

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО НЕЙТРОННОЙ КИНЕТИКЕ ОДНОРОДНЫХ ШАРОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ПРОИЗВОЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Н. Б. Бабичев, И. В. Лутиков, А. А. Севастьянов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

С помощью приближенных аналитических решений уравнения переноса нейтронов в однородных шарах и формул подобия найдено достаточно точное аналитическое решение общей нейтронно-кинетической задачи.

Ключевые слова: кинетическое уравнение для нейтронов, формулы подобия, асимптотическая диффузионная теория (АДТ).

Введение

Интегродифференциальное односкоростное кинетическое уравнение для нейтронов имеет настолько сложный вид, что аналитическое решение задачи на собственные значения и собственные функции не удастся получить даже в случае простых сферически-симметричных систем (рассматриваемые ниже однородные шары).

Цель данной статьи заключается в отыскании приближенных аналитических решений и в их уточнении с помощью теории подобия процессов нейтронной кинетики.

Совокупность приближенных аналитических решений и формул подобия представляет собой аналитическое решение нейтронно-кинетической задачи.

1. Теоретические материалы (диффузионные и другие формулы)

1.1. Общая зависимость главных собственных значений от различных параметров

В работах [1, 2], исходя из односкоростного кинетического уравнения с постоянными параметрами α и β , получена следующая формула для главных собственных значений:

$$\lambda = h\alpha V \left[\Lambda(\beta R) - \frac{1}{h} \right], \quad (1)$$

$\Lambda(\beta R)$ – это универсальная функция, явный вид которой можно найти, зная геометрию системы с характерным размером R .

В формуле (1) использованы следующие обозначения: V – скорость нейтрона; $\alpha = n_{\text{я}}(\sigma_s + \sigma_f + \sigma_c)$ – обратный полный пробег нейтронов в среде с плотностью ядер $n_{\text{я}}$; $\beta = h\alpha$,

$h = \frac{v\sigma_f + \sigma_s}{\sigma_s + \sigma_f + \sigma_c}$ – активность вещества; σ_s , σ_f ,

σ_c – элементарные (микроскопические) сечения рассеяния, деления и поглощения нейтронов; v – среднее число вторичных нейтронов, испускаемых в одном акте деления ядра.

В [1] формула (1) получена на основе свойства инвариантности кинетического уравнения по отношению к преобразованиям подобия.

В работе [2] формула (1) была получена с использованием свойства инвариантности, а также другим способом – путем анализа общего вида нестационарного кинетического уравнения.

Отметим, что из вывода формулы (1) следует, что она верна для произвольных по геометрии однородных систем при следующих ограничениях: они должны быть односвязными и их наружные поверхности не могут содержать вогнутых участков.

В данной статье требуется определить явный вид функции $\Lambda(\beta R)$, что в случае однородных шаров достаточно просто, и исследовать зависимость главных собственных значений и собственных функций от ядерно-физических свойств среды.

1.2. Уравнение диффузии для активных шаров и его аналитическое решение

Для решения поставленной во введении задачи используем асимптотическую диффузионную теорию Ю. А. Романова [3].

В отличие от работы [3] (в ней рассматривались критические системы) ниже исследуются характеристики однородных активных шаров, для которых эволюция нейтронной плотности во времени подчиняется экспоненциальному закону с постоянной величиной λ

$$n(t, r) = e^{\lambda t} n(r). \quad (2)$$

В случае (2) справедливо стационарное уравнение диффузии

$$\nabla^2 n(r) + \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha V}\right)^2 \alpha^2 (\operatorname{tg} \varphi)^2 n(r) = 0, \quad (3)$$

которое нужно решать совместно со следующим трансцендентным уравнением:

$$h\varphi = \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha V}\right) \operatorname{tg} \varphi. \quad (4)$$

Записав лапласиан в сферических координатах $\nabla^2 n(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{dn(r)}{dr} \right]$ и воспользовавшись граничным условием обращения в ноль плотности нейтронов $n(r)$ на свободной экстраполированной поверхности шара с радиусом R , имеем:

$$n(r) = \frac{A}{r} \sin \left[\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha V}\right) \alpha r \operatorname{tg} \varphi \right], \quad (5)$$

$$\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha V}\right) \alpha \left(R + \frac{b}{\beta}\right) \operatorname{tg} \varphi = \pi, \quad (6)$$

A – размерная нормировочная константа, $b = 0,71$.

