL-82.

Результат нашего расчета с константами ENDF B-6 слабо (на 0,6 %) отличается от полученного в работе [1].

2.1.2. О точности результатов расчетов «Монте-Карло».

В этом подразделе ²³⁹Pu не рассматривается из-за хорошего согласия для него результатов, приведенных в табл. 3.

Для оценки точности и проверки правильности расчетов критических масс шара из ²³⁸Pu приведем дополнительные результаты, полученные при решении задач «Монте-Карло» (табл. 4, 5).

Таблица 4

Относительные количества различных реакций и вылет нейтронов через внешнюю поверхность системы (J_+) для ^{238}Pu (сумма величин, приведенных в каждом столбце таблицы, равна единице)

Параметр	ENDF B-6	ENDL-82
Число делений N_f	0.153898	0.155730
Число упругих рассеяний	0.442796	0.439702
Число реакций ($n, n'\gamma$)	0.064428	0.073472
Полное количество реакций ($n, 2n$) и ($n, 3n$)	0.000363	0.000144
Число поглощенных нейтронов	0.016166	0.010569
Утечка нейтронов J_+	0.322350	0.320383

Таблица 5

Относительные количества образовавшихся вторичных делительных нейтронов N_n и значения $K_{эф}$

Параметр	ENDF B-6, $M_* = 9,69\text{кг}$	ENDL-82, $M_* = 8,41\text{кг}$
Число делительных нейтронов N_n	0.33813	0.33050
$K_{эф}$	0.999984	1.000041

Проверим соблюдение следующего уравнения баланса числа нейтронов в критических системах:

$$N_n + N_{(n,2n)} + 2N_{(n,3n)} - N_C - J_+ = 0. \quad (2)$$

Подстановка входящих в (2) величин из каждого столбца табл. 4 показало, что уравнение баланса соблюдается с точностью до 10^{-4} , а на основе результатов табл. 5 можно утверждать, что отличие $K_{эф}$ от единицы пренебрежимо мало.

2.2. Критические параметры шаров, полученные в 26-групповом приближении

Результаты расчетов представлены в следующей таблице.

Таблица 6

Критические массы однородных шаров из ^{238}Pu и ^{239}Pu

Изотоп	Критическая масса (26-ENDF B-6)	Критическая масса (26-ENDL-82)
	$M_*, \text{кг}$	
^{238}Pu	9.72	8.46
^{239}Pu	10.10	10.02

2.3. Критические параметры шаров, полученные в односкоростном приближении

2.3.1. Результаты расчетов, выполненных с использованием одногрупповых нейтронных констант.

Таблица 7

Критические массы шаров из ^{238}Pu и ^{239}Pu

Изотоп	Критическая масса (1-ENDF B-6)	Критическая масса (1-ENDL-82)
	$M_*, \text{кг}$	
^{238}Pu	9.31	8.08
^{239}Pu	10.07	9.82

2.3.2. Вычисления по диффузионным соотношениям Ю. А. Романова. Для оценок нейтронных характеристик критических шаров из ^{238}Pu и ^{239}Pu ниже применяется асимптотическая диффузионная теория (АДТ) Ю. А. Романова [6], в рамках которой уравнение диффузии записывается следующим образом:

$$\nabla^2 n(\vec{r}) + \alpha^2 k^2 n(\vec{r}) = 0, \quad (3)$$

где величина k – это корень трансцендентного уравнения

$$h \operatorname{arctg} k = k. \quad (4)$$

Решением уравнения (3) в сферически-симметричном случае является функция

$$n(r) = \frac{A}{r} \sin(\alpha kr), \quad (5)$$

A – нормировочная константа.

Нейтронная плотность обращается в ноль на экстраполированной границе шара, т. е.

$$n\left(r = R_* + \frac{0,71}{\beta}\right) = 0. \quad (6)$$

Радиус и масса критического шара определяются по следующим формулам:

$$R_* = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\pi}{\kappa} - \frac{0,71}{h} \right). \quad (7)$$

$$M_* = \frac{4}{3} \frac{\pi}{\alpha^3} \left(\frac{\pi}{\kappa} - \frac{0,71}{h} \right)^3 \rho_0. \quad (8)$$

Результаты расчетов (см. табл. 7) и вычислений (табл. 8) критических масс слабо (в пределах 0,5–0,9 %) отличаются друг от друга.

