

ВЫПУСК 1

Математическое моделирование физических процессов

СЕРИЯ



Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ

ISSN 0367-5203

ФГУП "РОССИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЯДЕРНЫЙ ЦЕНТР— ВНИИЭФ"

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:

Математическое моделирование физических процессов

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

выпуск 1

Издается с 1978 г.

Cаров - 2015

Главный редактор Шагалиев Рашит Мирзагалиевич, доктор физ.-мат. наук, снс (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров)

Заместители главного редактора:

Бондаренко Юрий Александрович, кандидат физ.-мат. наук, снс (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Тишкин Владимир Федорович, доктор физ.-мат. наук, профессор (ИММ РАН, г. Москва)

> Ответственный секретарь Соколовская Елена Валентиновна (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров)

> > Члены редколлегии:

Бартенев Юрий Германович, доктор физ.-мат. наук, мнс (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Быков Александр Николаевич, кандидат физ.-мат. наук (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Залялов Наиль Надырович, кандидат физ.-мат. наук (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Иванов Николай Владимирович, кандидат физ.-мат. наук, мнс (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Ковалев Валерий Леонидович, доктор физ.-мат. наук, профессор (МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва), Козманов Михаил Юрьевич, доктор физ.-мат. наук, снс (РФЯЦ-ВНИИТФ, г. Снежинск), Соловьев Александр Александрович, доктор физ.-мат. наук, мнс (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Спиридонов Валентин Федорович, доктор физ.-мат. наук, мнс (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Колостов Алексей Александрович (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Чекалин Анатолий Николаевич, доктор физ.-мат. наук, доцент (НИИММ им. Н. Г. Чеботарева, КФУ, г. Казань), Чубариков Владимир Николаевич, доктор физ.-мат. наук, профессор (МГУ им М. В. Ломоносова, г. Москва)

> Адрес редакции: 607188, г. Саров Нижегородской обл., пр. Мира, 37, тел. (83130)28406, *e-mail*: sokol@vniief.ru

> > © ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 2015

УДК 533.9

КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОЯДЕРНОГО ЗАЖИГАНИЯ ПЛОТНОЙ DT-СМЕСИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОТОННЫХ ПУЧКОВ

К. В. Хищенко, А. А. Чарахчьян (ОИВТ РАН, ВЦ РАН, г. Москва)

Рассматривается модель термоядерной детонации плоского слоя плотной DT-смеси при импульсном воздействии на него с двух сторон протонными пучками. Нагрев горючего α -частицами DT-реакции полагается основным механизмом зажигания. Вылет α -частиц за пределы цилиндрической поверхности заданного радиуса горючего и пучка учитывается в рамках трекового метода. Предложена модификация этого метода, аппроксимирующая задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера—Планка. Такая квазиодномерная модель позволяет оценить энергию зажигания горючего.

Ключевые слова: цилиндрическая мишень для инерциального термоядерного синтеза, энергия зажигания, коэффициент выгорания, трековый метод, приближение Фоккера—Планка.

Введение

Современные концепции мишеней для инерционного термоядерного синтеза основываются на возможности достижения плотности примерно $10^3 \rho_s$, где ρ_s — плотность горючего в твердом состоянии при атмосферном давлении и температуре 4 К. При этом традиционный подход к зажиганию подразумевает сжатие сферического слоя горючего до требуемой плотности с одновременным созданием горячей области в центре мишени. Другой подход, получивший название быстрого поджига (fast ignition), предполагает использование двух драйверов [1, 2]. Первый драйвер сжимает горючее до требуемой плотности, а второй быстро поднимает его температуру. В качестве источника нагрева высокоплотного горючего рассматриваются быстрые электроны [2] и протоны [3—5], генерируемые поглощением лазерного излучения в окрестности точки с критической плотностью, а также пучки тяжелых ионов [6, 7]. Отметим предложенный сравнительно давно вариант быстрого поджига с помощью сходящейся ударной волны [8] (см. также [9]), при котором зажигание тоже происходит в центре мишени. Настоящая работа посвящена варианту быстрого поджига, при котором волна термоядерного горения зарождается вблизи границы мишени и распространяется внутрь.

Рассматриваемая в данной работе мишень схематично показана на рис. 1. Горючее, смешанное из равных количеств дейтерия (D) и трития (T), имеющее начальную плотность ρ_0 , находится в цилиндрическом канале длиной 2*H*, расположенном внутри оболочки из тяжелого вещества, которая препятствует быстрому радиальному разлету горючего. В качестве источника зажигания мишени рассматриваются встречные пучки протонов, генерирующие две симметрично сходящиеся волны термоядерного горения. Впервые такая цилиндрическая мишень была предложена в работе [10] применительно к сжатию в ней газообразного дейтерия с помощью лазерных импульсов. Такого типа мишени исследовались также экспериментально [11].

Предполагается, что сжатие горючего до исходной плотности ρ_0 происходит путем компрессии оболочки, например, с помощью магнитного поля [12] или пучка тяжелых ионов, энергия которого поглощается одним из слоев многослойной мишени [6, 13]. Полезным следствием использования



Рис. 1. Схема мишени

сильных магнитных полей является значительное уменьшение теплового потока между оболочкой и горючим [10].

Задача об инициировании волны термоядерного горения пучком тяжелых ионов в цилиндре из DT-горючего плотностью примерно $500\rho_s$ рассматривалась ранее [6].

Первая теоретическая оценка пороговой энергии зажигания DT-горючего, предварительно сжатого до плотности ρ_0 , была сделана в работе [2] и имела вид $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$. Аналогичная оценка с уточненным значением константы пропорциональности приведена в [14]. Во многих работах (например, [5, 6, 14, 15]) пороговая энергия зажигания определяется из численного решения двумерной осессимметричной задачи с заданным видом зависимости интенсивности падающего пучка частиц от радиальной координаты и времени. В работе [14] приведена уточненная зависимость $E_{ig} \sim \rho_0^{-1,85}$, полученная по результатам большого числа расчетов для $\rho_0 \ge 50 \, \mathrm{r/cm^3} \approx 230 \rho_s$.

В упомянутой выше двумерной осесимметричной задаче предполагается, что радиус пучка много меньше размеров сжатого DT-горючего. Применительно к цилиндрической мишени, изображенной на рис. 1, будем рассматривать задачу, в которой радиус пучка совпадает с радиусом цилиндрического канала, а интенсивность пучка J(t) не зависит от радиальной координаты.

Быстрый поджиг подразумевает нагрев горючего, почти изохорический. Движением тяжелой оболочки за время такого нагрева можно пренебречь. Если предположить, что оболочка сильно замагничена, то можно пренебречь и потоком тепла в оболочку. Предположим также, что собственное излучение DT-плазмы не оказывает определяющего влияния на процесс зажигания, как это было отмечено при исследовании двумерной задачи о зажигании пучком тяжелых ионов [6]. Тогда основным механизмом, определяющим зажигание, является нагрев α -частицами DT-реакции, которые должны оставлять значительную часть своей энергии в горючем, а не вылетать за его пределы.

Чтобы приближенно найти энергию зажигания мишени, представленной на рис. 1, будем решать одномерную задачу со слоем горючего толщиной 2H, дополнительно учитывая вылет α -частиц за пределы цилиндра радиусом R_{α} и полагая энергию зажигания $E_{ig} = \pi R_{\alpha}^2 I(\infty)$, если в решении одномерной задачи возникает волна термоядерного горения. Здесь I = I(t) — энергия пучка протонов, вложенная к моменту времени t на единицу площади поперечного сечения:

$$I(t) = \int_{0}^{t} J(t')dt'.$$

Траектории полета α-частиц полагаются прямыми линиями. Искривление этих траекторий магнитным полем оболочки, которое может значительно снизить энергию зажигания [16], не учитывается.

В качестве зажигающего драйвера рассматривается моноэнергетический пучок протонов, имеющих кинетическую энергию 1 МэВ. Пучки протонов такой энергии для быстрого поджига предварительно сжатых DT-мишеней рассматривались, например, в работе [5]. Интенсивность пучка 10^{19} Br/cm^2 , длительность действия 50 пс. Рассматривался и менее мощный пучок с интенсивностью 10^{18} Br/cm^2 и длительностью действия 500 пс.

В работах [17, 18] исследовались одномерные плоские симметрично сходящиеся волны термоядерного горения для начальной плотности DT-смеси $\rho_0 = \rho_s$ и $\rho_0 = 5\rho_s$, инициированные лазерным излучением, полностью поглощающимся в точке с критической плотностью. При таком способе зажигания, не предусматривающем использования надтепловых частиц, волна горения возникает только после того, как произойдет хотя бы один выход отраженной от плоскости симметрии ударной волны на фронт абляции, и распространяется по горючему, к тому моменту сжатому и нагретому несколькими ударными волнами. Возникающая волна является волной медленного горения, которая обладает интересным свойством создавать перед собой сжимающий профиль массовой скорости, быстро повышающий плотность горючего перед фронтом. В результате волна медленного горения может превратиться в пару движущихся в противоположных направлениях детонационных волн.

В работе [19] исследование волн термоядерного горения при начальной плотности ρ_s и 5 ρ_s дополняется случаем инициирования пучками протонов. Показано, что, несмотря на различные способы зажигания, различные модели нагрева α -частицами, различные механизмы превращения волнового процесса медленного горения в детонацию или отсутствие такого превращения, коэффициент выгорания топлива существенно зависит только от одного параметра $H\rho_0$, как и в известной приближенной формуле для разлета сферической мишени [20].

Исследование, начатое ранее [19], в настоящей работе распространяется на более широкий диапазон начальной плотности DT-смеси $5\rho_s \leq \rho_0 \leq 100\rho_s$. В разд. 1 рассматривается трековый метод для учета нагрева плазмы α -частицами DT-реакции [21, 22]. В разд. 2 предлагается модификация этого метода, которая аппроксимирует известную задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера—Планка [23]. В рамках трекового метода условие вылета α -частицы за пределы цилиндра заданного радиуса легко формулируется в виде ограничения на траекторию движения α -частицы. В разд. 3 рассматриваются результаты расчетов процесса зажигания мишени пучками с разной интенсивностью и одинаковой энергией, а также формирования детонационной волны. Расчеты проведены в рамках одномерной односкоростной двухтемпературной гидродинамической модели [19], в которой учтены широкодиапазонное уравнение состояния горючего, электронная и ионная теплопроводность, кинетика DT-реакции, собственное излучение плазмы и ее нагрев α -частицами. Для учета последнего эффекта использованы исходный и модифицированный варианты трекового метода. Полученные результаты суммируются в Заключении.

1. Трековый метод расчета нагрева плазмы заряженными продуктами термоядерных реакций

Скорость торможения (отрицательное ускорение) надтепловой заряженной частицы в плазме $a = a_e + a_i$ складывается из скорости торможения на электронах a_e и ионах a_i , которые являются известными функциями параметров плазмы и скорости частицы v [23—25]. Другими функциями, необходимыми для описания переноса надтепловых заряженных частиц, являются скорость их рождения в единице объема F и минимальная скорость надтепловой частицы v_{th} , при которой она термализуется. Ограничимся плоскими одномерными течениями, когда параметры плазмы являются функциями одной пространственной координаты x. Без ограничения общности можно рассматривать область $0 \leq x \leq 1$. Функции a(x, v), F(x) и $v_{th}(x)$ в данном разделе полагаются заданными. Для определенности в качестве надтепловых заряженных частиц будем рассматривать α -частицы.

Для упрощения выкладок далее излагается решение задачи с условием отсутствия влетающих в область α -частиц на обеих границах. В расчетах настоящей работы была использована вариация метода при условии упругого отражения α -частиц от одной из границ, что учитывает симметрию течения относительно этой границы, как оговорено в конце следующего раздела.

Рассмотрим трековый метод [21, 22], который основан на простых физических соображениях, применяемых к дискретной среде. В единице объема каждой точки x_0 рождается $F(x_0) \alpha$ -частиц, имеющих постоянную по модулю скорость v_0 . Частицы движутся прямолинейно во всех направлениях, которые в рассматриваемом случае задаются параметром μ — косинусом угла, образованного с осью $x, -1 \leq \mu \leq 1$. Вводится в рассмотрение скорость α -частиц $v(\xi, x_0, \mu)$, которая определяется задачей Коши

$$v \frac{\partial v}{\partial \xi} = a(x, v), \quad x = x_0 + \xi \mu, \quad v(0, x_0, \mu) = v_0,$$
 (1)

где ξ — координата вдоль луча, по которому движется частица. Так как a < 0, скорость частицы вдоль луча падает. Максимальное значение ξ для заданных x_0 и μ определяется условиями

$$0 \leqslant x_0 + \xi_{\max}\mu \leqslant 1; \quad v(\xi_{\max}, x_0, \mu) = v_{th}(x_0 + \xi_{\max}\mu).$$
(2)

Пусть имеется сетка x_l , l = 1, 2, ..., N + 1, $x_1 = 0$, $x_{N+1} = 1$, которая делит расчетную область по координате x на ячейки размером $\Delta x_l = x_{l+1} - x_l$, l = 1, 2, ..., N. Для определенности будем полагать параметры плазмы заданными в серединах ячеек $\bar{x}_l = 0.5(x_l + x_{l+1})$.

Число α -частиц, рождающихся в ячейке j с единичной площадью поперечного сечения в единицу времени, $\sigma_j = F(\bar{x}_j)\Delta x_j$. Эти частицы делятся на M угловых групп с постоянным шагом по μ , $\Delta \mu = 2/M$, исходя из изотропного распределения частиц по телесному углу ($\sigma_j \Delta \mu/2$ частиц в группе). Все частицы одной группы с номером m, родившиеся в ячейке j, движутся прямолинейно вдоль луча с $\mu = \mu_m = -1 + (m - 0.5)\Delta\mu$ и тормозятся в соответствии с уравнением (1), где $x_0 = \bar{x}_j$. Ограничимся случаем четного числа M, для которого $\mu_m \neq 0$ при всех m.

Рассмотрим ячейку k размером Δx_k , через которую проходят α -частицы, родившиеся в ячейке j. Если k = j, то граничное условие для уравнения (1) задается в середине ячейки: $v = v_0$. В противном случае граничное условие задается в одном из узлов x_k или x_{k+1} с меньшим значением ξ : $v = v_{0b}$, где скорость v_{0b} получена из расчета предыдущей ячейки. В простейшем варианте метода, который рассматривается в настоящей работе, функция a(x, v) внутри ячейки полагается постоянной и равной $a_k = a(\bar{x}_k, v_b)$, где $v_b = v_{0b}$ при $k \neq j$ и $v_b = v_0$ при k = j. Скорость v_e в узле с бо́льшим значением ξ определяется решением задачи Коши (1) и условием термализации $v_e \ge v_{th}^k = v_{th}(\bar{x}_k)$:

$$\widetilde{v}_e^2 = v_b^2 + 2a_k\Delta\xi; \quad v_e = \max{(v_{th}^k, \widetilde{v}_e)},$$

где $\Delta \xi = \Delta \xi_k = \Delta x_k / |\mu_m|$ при $k \neq j$ и $\Delta \xi = \Delta \xi_k / 2$ при k = j. Если α -частицы термализовались в данной ячейке ($\tilde{v}_e \leq v_{th}^k$), то расчет угловой группы на этом заканчивается.

Энергия, которая передается единице объема ячейки k за единицу времени α -частицами угловой группы m, родившимися в ячейке j, равна

$$\psi_{kjm} = \frac{m_{\alpha}\sigma_{j}\Delta\mu}{2\Delta x_{k}} \frac{v_{b}^{2} - v_{e}^{2}}{2} = \frac{m_{\alpha}\sigma_{j}\Delta\mu}{2|\mu_{m}|} \cdot \begin{cases} \min\left(-a_{k}, \frac{v_{0b}^{2} - (v_{th}^{k})^{2}}{2\Delta\xi_{k}}\right), & k \neq j; \\ \min\left(-\frac{a_{k}}{2}, \frac{v_{0}^{2} - (v_{th}^{k})^{2}}{2\Delta\xi_{k}}\right), & k = j, \end{cases}$$
(3)

где m_{α} — масса α -частицы. Полная энергия, которая поступает в единицу объема ячейки k за единицу времени, составляет

$$w_k = \sum_{m=1}^M \sum_{j=k}^{k+\Delta k} \psi_{kjm},\tag{4}$$

где $k+\Delta k$ — номер ячейки, в которой родились α -частицы группы m, термализовавшиеся в ячейке k. Знак Δk зависит от знака μ_m : $\Delta k \leq 0$ при $\mu_m > 0$ и $\Delta k \geq 0$ при $\mu_m < 0$. Естественное ограничение на Δk заключается в существовании ячейки с соответствующим номером: $1 \leq k + \Delta k \leq N$. Для расчета суммы (4) слагаемые ψ_{kjm} вычисляются последовательно для всех ячеек $1 \leq j \leq N$ и всех угловых групп $1 \leq m \leq M$.

2. Модификация трекового метода в приближении Фоккера-Планка

Найдем связь между трековым методом и стационарным кинетическим уравнением в приближении Фоккера—Планка [23]. Для этого необходимо сформулировать трековый метод в терминах математической физики, а не конечноразностных формул, найдя предел w_k при $h = \max(\Delta x_l)$, $\Delta \mu \to 0$.

Пусть сначала $h \to 0$. Тогда число слагаемых во внутренней сумме в (4) стремится к бесконечности. Поэтому можно отбросить первое слагаемое с j = k и последнее слагаемое с $j = k + \Delta k$. В результате внутренняя сумма в (4) примет вид

$$\Psi_{km} = -\frac{m_{\alpha}\Delta\mu}{2|\mu_m|} \sum_{j=k+\operatorname{sign}(\Delta k)}^{k+\Delta k-\operatorname{sign}(\Delta k)} a(\bar{x}_k, v_{b0})F(\bar{x}_j)\Delta x_j.$$
(5)

Введем обозначения $x = \lim_{h \to 0} \bar{x}_k$; $x_0 = \lim_{h \to 0} \bar{x}_j$. Тогда, учитывая, что $\lim_{h \to 0} \bar{x}_k = \lim_{h \to 0} \bar{x}_{k+1} = x$, имеем $\lim_{h \to 0} v_{b0} = v(\xi, x_0, \mu_m)$, $\xi = (x - x_0)/\mu_m$, где $v(\xi, x_0, \mu_m)$ — решение задачи Коши (1). В результате получим

$$\lim_{h \to 0} \Psi_{km} = \Psi(x, \mu_m) = \frac{m_{\alpha} \Delta \mu}{2\mu_m} \int_{x}^{x + \Delta x} a\Big(x, v\left(\xi, x_0, \mu_m\right)\Big) F(x_0) dx_0,$$
(6)

где Δx определяется условием термализации в точке $x \alpha$ -частиц угловой группы m, родившихся в точке $x + \Delta x$:

$$v\left(\frac{-\Delta x}{\mu_m}, x + \Delta x, \mu_m\right) = v_{th}(x). \tag{7}$$

Исчезновение знака модуля у μ_m при переходе от суммы (5) к интегралу (6) связано с тем, что сумма (5) не меняет знака при изменении знака Δk , а интеграл (6) меняет знак при изменении знака Δx .