Решением уравнения (6) является

$$\lambda = \alpha V \left[\frac{h\varphi}{\operatorname{tg} \varphi} - 1 \right], \quad (7)$$

где

$$\varphi = \frac{\pi}{\beta R + b} = \frac{\pi}{b \left(1 + \frac{h\alpha}{b}\right)}. \quad (8)$$

1.3. Элементы теории подобия нейтронно-кинетических процессов

В статье [4] для функции распределения нейтронов $\psi\left(t, r, \vec{\Omega} = \frac{\vec{V}}{V}\right)$ было принято следующее

односкоростное кинетическое уравнение с постоянными параметрами α и β :

$$\frac{1}{V} \frac{\partial \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial t} + (\vec{\Omega} \nabla) \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) + \alpha \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\beta}{4\pi} n(t, \vec{r}) \quad (9)$$

и предполагалась справедливость следующих соотношений типа (2):

$$\begin{aligned} \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) &= e^{\lambda t} \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}), & n(t, \vec{r}) &= e^{\lambda t} n(\vec{r}), \\ \vec{j}(t, \vec{r}, \vec{V}) &= e^{\lambda t} \vec{j}(\vec{r}, \vec{V}), \end{aligned} \quad (10)$$

$\vec{j}(t, \vec{r}) = V \int \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}') \vec{\Omega}' d\vec{\Omega}'$ – векторный поток нейтронов (число пересечений через поверхность шара); $\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_-$ – односторонние векторные потоки, направленные преимущественно в сторону центра шара и против центра.

Анализ вида уравнения (9) показал, что при условии

$$R_2 \beta_2 = R_1 \beta_1 \quad (11)$$

для любых двух однородных систем с характерными размерами R_2 и R_1 выполняется соотношение подобия

$$\lambda_2 = \left[\frac{h_2}{h_1} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\alpha_1 V_1}\right) - 1 \right] \alpha_2 V_2. \quad (12)$$

В работе [4] использовано также следующее точное кинетическое уравнение, не содержащее в себе ядерно-физических характеристик вещества:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(t, \vec{r}, \vec{V})}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \psi(t, \vec{r}, \vec{V}) + \eta_{tot}(t, \vec{r}, \vec{V}) \psi(t, \vec{r}, \vec{V}) &= \\ = \int d\vec{V}' \Gamma(t, \vec{r}, \vec{V}', \vec{V}) \psi(t, \vec{r}, \vec{V}'). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\psi(t, \vec{r}, \vec{V}) d\vec{r} d\vec{V}$ – число нейтронов в элементарном объеме $d\vec{r}$ возле точки наблюдения \vec{r} в скоростном элементе $d\vec{V}$ вблизи скорости \vec{V} в момент t .

Каждый нейтрон подвержен вероятностным взаимодействиям с ядрами среды, причем для нейтрона, прошедшего точку \vec{r} в момент t со скоростью \vec{V} , величина $\Gamma(t, \vec{r}, \vec{V}, \vec{V}') d\vec{V}' dt$ выражает вероятность перейти вследствие взаимодействия за время dt в одно из скоростных состояний \vec{V}' элемента $d\vec{V}'$

$$\Gamma = \Gamma_s + \Gamma_{in} + \Gamma_c + \Gamma_f, \quad (14)$$

где Γ_s , Γ_{in} , Γ_c части Γ , за которые ответственны упругое и неупругое рассеяния нейтронов и их поглощение соответственно; Γ_f – делительный источник нейтронов; $\eta_{tot}(t, \vec{r}, \vec{V}) dt = (\eta_s + \eta_{in} + \eta_c + \eta_f) dt = dt \int d\vec{V}' \Gamma(t, \vec{r}, \vec{V}, \vec{V}')$ – вероятность акта взаимодействия по полному сечению за время dt .

Принципиальное значение имеет тот факт, что каждая из входящих в формулу (13) функций η_{tot} и Γ пропорциональна плотности среды, т. е. $\eta_{tot} \sim \rho$ и $\Gamma \sim \rho$.

Если в уравнении (13) осуществить преобразования подобия

$$t \rightarrow t' = \frac{\rho}{\rho'} t, \quad \vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \frac{\rho}{\rho'} \vec{r}, \quad (15)$$

то можно показать, что оно инвариантно по отношению к этим преобразованиям.