Таблица 8

Значения критических масс, вычисленных по формуле (8) с использованием численного решения трансцендентного уравнения (4)

Изотоп	Критическая масса (1-ENDF B-6)	Критическая масса (1-ENDL-82)
	M_* , кг	
^{238}Pu	9.376	8.120
^{239}Pu	10.148	9.884

Из анализа представленных в этом подразделе материалов вытекают следующие выводы.

В случае нейтронных констант 1-ENDL-82 значение активности как для ^{238}Pu , так и для ^{239}Pu меньше, чем в константах 1-ENDF B-6.

Несмотря на сказанное, при переходе 1-ENDL-82 \rightarrow 1-ENDF B-6 критическая масса шара из ^{238}Pu увеличилась в 1,155 раза, а шара из ^{239}Pu – в 1,027 раза.

Объяснение данного, казалось бы, противоречивого факта состоит в следующем.

В формулу (7) для критического радиуса шара входит произведение $\frac{1}{\alpha}$ и убывающей функции

$f(h) = \frac{\pi}{k(h)} - \frac{0,71}{h}$. Первый множитель определяется

в основном сечением упругого рассеяния нейтронов, так как $\sigma_s > \sigma_f$ и $\sigma_s \gg \sigma_c$. В константах 1-ENDL-82 σ_s выше в 1,21 раза для ^{238}Pu и в 1,11 раза для ^{239}Pu , чем в константах 1-ENDF B-6. Поэтому замена 1-ENDL-82 на 1-ENDF B-6 приводит к увеличению M_* за счет ослабления эффекта «забалтывания» нейтронов внутри шара и соответственно возрастания вероятности их вылета из системы. Множитель $f(h) = \frac{\pi}{k(h)} - \frac{0,71}{h}$, наоборот, приводит к уменьшению M_* при замене 1-ENDL-82 на 1-ENDF B-6.

В шаре из ^{238}Pu при 1-ENDL-82 \rightarrow 1-ENDF B-6 параметр $\frac{1}{\alpha}$ возрастает на $\approx 13\%$, а величина f уменьшается на $\approx 8\%$. В итоге критический радиус увеличивается на $\approx 5\%$, а критическая масса – соответственно на $\approx 15\%$.

В шаре из ^{239}Pu при 1-ENDL-82 \rightarrow 1-ENDF B-6 величины $\frac{1}{\alpha}$ и f в значительной мере компенсируют друг друга – первый параметр возрастает на 7,5%, второй – уменьшается на 6,6%. Это влечет за собой увеличение критического радиуса шара на 0,9% и критической массы – на 2,7%.

2.3.3. Об использовании явных диффузионных формул для упрощения оценок критических масс активных шаров. Выше трансцендентное уравнение (4) было решено численно. Чтобы наглядно представить зависимости $\kappa(h)$ и коэффициента диффузии нейтронов D от h , воспользуемся аналитическими соотношениями работы [7]. В ней для удобства трансцендентное уравнение (4) было переписано в следующей тождественной форме:

$$1 - \text{фctg}\varphi = \frac{h-1}{h}, \quad (9)$$

$$\varphi = \text{arctg}(k), \quad k = \text{tg}(\varphi).$$

Если ограничиться первыми двумя членами разложения (9) в ряд Тейлора по φ , то получаются приближенные формулы:

$$\varphi_0 = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{3}{5}(h-1)(4h+1)}, \quad \kappa_0 = \sqrt{\frac{3}{5}(h-1)(4h+1)},$$

$$D = \frac{5V}{3\alpha(4h+1)} \quad (10)$$

и уравнение диффузии приводится к виду

$$\nabla^2 n + \frac{3}{5}(h-1)(4h+1)\alpha^2 n = 0. \quad (11)$$

В работе [7] найдено следующее уточненное решение нового трансцендентного уравнения (9):

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \frac{h\varphi_0 - \text{tg}(\varphi_0)}{1 - h + (h\varphi_0)^2}. \quad (12)$$

Результаты вычислений критических масс однородных активных шаров, состоящих из изотопов плутония, по формулам для φ_0 и φ_1 представлены в табл. 9.