При $\mu_m \to 0$ функция $\Psi(x, \mu_m)$ остается конечной, несмотря на наличие μ_m в знаменателе. Ограничимся доказательством этого факта в простейшем случае a = const. Тогда условие (7) и задача Коши (1) дают

$$\Delta x = \frac{\mu_m}{2a} \Big(v_0^2 - v_{th}^2(x) \Big),$$

откуда

$$\Psi(x,0) = \frac{1}{4}m_{\alpha}\Delta\mu F(x)\Big(v_0^2 - v_{th}^2(x)\Big).$$

Окончательно требуемый предел, который имеет смысл скорости подвода энергии к единице объема плазмы вблизи точки x, записывается в виде

$$W(x) = \lim_{h,\Delta\mu\to 0} w_k = \frac{m_{\alpha}}{2} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{x+\Delta x} \frac{a\left(x, v\left(\xi, x_0, \mu\right)\right) F(x_0)}{\mu} dx_0 d\mu,$$
(8)

где $v(\xi, x_0, \mu)$ есть решение задачи (1); Δx определяется условием (7).

Рассмотрим теперь стационарное кинетическое уравнение относительно функции распределения α -частиц $f(x, v, \mu)$ в приближении Фоккера—Планка. Если предположить, что все рождающиеся α -частицы имеют одну и ту же начальную скорость v_0 , и отбросить слагаемое, описывающее диффузию функции распределения в пространстве скоростей, то возникает следующая задача Коши для однородного кинетического уравнения [23]:

$$\mu v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial a f}{\partial v} = 0, \quad v_{th}(x) \leqslant v \leqslant v_0, \quad f(x, v_0, \mu) = -\frac{\widetilde{F}(x, \mu)}{a(x, v_0)}, \tag{9}$$

где $F(x,\mu)$ — скорость рождения в единице объема вблизи точки x α -частиц, направление полета которых находится в интервале $d\mu$ вблизи направления μ . Так как

$$\int_{-1}^{1} \widetilde{F}(x,\mu) d\mu = F(x),$$

то для случая изотропного разлета частиц получаем $\widetilde{F}(x,\mu)=F(x)/2.$

Скорость подвода энергии к единице объема плазмы вблизи точки \boldsymbol{x}

$$W_{\Phi\Pi}(x) = \int_{-1}^{1} \Psi_{\Phi\Pi}(x,\mu) d\mu, \quad \Psi_{\Phi\Pi}(x,\mu) = -m_{\alpha} \int_{v_{th}(x)}^{v_0} f(x,v,\mu) a(x,v) v dv.$$
(10)

Вместо скорости v введем переменную $\eta = v^2/2$, полагая $f = f(x, \eta, \mu)$; $a = a(x, \eta)$; $\eta_0 = v_0^2/2$; $\eta_{th}(x) = v_{th}(x)^2/2$. Тогда функция $\Psi_{\Phi\Pi}$ из формулы (10) примет вид

$$\Psi_{\Phi\Pi}(x,\mu) = -m_{\alpha} \int_{\eta_{th}(x)}^{\eta_0} f(x,\eta,\mu) a(x,\eta) d\eta.$$
(11)

Заменой переменных $x = x_0 + \xi \mu$ введем новую независимую переменную ξ и параметр x_0 , смысл которого будет уточнен ниже. Уравнение (9) примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} + a \frac{\partial f}{\partial \eta} + f a_{\eta} = 0, \quad f = f(x_0 + \xi \mu, \eta, \mu).$$
(12)

Его характеристики определяются дифференциальным уравнением $d\eta = ad\xi$ и имеют вид однопараметрического семейства

$$\eta(\xi, x_0, \mu) = \eta_0 + \int_0^{\xi} a\Big(x_0 + \xi'\mu, \eta(\xi', x_0, \mu)\Big)d\xi',$$
(13)

в котором параметр x_0 определяет характеристику, проходящую через точку (x_0, η_0) . Заметим, что с точностью до обозначений этому уравнению удовлетворяет и семейство решений задачи Коши (1).

Вдоль характеристики (13) уравнение (12) и граничное условие из (9) принимают вид

$$\frac{df}{d\xi} + f a_{\eta} = 0, \quad f = f \left(x_0 + \xi \mu, \eta(\xi, x_0, \mu), \mu \right), \quad f(x_0, \eta_0, \mu) = -\frac{F(x_0)}{2a(x_0, \eta_0)} ,$$

откуда получаем

$$f(x_{0} + \xi\mu, \eta(\xi, x_{0}, \mu), \mu) = -\frac{F(x_{0})\chi(\xi, x_{0}, \mu)}{2a(x_{0}, \eta_{0})},$$

$$\chi(\xi, x_{0}, \mu) = \exp\left(-\int_{0}^{\xi} a_{\eta}(x_{0} + \xi'\mu, \eta(\xi', x_{0}, \mu))d\xi'\right).$$
(14)

В интеграле (11) перейдем от интегрирования по η к интегрированию по x_0 , которое связано с η уравнением (13) и связью $x = x_0 + \xi \mu = \text{const.}$ Для упрощения выкладок связь между дифференциалами $d\eta$ и dx_0 можно найти, перейдя в (13) к переменной x вместо ξ , взяв дифференциал и положив dx = 0. В результате получим

$$d\eta = -\frac{1}{\mu}a(x_0, \eta_0)dx_0.$$
 (15)

Пределы интегрирования η_0 и $\eta_{th}(x)$ переходят соответственно в x и $x + \Delta x$, где Δx определяется условием $\eta(-\Delta x/\mu, x + \Delta x, \mu) = \eta_{th}(x)$, аналогичным условию (7) в трековом методе. Подставив эти пределы вместе с (14) и (15) в (11), получим

$$\Psi_{\Phi\Pi}(x,\mu) = \frac{m_{\alpha}}{2} \int_{x}^{x+\Delta x} \frac{F(x_0)\chi(\xi,x_0,\mu)a(x,\eta(\xi,x_0,\mu))}{\mu} dx_0.$$
(16)

Нетрудно увидеть, что после обратного перехода к переменной v вместо η в (16) и подстановки (16) в (10) функция $W_{\Phi\Pi}(x)$ отличается от соответствующей функции (8) лишь множителем $\chi(\xi, x_0, \mu)$, который определен в (14). Отсюда следует, что в качестве численного метода решения задачи (9), (10) можно использовать описанный в предыдущем разделе трековый метод для конечного числа ячеек по x и числа групп по μ , вычисляя дополнительно функцию $\chi(\xi, x_0, \mu)$ вдоль каждой траектории α -частиц. При моделировании высокотемпературной плазмы необходимо вычислять скорость подвода энергии к единице объема отдельно для электронов и ионов. Для этого в формуле (3) вместо скорости торможения α -частиц a(x, v) используются соответствующие функции для компонентов плазмы $a_e(x, v)$ и $a_i(x, v)$.

Если одна из границ, например x = 0, является плоскостью симметрии, то следует добавить в (1) возможность симметричного отражения траектории α -частиц при $\mu < 0$:

$$x = \begin{cases} x_0 + \xi \mu, & \xi \leqslant \xi_*; \\ -(\xi - \xi_*)\mu, & \xi > \xi_*, \end{cases}$$

где $\xi_* = -x_0/\mu$, и убрать из условий (2), определяющих максимальное значение ξ , неравенство $x_0 + \xi_{\max} \mu \ge 0$.

Если плазма находится в цилиндре, то α-частицы, вылетающие за его границы, не дают вклада в нагрев плазмы. Предлагается приближенно учесть этот трехмерный эффект в рамках одномерной задачи.

Введем параметр R_{α} , имеющий смысл радиуса цилиндра, ось которого в физическом пространстве совпадает с осью симметрии встречных пучков (выбранной в качестве координатной оси x). Тогда к условиям (2) добавляется требование $\xi_{\max} \leq R_{\alpha}(1-\mu^2)^{-1/2}$, которое исключает из расчета нагрева плазмы те α -частицы, которые вылетают за границы цилиндра.

Пусть $R_{\alpha} \to 0$. Тогда $\xi_{\max} \to 0$ во всей области $-1 \leq \mu \leq 1$, за исключением ее границ $\mu = \pm 1$. Так как скорость нагрева плазмы (10) является интегралом по μ , она также стремится к нулю вместе с R_{α} , что делает невозможным зажигание мишени при некотором малом значении R_{α} . Увеличивая R_{α} , можно определить его значение, начиная с которого возникает волна термоядерного горения, и интерпретировать это значение как радиус цилиндра, в котором возможно зажигание.

3. Зажигание мишени

Рассмотрим начальную стадию течения, ограниченную временем действия пучка протонов $t \leq \Delta t_{pr}$. Предположим, что нагрев пучком протонов происходит настолько быстро, что движением горючего и изменением его плотности за время Δt_{pr} можно пренебречь. Будем называть такой нагрев изохорическим. Если дополнительно пренебречь термоядерными реакциями и собственным излучением плазмы, то сумма уравнений баланса энергии электронов и ионов (уравнения (5) и (6) из [19]) принимает вид

$$\rho_0 \frac{\partial \varepsilon(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial (J+q_e+q_i)}{\partial x}, \quad \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i, \quad q_e = \varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial x}, \quad q_i = \varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial x}.$$

Интегрируя первое уравнение по t от 0 до Δt_{pr} и по x от H-l до H, где l — длина свободного пробега протонов, полагая тепловые потоки $q_e = q_i = 0$ на границах интегрирования по x и пренебрегая начальной энергией горючего, получаем

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{l} \int_{H-l}^{H} \varepsilon(x, \Delta t_{pr}) dx = \frac{I(\Delta t_{pr})}{\rho_0 l},$$
(17)

где $\bar{\varepsilon}$ — средняя удельная внутренняя энергия плазмы в области нагрева при $t = \Delta t_{pr}$. Так как зависимость скорости торможения протонов *a* от плотности близка к линейной, длина свободного пробега протонов обратно пропорциональна плотности: $l \sim \rho_0^{-1}$. Поэтому средняя внутренняя энергия $\bar{\varepsilon}$ не зависит от ρ_0 и определяется только энергией пучка *I* и начальной энергией протонов, от которой зависит длина их свободного пробега.

Надтепловые протоны отдают бо́льшую часть своей энергии электронам, которые, в свою очередь, нагревают ионы. При заданной энергии пучка I температура ионов при $t = \Delta t_{pr}$ растет как с ростом Δt_{pr} , так и с ростом ρ_0 , поскольку время релаксации температур электронов и ионов $\tau_T \sim \rho^{-1}$. Если температура электронов при $t = \Delta t_{pr}$ значительно превышает температуру ионов, то последняя может оказаться достаточной для зажигания мишени уже после прекращения действия пучка при $t > \Delta t_{pr}$.

Нарушение изохоричности нагрева связано с волной разрежения, которая распространяется со звуковой скоростью от свободной границы вглубь мишени, и с ударной волной, возникающей из-за быстрого роста давления в области нагрева. В качестве условия нарушения изохоричности нагрева возьмем неравенство $c_S \Delta t_{pr} > l$, где c_S — изоэнтропическая скорость звука. Так как $l \sim \rho_0^{-1}$, при увеличении ρ_0 сохранение близости нагрева к изохорическому требует уменьшения времени действия пучка Δt_{pr} , что, в свою очередь, как видно из (17), для сохранения средней по области нагрева внутренней энергии требует соответствующего увеличения интенсивности пучка J_0 .

На рис. 2 показаны профили ионной температуры и массовой скорости по лагранжевой координате s_b в системе отсчета относительно свободной границы на момент прекращения энерговклада $t = \Delta t_{pr}$ для пучков одинаковой энергии с разной длительностью $\Delta t_{pr} = 50$ пс и $\Delta t_{pr} = 500$ пс и двух значений начальной плотности горючего: $\rho_0 = 25\rho_s$ и $\rho_0 = 100\rho_s$. Здесь

$$s_b(x,t) = \int\limits_{x_b}^x
ho(x',t) dx';$$

 ρ — плотность; x_b — пространственная координата свободной границы. Параметр R_{α} , ограничивающий траекторию полета α -частицы в мишени, выбран вблизи границы ее зажигания хотя бы одним из пучков ($R_{\alpha} = 0,4$ мм для $\rho_0 = 25\rho_s$ и $R_{\alpha} = 0,1$ мм для $\rho_0 = 100\rho_s$).

Рассмотрим сначала случай $\rho_0 = 25 \rho_s$ (см. рис. 2, *a* и 2, *b*).



Рис. 2. Температура ионов (a, 6) и массовая скорость (s, c) как функции лагранжевой координаты s_b в системе отсчета относительно свободной границы на момент $t = \Delta t_{pr}$ при $\rho_0 = 25\rho_s$, $R_{\alpha} = 0.4$ мм (a, c) и $\rho_0 = 100\rho_s$, $R_{\alpha} = 0.1$ мм (6, c) для разных параметров пучков с одинаковой энергией: — $-\Delta t_{pr} = 50$ пс, $J_0 = 10^{19}$ Вт/см²; $---\Delta t_{pr} = 500$ пс, $J_0 = 10^{18}$ Вт/см²

При $\Delta t_{pr} = 50$ пс, как следует из соответствующего профиля скорости (сплошная линия на рис. 2, *в*), нагрев происходит почти изохорически: процесс образования ударной волны еще не начался, а волна разрежения занимает лишь небольшую часть нагретой области. Хотя температура ионов (сплошная линия на рис. 2, *a*) сравнительно небольшая, ее последующий рост из-за нагрева более горячими электронами приводит к зажиганию мишени.

При увеличении времени Δt_{pr} до 500 пс нагрев пучком протонов уже не является изохорическим. Как видно из профиля скорости (штриховая линия на рис. 2, 6), внутри области нагрева сформировалась непрерывная волна сжатия, которая затем должна превратиться в ударную волну. К волне сжатия примыкает волна разрежения, которая в отсутствие нагрева α -частицами должна приводить к быстрому падению амплитуды ударной волны. Однако температура ионов (штриховая линия на рис. 2, *a*) оказывается достаточной для зажигания мишени. Видно, что в области волны сжатия (см. рис. 2, *в*) имеет место значительный нагрев плазмы α -частицами (см. рис. 2, *a*). В результате волна сжатия быстро переходит в детонационную волну хорошо известного типа [26] с примыкающей к ее фронту волной разрежения.

Перейдем к случаю $\rho_0 = 100 \rho_s$ (см. рис. 2, б и 2, ϵ).

При $\Delta t_{pr} = 50$ пс температура ионов (сплошная линия на рис. 2, δ) заметно больше, чем в случае того же пучка и $\rho_0 = 25\rho_s$, из-за уменьшения времени релаксации температур $\tau_T \sim \rho^{-1}$. Как видно из профиля скорости (сплошная линия на рис. 2, ϵ), начинает формироваться ударная волна, а волна разрежения занимает пока небольшую часть области нагрева. Механизм зажигания мишени для данного варианта будет рассмотрен ниже.

Для пучка с $\Delta t_{pr} = 500$ пс зажигания мишени не происходит. Как видно из профиля скорости (штриховая линия на рис. 2, г), ударная волна при $t = \Delta t_{pr}$ отошла достаточно далеко от области нагрева и уже не может превратиться в детонационную волну. Через некоторое время волна разрежения догоняет ударную волну и начинает уменьшать ее амплитуду. Расчеты показывают, что для мишени с $\rho_0 = 10^3 \rho_s$ аналогичная картина течения без зажигания мишени возникает для пучка с $\Delta t_{pr} = 50$ пс.

Отмеченное выше отсутствие зажигания мишени с плотностью горючего $\rho_0 = 100 \rho_s \approx 22 \,\mathrm{r/cm^3}$ пучком с интенсивностью $10^{18} \,\mathrm{Br/cm^2}$ и ее зажигание пучком с интенсивностью $10^{19} \,\mathrm{Br/cm^2}$, как и отсутствие зажигания этим пучком мишени с плотностью горючего $\rho_0 \approx 220 \,\mathrm{r/cm^3}$, соответствуют зависимости минимальной для зажигания мишени интенсивности от плотности, которая получена в работе [14] по результатам двумерных расчетов. Эта зависимость дает значения $\sim 6 \cdot 10^{18} \,\mathrm{Br/cm^2}$ для $\rho_0 = 22 \,\mathrm{r/cm^3}$.

Приведем результаты расчетов для мишени с $\rho_0 = 100\rho_s$, $R_{\alpha} = 0,1$ мм и пучка с $\Delta t_{pr} = 50$ пс, $J_0 = 10^{19}$ Вт/см². Рассмотрим сначала случай полутолщины слоя горючего H = 0,5 мм, что соответствует значению параметра $H\rho_0 \approx 1$ г/см².

На рис. 3 показан процесс зажигания мишени. Приведены профили по x функций T_e , T_i , ρ , u и скорости выгорания $\chi_{\rm B} = \langle \sigma v \rangle_{\rm DT} n_{\rm T}$ [19] ($\langle \sigma v \rangle_{\rm DT}$ — скорость реакции DT-синтеза; $n_{\rm T}$ — концентрация ядер трития) в момент прекращения действия пучка 50 пс и три последующих момента: 100, 150 и 200 пс. Небольшие разрывы функции $\chi_{\rm B}(x)$ являются следствием небольшого разрыва в аппроксимационной формуле для $\langle \sigma v \rangle_{\rm DT}(T_i)$ из [22].