Из свойства инвариантности вытекают следующие соотношения между главными собственными значениями и главными собственными функциями (в виде нейтронных плотностей):

$$\lambda(\rho_2) = \frac{\rho_2}{\rho_1} \lambda(\rho_1), \quad (16)$$

$$n_2(\vec{r}_2) = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^3 n_1(\vec{r}_1) = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 n_1(\vec{r}_1), \quad (17)$$

справедливые для любых двух подобных систем с характерными размерами R_1 и R_2 , если выполняются соответствующие условия:

$$\rho_2 R_2 = \rho_1 R_1, \quad (18)$$

$$\rho_2 \vec{r}_2 = \rho_1 \vec{r}_1. \quad (19)$$

Можно показать, что при переходе от точного кинетического уравнения (13) к односкоростному уравнению (9) для однородных шаров с радиусами R_1 и R_2 справедливы формулы (11), (12) и следующие соотношения подобия:

$$\beta_2 r_2 = \beta_1 r_1, \quad (20)$$

$$n_2(r_2) = \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^3 n_1(r_1). \quad (21)$$

2. Результаты аналитических вычислений и численных расчетов

Аналитические вычисления λ и численные расчеты проводились при скорости нейтронов $V = 100 \cdot 10^7$ см/с по формулам, представленным в первом разделе, и с использованием математических методик [6].

2.1. Явный вид функции $\Lambda(\beta R)$ в случае однородных шаров

Универсальная зависимость (см. формулу (1)) для однородных шаров с различными значениями βR

$$\Lambda(\beta R) = \frac{1}{h} \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha V} \right) \quad (22)$$

определялась двумя способами (с помощью аналитических вычислений и путем численного решения односкоростного кинетического уравнения).

В аналитических вычислениях было принято диффузионное приближение, в рамках которого для главных собственных значений λ использовалось решение (7) трансцендентного уравнения (4).

Аналитические вычисления и численные расчеты проводились в следующей единой постановке: активность среды $h = 1,71$ была зафиксирована; оптическая толщина шаров αR варьировалась, и при этом аргумент функции $\Lambda(\beta R)$ тоже изменялся.

Результаты аналитических вычислений и численных расчетов представлены на рис. 1 и в табл. 1.

Значение функция $\Lambda(\beta R)$ с аргументом $\beta R = 3,4509$ в таблице приведено не случайно.

Дело в том, что в области $\beta R < 3,4509$ для λ найдено приближенное аналитическое решение односкоростного интегрального уравнения переноса нейтронов в однородных активных шарах (см. работу [7]). Полученное в [7] решение в случае $\beta R = 3,4509$ совпадает с диффузионным, а при $\beta R < 3,4509$ является более точным.

В диапазоне $\beta R \in (3,4509, \infty)$, наоборот, по точности выигрывает решение диффузионной задачи на главные собственные значения, а при $\beta R \rightarrow \infty$ решение [7] вступает в противоречие с физическим смыслом.

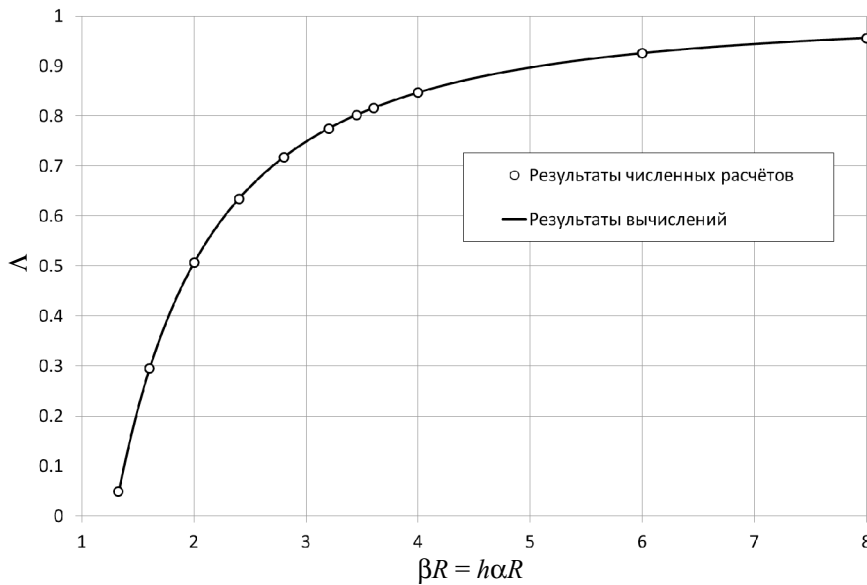


Рис. 1. График универсальной функции $\Lambda(\beta R)$

Таблица 1

Сравнение результатов аналитических вычислений и численных расчетов

βR	Результаты аналитических вычислений Λ	Результаты численных расчетов $\Lambda_{\text{расч}}$	Погрешность диффузионных аналитических вычислений, %
1.6	0.29101	0.29620	1.75
2	0.5060	0.5076	0.32
3.2	0.77494	0.77509	0.02
3.4509	0.80238	0.80244	0.008
4	0.84711	0.84716	0.006
8	0.956254	0.956260	0.0006

2.2. Характеристики оптически толстых активных шаров

В качестве примера рассмотрим шар большого размера ($R = 10$ м) с активностью $\alpha R = 1,71$ и оптической толщиной $\alpha R = 931,9 \gg 1$, нейтронные характеристики которого представлены в табл. 2.