Из данных табл. 8 и 9 видно, что при использовании нулевого приближения погрешность в M_{*0} составила 0,7–0,9%, а величины M_{*1} первого приближения определились с высочайшей точностью $\approx 0,001\%$.

Значения критических масс, найденные по формулам [7]

Изотоп	1-ENDF B-6				1-ENDL-82			
	φ_0	φ_1	M_{*0} , кг	M_{*1} , кг	φ_0	φ_1	M_{*0} , кг	M_{*1} , кг
^{238}Pu	1.0686	1.0709	9.456	9.376	1.0398	1.0417	8.180	8.120
^{239}Pu	1.0469	1.0489	10.226	10.148	1.0224	1.0242	9.952	9.884

Заключение

В данной работе показано, что полученные несколькими способами при использовании различных нейтронных констант материалов критические массы однородных шаров из ^{239}Pu слабо отличаются друг от друга. Этого нельзя сказать про системы с ^{238}Pu , основные характеристики которых представлены в следующей сводной таблице.

Таблица 10

Массы M_* критических шаров, выполненных из ^{238}Pu

Нейтронные константы веществ	Данные работы [1] (константы ^{238}Pu ENDF B-6), M_* [1], кг	ENDF B-6	ENDL-82
		M_* , кг	
		M_*/M_* [1]	
Спектральные	9.75	9.69	8.41
		0.994	0.863
26-групповые	–	9.72	8.46
		0.997	0.868
Одногрупповые	–	9.31	8.08
		0.955	0.829

Из табл. 10 следует, что обоснованные в разделе 2 величины критических масс ^{238}Pu несколько меньше полученных в работе [1].

Одногрупповые нейтронные константы изотопов ^{239}Pu , ^{238}Pu на основе библиотек спектральных констант ENDF B-6 и ENDL-82, и многогрупповые константы на основе ENDF B-6 получены А. В. Алексеевым, которому авторы статьи выражают свою благодарность.

Авторы признательны Б. А. Надикто и М. В. Шабурову за ряд критических замечаний, которые они сделали в процессе подготовки данной статьи в печать.

Список литературы

1. Wright R. Q., Jordan W. C., Westfall R. M. (Oak Ridge National Laboratory). Critical Masses of Bare Metal Spheres Using SCALE/XSDRN // Proceeding of Annual Meeting of the American Nuclear Society, San Diego, June 4–8, 2000, p. 167.
2. Herman M., Trkov A. ENDF-6 Format Manual, Data Formats and Procedures for the Evaluated Nuclear Data Files ENDF/B-VI and ENDF/B-VII. BNL-90365. National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973-5000, July 2010.
3. Howerton R. J., Dye R. E., Perkins S. T. Evaluated nuclear data library (ENDL). Report UCRL-50400, vol. 4, rev. 1, appendix C. 1982.
4. Донской Е. Н., Ельцов В. А., Житник А. К. и другие. Метод Монте-Карло во ВНИИЭФ // ВАИТ. Математическое моделирование физических процессов. 1993. Вып. 2. С. 61–64.
5. Шагалиев Р. М., Гребенников А. Н., Артемьев А. Ю., Будников В. И. Развитие основных методик и программ ИТМФ // Журнал «Атом». 2011, № 50–51.
6. Романов Ю. А.. Критические параметры реакторных систем. Точные решения односкоростного кинетического уравнения и их использование для решения диффузионных задач (усовершенствованный диффузионный метод). М.: Госатомиздат, 1960. С. 3–26.
7. Бабичев Н. Б., Беженцев Б. В., Бондарев П. С. Новые формулы для вычисления коэффициентов диффузии нейтронов // ВАИТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 3. С. 44–48.