При t = 50 пс максимальная температура ионов составляет ~ 10^8 К, что вполне достаточно для зажигания мишени. Ударная волна еще не сформировалась, а волна горения, которую будем отождествлять с функцией $\chi_{\rm B}(x)$, непрерывна. При t = 100 пс ударная волна сформировалась, а волна горения немного отстает от нее и по-прежнему непрерывна. При t = 150 пс волна горения уже догнала ударную волну и превратила ее в детонационную. Сравнивая функции $T_i(x)$ и $\chi_{\rm B}(x)$ при t = 150 пс и t = 200 пс, можно увидеть, что температура и скорость выгорания на фронте детонационной волны быстро растут со временем. Перед детонационной волной возникает предвестник, вызванный как электронной теплопроводностью и нагревом α -частицами (вблизи волны), так и собственным излучением высокотемпературной плазмы (на больших расстояниях от фронта).

Расчет варианта, представленного на рис. 3, был также проведен без учета нагрева α-частицами. В этом случае в горючем возникает ударная волна, давление на фронте которой уменьшается со временем из-за примыкающей к фронту волны разрежения; зажигания не происходит.



Рис. 3. Профили температуры (a) ионов (—) и электронов (—), скорости выгорания (δ), плотности (e) и массовой скорости (e) по координате x при формировании детонационной волны в моменты времени 50 (1), 100 (2), 150 (3) и 200 пс (4) для мишени с $\rho_0 = 100\rho_s$, $R_{\alpha} = 0.1$ мм, H = 0.5 мм и пучка с $\Delta t_{pr} = 50$ пс

Перейдем к рассмотрению результатов расчета для мишени с начальной плотностью горючего $\rho_0 = 100\rho_s$ при разных значениях параметра R_{α} , ограничивающего траектории α -частиц, и разных моделей переноса α -частиц: уравнения Фоккера—Планка и трекового метода. В табл. 1 представлены значения коэффициентов выгорания для мишеней с двумя значениями H: 0,5 (B_0) и 2,5 мм (B_1). Эти значения отвечают достаточно большому моменту времени, когда их заметный рост прекращается. Нулевые значения B_0 и B_1 означают, что они меньше 0,01, и интерпретируются как отсутствие зажигания.

При $R_{\alpha} = 0,15$ мм коэффициенты B_0 и B_1 мало отличаются для обеих моделей, при $R_{\alpha} = 0,1$ мм — одни и те же. При $R_{\alpha} = 0,05$ мм уравнение Фоккера—Планка по-прежнему приводит к зажиганию мишени с несколько меньшими значениями B_0 и B_1 по сравнению со случаем $R_{\alpha} = 0,1$ мм, а в случае трекового метода $B_1 = 0$. Последнее означает, что детонационная волна, идущая вглубь мишени, не образуется, а ударная волна на больших расстояниях гасится волной разрежения. Если плоскость симметрии располагается достаточно близко от края мишени (H = 0,5 мм), то ударная волна в момент отражения остается достаточно сильной, чтобы зажечь мишень, создав отраженную детонационную волну. При $R_{\alpha} = 0,03$ мм зажигание возможно только при H = 0,5 мм с небольшими значениями B_0 , а при $R_{\alpha} = 0,01$ мм зажигания не происходит. Для оценки энергии зажигания было выбрано значение $R_{\alpha} = 0,1$ мм, при котором происходит надежное зажигание по обеим моделям.

В табл. 2 для трех значений начальной плотности горючего $\rho_0 = 5\rho_s$, $25\rho_s$, $100\rho_s$ приведены энергия зажигания $E_{ig} = \pi R_{\alpha}^2 I(\infty)$, а также коэффициент выгорания *B* для двух значений *H*, отвечающих двум заданным значениям параметра $H\rho_0$: ~ 1 и $5 \, \Gamma/cm^2$. Для $\rho_0 = 100\rho_s$ выбраны приведенные выше значения для $R_{\alpha} = 0,1$ мм. Поскольку параметр R_{α} , определяемый условием $R_{\alpha}\rho_0 = \text{const}$, обеспечивает зажигание мишени, энергия зажигания падает вместе с ростом ρ_0 по закону $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$ в соответствии с известной теоретической оценкой [2].

Таблица 2

Таблица 1

Коэффициенты выгорания B_0 и B_1 для мишеней с $\rho_0 = 100\rho_s$, разных значений параметра R_{α} и разных моделей переноса α -частиц уравнения Фоккера—Планка (ФП) и трекового метода (ТМ)

$R_{\alpha},$	Φ	Π	TM		
MM	B_0	B_1	B_0	B_1	
0,15	0,36	0,70	0,35	0,70	
0,1	0,32	$0,\!67$	0,32	$0,\!67$	
$0,\!05$	$0,\!24$	$0,\!60$	0,24	0	
0,03	$_{0,17}$	0	0	0	
0,01	0	0	0	0	

Энергия зажигания для одного пучка протонов E_{ig} и коэффициенты выгорания B для трех значений ρ_0 , радиуса цилиндра $R_{\alpha} \sim \rho_0^{-1}$ и двух значений H, отвечающих заданным значениям параметра $H\rho_0$

ρ_0/ρ_s	$R_{\alpha},$	$E_{iq},$	$H\rho_0 \approx$	1 г/см ²	$H\rho_0 \approx$	5 г/см ²
	MM	МДж	H, мм	В	H, мм	В
5	2	62	10	0,34	50	0,68
25	0,4	2,5	2	0,33	10	0,68
100	0,1	$0,\!16$	0,5	0,32	2,5	0,67

Отметим значение $E_{ig} = 160 \,\mathrm{k}$ Дж для $\rho_0 = 100 \rho_s \approx 22 \,\mathrm{r/cm}^3$. Приведенные в работе [14] зависимости $E_{ig}(\rho_0)$ для задачи с радиусом пучка много меньше размера мишени дают энергию зажигания примерно в 10 раз больше: формула вида $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$ дает оценку $E_{ig} \approx 1.5 \,\mathrm{M}$ Дж, а более точное выражение вида $E_{ig} \sim \rho_0^{-1.85}$ — около 2.3 МДж.

Заключение

Для оценки энергии зажигания цилиндрической мишени с помощью одномерных расчетов предлагается использовать трековый метод и ограничивать траектории α-частиц цилиндрической поверхностью заданного радиуса, который является параметром метода и отождествляется с радиусом горючего в мишени и радиусом облучающего пучка. Предложена модификация трекового метода, которая аппроксимирует известную задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера—Планка. Полученная зависимость энергии зажигания от начальной плотности имеет такой же вид $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$, что и известная теоретическая оценка. Для начальной плотности горючего в 100 раз больше нормальной плотности получена оценка энергии зажигания примерно в 10 раз меньше соответствующей оценки для двумерной задачи с радиусом пучка много меньше размера мишени.

Вычислительные эксперименты с двумя пучками протонов, обладающими одинаковой энергией и разной интенсивностью, показали, что необходимая для зажигания мишени интенсивность пучка растет вместе с начальной плотностью горючего примерно в соответствии с известной формулой, полученной по результатам двумерных расчетов [14].

При зажигании мишени в горючем возникает детонационная волна, к фронту которой примыкает волна разрежения. Образованию детонационной волны предшествует небольшой интервал времени с ударной волной, идущей впереди волны медленного горения. После того как фронт горения догнал эту ударную волну, она превращается в детонационную.

Зажигания мишени не происходит, если расстояние между ударным фронтом и областью нагрева горючего протонами слишком большое. Тогда ударная волна не превращается в детонационную. Со временем волна разрежения догоняет ударный фронт и уменьшает интенсивность нагружения DT-смеси.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 12-01-00130 и 14-08-00967), Президента РФ (грант № НШ-6614.2014.2) и Российской академии наук (программы № 3 ОМН РАН и № 2П Президиума РАН).

Список литературы

- Basov N. G., Gus'kov S. Y., Feoktistov L. P. Thermonuclear gain of IC target with direct heating of ignitor // J. Sov. Laser Research. 1992. Vol. 13, No 5. P. 396-399.
- Tabak M., Hammer J., Glinsky M. E. et al. Ignition and high gain with ultrapowerful lasers // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1, No 5. P. 1626-1634.
- Roth M., Cowan T. E., Key M. H. et al. Fast ignition by intense laser-accelerated proton beams // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86, No 3. P. 436-439.
- 4. Гуськов С. Ю. Прямое зажигание мишеней инерциального термоядерного синтеза потоком ионов лазерной плазмы // Квант. электроника. 2001. Т. 31, № 10. С. 885—890.
- Caruso A., Strangio C. Ignition thresholds for deuterium-tritium mixtures contaminated by high-Z material in cone-focused fast ignition // ЖЭТΦ. 2003. T. 124, № 5. C. 1058—1067.
- 6. *Чуразов М. Д., Аксенов А. Г., Забродина Е. А.* Воспламенение термоядерных мишеней пучком тяжелых ионов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2001. Вып. 1. С. 20–28.
- Medin S. A., Churazov M. D., Koshkarev D. G. at al. Evaluation of a power plant concept for fast ignition heavy ion fusion // Laser Part. Beams. 2002. Vol. 20, No 3. P. 419-422.
- 8. Щербаков В. А. Расчет воспламенения термоядерной лазерной мишени фокусирующейся ударной волной // Физ. плазмы. 1983. Т. 9. Вып. 2. С. 409—411.
- Betti R., Zhou C. D., Anderson K. S. et al. Shock ignition of thermonuclear fuel with high areal density // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98, No 15. P. 155001.
- 10. Пашинин П. П., Прохоров А. М. Получение высокоплотной дейтериевой плазмы при лазерном нагреве специальной газовой мишени // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, № 1. С. 189—194.
- Stöckl C., Tsakiris G. D. Experiments with laser-irradiated cylindrical targets // Laser Part. Beams. 1991. Vol. 9, No 3. P. 725-747.
- 12. Прут В. В., Храбров В. А., Матвеев В. В., Шибаев С. А. Метод металлического z-пинча: изэнтропическое сжатие водорода // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 29, № 1. С. 33—36.
- 13. Долголева Г. В., Забродин А. В. Расчетное конструирование микромишеней для установки инерционного тяжелоионного синтеза // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 2. С. 23—32.
- Atzeni S. Inertial fusion fast ignitor: Igniting pulse parameter window vs the penetration depth of the heating particles and the density of the precompressed fuel // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6, No 8. P. 3316-3326.
- Caruso A., Pais V. A. The ignition of dense DT fuel by injected triggers // Nucl. Fusion. 1996. Vol. 36, No 6. P. 745-758.
- 16. Kemp A. J., Basko M. M., Meyer-ter-Vehn J. Implosion and ignition of magnetized cylindrical targets driven by heavy-ion beams // Ibid. 2003. Vol. 43, No 1. P. 16-24.
- 17. Хищенко К. В., Чарахчьян А. А. Об одном свойстве двух симметрично сходящихся плоских волн термоядерного горения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 3. С. 30—40.
- Charakhch'yan A. A., Gryn' V. I., Khishchenko K. V. Plane thermonuclear burn waves interacting with rigid wall // Physics of Extreme States of Matter — 2013 / Ed. by V. E. Fortov et al. Moscow: JIHT RAS, 2013. P. 14—18.
- 19. Charakhch'yan A. A., Khishchenko K. V. Symmetrically converging plane thermonuclear burn waves // Plasma Phys. Control Fusion. 2013. Vol. 55, No 10. P. 105011.
- 20. Баско М. М. Физические основы инерциального термоядерного синтеза. М.: МИФИ, 2009.

- 21. Дюдерштадт Д., Мозес Г. Инерционный термоядерный синтез. М.: Энергоатомиздат, 1984.
- 22. Бракнер К., Джорна С. Управляемый лазерный синтез. М.: Атомиздат, 1977.
- 23. Гусъков С. Ю., Розанов В. Б. Кинетика термоядерных частиц в лазерной плазме // Труды ФИАН. 1982. Т. 134. С. 115—122.
- 24. Выговский О. Б., Ильин Д. А., Левковский А. А. и др. Торможение быстрых заряженных частиц в идеальной плазме с произвольной степенью вырождения: Препринт № 72. М.: ФИАН, 1990.
- 25. *Сивухин Д. В.* Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме // Вопросы теории плазмы. 1964. Вып. 4. Р. 81–187.
- 26. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

Статья поступила в редакцию 19.03.14.

A QUASI-1D MODEL OF THERMONUCLEAR IGNITION OF DENSE DT MIXTURE DRIVEN BY PROTON BEAMS / K. V. Khishchenko, A. A. Charakhch'yan (Joint Institute of High Temperatures RAS, Computing Center RAS, Moscow).

We consider a model of thermonuclear detonation of a plane dense DT mixture layer driven on two ends by a pulse of proton beams. Fuel heating by α -particles of the DT reaction is assumed to be the governing mechanism of ignition. The flight of α -particles beyond the cylindrical surface of a given fuel and beam radius is incorporated within the track method. We propose a modification of this method approximating the known Cauchy problem for a homogeneous steady-state kinetic equation in the Fokker—Planck approximation. This quasi-1D model allows us to estimate the energy of fuel ignition.

Keywords: cylindrical inertial confinement fusion target, ignition energy, burnup factor, track method, Fokker-Planck approximation.

УДК 532.5:519.6

О ПРИМЕНЕНИИ АЛГОРИТМА PISO В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ МОЛЕКУЛЯРНО НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

С. В. Яцевич, В. В. Курулин, Д. П. Рубцова (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Рассматриваются некоторые варианты конечно-объемной реализации известного алгоритма PISO на эйлеровой совмещенной сетке в применении к задачам динамики молекулярно несмешивающихся жидкостей. Приводятся результаты сравнительных расчетов типовых задач по односкоростной модели, реализованной в пакете прикладных программ ЛОГОС. На основании полученных результатов делается вывод о наиболее приемлемом для рассматриваемого класса задач варианте алгоритма.

Ключевые слова: несмешивающиеся жидкости, односкоростная модель, численное моделирование, контактная граница, PISO, ЛОГОС.

Введение

В современной вычислительной гидромеханике широко применяются различные алгоритмы расщепления, среди которых заслуженной популярностью пользуется алгоритм PISO [1-6]. В оригинальной работе [1] представлен безытеративный алгоритм, хорошо зарекомендовавший себя при численном моделировании течений однородных сред (см. также [2, 5, 6]). Характерной чертой данного алгоритма, как и других SIMPLE-подобных алгоритмов [2, 5, 6], является совместная аппроксимация двух уравнений разного порядка по производным давления¹. При наличии в среде контактных разрывов, что соответствует системе молекулярно несмешивающихся жидкостей, такое различие приводит к возмущению численного решения.

Характерным примером является задача о гидростатическом равновесии системы воздух вода в поле силы тяжести. В данной задаче поле давления, получаемое из уравнения Пуассона, будет сглаживать излом на контактной границе, соответствующий гидростатическому равновесию по уравнению движения, и приводить к возмущению поля скорости в окрестности контактной границы. Результаты, получаемые при численном решении подобных задач с использованием PISO-алгоритма, будут различаться в зависимости от выбранной длины корректора.

При численном моделировании движений систем несмешивающихся жидкостей используют, как правило, итеративный вариант PISOалгоритма [3, 4], в котором шагу корректора соответствует ограниченный заданной погрешностью итеративный цикл. При этом возможны разные модификации алгоритма, которые, как показывает вычислительная практика, могут приводить на рассматриваемом классе задач к несколько различающимся результатам².

В данной статье сравниваются четыре варианта PISO-алгоритма, которые отличаются друг от друга, во-первых, по способу коррекции потока (объемного расхода), во-вторых, по способу представления конвективного слагаемого в уравнении движения. Для проведения сравнительных расчетов все варианты были реализованы в рамках односкоростной модели в пакете программ ЛОГОС [7, 8]. Численное моделирование переноса пассивного скаляра³ осуществлялось по технологии M-CICSAM [9, 10]. Рассматривались три типовые задачи: коллапс водяного

¹Имеются в виду уравнения движения и Пуассона, включающие соответственно первые и вторые производные давления.

²Каких-либо данных по развернутому сравнению возможных модификаций PISO-алгоритма на рассматриваемом классе задач авторами данной статьи в доступных источниках не обнаружено.

³В данном случае объемной концентрации жидкости.

столба, колебания жидкости в сосуде и формирование гидравлического прыжка. Постановки задач с исходными данными и результаты для сравнения брались из работы [3]⁴.

1. Варианты PISO-алгоритма

Как уже отмечалось во Введении, далее будут рассматриваться варианты алгоритма, различающиеся способами коррекции потока, а также представлением конвективного слагаемого в уравнении движения. В случае однородной среды обычно используют текущую коррекцию потока с явным выделением потока с предыдущего временно́го слоя:

$$F_k^{n+1} = A_k^n F_k^j + \mathbf{S}_k \cdot \mathbf{H}_k^n + B_k^{n+1} \tag{1}$$

и представление конвективного слагаемого в виде

$$\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) - \mathbf{v} \nabla \cdot \rho \mathbf{v}.$$
(2)

В формулах (1), (2) и далее используются следующие обозначения: F, ρ и **v** — соответственно поток (объемный расход), плотность и скорость; n, k, j — номера коррекции, грани сеточной ячейки и временно́го слоя соответственно; **S** — векторплощадь грани сеточной ячейки; A = A(F) и $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{v}, F)$ — сеточные скалярный и векторный операторы; B — сеточное влияние полей давления и массовой силы.

В случае системы несмешивающихся жидкостей, например в [3], используется *свернутая* коррекция:

$$F_k^{n+1} = \mathbf{S}_k \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_k^n + B_k^{n+1}, \quad \widetilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + A\mathbf{v}^j.$$
(3)

С точки зрения стандартного PISO-алгоритма для коллокированных переменных (совмещенных сеток) такое свертывание ослабляет защиту алгоритма от "шахматных" осцилляций, обусловленных коротковолновыми возмущениями поля давления. Вычислительная практика же показывает, что использование коррекции потока типа (1) вместо (3) при численном моделировании движений систем молекулярно несмешивающихся жидкостей приводит в одних случаях к ускорению расчетов, в других — к усилению возмущений поля скорости в окрестностях контактных границ. Более устойчивое поведение коррекции (3) в окрестностях контактных границ обусловлено, по-видимому, усилением связи между полями потока и давления за счет предполагающейся в (3) сеточной интерполяции скорости \mathbf{v}^{j} , непосредственно связанной с соответствующим градиентом давления.