Таблица 2

Некоторые характеристики однородного шара с большой оптической толщиной

Значение λ , полученное по аналитической формуле (9), 10^7 1/с	79.76704
Скорость размножения нейтронов в бесконечной среде $\lambda_{\infty} = (h-1)\alpha V$, 10^7 1/с	79.76729
Отношение $\frac{\lambda}{\lambda_{\infty}}$	0.999997

Из таблицы видно, что отличие между главным собственным значением λ и λ_{∞} пренебрежимо мало.

Оптическую толщину шара можно увеличивать по сравнению с $\alpha R = 931,9$ сколько угодно сильно, тем не менее, не доводя до $\alpha R = \infty$.

В случае шара с оптической толщиной $\alpha R = 10^6$ результат расчета λ по диффузионной формуле отличается от λ_{∞} всего лишь на 10^{-8} %. При этом возникло полное совпадение диффузионного собственного значения λ с полученным путем решения односкоростного кинетического уравнения.

2.3. Определение величин λ и пространственных распределений нейтронов с помощью формул подобия

2.3.1. Зависимости λ от активности и от оптической толщины шаров. Величины λ , полученные с помощью формулы подобия (12) при вариации оптической толщины однородного шара и активности среды, представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты аналитических вычислений
 λ ($\alpha = 0,86742$ 1/см)

αR	h	$\lambda, 10^7, 1/с$
0.445	10000	867337.4
2225	2.0	86.74240
2602	1.71	61.58710
2967	1.5	43.37119
3423	1.3	26.02139
4944	0.9	-8.67426
$5.20 \cdot 10^6$	$8.55 \cdot 10^{-4}$	-86.6682595

Для оценки погрешности был проведен численный расчет при $h = 10000$, в котором получено значение $\lambda_{расч} = 867331,8 \cdot 10^7$ 1/с.

В качестве примера рассмотрим шар с активностью $h = 10000$ и оценим погрешность результата соответствующего расчета. Из-за очень большого значения активности она оказалась малой:

$$\delta = \frac{\lambda - \lambda_{расч}}{\lambda_{расч}} = 0,006 \%. \quad (23)$$

В предельном случае $h = 8,55 \cdot 10^{-4}$ практически идеального поглотителя нейтронов, у которого отлично от нуля только элементарное сечение σ_c и нет других каналов взаимодействия нейтронов

с веществом, диффузионное приближение неприменимо. Данный случай, имеющий определенное методическое значение, подробно изучен в приложении.

2.3.2. Определение погрешностей главных собственных функций, полученных в диффузионном приближении. В подразделе 1.3 приведена формула подобия (17) для нейтронных плотностей в однородных системах столь же точная, как и линейаризованное уравнение Больцмана (13), на основе которого она получена.

В случае шаров воспользуемся точной формулой подобия типа (17)

$$n_2(r_2) = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 n_1(r_1), \quad (24)$$

справедливой для любых двух подобных шаров с радиусами R_1 и R_2 , если выполняются инвариантные условия:

$$\rho_2 R_2 = \rho_1 R_1, \quad (25)$$

$$\rho_2 r_2 = \rho_1 r_1. \quad (26)$$

Обратимся к приведенным ниже рис. 2–4, на которых представлены функции $n_1(r_1)$, $n_2(r_2)$ и вычисленная по точной формуле (24) $n_{2T}(r_2)$, а также погрешности результатов вычислений по диффузионным соотношениям.