Помимо представления (2) конвективного слагаемого в уравнении движения, рассматривается также вариант

$$\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \rho \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{v}) - \rho \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{v}. \tag{4}$$

Данный вариант обусловлен естественным желанием вынести разрывную функцию (плотность) из-под производной.

Таким образом, имеем четыре варианта PISOалгоритма, реализующих следующие сочетания из (1)—(4):

(3), (4) — вариант 1;
(3), (2) — вариант 2;
(1), (4) — вариант 3;
(1), (2) — вариант 4.

Отметим, что используемому в [3] PISOалгоритму соответствует вариант 2.

2. Результаты расчетов типовых задач

Подробное описание рассматриваемых задач, включающее постановки с исходными данными, приведено в работе [3]. Далее приводятся результаты численного моделирования с использованием четырех вариантов PISO-алгоритма, описанных в разд. 1. Используются обозначения: t [c] — время моделируемого процесса; t_m [c] — машинное время расчета; T [c] — период колебаний основной формы; v_{\max} [м/c] — максимальное значение скорости; g [м/c²] — ускорение свободного падения.

Задача 1. Коллапс водяного столба. На рис. 1—4 представлена эволюция поля скорости и контактной границы, полученная при расчете этой задачи. На рис. 1, 3 можно заметить численные возмущения контактной границы типа ряби, обусловленные выносом плотности из-под производной (4) и приводящие на поздних стадиях к некоторому изменению решения по сравнению с вариантом 2 (см. рис. 2), который соответствует результатам из [3]. Также заметно ускорение расчетов (см. рис. 3, 4) при использовании коррекции потока (1).

⁴Представленные в [3] результаты расчетов считаются правильными в рассматриваемой тематике.



Рис. 1. Задача 1. Вариант 1, $t_m = 970,76$



Рис. 2. Задача 1. Вариант 2, $t_m = 962,45$



Рис. 3. Задача 1. Вариант 3, $t_m = 869{,}59$



Рис. 4. Задача 1. Вариант 4, $t_m = 906,\!92$

Задача 2. Колебания жидкости в сосуде. Результаты расчета этой задачи (колебания поля скорости и контактной границы с T = = 0.3739) приведены на рис. 5—8. На рис. 7, 8



Рис. 5. Задача 2. Вариант 1, $t_m = 810,1$

хорошо видно усиление⁵ численного возмущения поля скорости в окрестности контактной границы, обусловленное использованием коррекции

потока (1). Существенного ускорения расчетов при этом не наблюдается.





Рис. 6. Задача 2. Вариант 2, $t_m = 813,32$

⁵По техническим причинам данное усиление несколько завышено.







Рис. 7. Задача 2. Вариант 3, $t_m = 818,01$



t = T, $v_{\text{max}} = 0.16$

Рис. 8. Задача 2. Вариант 4, $t_m = 808,32$

Задача 3. Формирование гидравлического прыжка. Данная задача рассчитывалась при g = 1 (рис. 9–12) и g = 0,4548 (рис. 13– 16). Согласно рисункам численное формирование гидравлического прыжка существенно зависит от используемого варианта PISO-алгоритма. Особенно это заметно для g = 0,4548 при сравнении начальных стадий на рис. 13, 14 с начальными стадиями на рис. 15, 16. Некоторое ускорение расчетов в данной задаче наблюдается при использовании вариантов 1 (см. рис. 9, 13) и 3 (см. рис. 11, 15) PISO-алгоритма.

$t = 3,5, v_{max} = 1,56$

 $t = 7,94, v_{\text{max}} = 1,65$

Рис. 9. Задача 3, g = 1. Вариант 1, $t_m = 8,73$





Заключение

Рассмотрены четыре варианта конечнообъемной реализации известного алгоритма PISO на эйлеровой совмещенной сетке в применении к задачам динамики молекулярно несмешивающихся жидкостей. Варианты различаются способами коррекции потока (объемного расхода) и представления конвективного слагаемого в уравнении движения. Приведены результаты сравнительных расчетов трех типовых задач [3]: коллапс водяного столба, колебания жидкости в





 $t = 9,88, v_{\text{max}} = 2,05$





Рис. 16. Задача 3, $g=0,\!4548.$ Вариан
т 4, $t_m=19,\!26$

сосуде и формирование гидравлического прыжка.

Полученные результаты показали, что использование модификаций PISO-алгоритма типа вариантов 1, 3, 4 (см. разд. 1) в рассматриваемом классе задач может приводить, с одной стороны, к ускорению расчетов, с другой, — к искажению решений. Таким образом, предпочтительным является вариант 2 (см. разд. 1), соответствующий описанному в [3] PISO-алгоритму.

Список литературы

- Issa R. I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // J. Comp. Phys. 1985. Vol. 62. P. 40–65.
- Tannehill J. C., Anderson D. A., Pletcher R. H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Washington: Taylor & Francis, 1997.
- 3. Ubbink O. Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces. PhD thesis. Imperial College, University of London, 1997.
- 4. Rusche H. Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions. PhD thesis. Imperial College, University of London, 2002.
- 5. Ferziger J. H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. New York: Springer-Verlag, 2002.
- 6. Chung T. J. Computational Fluid Dynamics. Cambridge University Press, 2002.

- Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К. и др. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассопереноса на многопроцессорных ЭВМ: базовые технологии и алгоритмы // Тр. XII Межд. семинара "Супервычисления и математическое моделирование". Саров, 11—15 октября 2010 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2011. С. 215—230.
- Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К. и др. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС: Физикоматематические модели расчета задач аэро-, гидродинамики и теплопереноса: Препринт № 111. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2013.
- Waclawczyk T., Koronowicz T. Remarks on prediction of wave drag using VOF method with interface capturing approach // Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2008. Vol. 8. P. 5–14.
- Khrabry A. I., Smirnov E. M., Zaytsev D. K. Solving the convective transport equation with several high-resolution finite volume schemes. Test computations // Proc. 6th Int. Conf. on Computational Fluid Dynamics (ICCFD-6). July 12-16, 2010. St. Petersburg, Russia / Ed. by A. Kuzmin. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. P. 535-540.

Статья поступила в редакцию 19.05.14.

APPLICATION OF THE PISO ALGORITHM TO MOLECULAR-IMMISCIBLE FLUID DYNAMICS SIMULATIONS / S. V. Yatsevich, V. V. Kurulin, D. P. Rubtsova (FSUE RFNC-VNIIEF, Sarov, Nizhny Novgorod region).

The paper considers some modifications of the finite-volume implementation of the known PISO algorithm on Eulerian combined grids as applied to molecular-immiscible fluid dynamics simulations. Results of comparative benchmark simulations for the one-velocity model implemented in the LOGOS application package are reported. Based on the results obtained, the most acceptable algorithm modification for the given class of problems is identified.

Keywords: immiscible fluids, one-velocity model, numerical simulations, interface, PISO, LOGOS.

УДК 519.245

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ПО ЦЕННОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПО ПРОГРАММЕ "ПРИЗМА" ЗАДАЧ ГЛУБОКОГО ПРОХОЖДЕНИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЯ РЕАКТОРНОЙ ФИЗИКИ

О. В. Зацепин, Я. З. Кандиев (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области)

Дается обзор методов, применяемых при решении задач глубокого прохождения и детектирования по программе ПРИЗМА. Описаны особенности некоторых задач реакторной физики, принадлежащих этим классам и потребовавших развития методики моделирования по ценности. В целях подтверждения корректности усовершенствованной методики приводится решение тестовых задач. Рассмотрено решение прикладных задач оценки сигналов внереакторных детекторов от источников нейтронов, размещаемых в активной зоне ВВЭР-1 000, и внутриреакторных детекторов ВВЭР-1 000.

Ключевые слова: перенос частиц, метод Монте-Карло, моделирование по ценности, глубокое прохождение, детектирование, программа ПРИЗМА, ВВЭР-1000.

Введение

В программе ПРИЗМА [1, 2] более 30 лет успешно применяется методика моделирования по ценности [1, 3]. В настоящее время продолжается ее развитие. Методика разработана с учетом того, что для вычисления функционалов в программе используются оценки по посещениям, т. е. оценки, вклады в которые отличны от нуля только для траекторий частиц, пересекающих область или поверхность интегрирования (детектор). Выделены три класса элементарных задач, для решения которых необходимо применять технику моделирования по ценности. Для них разработаны методы вычисления приближенной функции ценности и параметров смещенных распределений.

Задачи, требующие применения различных методов моделирования, решаются с помощью аппарата управления счетом. Этот аппарат позволяет проводить один сквозной расчет сложной задачи, применяя методы решения элементарных подзадач в зависимости от заданных условий, а также типа моделируемых в расчете частиц (нейтронов, фотонов, электронов, позитронов, ионов).

В последнее десятилетие программа ПРИЗ-МА развивается в направлении полномасштабного моделирования ядерных энергетических реакторов [2, 4]. Среди различных типов задач реакторной физики представляют интерес задачи расчета защиты от излучения и моделирования регистрации излучения. Для их решения расширены возможности методики моделирования по ценности. В частности, разработан метод углового смещения в детектор, представляющий собой конечный или бесконечный прямой круговой цилиндр малого радиуса.

В настоящей работе дается обзор современного состояния методики моделирования по ценности для программы ПРИЗМА и примеры ее применения для решения задач глубокого прохождения и детектирования излучения в реакторах.

Особенности методики моделирования по ценности

Сложность решения задач детектирования и глубокого прохождения методом Монте-Карло связана с малой вероятностью пересечения детектора траекториями частиц. С учетом особенностей оценок, применяемых в программе ПРИЗМА, целью применения моделирования по ценности является повышение этой вероятности с минимизацией флуктуаций статистических весов. Для этого применяются методы неаналогового моделирования, позволяющие увеличивать плотность моделируемых частиц, направленных в детектор и достигающих его, а также контролировать вес частиц. Опишем кратко общую методику моделирования по ценности, применяемую в программе ПРИЗМА.

Общая методика моделирования по ценности включает в себя следующие алгоритмы:

- вычисление приближенной функции ценности и соответствующей весовой функции;
- моделирование траекторий частиц с использованием распределения источника и ядра перехода из одной точки фазового пространства в другую, соответствующих функции ценности;
- приведение статистического веса частиц на различных этапах моделирования траекторий.

Наиболее сложными шагами являются вычисление функции ценности, а также построение неаналоговых распределений и алгоритмов выборки из них.

Для упрощения практической реализации выделены три класса элементарных задач, характеризующиеся специфическими способами вычисления функции ценности и методами моделирования траекторий частиц:

- 1) прохождение частиц через большие оптические толщины;
- 2) моделирование процессов взаимодействия, имеющих малые вероятности;
- регистрация излучения в детекторах, видимых из источника под малым телесным углом.

Для решения задач указанных классов разработаны алгоритмы вычисления приближенной функции ценности и построения переходных распределений. Развиты методы неаналогового моделирования, которые включают в себя экспоненциальное преобразование, метод вынужденных столкновений, смещение углового распределения, смещение вероятностей процессов взаимодействия, расслоенную выборку [1]. Для решения сложных задач, относящихся одновременно к нескольким классам, разработаны способы выделения элементарных подзадач. Расчет исходной задачи производится путем построения траекторий частиц с помощью методов моделирования, соответствующих элементарной подзадаче, в рамках которой находится частица.

Далее изложим частные методы моделирования по ценности, применяемые для решения задач двух классов (1 и 3), рассматриваемых в настоящей работе.

Решение задач глубокого прохождения. Для решения задач прохождения через оптически толстые преграды главным образом применяется метод моделирования, основанный на экспоненциальном преобразовании. Для вычисления весовой функции и неаналоговых распределений задается упрощенная геометрия, в которой описывается область детектора, накрывающая детектор исходной задачи, а также однородные слои пространства, окружающие эту область. При этом моделирование траекторий осуществляется в геометрии исходной задачи, а упрощенная геометрия используется только для вычисления параметров распределения длины свободного пробега и весовой функции. Для уменьшения флуктуаций статистического веса частиц и приведения его к весовой функции применяются методы рулетки и расщепления [1].

Введено пять типов упрощенной геометрии детектора:

- одномерная:
 - плоская;
 - сферическая;
 - цилиндрическая;
- двумерная прямой круговой цилиндр, ограниченный плоскостями;
- трехмерная прямоугольный параллелепипед.

Решение задач регистрации излучения. Для моделирования регистрации излучения детекторами, видимыми из источника под малым телесным углом, разработан метод, основанный на применении метода концентрических детекторов [1]. Так же, как для задач глубокого прохождения, для вычисления весовой функции и неаналоговых распределений задается упрощенная геометрия.

Выделены четыре типа геометрии детектора, наиболее часто встречающиеся в задачах регистрации излучения в реакторной физике:

- одномерная:
 - плоская;
 - сферическая;
 - цилиндрическая;

 двумерная — прямой круговой цилиндр, ограниченный плоскостями.

Для этих типов детекторов разработаны методы вычисления приближенной функции ценности.

В целях повышения эффективности применяется расслоенная выборка направления частиц источника и вторичных частиц при взаимодействиях. Также применяется приведение статистического веса частиц.

Сравнение эффективности аналогового и неаналогового расчетов

При решении трудоемких задач с помощью методики моделирования по ценности представляет интерес оценка выигрыша в эффективности, полученного в результате применения методики. Стандартным способом оценки является проведение аналогового и неаналогового расчетов и вычисление выигрыша, равного отношению коэффициентов эффективности

$$F = \frac{1}{s^2 t},\tag{1}$$

где *s* — относительная статистическая погрешность уровня 1*σ*; *t* — время счета.

Однако нередко рассматриваются задачи, решить которые аналоговым способом и вычислить коэффициент эффективности (1) за приемлемое время не представляется возможным. В таких случаях для получения приближенного значения выигрыша неаналогового расчета по сравнению с аналоговым рассматривается задача о вычислении вероятности *P* попадания частицы в детектор с помощью двоичной оценки. Такая оценка равна 1 для историй частиц, попадавших в детектор, и 0 для остальных историй. Для этой оценки

$$s_a^2 \approx \frac{1}{PN},$$
 (2)

где s_a — относительная статистическая погрешность в аналоговом расчете; N — число промоделированных историй частиц.

Используя выражения (1) и (2), получаем следующую формулу для выигрыша:

$$k = \frac{s_a^2 t_a}{s_n^2 t_n} \approx \frac{t_1}{P s_n^2 t_n},\tag{3}$$

где s_n — относительная статистическая погрешность в неаналоговом расчете; t_n — время неаналогового расчета; t_a — время аналогового расчета; t_1 — среднее время моделирования одной

истории в аналоговом расчете, которое оценивается без больших затрат времени и вычислительных ресурсов.

Тестирование и применение методики

В целях подтверждения корректности усовершенствованной методики рассматривается ее применение для решения ряда тестовых и прикладных задач.

Тестовая задача 1. Рассматривается бесконечная однородная среда с двумя типами взаимодействия: изотропное рассеяние с вероятностью $p_s = 0,9$ и поглощение с вероятностью $p_a =$ = 0,1; полное макроскопическое сечение взаимодействия $\Sigma = 1 \text{ см}^{-1}$. Требуется оценить интегральный по поверхности поток частиц $\Phi(r) =$ $= 4\pi r^2 \phi(r) (\phi(r) - плотность потока частиц) от$ точечного изотропного источника, расположенного в начале координат, на сферических поверхностях с радиусами <math>r = 20, 40, 60, 80, 100 см. Также требуется оценить интегральный поток частиц $\widetilde{\Phi}(r) = 4\pi r^2 \phi(r)$ на границе *среда*-*бакуум* в конечных системах, ограниченных указанными поверхностями.

Все задачи решались в одном расчете по программе ПРИЗМА. Применялась техника экспоненциального преобразования с приведением статистического веса частиц перед соударением и после соударения. Также применялся метод коррелированных расчетов с мечеными частицами, позволяющий решать набор вариантов задачи в одном расчете [5].

В табл. 1 приведены расчетные и асимптотические значения потока в бесконечной среде [6], а также расчетные значения потока для задач с конечной средой. В скобках приводятся относительная статистическая погрешность (1 σ) в процентах. Выигрыш k неаналогового расчета задачи с конечной средой по сравнению с аналоговым расчетом, вычисленный по формуле (3), для r = 100 см составил $O(10^{16})$.

В целях тестирования метода моделирования регистрации излучения в малых детекторах рассмотрен способ вычисления плотности потока в точке путем усреднения этой величины в шаре достаточно малого радиуса. Проведен расчет задачи с бесконечной средой для случая r = 50 см. Радиус шара, в котором вычислялась средняя плотность потока, был равен 0,1 см. Применялась техника экспоненциального преобразования и метод концентрических детекторов с приведением статистического веса. Результат приведен в табл. 2.

Таблица 1 Решения задач с бесконечной и конечной средой

r,	$\Phi(z)$	$ ilde{\Phi}\left(r ight)$	
СМ	асимптотическое	е расчетное	расчетное
20	$1,377261 \cdot 10^{-3}$	$1,377281 \cdot 10^{-3}$	$6,344049 \cdot 10^{-4}$
		(0,0020)	(0,0018)
40	$7,520092 \cdot 10^{-8}$	$7,520072 \cdot 10^{-8}$	$3,463950 \cdot 10^{-8}$
		(0,0024)	(0,0022)
60	$3,079581 \cdot 10^{-12}$	$3,079556 \cdot 10^{-12}$	$1,418535 \cdot 10^{-12}$
		(0,0034)	(0,0027)
80	$1,121005 \cdot 10^{-16}$	$1,121016 \cdot 10^{-16}$	$5,163564 \cdot 10^{-17}$
		(0,0037)	(0,0034)
100	$3,825559 \cdot 10^{-21}$	$3,825410 \cdot 10^{-21}$	$1,762138 \cdot 10^{-21}$
		(0,0049)	(0,0044)

Таблица 2

Сравнение расчетного и асимптотического решений для $r=50\,{
m cm}$

$\Phi(r$	l	
асимптотическое	расчетное	h
$4,911587 \cdot 10^{-10}$	${4,911333\cdot10^{-10}\atop (0,017)}$	$O(10^{13})$

Тестовая задача 2. Рассматривается задача о вычислении выхода нейтронов из полиэтиленового шара радиусом R с плотностью $1,0 \text{ г/см}^3$. Температура полиэтилена 0,0251 эВ. Источник точечный (в центре шара), изотропный, мгновенный; энергетическое распределение — спектр Уатта $f(E) = Ce^{-E} \sin h \sqrt{2E}, E \in [2,5 \cdot 10^{-8}; 15]$ МэВ.

Учитываются температура среды и химическая связь. В расчете используются константы из библиотек ENDF/B-VI,VII [7]. Применяется смещение распределения энергии частиц источника и техника экспоненциального преобразования с приведением статистического веса.

На рис. 1 приведены значения выхода нейтронов, полученные в аналоговом и неаналоговом расчетах. Для радиуса более 150 см не удалось получить решение аналоговым способом в связи с высокой трудоемкостью задачи.



Рис. 1. Зависимость выхода нейтронов N от радиуса шара R: — неаналоговый расчет; * — аналоговый расчет

Статистическая погрешность в неаналоговом расчете для всех значений радиуса не превышает 0,5 %. Разность результатов укладывается в рамки соответствующей статистической погрешности (3 σ). Для R = 200 см получен выигрыш в эффективности $k = O(10^8)$.

Задача об оценке сигналов внереакторных детекторов реактора ВВЭР-1000. Рассматривается трехмерная модель реактора ВВЭР-1000 [4] в подкритическом состоянии с тремя симметрично расположенными источниками. Активная зона окружена отражателем, цилиндрическими слоями воздуха, изоляции и бетона, как показано на рис. 2 (см. также цветную вкладку). Отдельный внереакторный детектор моделируется тонким прямоугольным па-



Рис. 2. Фрагмент горизонтального сечения расчетной модели реактора

раллелепипедом, выделяемым в бетонной защите и расположенным на уровне топлива. Рассматривается 30 детекторов, регистрирующих угловую зависимость потока нейтронов в двух энергетических группах: ниже и выше 0,625 эВ. В расчете используются константы из библиотек ENDF/B-V,VII [7]. Учитываются температура и химическая связь.

В рассматриваемой задаче нейтроны источника до попадания в детекторы проходят через среду с большой оптической толщиной. При решении применяется техника экспоненциального преобразования с процедурой приведения статистического веса частиц. Весовая функция задана в цилиндрических координатах как функция расстояния от вертикальной оси реактора. Значения этой функции вычислены таким образом, чтобы передавать ослабление потока нейтронов, проходящих через преграду. Также введены цилиндрические поверхности фиктивных соударений, т. е. поверхности, при пересечении которых осуществляется процедура приведения статистического веса.

Помимо экспоненциального преобразования, для повышения эффективности расчетов применяется метод замены размножения нейтронов на делениях статистическим весом с введением весовой функции, зависящей от номера поколения нейтронов деления. Данный метод позволяет уменьшать размножение моделируемых нейтронов и повышать скорость моделирования историй частиц.

Применение указанных методов позволило получить выигрыш в эффективности по сравнению с аналоговым расчетом порядка $10^2 - 10^3$ (здесь он оценивался как отношение *F* двух расчетов).

На рис. 3 приведено решение, полученное по программе ПРИЗМА. Видно, что оно обладает 120-градусной поворотной симметрией, что соответствует физической постановке задачи. При этом в расчете задавалась полная модель реактора и не осуществлялось усреднения с учетом симметрии.

Отметим, что полученные результаты хорошо согласуются с решением этой задачи по программе MCU [8].

Задача об оценке сигналов внутриреакторных детекторов. Одной из задач, потребовавших развития методики моделирования по ценности, стала оценка показаний родиевых датчиков системы внутриреакторного контроля реактора BBЭP-1000. Для моделирования работы



Рис. 3. Зависимость потока NV (в относительных единицах) от номера детектора K в двух энергетических группах: — о — первая группа; — * — вторая группа

детекторов необходимо выполнить нейтроннофизический расчет задачи критичности, в котором вычисляется скорость поглощения нейтронов в родии. Особенностью задачи является то, что модель каждого детектора представляет собой конечный прямой круговой цилиндр, радиус r которого очень мал по сравнению с высотой h ($r/h = O(10^{-4})$). Более того, каждый детектор может быть разбит на ячейки по высоте и радиусу. Вычисление скорости поглощения нейтронов в столь малых ячейках аналоговым способом является весьма трудоемкой задачей.

С целью повышения эффективности решения задач такого типа были разработаны алгоритмы углового смещения и вычисления весовой функции для двух новых типов детектора:

- бесконечного прямого кругового цилиндра;
- прямого кругового цилиндра, ограниченного плоскостями.

Рассматривались различные варианты постановки задачи.

Первый вариант — моделирование бесконечной двумерной решетки тепловыделяющих сборок (TBC) бесконечной длины. Задавалась модель одной TBC с граничными условиями зеркального отражения (рис. 4, см. также цветную вкладку). Детектор разбит на 10 равнообъемных цилиндрических слоев.

Для решения задачи в такой постановке применялось угловое смещение в бесконечный цилиндрический детектор с приведением статистического веса частиц к значению функции от координат и направления. Также для уменьшения флуктуаций веса вводились цилиндрические поверхности фиктивного соударения с приведением веса. Применение такой схемы моделирования позволило получить выигрыш (отношение F неаналогового и аналогового расчетов) порядка 10^3 .

Второй вариант задачи представляет собой моделирование показаний детектора одной ТВС в полномасштабной трехмерной модели активной зоны (рис. 5, 6, см. также цветную вкладку). Детектор разбит на 70 равнообъемных ячеек: 7 интервалов по высоте и 10 — по радиусу.

В отличие от первого варианта в этом случае применялось угловое смещение в конечный цилиндрический детектор. Получен выигрыш в эффективности порядка $10^2 - 10^3$ (в зависимости от расположения детектора в активной зоне).

В третьем варианте задачи требуется оценить скорости поглощения нейтронов в детекторах 32 ТВС в полномасштабной трехмерной модели



Рис. 4. Модель ТВС с детектором в центральном канале



Рис. 5. Горизонтальное сечение модели активной зоны



Рис. 6. Фрагмент модели активной зоны. В центре сборки — канал с детектором

активной зоны. Задача осложняется тем, что детекторы распределены в пространстве, и для ее решения требуется более сложная схема моделирования. Для построения такой схемы выделены 32 подзадачи, каждая из которых соответствует одному детектору. Для каждой подзадачи задана простая схема моделирования с применением углового смещения в конечный цилиндр и поверхностей фиктивного соударения. С помощью аппарата управления счетом программы ПРИЗ-МА задана общая схема для решения исходной задачи в одном расчете. Были проведены два расчета: неаналоговый и аналоговый (с меньшей точностью). Сравнение эффективности показало, что выигрыш в этом случае также имеет порядок $10^2 - 10^3$.

На рис. 7 представлено распределение скорости поглощения нейтронов по ячейкам одного из детекторов. Статистическая погрешность составляет ~ 0,5 %. Во всех расчетах разность результатов, полученных аналоговым и неаналоговым способами, не превышает соответствующей статистической погрешности (3σ) .

Заключение

Рассмотренная методика моделирования по ценности позволяет решать по программе ПРИЗ-МА задачи детектирования и глубокого прохождения в области реакторной физики. При этом существенно повышается эффективность расчетов таких задач.

Корректность усовершествованной методики подтверждается тестовыми расчетами. Методика применяется для решения задач прохождения и регистрации излучения в полномасштабных моделях ядерных реакторов.


Рис. 7. Распределение скорости поглощения нейтронов по ячейкам детектора (относительные единицы); *I* — номер ячейки по радиусу; *J* — номер ячейки по высоте

Список литературы

- Arnautova M. A., Kandiev Ya. Z., Lukhminsky B. E., Malyshkin G. N. Monte Carlo simulation in nuclear geophysics. Incomparison of the PRIZMA Monte Carlo program and benchmark experiments // Nuclear Geophysics. 1993. Vol. 7, No. 3. P. 407– 418.
- Kandiev Y. Z., Kashaeva E. A., Khatuntsev K. E. et al. PRIZMA Status // Proceedings "Joint international conference on supercomputing in nuclear applications and Monte Carlo". 27-31 October 2013, Paris, France.

- Кандиев Я. З. Неаналоговое моделирование в программе ПРИЗМА // Тез. докл.
 8-го Всесоюз. совещания "Методы Монте-Карло в вычислительной математике и математической физике". Новосибирск, 19—21 февраля 1991 г. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1991. С. 42—45.
- Зацепин О. В., Калугин М. А., Кандиев Я. З. и др. Полномасштабная математическая модель переноса нейтронов в активной зоне реактора ВВЭР-1000, основанная на методе Монте-Карло и реализованная на многопроцессорных ЭВМ // Тез. межд. конф. "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР". Подольск, 26—29 мая 2009 г. Подольск: ОКБ "ГИДРОПРЕСС", 2009. С. 77—78.
- Кандиев Я. З., Серова Е. В. Меченые частицы в расчетах переноса излучения методом Монте-Карло по программе ПРИЗ-МА // Атомная энергия. 2005. Т. 98. Вып. 5. С. 386—393.
- 6. *Кейз К., Цвайфель П.* Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972.
- 7. IAEA Nuclear Data Centre. http://www-nds. iaea.org.
- Алексеев Н. И., Большагин С. Н., Гомин Е. А. и др. Статус МСU-5 // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов. 2011. Вып. 4. С. 4—23.

Статья поступила в редакцию 11.03.14.

VALUE-BASED MODELING TECHNIQUE FOR REACTOR PHYSICS SIMULATIONS OF DEEP PENETRATION AND DETECTION USING THE "PRIZMA" CODE / O. V. Zatsepin, Ya. Z. Kandiev (FSUE RFNC-VNIITF, Snezhinsk, Chelyabinsk region).

This paper provides an overview of the methods for deep penetration and detection simulations using the PRIZMA code and describes specific features of some reactor physics problems belonging to these classes and requiring the development of the value-based modeling technique. To prove the validity of the improved technique, benchmark solutions are presented. Applied simulations to estimate signals of out-of-core detectors from neutron sources located in the core of VVER-1000 and in-core detectors of VVER-1000 are considered.

Keywords: particle transport, Monte Carlo method, value-based modeling, deep penetration, detection, PRIZMA code, VVER-1000.

УДК 519.6

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ МЕТОДИКИ "Д" ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ С ДИНАМИЧЕСКОЙ БАЛАНСИРОВКОЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ПРОЦЕССОРОВ

И. М. Епишков, П. В. Егоров (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Описываются алгоритмы многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции, а также основные принципы динамической балансировки арифметической нагрузки процессоров при проведении расчетов в многопроцессорном режиме по лагранжевой методике Д. Представлены результаты тестовых расчетов, демонстрирующие применимость реализованных алгоритмов в методике Д.

Ключевые слова: методика Д, многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция, динамическая балансировка арифметической нагрузки процессоров.

Введение

Методика Д [1] предназначена для решения двумерных нестационарных задач газовой динамики в переменных Лагранжа на структурированных сетках. Как известно, для повышения точности расчетов и более аккуратного численного моделирования сложных газодинамических течений необходимо использовать счетные сетки с большим количеством ячеек, что влечет за собой значительное увеличение календарных сроков расчетов. Один из путей сокращения этих сроков — проведение расчетов на многопроцессорных вычислительных комплексах.

В 2009 г. в методике Д была реализована возможность проводить расчеты в многопроцессорном режиме с использованием модели распределенной памяти MPI [2]. Эффективность многопроцессорного счета в большинстве случаев не превышала 50 %, и требовались новые алгоритмы и подходы, которые смогли бы ее повысить.

Первая причина столь низкой эффективности была связана с особенностью способа декомпозиции задачи по процессорам. В методике Д использовался наиболее распространенный способ отображения задач газовой динамики на вычислительное поле многопроцессорной системы — геометрическая декомпозиция. Данный метод предполагает разбиение сетки, покрывающей математические области, на множество naраобластей, каждая из которых рассчитывается на отдельном процессоре. Если распределение счетных узлов сетки между областями равномерное, алгоритмы регулярной (матричной) декомпозиции достаточно часто позволяют получать приемлемую эффективность многопроцессорного счета. Однако в расчетах по методике Д используется многообластной счет, в математической постановке число областей может составлять до нескольких десятков, причем дисбаланс по числу счетных узлов сетки между областями может быть очень существенным. Поскольку на каждом процессоре рассчитывался лишь один фрагмент задачи, то с использованием стандартного алгоритма регулярной декомпозиции оптимальная сбалансированность арифметической нагрузки, а следовательно, высокая эффективность многопроцессорного счета были труднодостижимы.

Вторая причина низкой эффективности связана с неравномерностью вычислений, приходящихся на разные счетные ячейки и узлы, как в пределах одной области, так и между различными областями в целом. При этом в процессе счета количество вычислений может меняться достаточно существенно, что вызывает дисбаланс арифметической нагрузки процессоров. Как следствие, эффективность многопроцессорного счета снижается, а общее время счета задачи увеличивается. В связи с этим в процессе счета возникает необходимость выполнить новую декомпозицию с учетом равномерного распределения арифметической нагрузки между процессорами и продолжить расчет далее. Если такая процедура происходит без остановки счета задачи, она называется *динамической балансировкой*. В методике Д данная возможность ранее отсутствовала.

Отметим, что многофрагментная блочнорегулярная декомпозиция не является новой и в том или ином виде встречается в ряде работ [3—5]. В данной статье обосновывается выбор именно этого подхода к организации декомпозиции задачи по процессорам при проведении расчетов по методике Д. Приводятся особенности реализации алгоритма декомпозиции, а также основные принципы алгоритма динамической балансировки арифметической загрузки процессоров. На тестовых расчетах исследуется время счета и эффективность с использованием новых алгоритмов и без них.

1. Многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция

Многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция является важной составляющей алгоритма динамической балансировки. Отметим, что в методике Д декомпозиция по процессорам осуществляется в автоматическом режиме. В дальнейшем будем называть декомпозиционным блоком фрагмент геометрии, рассчитываемый на одном процессоре.

Основной причиной, по которой предпочтение отдается именно многофрагментной блочнорегулярной декомпозиции, является возможность получения более сбалансированной арифметической нагрузки при использовании произвольного числа процессоров и математических областей по сравнению с обычной регулярной декомпозицией, которую иллюстрирует рис. 1 (цифры на рисунке — номера процессоров, рассчитывающих область).

Для регулярной схемы разбиения сетки по процессорам характерны жесткие зависимости между параллельными рядами декомпозиционных блоков. В случае, когда количество вычислений для каждого счетного узла не зависит от его положения в области, равномерное разбиение по обоим направлениям приведет к хорошо сбалансированной декомпозиции. Однако гораздо

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1. Регулярная декомпозиция области

чаще количество вычислений, приходящихся на разные счетные узлы, существенно различается. Источниками такого различия могут быть особенности физической постановки, разные процессы, происходящие в разных областях задачи, используемые уравнения состояния и пр.

Поскольку распределение арифметической нагрузки по счетным узлам области является произвольным, достичь сбалансированной декомпозиции методом регулярного разбиения не всегда удается. На рис. 2 представлена область, в одной части которой (закрашенной) арифметическая нагрузка существенно больше, чем в другой (незакрашенной).

Достичь сбалансированной декомпозиции для представленной на рис. 2 области можно, используя многофрагментную блочно-регулярную декомпозицию (рис. 3), которая позволяет добиться сгущения декомпозиционных блоков в первой части и разрежения — во второй.

Другим существенным преимуществом многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции (недостижимым при регулярной декомпозиции)

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 2. Регулярная декомпозиция для случая неоднородной арифметической нагрузки



Рис. 3. Многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция для случая неоднородной арифметической нагрузки

является возможность выполнять распределение произвольного количества областей на произвольное число процессоров, получая при этом хорошую сбалансированность арифметической нагрузки. Эта особенность обеспечивается тем, что в данном случае каждый процессор может рассчитывать несколько декомпозиционных блоков, принадлежащих различным областям. В примере, приведенном на рис. 3, таким свойством обладают процессоры с номерами 10 и 14.

Многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция получается в результате разбиения области на блоки в двух направлениях: главном (число узлов сетки в этом направлении больше) и вспомогательном (число узлов сетки в этом направлении меньше). Первое разбиение выполняется для главного направления, охватывая всю область (как для регулярной декомпозиции). При этом формируются декомпозиционные слои (рис. 4). Второе разбиение выполняет-



Рис. 4. Формирование многофрагментной блочнорегулярной декомпозиции

ся для вспомогательного направления и только в рамках одного декомпозиционного слоя (в отличие от регулярной декомпозиции, когда разбиение по второму направлению выполнялось также с охватом всей области).

Рассмотрим более подробно алгоритм многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции. Данный алгоритм выполняется при условии известного значения T_{ij}^k для каждого счетного узла сетки (i, j) каждой математической области k (в начальный момент распределение нагрузки принимается равномерным). Это позволяет определить суммарную арифметическую нагрузку задачи:

$$T_{\Sigma} = \sum_{k=1}^{N} \sum_{i,j} T_{ij}^{k},$$

а также арифметическую нагрузку, приходящуюся на один процессор:

$$T_{\rm np} = \frac{T_{\Sigma}}{N_{\rm np}}$$

Здесь *N* — общее число областей; *N*_{пр} — количество процессоров.

Исходя из цели равномерного распределения нагрузки по процессорам счетные узлы каждой математической области k должны быть распределены на N^k процессоров:

$$N^k = \mathrm{int}^* \left(rac{\sum\limits_{i,j} T^k_{ij}}{T_{\Sigma}} N_{\mathrm{np}}
ight).$$

В соответствии с полученным числом процессоров для каждой математической области определяется число декомпозиционных слоев N_{cn}^k . Для этого можно воспользоваться разными подходами. Авторами было принято решение вычислять число декомпозиционных слоев, исходя из равномерного числа строк и столбцов сетки в каждом декомпозиционном блоке. Это позволяет избежать сильных геометрических перекосов и, как следствие, сократить возможное число соседствующих процессоров.

Таким образом, должно выполняться следующее условие:

$$\frac{I^k}{N^k_{\rm c,I}} = \frac{J^k}{\left(\frac{N^k_{\rm c,I}}{N^k}\right)},$$

^{*}int — функция получения целой части числа.