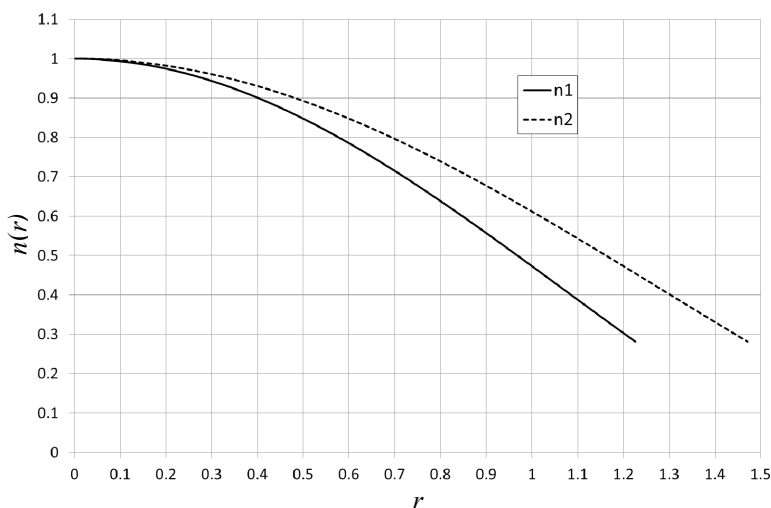


Рис. 2. Функции $n_1(r_1)$ и $n_2(r_2)$, полученные в диффузионном приближении при $\rho_1 = 90$ г/см³, $\rho_2 = 75$ г/см³, $R_1 = 1,2258$ см, $R_2 = 1,4710$ см, $M_1 = 0,694$ кг, $M_2 = 1$ кг, для которых формула (7) привела к значениям $\lambda_1 = 0,173 \cdot 10^7$ 1/с,