где I^k , J^k — количество узлов сетки соответственно в главном и вспомогательном направлениях k-й математической области. Отсюда получаем число декомпозиционных слоев в области:

$$N_{c\pi}^{k} = \min\left\{ \operatorname{int}\left(\sqrt{N^{k} \frac{I^{k}}{J^{k}}}\right), N^{k} \right\}.$$

Толщина декомпозиционного слоя выбирается так, чтобы распределение арифметической нагрузки по декомпозиционным слоям было равномерным. Декомпозиционные блоки составляются для процессоров последовательно из текущего декомпозиционного слоя текущей математической области. Переход к следующему процессору выполняется после того, как для текущего процессора набирается арифметическая нагрузка, равная Т_{пр}. Если декомпозиционный блок, который набирается для рассматриваемого процессора, не "помещается" в текущем декомпозиционном слое (см. процессор 10 на рис. 3), то создается новый блок, который переносится на следующий декомпозиционный слой и добирается уже за его счет (или за счет следующей математической области). В этом случае процессор будет рассчитывать несколько декомпозиционных блоков. После того как набирается $T_{\rm mp}$ для текущего процессора, происходит перерасчет оставшейся арифметической нагрузки, поскольку, как правило, существует некоторая погрешность при выполнении декомпозиции.

В целом многофрагментную блочнорегулярную декомпозицию можно представить в виде декомпозиционной схемы, имеющей иерархическую структуру (рис. 5), конечным звеном в которой является декомпозиционный блок.

2. Межпроцессорные обмены

В методике Д используются явные конечноразностные схемы. Для расчета газодинамических величин в счетной ячейке требуется информация из соседних с ней ячеек сетки. Необходимость получения дополнительных данных от соседних декомпозиционных блоков обусловлена спецификой алгоритмов решения уравнения движения и алгоритмов сглаживания скоростей [1]. В этих алгоритмах для вычисления значений параметров в граничных узлах сетки рассматриваемого декомпозиционного блока используется информация об узлах и ячейках сетки, которые выходят за пределы данного блока.



Рис. 5. Структура декомпозиционной схемы

Поэтому декомпозиционные блоки расширяются на несколько ϕ иктивных слоев, данные в которых необходимо обновлять с соседних процессоров на каждом временном шаге. На данный момент в методике Д используется два фиктивных слоя.

Декомпозиционные блоки связаны между собой таблицей связи *ExchData*, которая имеет списки для отправки (*ExchDataOut*) и списки для приема (*ExchDataIn*) данных. Все обмены между процессорами соседних декомпозиционных блоков происходят во время расчета шага в соответствии с этими списками. Для межпроцессорных обменов используются асинхронные буферизированные MPI-операции [2] отправки и приема данных. Оперативная память для данных буферов выделяется перед расчетом временных шагов. Среднее число ячеек (узлов) сетки, пересылаемых с одного процессора на другой, в стандартных расчетах по методике Д обычно не превышает нескольких тысяч.

На рис. 6 приведен пример, демонстрирующий, каким образом составляется таблица межпроцессорной связи *ExchDataIn*. Математическая область размечена на декомпозиционные блоки. Серым цветом отмечен декомпозиционный блок 5-го процессора, для которого составляется таблица приема. Можно увидеть, что этот блок имеет связи (отмечены черным цветом) с соседними блоками: с 1-м процессором посредством 1-го блока, со 2-м процессором посредством 2-го блока, с 6-м процессором посредством 3-го блока и т. д.



Рис. 6. Формирование таблиц межпроцессорных обменов

3. Алгоритм динамической балансировки

Отметим, что основным условием для выполнения алгоритма динамической балансировки является возможность размещения в оперативной памяти каждого счетного процессора данных, которые ему необходимо рассчитывать, в двойном размере. Причины этого будут рассмотрены ниже.

Как было сказано в разд. 1, условием выполнения многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции является наличие информации об арифметической нагрузке T_{ij}^k при расчете временного шага для каждого счетного узла сетки (i, j) каждой математической области k. Однако на практике определение времени счета отдельно для каждого узла сетки является задачей труднореализуемой. Поэтому в качестве T_{ij}^k используется удельная арифметическая нагрузка процессора, на котором рассчитывается счетный узел сетки (i, j):

$$T_{ij}^{k} = \frac{T_{cq}^{m}}{\sum\limits_{r=1}^{N_{6\pi}} I_{r}^{m} J_{r}^{m}},$$
(1)

где T_{cq}^m — полезное время счета (без учета времени межпроцессорных коммуникаций) временного шага на процессоре m, к которому относится рассматриваемый узел; $N_{6\pi}$ — количество декомпозиционных блоков на процессоре m; I_r^m и J_r^m число строк и столбцов сетки декомпозиционного блока r на процессоре m.

Рассмотрим данный алгоритм более подробно:

- В качестве начального приближения принимаем равномерное распределение арифметической нагрузки (T^k_{ij} = 1). В соответствии с этим строим многофрагментную блочнорегулярную декомпозицию. Данная декомпозиция будет геометрически равномерной, т. е. на каждом процессоре будет рассчитываться приблизительно одинаковое количество узлов сетки.
- 2. Рассчитываем несколько временных шагов, замеряя полезное время счета T^m_{cq} для каждого процессора m.
- 3. Определяем дисбаланс проведения многопроцессорного счета по формуле

$$\delta = \frac{\sum_{m=1}^{N_{\rm np}} |T_{\rm cq}^{\rm max} - T_{\rm cq}^{m}|}{N_{\rm np} T_{\rm cq}^{\rm max}},$$
 (2)

где $T_{c^{\text{ч}}}^{\text{max}}$ — наибольшее время счета на процессоре.

- 4. Если дисбаланс удовлетворяет заданному критерию (обычно задается условие $\delta < 0,15$), то переходим к п. 2, если нет к п. 5.
- По формуле (1) определяем нагрузку процессора при расчете одного счетного узла и устанавливаем распределение по ячейкам T^k_{ij}.
- Получив следующее приближение распределения арифметической нагрузки, вновь выполняем многофрагментную блочно-нерегулярную декомпозицию согласно правилам, изложенным ранее.
- 7. Переходим к п. 2.

Как видно из описания алгоритма, итерационный процесс коррекции декомпозиции выполняется в ходе расчета газодинамических шагов, а процедура улучшения декомпозиции происходит только в случае низкой эффективности счета.

Остановимся на некоторых технических моментах представленного алгоритма.

Передекомпозиция. Как сказано выше, в алгоритме многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции вместо вычислительной нагрузки процессора, приходящейся на каждый рассчитываемый на нем счетный узел, используется средняя вычислительная нагрузка этого процессора. Поэтому целесообразнее использовать не распределение арифметической нагрузки по ячейкам сетки в явном виде, а декомпозиционную схему, из которой можно получить информацию о средней нагрузке процессора, приходящейся на один счетный узел при счете временного шага, для каждого декомпозиционного блока.

В соответствии с этой идей можно ввести две декомпозиционные схемы: первая будет соответствовать текущей (новой) декомпозиции, а вторая — предыдущей (старой). Процедура расчета новой декомпозиции опирается на использование старой декомпозиции. Старая декомпозиционная схема содержит информацию обо всех декомпозиционных блоках, которые были ранее, о том, какие процессоры их рассчитывали, а также о вычислительной нагрузке каждого процессора, приходящейся на один узел. Используя эти данные как информацию о распределении арифметической нагрузки, можно по правилам, изложенным в разд. 1, составить новую декомпозиционную схему. Данная схема вносит некоторые изменения в распределение декомпозиционных блоков по процессорам, поэтому в результате передекомпозиции, как правило, каждый процессор начинает "отвечать" за новый участок расчетной сетки.

Процедура обменов данными при передекомпозиции выполняется в соответствии с таблицей связи DecompData, которая для старой декомпозиционной схемы определяет последовательность отправки данных (DecompDataOut), а для новой декомпозиционной схемы — последовательность приема данных (DecompDataIn). Каждая из этих таблиц содержит набор связей текущего процессора с остальными процессорами. Каждая такая связь представляет собой упорядоченный список сеточных блоков, которые образуются в результате пересечения декомпозиционных блоков старой и новой декомпозиционных схем. Процедура упорядочения сеточных блоков необходима для того, чтобы последовательности отправки и приема данных были одинаковыми. Таким образом, чтобы отправить данные для новой декомпозиции на конкретный процессор, необходимо получить соответствующую запись из таблицы DecompDataOut и для всех сеточных блоков из списка в этой записи выполнить отправку сеточных данных для каждой ячейки и каждого узла. Аналогично, чтобы принять данные, соответствующие старой декомпозиции, необходимо воспользоваться таблицей DecompDataIn.

Таким образом, происходит глобальный обмен данными между процессорами с помощью буферизированных асинхронных MPI-операций. Каждый процессор выделяет память под сеточные массивы для новых декомпозиционных блоков и принимает от соответствующих процессоров все необходимые газодинамические данные. При этом объем пересылаемой информации на другие процессоры может варьироваться в зависимости от области пересечения старой и новой декомпозиций.

Отметим, что в двумерном случае можно не беспокоиться о недостатке оперативной памяти на процессоре, так как при декомпозиции двумерных задач среднее число узлов сетки, приходящихся на один процессор, в методике Д не превышает 30 000. Таким образом, можно утверждать, что в оперативной памяти одного процессора могут одновременно поместиться как старые, так и новые данные, которые будут приниматься от других процессоров. После проведения обменов массивы со старыми данными удаляются из оперативной памяти.

Задача о сжатии газа сферической оболочкой в двухобластной постановке

Данная задача служит тестом на определение эффективности расчета для многообластного случая, когда геометрия задачи содержит контактные границы, т. е. имеет место разбалансирующий фактор, которым является расчет контактных узлов в многопроцессорном режиме.

В задаче об одномерном сжатии сферической газовой полости тяжелой сферической оболочкой радиус газовой сферы R_1 намного больше толщины тяжелой сферической оболочки, наружный радиус которой равен R_2 : $0 < R_2 - R_1 << R_1$, а именно $R_1 = 5,0$; $R_2 = 5,5$.

В начальный момент $t_{\text{нач}} = 0$ оба слоя (газ и оболочка с начальными постоянными по толщине плотностями 1 и $20 \,\text{г/cm}^3$ соответственно) покоятся и имеют нулевое давление и нулевую внутреннюю энергию. На наружной лагранжевой границе задается постоянное давление p(t) = $= p_{\text{гран}} = 1,0 \,\Gamma\Pi a, t \geq 0$. Используется уравнение состояния вида $P = (\gamma_{k-1})\rho E, \gamma_1 = \gamma_2 =$ = 1,31.

Газовая полость и тяжелая оболочка задавались отдельными математическими областями.

Проводилось две серии расчетов до момента времени 100 мкс: с числом счетных узлов сетки 800 тыс. и 6 млн. Варьировалось число процессоров. Первая серия расчетов выполнялась с использованием регулярной декомпозиции (старый вариант) и многофрагментной блочнорегулярной декомпозиции с динамической балансировкой и без нее. Во второй серии расчетов использовался только новый алгоритм декомпозиции с динамической балансировкой и без нее. Дополнительно сравнивались среднее время выполнения программы динамической балансировки и среднее время выполнения одного счетного шага.

Для всех расчетов оценивались ускорение S_N и эффективность многопроцессорного счета E_N в зависимости от количества используемых процессоров, рассчитанные по формулам

$$S_N = \frac{t_1}{t_N}; \quad E_N = \frac{t_1}{N t_N} \cdot 100 \,\%,$$

где t_1 — время счета на одном процессоре; t_N — время счета на N процессорах.

На рис. 7 показаны графики ускорения и эффективности многопроцессорного счета для первой серии расчетов (800 тыс. узлов сетки) в зависимости от количества процессоров. Видно, что новый алгоритм многофрагментной блочнорегулярной декомпозиции с использованием динамической балансировки с увеличением числа процессоров позволяет существенно повысить как эффективность счета (до 3 раз), так и ускорение по сравнению с регулярной декомпозицией. Также новые алгоритмы позволяют использовать в расчетах большее число процессоров, сохраняя при этом приемлемую эффективность многопроцессорного счета.

Для варианта с использованием многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции с динамической балансировкой в табл. 1 приведено сравнение времен выполнения счетного шага и программы балансировки вычислительной нагрузки. При этом N обозначает количество используемых процессоров; $t_{\rm m}$ — среднее время выполнения счетного шага, $t_{\text{бал}}$ — среднее время выполнения балансировки (сбор общей информации, вычисление новой декомпозиции и обмен данными). Из таблицы видно, что при использовании более 48 процессоров время балансировки не превышает времени выполнения одного расчетного шага. При использовании числа процессоров менее 48 время балансировки может превышать время одного счетного шага до 1,5 раз. Однако несмотря на это, время, затраченное на



Рис. 7. Расчеты с 800 тыс. ячеек. Ускорение (a) и эффективность (б) счета: - ↓ - - новый алгоритм с балансировкой; - ▲ - - новый алгоритм без балансировки; - - - старый алгоритм

Таблица 1

Среднее время выполнения счетного шага и динамической балансировки в первой серии расчетов

N	Среднее число узлов	$t_{\rm III}, c$	<i>t</i> _{бал} , с
	сетки на 1 процессоре		
1	800 000	0,881	_
8	100000	$0,\!116$	$0,\!15$
16	50000	0,058	0,08
24	33333	0,039	0,06
32	25000	0,031	0,04
48	16666	0,022	0,02
64	12500	0,019	0,01
80	10000	0,018	0,01
120	6 666	0,017	0,01

выполнение алгоритма балансировки, компенсируется тем ускорением, которое получается в результате перераспределения арифметической нагрузки между процессорами (см. рис. 7). Отметим, что алгоритмы динамической балансировки в данном тесте использовались не чаще, чем раз в 100 счетных шагов.

На рис. 8 показаны графики ускорения и эффективности многопроцессорного счета для расчетов на сетке с 6 млн узлов. Видно, что динамическая балансировка позволяет получить ускорение счета более чем в 2 раза, а также использовать большее число процессоров, сохраняя при этом приемлемую эффективность многопроцессорного счета.

В табл. 2 для этой серии расчетов приведено сравнение времени выполнения счетного шага и времени балансировки вычислительной нагрузки. Из таблицы следует, что при использовании оптимального числа процессоров в расчете (256 при ускорении в 132 раза и эффективности 51%) время выполнения программы балансировки не превышает времени выполнения одного счетного шага. При этом видно, что с уменьшением числа узлов сетки, приходящихся на один процессор, время выполнения процедуры балансировки также сокращается, так как сокращается объем данных, которыми нужно обмениваться с другими процессорами.

Отметим, что время вычисления новой декомпозиции во всех расчетах не превышает 1% от общего времени выполнения программы балансировки. Основные временные затраты приходятся на копирование данных в/из обменного буфера и MPI-операции.

В проведенных тестовых расчетах по формуле (2) определялся дисбаланс многопроцессорного счета (вычислительной нагрузки между процессорами) как с динамической балансировкой, так и без нее. При отключении динамической балансировки дисбаланс возрастал с течением времени счета до 0,4—0,8 (в зависимости от расчета). При использовании динамической балансировки значение дисбаланса не превышало 0,15, так как, если это происходило, проводилась балансировка вычислительной нагрузки с применением алгоритмов, описанных в разд. 3, и формировалась новая многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция.

На рис. 9 (см. также цветную вкладку) представлен пример декомпозиции расчетной сетки по процессорам и распределение поля давлений



Рис. 8. Расчеты с 600 млн ячеек. Ускорение (a) и эффективность счета (б): -, - − новый алгоритм с балансировкой; - - новый алгоритм без балансировки

Таблица 2

Среднее время выполнения счетного шага и динамической балансировки во второй серии расчетов

NЧисло узлов $t_{\rm III}$, с $t_{6aл}$, ссетки на 1 процессоре16 000 0002,81-24250 0000,1260,3732187 5000,0960,3148125 0000,0670,176493 7500,0520,149662 5000,0380,0912846 8750,0310,0619231 2500,0280,04				
сетки на 1 процессоре 1 6 000 000 2,81 — 24 250 000 0,126 0,37 32 187 500 0,096 0,31 48 125 000 0,067 0,17 64 93 750 0,052 0,14 96 62 500 0,038 0,09 128 46 875 0,031 0,06 192 31 250 0,028 0,04	N	Число узлов	$t_{\rm m}, c$	$t_{{ m бan}},~{ m c}$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		сетки на 1 процессоре		
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1	6 000 000	2,81	_
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	24	250000	$0,\!126$	0,37
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	32	187500	0,096	0,31
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	48	$125\ 000$	0,067	0,17
96 62 500 0,038 0,09 128 46 875 0,031 0,06 192 31 250 0,028 0,04	64	93750	0,052	0,14
128 46 875 0,031 0,06 192 31 250 0,028 0,04	96	62500	0,038	0,09
192 31 250 0,028 0,04	128	46875	0,031	0,06
	192	31250	0,028	0,04
256 23437 $0,027$ $0,02$	256	23437	0,027	0,02
512 11 718 0,025 0,02	512	11718	0,025	0,02



в

Рис. 9. Декомпозиция по процессорам и распределение поля давлений: $a - t = 0; \ b - t = 50$ мкс; b - t = 100 мкс

на моменты времени t = 0;50;100 мкс (использовалось 20 процессоров). Видно, как по мере продвижения фронта волны происходит перераспределение декомпозиционных блоков в сторону их сгущения в возмущенных областях.

Заключение

В методике Д реализованы алгоритмы динамической балансировки арифметической нагрузки между процессорами, а также алгоритмы многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции. Все алгоритмы выполняются в автоматическом режиме. На тестовых расчетах показано, что использование многофрагментной блочнорегулярной декомпозиции позволяет более сбалансированно распределять данные по процессорам по сравнению с обычной регулярной декомпозицией, а в результате динамической балансировки удается не только получить ускорение счета, но и повысить эффективность благодаря автоматической передекомпозиции данных в процессе проведения расчета.

Список литературы

- Софронов И. Д., Делов В. И., Дмитриева Л. В. и др. Методика Д для расчета многомерных задач механики сплошной среды в переменных Лагранжа на регулярной сетке // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1999. Вып. 4. С. 42—50.
- 2. MPI Documents. http://www.mpi-forum.org/ docs/docs.html.
- 3. *Pmar A., Aykanat C.* Sparse matrix decomposition with optimal load balancing // Proc. of 4th Int. Conf. on High-Performance

Computing. IEEE Xplore Digital Library. 1997. P. 224—229.

- Ujaldon M., Sharma Sh., Zapata E., Saltz J. Experimental evaluation of efficient sparse matrix distributions // Proc. of 10th Int. Conf. on Supercomputing (ICS'96). 1996. New York: ACM, 1996. P. 78-85.
- 5. Пронин В. А. Методы распараллеливания двумерных задач газодинамики на неструктурированных сетках с переменной топологией в методике МЕДУЗА // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2011. Вып. 1. С. 54—67.
 - Статья поступила в редакцию 26.06.13. Исправленный вариант — 02.04.14.

PARALLELING OF THE "D" CODE FOR 2D GAS DYNAMICS SIMULATIONS WITH DYNAMIC BALANCING OF ARITHMETIC PROCESSOR LOAD / I. M. Epishkov, P. V. Egorov (FSUE RFNC-VNIIEF, Sarov, Nizhny Novgorod region).

The paper describes multi-fragment regular-block decomposition algorithms and the basic principles of dynamic balancing of processor arithmetic load in multiprocessor simulations using the Lagrangian code D and presents the results of test simulations demonstrating the applicability of the algorithms in the code.

Keywords: D code, multi-fragment regular-block decomposition, dynamic balancing of processor arithmetic load.

УДК 519.6

НЕСТРУКТУРИРОВАННАЯ ПРИЗМАТИЧЕСКАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ РЕЖИМЕ

М. Л. Сидоров, В. А. Пронин (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Представлен *параллельный* метод построения призматической неструктурированной сетки, используемой для дискретизации сложных геологических структур при численном моделировании нефтяных и гидрогеоэкологических задач. Метод позволяет проводить адаптацию сетки к различным типам объектов (скважины сложной траектории, геологические разломы, пласты и т. п.) и обладает высокой скоростью построения. Данный метод реализован в программном комплексе НИМФА.

Ключевые слова: термогидродинамический симулятор, неструктурированная сетка, параллельный генератор сетки, адаптация, фронтальный метод сфер, обобщенный метод угловой точки, геологические структуры, программный комплекс НИМФА, МРІраспараллеливание.

Введение

Одними из наиболее актуальных в областях нефтедобычи и гидрогеоэкологии являются задачи прогнозирования и получения количественных характеристик для оценки:

- запасов нефти на больших месторождениях и влияния разных методов добычи на нефтеотдачу с целью повышения коэффициента ее извлечения;
- степени негативного воздействия промышленных предприятий на окружающую среду техногенно-нагруженных территорий с целью его минимизации и выработки оптимальных технических решений.

Основным методом, позволяющим получить количественные пространственно-временные характеристики параметров данных задач, является компьютерное моделирование.

В настоящее время в Российской Федерации математическое моделирование задач фильтрации осуществляется в основном с использованием зарубежных программных продуктов [1—4], которые являются коммерческими закрытыми кодами и имеют ряд недостатков (слабый уровень распараллеливания, предпочтительное использование на ПЭВМ и, как следствие, малая детализация и огрубление геологической модели, высокая стоимость в расчете на одно ядро, незащищенность информации и т. д.), ограничивающих возможности их применения. В связи с этим высокую актуальность приобретает разработка отечественного импортозамещающего программного продукта, лишенного указанных недостатков.

Особый интерес представляют расчеты крупных нефтяных месторождений, при которых покрываемая площадь может составлять от сотен до нескольких тысяч квадратных километров. Так, чтобы рассчитать месторождение площадью 5000 кв. км и глубиной 100 м потребуется около 1,25 млрд ячеек со средним размером 20 × × 20 × 1 м. Для расчета таких задач необходим высокопараллельный комплекс с параллельным генератором сеток.

В РФЯЦ-ВНИИЭФ разработан программный комплекс НИМФА [5], ориентированный на решение следующих задач в параллельном режиме:

 оценка воздействия ядерных и радиационно опасных объектов на подземные, поверхностные воды и грунты, создание постояннодействующих гидродинамических моделей крупных техногенно-нагруженных территорий; моделирование крупнейших нефтяных месторождений (площадью в несколько тыс. кв. км).

В задачах математического моделирования в интересах нефтегазовой отрасли, гидрогеологии и гидроэкологии исследуемый объект представляет собой математическую модель коллектора, месторождения, участка почвы и т. п. Данная модель образуется исходя из геологической модели. На рис. 1 представлен пример геологической модели пласта с разломами, выклиниваниями и осадочными отложениями.

Особенностями геологических моделей являются:

- протяженность по латерали;
- слоистая структура отложений;
- крупный масштаб по площади (до нескольких тыс. кв. км);
- нечеткость описания внутреннего строения пластов (из-за ограничений методов их изучения).

Как правило, математические модели исследуемых объектов представляют собой слоистые модели, полученные экструзией.

Для получения математических моделей с числом ячеек, сопоставимым с количеством ячеек геологической модели (до нескольких миллиардов), требуется разработка алгоритмов и программ параллельной генерации трехмерных неструктурированных сеток.

Авторам известно мало работ, посвященных задаче распараллеливания алгоритмов генерации трехмерных неструктурированных сеток [6, 7], а также реализации таких генераторов [8]. В мировой практике распространен подход распараллеливания алгоритма по фрагментам, когда в каждом фрагменте вычислительным ядром генерируется своя собственная неструктурированная сетка. В местах стыка



Рис. 1. Пример геологической модели

фрагментов может образовываться сетка неудовлетворительного качества. Кроме того, декомпозиция исходной области на фрагменты определяется искусством исполнителя и увеличивает сроки подготовки задачи, внося зависимость финальной сетки от человеческого фактора.

В зарубежных коммерческих программных продуктах, ориентированных на расчеты нефтяных и гидрогеологических задач, неструктурированные сетки применяются очень активно. Примерами таких продуктов являются ECLIPSE [1], CMG-STARS [2], TOUGH2 [3], MODFLOW-USG [4] и др. Использование неструктурированных сеток необходимо для описания сложных структурных элементов геологической модели с целью повышения точности расчета вблизи геометрических особенностей.

Для обеспечения сквозной технологии расчета задач в параллельном режиме перед авторами возникла проблема разработки своего сеточного генератора, покрывающего и превосходящего возможности зарубежных коммерческих аналогов. В основу разрабатываемого сеточного генератора положены следующие принципы:

- используется модель распределенной памяти;
- используется интерфейс MPI;
- для построения двумерной неструктурированной сетки на поверхностях раздела пластов (планарной сетки) применяется параллельный фронтальный метод сфер;
- трехмерная сетка строится на основе планарной неструктурированной сетки с помощью обобщенного параллельного метода угловой точки;
- в процессе построения может использоваться адаптация сетки к различным типам трехмерных объектов: кривым (скважины сложной траектории), поверхностям (разломы и т. п.) и объемам (пласты, различные породы и источники);
- в каждом пласте может быть задан свой тип сетки;
- финальная трехмерная неструктурированная сетка представляется в виде совокупности областей (параобластей) с наложением ячеек в один слой. Каждая параобласть рассчитывается на отдельном вычислительном ядре;
- в каждой параобласти выделены три множества ячеек: *ядерные* (или *внутренние*) —

ячейки, принадлежащие только текущей параобласти; *оболочечные* — ячейки на границе смежных областей (при этом для каждой оболочечной ячейки имеется одна или несколько ячеек-образов на смежных границах параобластей и хранятся номера смежных с ней областей и соответствующие локальные номера ячеек-образов); *несчетные* — ячейки-образы соответствующих оболочечных ячеек, не рассчитываемые для данной области.

Построение планарной неструктурированной сетки

Для построения планарной неструктурированной сетки был разработан фронтальный метод сфер (FSM), синтезированный на основе работ [9—12] авторов Я. Ито, А. Шиха, Б. Сони, К. Шимады и С. Ямакавы. Разработанный генератор также является продолжением работы [13].

Метод FSM состоит из следующих этапов:

- 1. На входе генератор получает набор плоских контуров областей задачи в виде упорядоченных против часовой стрелки наборов точек.
- 2. Строится адаптивная двумерная фоновая сетка (*cemкa 1*) для вычисления *paзмер*ной функции (функция распределения характерного размера ребер сетки).
- 3. Посредством решения уравнения Лапласа с помощью библиотеки LParSol [14] на основании длин ребер контура вычисляется размерная функция на сетке 1 внутри области.
- 4. Область заполняется узлами, являющимися центрами сфер определенного диаметра, который вычисляется с помощью функции распределения характерного размера ребер сетки (этап фронтальной генерации узлов).
- 5. Выполняется триангуляция сетки с определенными ограничениями (этап фронтальной триангуляции). Для этого:
 - на основании вычисленной размерной функции строится адаптивная фоновая сетка (*cemкa 2*);
 - производится начальная декомпозиция с использованием сетки 2 (для вычисления предварительного количества ячеек).

- 6. По ряду критериев, приводящих к улучшению качества сетки, выполняется сглаживание и локальное перестроение полученной треугольной сетки.
- 7. Производится адаптация полученной сетки к различным объектам геологической модели.

Все этапы метода FSM выполняются в параллельном режиме.

В конце выполнения алгоритма может производиться повторная декомпозиция области задачи (передекомпозиция), позволяющая изменить количество итоговых параобластей планарной сетки и варьировать количество ячеек в параобластях. Можно построить двумерную сетку, распределенную на M процессоров, а затем выполнить передекомпозицию на K параобластей $(K \ge M)$.

К особенностям метода FSM следует отнести:

- хорошее (по сравнению с методами подвижного фронта) описание зон, где сталкиваются фронты генерации узлов;
- отсутствие этапа построения предварительной сетки триангуляции области, ограниченной контуром (как это делается в методах со вставкой узлов);
- отсутствие этапа восстановления граничных ребер, так как они изначально представлены в триангуляции;
- разбалансированность этапа узловой генерации по вычислительной работе процессоров. Так как формирование узлов происходит от границы области внутрь, то вычислительное ядро параобласти будет простаивать, пока на эту параобласть не придет фронт генерации;
- большая по отношению к методам упаковки сфер, но меньшая, чем в методах подвижного фронта (из-за двух этапов генерации), скорость построения сетки.

Примеры построения двумерной неструктурированной треугольной сетки

На примере некоторых модельных задач продемонстрируем этапы генерации сетки в параллельном режиме. Как сказано выше, в качестве входной информации используется начальный контур области задачи. На рис. 2, 3 приведены примеры адаптивных фоновых сеток двух



Рис. 2. Адаптивная сетка 1 для вычисления размерной функции (а) и ее увеличенный фрагмент(б)



Рис. 3. Адаптивная сетка 2 для выполнения триангуляции (а) и ее увеличенный фрагмент (б)

типов: на рис. 2 — сетка 1, на которой вычисляется размерная функция, на рис. 3 — сетка 2, построенная на основании сетки 1 и используемая при триангуляции области.

На рис. 4, a (см. также цветную вкладку) показаны точки начального контура и его декомпозиция. Результат генерации узлов представлен на рис. 4, δ , а на рис. 4, ϵ показана триангуляция полученного множества точек (форму параобластей задает декомпозиция фоновой сетки 2).

Параллельный генератор FSM тестировался на построении сеток в областях как с равномерным, так и неравномерным разбиением границы. На рис. 5, *а* приведен начальный контур тестовой области с неравномерным разбиением границы, на рис. 5, *б* — фрагмент полученной сетки.

В таблице приведено время генерации неструктурированных сеток в тестовых областях с границей, разбитой на ребра с учетом и без учета кривизны. Приводится количество образованных точек и граней, время генерации сетки и ускорение, полученное от использования четырех процессорных ядер. Число точек в контуре составило несколько тысяч. Результаты

Сравнение времени генерации сетки в различных реж	имах
---	------

Номер	Разбиение	Количест	во элементов	Время	генерации, с	Ускорение
теста	границы	точки	грани	1 ядро	4 ядра	
1	С учетом кривизны	~ 470000	~ 880000	$37,\!6$	14,0	$2,\!68$
2	Без учета кривизны	~ 440000	~ 820000	$24,\!3$	9,9	2,45



Рис. 4. Точки начального контура (a) и результаты нодальной генерации (b) и триагуляции (b)



Рис. 5. Тестовый контур (a) и фрагмент полученной сетки (б)

были получены с использованием процессора Core i5 760 2.8 ГГц с 8 Гб RAM.

Из таблицы видно, что применение четырех ядер дало ускорение генерации сетки в среднем в 2,5 раза независимо от типа разбиения контура области.

С помощью данного алгоритма в параллельном режиме с использованием 289 вычислительных ядер была получена планарная сетка с числом точек более 10 млн. Время генерации такой сетки составило около 19 с.

Построение объемной сетки

После построения двумерной (планарной) неструктурированной сетки в параллельном режиме выполняется построение трехмерной сетки для резервуара со множеством пластов. Так как рассчитываемые области в задачах моделирования процессов фильтрации в геологических объектах имеют, как правило, слоистую структуру, часто в коммерческих пакетах для построения объемной сетки используется так называемый *метод угловой точки* (СР). Этот метод позволяет описывать разломы в пластах.

На рис. 6 приведен пример сетки, построенной по методу СР. Видно, что соседство на уровне ячеек может быть неструктурированным: сетка имеет жесткие ограничения по числу ячеек по направлениям I, J, K, но отсутствуют жестко закрепленные соседи, т. е. у ячейки (I, J, K) соседней может быть ячейка (I, J, K - 2).

Если расчетная область имеет сильную разнотолщинность, то метод угловой точки может дать некачественный результат. На рис. 7 приведен пример области в виде клина с сеткой, построенной по методу СР, из которого видно, что на широкой стороне области сетка редкая, а на узкой — подробная.

При численном моделировании задач многофазной фильтрации в коммерческих программных продуктах, использующих неструктурированные сетки, для генерации сеток применяются преимущественно метод экструзии, метод вырезания и блочный метод. При применении первого метода образуется результирующая сетка, неструктурированная в плоскости *XOY*, но структурированная вдоль оси *Z*. При втором ме-



Рис. 6. Пример сетки, построенной по методу СР



Рис. 7. Пример области в виде клина

тоде образуется результирующая сетка, неструктурированная по всем направлениям. Блочный метод может образовывать как полностью неструктурированную, так и структурированную сетку.

Авторами был разработан обобщенный метод угловой точки (GCP), который улучшает качества обычного метода СР. На рис. 8 приведен пример сетки, построенной этим методом.

Основное преимущество метода GCP состоит в том, что двумерная сетка на поверхностях раздела пластов, используемая при построении трехмерной, может быть неструктурированной общего вида (треугольная, преимущественно четырехугольная, многоугольная), а по оси аппликат в разных местах используется разное число дробления. Следовательно, при дискретизации пласта, имеющего сильно переменную толщину, итоговую сетку можно адаптировать в соответствии с толщиной и особенностями рельефа. На рис. 9, 10 приведены примеры построения сеток методом GCP в разнотолщинных областях.

Программа генерации трехмерной сетки методом GCP в параллельном режиме включает следующие этапы:

- получение начальной двумерной сетки;
- образование столбцов трехмерной сетки вдоль оси аппликат под каждой ячейкой двумерной сетки с адаптацией количества ячеек к толщине слоя;
- сшивка всех столбцов в параобласти;
- сшивка участков пластов в своей части резервуара;
- добавление слоя несчетных ячеек к граничным ячейкам параобласти;
- передекомпозиция распределенной сетки.

На всех этапах при работе с трехмерной сеткой используется структура данных *узел*—*ребро грань*—ячейка. В программе не используются глобальные массивы, все данные размещаются локально.



Рис. 8. Пример сетки, построенной методом GCP



Рис. 9. Примеры сеток, построенных методом GCP в клиновидных пластах



Рис. 10. Пример дискретизации методом GCP русла реки (а) с фрагментом сетки (б)

Адаптация сетки

Часто в области задачи могут присутствовать объекты, требующие адаптации сетки. Это в первую очередь гидрогеологические объекты: скважины сложной структуры и траектории (кривые), поверхности разлома, объемные источники, отложения и т. д. Для адаптации к ним в определенных зонах полученной трехмерной распределенной сетки производится ее дробление.

Алгоритм дробления состоит из следующих шагов:

- получение начальной распределенной сетки;
- дробление ребер;
- дробление граней;
- дробление ячеек;
- обновление несчетных ячеек;
- передекомпозиция.

На рис. 11—13 приведены примеры сеток, адаптированных к определенным гидрогеологическим объектам.

На рис. 14, *a* (см. также цветную вкладку) приведен пример декомпозиции области на шесть параобластей; одна из них показана на рис. 14, *б*.



Рис. 11. Пример сетки с адаптацией к объектам



Рис. 12. Пример сетки вблизи скважины



Рис. 13. Примеры сеток: а — с дроблением во всех пластах; б — с дроблением в некоторых пластах



Рис. 14. Сетка, построенная с использованием шести процессорных ядер (a), и одна из ее параобластей (б)

С помощью представленных в работе алгоритмов для одной из задач фильтрации жидкости в пласте со скважинами в параллельном режиме с использованием 21600 процессорных ядер была получена трехмерная многогранная сетка в ячеечно-граневом представлении с числом ячеек более 1,1 млрд. Время генерации сетки составило около 4 мин.

Разработанный специализированный параллельный сеточный генератор позволяет создавать и адаптировать в параллельном режиме сетки с несколькими миллиардами ячеек, тем самым обеспечивая высокую детализацию крупных территорий. Генератор является частью прикладного программного комплекса НИМФА численного моделирования физических процессоров в сложных геологических структурах, он используется для построения сеток при решении нефтяных и гидрогеоэкологических задач.

Список литературы

- 1. Официальный сайт компании Schlumberger. http://www.slb.ru/sis.
- 2. Официальный сайт компании Computer Modelling Group Ltd. http://www.cmgroup.com /software/stars.htm.
- Официальный сайт компании Lawrence Berkeley National Lab. Earth Sciences Division. http://esd.lbl.gov/research/projects/tough/ software.
- 4. Сайт программного продукта MODFLOW-USG. http://www.swstechnology.com/blog/ modflow-usg-unstructured-grids-a-gamechanger-for-groundwater-modeling.
- 5. Бутнев О. И., Бардина М. Н., Горев И. В. и др. Суперкомпьютерные технологии для нефтегазовой отрасли // Сб. статей Межд.

конф. RAO/CIS Offshore. г. Санкт-Петербург, 2011 г. С. 499—502.