$$\lambda_2 = 0,147 \cdot 10^7 \text{ 1/с}$$

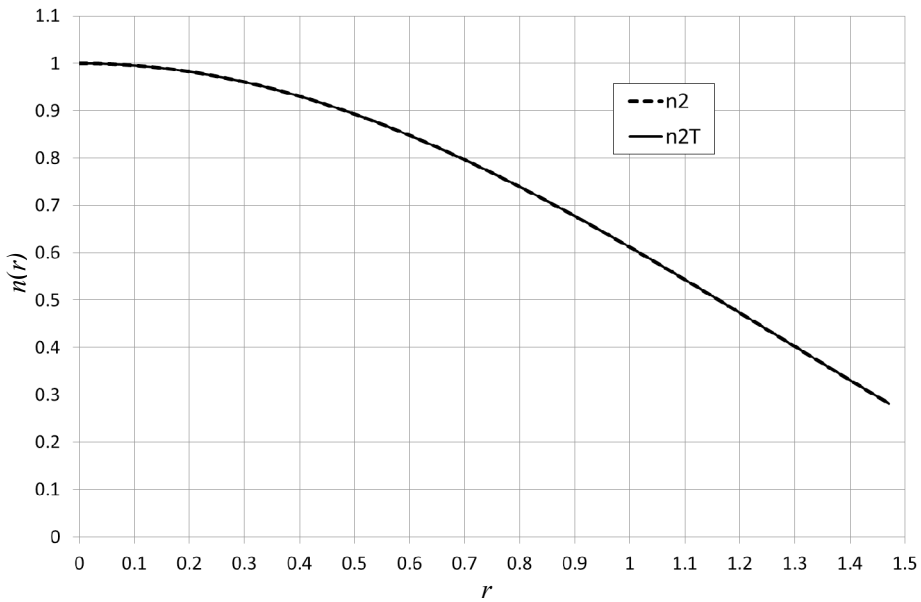


Рис. 3. Графики функций $n_2(r_2)$ и $n_{2T}(r_2)$

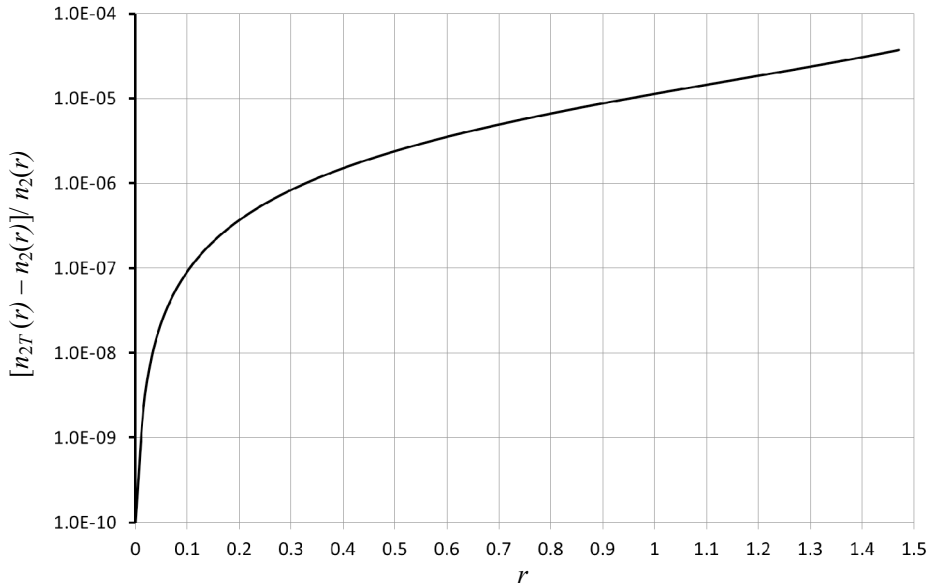


Рис. 4. Зависимость погрешности $\delta = \frac{n_{2T}(r) - n_2(r)}{n_2(r)}$ от радиуса r точки наблюдения

Наибольшая погрешность $\delta = \frac{n_{2T}(r) - n_2(r)}{n_2(r)} \approx 0,0037\%$ реализовалась на границе шара.

Заключение

В статье представлены следующие результаты исследований нейтронных характеристик однородных шаров, выполненных из различных материалов.

В диапазоне изменения $\beta R \in (3,4509, \infty)$ с точностью не хуже 0,008 % в диффузионном приближении аналитически определена функция $\Lambda(\beta R)$, входящая в общую формулу (1) для главных собственных значений $\lambda = h\alpha V \left[\Lambda(\beta R) - \frac{1}{h} \right]$. В работе [8] проведены сложные теоретические исследования, благодаря которым функцию $\Lambda(\beta R)$ стало возможным затабулировать с хорошей точностью.

В предположении экспоненциальной эволюции функции распределения нейтронов во времени $\Psi\left(t, r, \bar{\Omega} = \frac{\vec{V}}{V}\right) = e^{\lambda t} \Psi\left(r, \bar{\Omega} = \frac{\vec{V}}{V}\right)$ изучены зави-

симости λ от оптической толщины αR и от активности среды $h \geq 0$. Случай $h \rightarrow 0$, в котором диффузионное приближение неприменимо, разобран в приложении. Полученные в рамках асимптотической диффузионной теории (АДТ) результаты при тех значениях активности среды h , когда АДТ справедлива, уточнены с помощью теории подобия нейтронно-кинетических процессов.

Для типичных случаев с помощью соотношений подобия определены погрешности величин λ и пространственного распределения нейтронов в однородных шарах, найденных по диффузионным формулам.

Выполнено сравнение некоторых новых результатов с численными решениями односкоростного уравнения переноса нейтронов в однородных шарах.

Полученные аналитические решения характеризуются высокой точностью и поэтому можно утверждать, что поставленная во введении задача решена.

Список литературы

1. Бабичев Н. Б., Беженцев Б. В., Бондарев П. В., Забусов П. В. Собственные значения односкоростного уравнения переноса нейтронов в однородных системах // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 3. С. 68–70.
2. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В. Решение односкоростной задачи по нейтронной кинетике на собственные значения и собственные функции, справедливое в классе однородных односвязных объектов с невогнутыми внешними поверхностями // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2011. Вып. 1–2. С. 61–69.
3. Романов А. Критические параметры реакторных систем. Точные решения односкоростного кинетического уравнения и их использование для решения диффузионных задач (усовершенствованный диффузионный метод). М.: Госатомиздат, 1960. С. 3–26.
4. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Теория подобия в рамках односкоростной нейтронной кинетики квазистационарных систем // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 1. С. 56–66.

5. Шагалиев Р. М., Гребенников А. Н., Артемьев А. Ю., Будников В. И. Развитие основных методик и программ ИТМФ // Журнал Атом, 2011, № 50–51.

6. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Некоторые решения вырожденного и близкого к вырожденному уравнений переноса нейтронов // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 1. С. 3–10.

7. Yamagishi T. Solutions of monoenergetic time dependent neutron transport equation in sSlab geometry // Journal of Nuclear Science and Technology. 1973. Vol. 10(5). P. 284–291.

8. Placzek G., Seidel W. // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 550.

9. Placzek G. // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 556.

10. Mark G C. // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 558.

11. Бабичев Н. Б., Колобянина Н. В., Лутиков И. В., Мжачих С. В., Севастьянов А. А. Верификация блока расчета нейтронной кинетики разностной методики ARCTUR на основе сравнения численных и точных аналитических решений задачи Милна // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 2. С. 3–13.

Приложение

Решение вырожденного кинетического уравнения

Нестационарное кинетическое уравнение для нейтронов (9) после выхода его решения на равновесный режим с экспоненциальной зависимостью функции распределения от времени $\Psi(t, \vec{r}, \bar{\Omega}) = e^{\lambda t} \Psi(\vec{r}, \bar{\Omega})$ принимает вид

$$(\bar{\Omega} \nabla) \Psi(\vec{r}, \bar{\Omega}) + (\lambda + \alpha V) \Psi(\vec{r}, \bar{\Omega}) = \frac{\beta V}{4\pi} n(\vec{r}). \quad (\text{П1})$$

Если

$$\lambda \rightarrow -\alpha V, \quad (\text{П2})$$

то (П1) переходит в вырожденное односкоростное уравнение переноса нейтронов

$$(\bar{\Omega} \nabla) \Psi(\vec{r}, \bar{\Omega}) = \frac{\beta V}{4\pi} n(\vec{r}), \quad (\text{П3})$$

которое для однородных шаров принимает следующий вид:

$$\mu \frac{\partial \Psi(r, \mu)}{\partial r} = \frac{\beta V}{4\pi} n(r, \mu). \quad (\text{П4})$$

Приведем некоторые данные, полученные выше (см. табл. 3).

В случае однородного шара с активностью $h = 8,55 \cdot 10^{-4}$ и с огромной оптической толщиной

$$\alpha R = 5,2 \cdot 10^6 \quad (\text{П5})$$

полученные в аналитических вычислениях и расчете скорости затухания нейтронов составили

$$\lambda = -86,6682595 \cdot 10^7 \text{ 1/с}$$

$$\text{и } \lambda_{\text{расч}} = -86,6682590 \cdot 10^7 \text{ 1/с.} \quad (\text{П6})$$

Отличия величин в (П6) объясняются погрешностью результата расчета

$$\delta = \left| \frac{\lambda_{\text{расч}} - \lambda}{\lambda_{\text{расч}}} \right| = 6 \cdot 10^{-7} \%. \quad (\text{П7})$$

Можно считать, что λ , $\lambda_{\text{расч}}$ и λ_{∞} одинаковы.

Если $h \rightarrow 0$, то $\lambda \rightarrow \lambda_{\infty} = (h-1)\alpha V = -\alpha V$ и вместо интегродифференциального кинетического уравнения (П4) получается обычное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\mu \frac{\partial \psi(r, \mu)}{\partial r} = 0. \quad (\text{П8})$$

Из-за чрезвычайно большой оптической толщины шара (см. (П5)) градиент функции $n(r)$ должен быть малым. Пренебрегая эффектом уменьшения плотности нейтронов вблизи границы шара (это связано с их вылетом в окружающее пустое пространство), будем считать, что

$$\frac{dn(r)}{dr} = 0. \quad (\text{П9})$$

Решением уравнения (П9) является

$$n(r) = B_0 + B_1 r. \quad (\text{П10})$$

При $r \rightarrow \infty$ функция $n(r)$ должна быть конечной и поэтому $B_1 = 0$, т. е.

$$n(r) = B_0. \quad (\text{П11})$$

Кроме нейтронной плотности требуется знать характер эволюции во времени логарифмической производной от полного числа нейтронов в системе $\lambda = \frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt}$ и определить установившееся в момент t_0 значение

$$\lambda(t \geq t_0) = \text{const.} \quad (\text{П12})$$

Применительно к шару с $h = 8,55 \cdot 10^{-4}$ ниже получены численные решения нестационарного односкоростного уравнения (9) переноса нейтронов с разными начальными условиями.

Численно решались следующие три задачи со следующими начальными условиями.

Задача № 1. Шар разбит на десять областей с равными оптическими толщинами и на всю систему задано начальное число нейтронов N_0 .

Задача № 2. При таком же, как в задаче 1 разбиении шара N_0 задавалось только во внешней области.

Задача № 3. Вблизи границы шара выделена очень узкая область с оптической толщиной $\alpha \Delta R = 0,86742$, которая в 600 000 раз меньше, чем в задаче 2, и все количество нейтронов N_0 впрыскивалось в эту область.

Остановимся на полученных результатах.

Все три решенные задачи привели к следующему одинаковому значению установившейся величины $\lambda = -86,67 \cdot 10^7 \text{ 1/с}$.

В задаче 1 реализовалось практически одинаковое с решением (П11) следующее равновесное пространственное распределение нейтронов внутри шара (см. рис. П1).

График функции $n(r)$, полученный в задаче 2, показан на рис. П2.

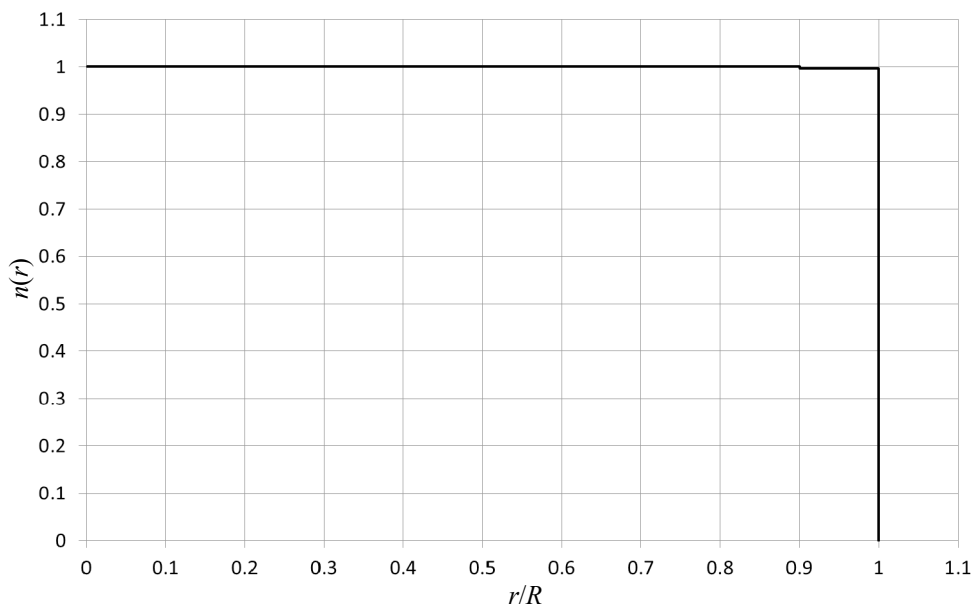


Рис. П1. Установившееся пространственное распределение

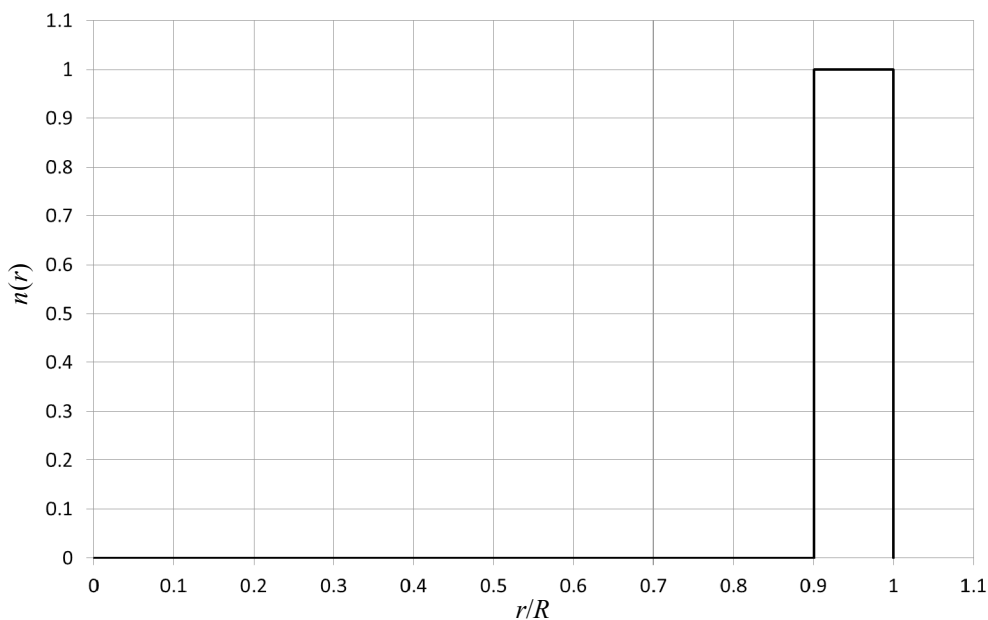


Рис. П2. Зависимость равновесного распределения от относительного радиуса

Решение задачи 3 фактически представляет собой дельта-функцию от среднего радиуса выделенного узкого слоя.

Решенная в данном приложении задача о характеристиках воображаемого идеального поглотителя является абстрактной. Тем не менее, абстрактные решения представляют собой методический и практический интерес.

Приведем один пример. Решение абстрактной задачи Милна (см. [9–11]) с полубесконечным пространством позволило определить необходи-

мую для диффузионной теории экстраполированную длину. Кроме того, в работе [12] путем численного моделирования решения задачи Милна удалось провести верификацию одной из математических методик.