- Chrisochoides N. Parallel Mesh Generation / Ed by M. Bruaset, A. Tveito. Springer-Verlag, 2005. P. 237-259.
- Casarotti E., Stupazzini M., Shiann J. L. et al. CUBIT and seismic wave propagation based upon the spectral-element method: an advanced unstructured mesher for complex 3D geological media // Proc. 16th Int. Meshing Roundtable. October 14–17, 2007. Springer-Verlag, 2007. P. 579–597. http://www.imr.sandia.gov/papers/imr16/ Casarotti.pdf.
- 8. Parallel MeshSim by Simmetrix. http:// www.simmetrix.com/products/ SimulationModelingSuite/ParallelMeshSim/ ParallelMeshSim.html.
- Ito Y., Shih A. M., Soni B. K. Reliable isotropic tetrahedral mesh generation based on an advancing front method // Proc. 13th Int. Meshing Roundtable. Williamsburg, September 19-22, 2004. Sandia National Laboratories, 2004. P. 95-105. http:// www.imr.sandia.gov/papers/imr13/ito.pdf.
- Shimada K., Yamakawa A., Itoh T. Anisotropic triangular meshing of parametric surfaces via close packing of ellipsoidal bubbles // Proc. 6th Int. Meshing Round-

table. October, 1997. Sandia National Laboratories, 1997. P. 375—390. http://www.imr. sandia.gov/papers/imr6/ shimada97.ps.gz.

- Li X. Y., Teng S. H., Ungor A. Bitting spheres in 3D // Submitted to the 8th Int. Meshing Roundtable. South Lake Tahoe, October, 1999. P. 85-95. http://www.imr.sandia.gov/ papers/imr8/li1.ps.gz.
- 12. Miller G. L., Talmor D., Teng S. H., Walkington N. A delaunnay based numerical method for three dimensions: generation, formulation and partition // Proc. 27th Annual ACM Sympos. on Theor. of Comput. May, 1995. Las Vegas, 1995. P. 683-692. http://www.cs.cmu.edu/ tdafna/stoc95.ps.Z.
- 13. Сидоров М. Л. Модификация алгоритма Боуэра—Уотсона генерации топологически двумерных неструктурированных сеток в областях произвольной формы // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2011. Вып. 3. С. 52—63.
- Артемьев А. Ю., Бартенев Ю. Г., Басалов В. Г. И др. Библиотека решателей разреженных линейных систем // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2004. Вып. 7. С. 80—95.

Статья поступила в редакцию 28.04.14.

UNSTRUCTURED PRISMATIC DISCRETIZATION OF COMPLEX GEOLOGICAL STRUCTURES IN THE PARALLEL MODE / M. L. Sidorov, V. A. Pronin (FSUE RFNC-VNIIEF, Sarov, Nizhny Novgorod region).

The paper presents a parallel grid generation method for prismatic unstructured grids used for the discretization of complex geological structures in oil and hydroecology simulations. The method enables grid matching to various types of objects (complex-trajectory wells, geological fractures, reservoirs etc.) and offers high grid generation speed. The method is implemented in the NIMFA code.

Keywords: thermohydrodynamic simulator, unstructured grid, parallel grid generator, matching, frontal method of spheres, generalized angular point method, geological structures, NIMFA code, MPI paralleling.

УДК 519.6

НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ МНОГОУГОЛЬНЫХ СЕТОК ДЛЯ МЕТОДИКИ "ТИМ-2D"

А. И. Панов, А. В. Шурыгин (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Представлены некоторые алгоритмы построения неструктурированных многоугольных сеток при расчете начальных данных для методики ТИМ-2D. Приведено описание формата хранения топологии сетки. Описаны метод, с помощью которого выполняется отсечение ячеек границами счетной области, и метод, позволяющий объединять сетки различных типов в рамках одной счетной области. Даны практические рекомендации по использованию тех или иных типов сеток в зависимости от специфики решаемых задач.

Ключевые слова: методика ТИМ-2D, неструктурированная сетка, расчет начальных данных, сшивка различных типов сеток.

Введение

Методика ТИМ-2D [1] предназначена для решения задач механики сплошной среды в многообластной постановке на неструктурированных лагранжевых сетках.

Практический интерес к использованию неструктурированных особенно сеток проявляется при решении задач со сложными геометриями, имеющих локальные мелкомасштабные подобласти, в которых применение многоугольных ячеек позволяет строить сетку с заданными свойствами более эффективно. При решении задач с малыми деформациями с целью сокращения календарных сроков расчета часто используется четырехугольная сетка. При больших деформациях используется многоугольная сетка с произвольным числом сторон. Ячейки многоугольной сетки имеют большее число степеней свободы, что позволяет лучше описывать характер сложных течений.

В мировой практике к классическим методам построения неструктурированных сеток относятся методы построения триангуляции Делоне [2, 3] и диаграммы Вороного [4, 5]. Другим достаточно популярным подходом для построения триангуляционных сеток является метод подвижного фронта [6]. Также существуют методы формирования сетки на основе уже построенной триангуляции [7], методы граничной коррекции [8] и многие другие.

Данная статья посвящена описанию основных алгоритмов, используемых для построения начальной сетки в методике ТИМ-2D.

Способы построения неструктурированной сетки для методики ТИМ-2D

При задании начальной геометрии задачи используются два вида областей: *математические* и физические. Исходная счетная область (рис. 1) в зависимости от класса решаемой задачи разбивается на математические области (рис. 2). Для лучшей сеточной аппроксимации каждая математическая область может быть разбита на несколько физических областей (рис. 3). Каждая физическая область представляет собой односвязную область и содержит одно вещество.

Границы как математических, так и физических областей состоят из произвольного числа гладких участков, состыкованных между собой под произвольными углами. Стандартно участками границы являются отрезки прямых и дуги окружностей и эллипсов. Предусмотрена так-



Рис. 1. Исходная счетная область

же возможность параметрического задания для нестандартных участков границы.

Счетные сетки физических областей строятся независимо друг от друга и не связаны между собой. Построение счетной сетки в каждой математической области проводится в два этапа:

- 1) независимым образом строятся сетки во всех ее физических областях;
- 2) полученные счетные сетки физических областей *сшиваются* в единую сетку математической области.

Построение счетной сетки в криволинейной области (рис. 4) осуществляется в три этапа:

- 1) строится счетная сетка, полностью покрывающая рассматриваемую область (рис. 5);
- покрывающая сетка "разрезается" границей области (рис. 6);



Рис. 2. Математические области исходной счетной области





Рис. 3. Физические области одной из математических областей

 из сетки удаляются мелкие приграничные ячейки, которые могут получиться в результате разрезания (рис. 7).

При необходимости над построенной сеткой могут выполняться различные преобразования: перемещение, сдвиг, поворот сетки вокруг произвольной оси, сгущение ячеек и т. д.

В методике ТИМ-2D возможно построение различных типов начальной сетки:

- из правильных шестиугольников;
- четырехугольной;
- из вырожденных шестиугольников (квазирегулярная сетка);
- многоугольной с возрастающим числом ячеек по слоям.

Построение сетки из правильных шестиугольников

Пример построения сетки из правильных шестиугольников был приведен предыв дущем разделе. Здесь остановимся более подробно алгоритмах расстановна по центров будущих ке ячеек, узлов сетки, формировании также топологии a сетки.



Рис. 4. Исходная геометрия счетной области



Рис. 5. Сеточное покрытие исходной области



Рис. 6. Сетка после разрезания границей области

Расстановка центров ячеек сетки. Для расстановки центров ячеек исходная область вписывается в прямоугольник, ограниченный прямыми

$$X = X_{\min};$$
 $X = X_{\max};$ $Y = Y_{\min};$ $Y = Y_{\max}.$

Площадь *S* исходной области вычисляется по следующей формуле:

$$2S = \sum_{i=2}^{N} (XG_{i} \cdot YG_{i-1} - XG_{i-1} \cdot YG_{i}),$$



Рис. 7. Итоговая сетка для исходной области

где N — число точек границы контура данной области; XG_i , YG_i (i = 1, ..., N) — координаты этих точек. Периметр области вычисляется по следующей формуле:

$$P = \sum_{i=2}^{N} \sqrt{(XG_i - XG_{i-1})^2 + (YG_i - YG_{i-1})^2}.$$

Зная площадь, периметр области и число ячеек N_{cells} , которые в ней строятся, можно вычислить расстояние между противоположными сторонами ячеек (или расстояние между центрами ячеек):

$$R = \frac{0.5P}{2N_{cells}} + \sqrt{\left(\frac{0.5P}{2N_{cells}}\right)^2 + \frac{2S}{\sqrt{3}N_{cells}}}.$$

Сторона A и высота H ячейки определяются выражениями

$$A = \frac{R}{\sqrt{3}}; \quad H = \frac{3A}{2}$$

Координаты центра начальной ячейки получаются по следующим формулам:

$$X_0=X_{\min}-rac{R}{2}; \hspace{1em} Y_0=Y_{\min}.$$

Зная размеры области и размеры ячейки, вычисляем число ячеек по оси абсцисс K_{Cx} и по оси ординат K_{Cy} . При этом число ячеек по обоим направлениям берется с запасом, так чтобы ячейки перекрывали прямоугольную область.

Координаты центров ячеек вычисляются следующим образом:

$$X_C = \Delta X + (j-1)R; \quad Y_C = Y_0 + (i-1)H,$$

где $\Delta X = R/2$, если i — нечетное и $\Delta X = 0$, если i — четное; $i = 1, \ldots, K_{Cy}; j = 1, \ldots, K_{Cx}$.

Для каждого центра ячейки проверяется, понал ли он в окрестность рассматриваемой (исходной) области. Окрестность области получается расширением ее границы на величину, равную стороне ячейки. При этом составляется список ячеек, попавших в эту окрестность.

Расстановка узлов сетки. Вычисление координат узлов выполняется следующим образом:

$$X_N = X_0 - \frac{R}{2} + (j-1)\frac{R}{2}; \quad Y_N = \Delta Y + (i-1)H$$

Здесь $\Delta Y = Y_0 - A/2$, если j — нечетное и $\Delta Y = Y_0 - A$, если j — четное; $i = 1, \ldots, K_{Ny}, j = 1, \ldots, K_{Nx}$, где K_{Nx}, K_{Ny} — соответственно число узлов сетки по оси абсцисс и оси ординат.

Каждый узел проверяется на принадлежность окрестности области, при этом формируется список узлов, принадлежащих этой окрестности. Затем для каждого узла проверяется наличие окружающих его ячеек в списке ячеек, принадлежащих окрестности области, и, если для рассматриваемого узла таких ячеек не обнаружено, он исключается из рассмотрения.

Координаты построенного узла запоминаются в соответствующих массивах. После этого для каждого узла формируются список номеров окружающих ячеек и список номеров соседних узлов в порядке обхода против часовой стрелки. Списки согласуются по правилу узел "догоняет" ячейку (рис. 8). Для граничных узлов в списке соседства вместо третьей соседней ячейки (в случае углового узла — также вместо второй) хранится номер граничного условия.



Рис. 8. Структура нерегулярной сетки. Связи узла N (C1, C2, C3 — номера ячеек; N1, N2, N3 номера узлов)

После формирования структуры счетной сетки выполняются процедуры разрезания ячеек вдоль границы контура и удаления мелких приграничных ячеек путем их объединения с более крупными ячейками из внутреннего слоя.

Пример полученной нумерации элементов сетки показан на рис. 9.



Рис. 9. Пример нумерации элементов сетки

Алгоритм разрезания ячеек границей области. Разрезание ячеек границей области (рис. 10) осуществляется следующим образом. На каждом из пересекаемых границей ребер (M1, M2) и (M3, M4) ячейки C добавляем два узла по обе стороны от точки пересечения (соответственно N1, N2 и N3, N4 — см. рис. 10), геометрическим расстоянием между которыми можно принебречь. Соединяем узлы: N1 с N3, N2 с N4. В результате ячейка C "распадается" на две части.

Аналогично поступаем со следующей ячейкой C + 1 и т. д. Таким образом разрезаются все ячейки, пересекаемые границей области. В общем случае процесс разрезания выглядит так, как показано на рис. 11, а линия разреза может быть ломаной, содержать отрезки, части дуг окружностей или эллипсов.





Рис. 11. Схема процесса разрезания ячеек области в целом

Предположим, что процесс деления ячеек закончен. Если отбросить внешнюю часть сетки разрезанной области, то внутренняя ее часть будет иметь конфигурацию, показанную на рис. 12. Как видно из рисунка, граница математической области (N1, N3, N5, N7, ...) содержит лишние угловые узлы N5, N9, N13, ..., оставшиеся от разреза. Эти узлы удаляются из сетки. Критерием удаления угловых узлов является совпадение у них левого и правого граничных условий. На рис. 13 показана сетка математической области после удаления лишних угловых узлов.



Рис. 12. Внутренняя часть сетки математической области после процесса разрезания ячеек



Рис. 13. Внутренняя часть сетки математической области после удаления лишних угловых узлов

Формат хранения топологии неструктурированной сетки. После выполнения алгоритмов построения начальной сетки полученная топология сетки записывается в универсальном *реберно-ячеечном* формате, в котором хранятся сетки счетной методики ТИМ-2D.

Универсальный формат образован двумя списками.

Первый список предназначен для описания ячеек сетки. Для каждой ячейки хранятся ее ребра в порядке обхода против часовой стрелки (на рис. 14 для C1 — ребра (N1, N2), (N2, N3), ..., (N6, N1)).

Второй список содержит описание ребер. Для каждого ребра хранится пара ячеек и пара узлов. При этом для ячейки с меньшим номером C1 (см. рис. 14) пара узлов N1, N2 упорядочена против часовой стрелки. Для граничного ребра E вместо номера первой ячейки всегда записывается номер граничного условия.



Рис. 14. Взаимное расположение узлов и ячеек

Построение четырехугольной сетки

Данный тип сетки используется в четырехугольных областях. Описание контура физической области, в которой строится четырехугольная сетка, начинается с любого угла, и обход совершается по часовой стрелке (рис. 15).

Для построения четырехугольной сетки задаются координаты опорных точек контура (T1, T2, T3, T4) (углы четырехугольника или области в виде полукольца). Сетка представляет собой два семейства линий: одно семейство прямые линии, второе — ломаные (рис. 16).



Рис. 15. Схема обхода контура четырехугольной физической области: *а* — прямоугольной; *б* — в виде полукольца



Рис. 16. Примеры построения линий первого и второго семейств сетки: *a* — в декартовой системе координат; *б* — в полярной системе кординат

Начальной линией первого семейства является граница замкнутого контура (T1, T2). Следующие линии этого семейства в декартовой системе координат получаются через приращение координаты по оси абсцисс ΔX , в полярной системе координат (для области в виде полукольца) — из одного центра через определенный угол $\Delta \varphi$.

Для того чтобы определить линии второго семейства, необходимо знать, какие отрезки ломаных, представляющих нижнюю или верхнюю границу контура, пересекают лучи, задающие направление линий первого семейства (см. рис. 16).

Вычисление координат узлов сетки в декартовой системе координат очевидно.

Координаты узлов в полярной системе координат вычисляются по формулам

$$X_i = XG_i + (XG_{i+1} - XG_i)L;$$

 $Y_i = YG_i + (YG_{i+1} - YG_i)L,$

где XG_i, YG_i — координаты точек границы контура данной области; $L = \frac{\vec{r}_{z,i} \cdot \vec{e}^{\perp}}{\vec{r}_{z,i+1} \cdot \vec{e}^{\perp}}$ (см. рис. 16, δ).

На рис. 17 показан пример четырехугольной сетки, построенной в соответствии с указанными правилами.



Рис. 17. Пример четырехугольной сетки

Построение сетки из вырожденных шестиугольников

На рис. 18 показана область с сеткой, построенной из вырожденных шестиугольников (квазирегулярной).

Основой для построения такого типа сетки служит четырехугольная сетка, в которой каждый внутренний узел *i* заменяется двумя узлами *i*1 и *i*2 (рис. 19), отстоящими от исходного узла по диагоналям соответствующих ячеек на величину ΔR , зависящую от задаваемой величины ε . По умолчанию $\varepsilon = L_{\rm cp}/10$, где $L_{\rm cp}$ — средняя длина ребра ячейки исходной четырехугольной сетки. Также существует возможность задания ε пользователем.

На рис. 19 сплошными линиями изображен фрагмент четырехугольной сетки, а пунктирными — фрагмент сетки из вырожденных шестиугольников. Штрих-пунктиром обозначена диагональ ячейки четырехугольной сетки.

Координаты узлов квазирегулярной сетки определяются линейной интерполяцией координат концов диагоналей (узлов исходной сетки). В частности, для узла $i1 \ \vec{R}_{i1} = \vec{R}_i + \Delta \vec{R}_{i1}$, т. е. радиус-вектор точки i1 есть алгебраическая сумма радиуса-вектора точки i и поправки $\Delta \vec{R}_{i1} = \varepsilon \vec{R}_{ik}$, где \vec{R}_{ik} — вектор, направленный из точки i в точку k. Окончательно формулы для определения координат точки i1 следующие:

$$X_{i1} = X_i + \varepsilon (X_k - X_i);$$

$$Y_{i1} = Y_i + \varepsilon (Y_k - Y_i).$$

Точно так же определяются координаты точки *i*2, необходимо только взять диагональ соответствующей ячейки.

Построение сетки с возрастающим числом ячеек по слоям

Построение сетки с возрастающим числом ячеек по слоям используется в областях, представляющих собой круг, полукруг, полукольцо и т. д.



Рис. 18. Пример сетки из вырожденных шестиугольников



Рис. 19. Фрагмент четырехугольной сетки и полученной на ее основе сетки из вырожденных шестиугольников

Для построения такого типа сетки необходимо задавать следующие параметры: n — число ячеек, добавляемых на каждом слое; T1, T2 (для полукруга) или T2, T3 (для полукольца) — координаты точек, задающих начальное радиальное направление, в котором строится сетка (рис. 20); K_R — число слоев ячеек.

Для вычисления координат узлов сетки сначала необходимо вычислить приращения по углу $DF = \pi/n$ и по радиусу $DR = L/K_R$ для каждого слоя. Здесь L — расстояние между точками T1, T2 (для полукруга) или T2, T3 (для полукольца).

На рис. 21 показан фрагмент сетки, где координаты узлов формируемого слоя (*R*1, *R*2 внутренний и внешний радиусы слоя соответственно) вычисляются по формулам

$$X(N_i) = R1 \cos(DF); Y(N_i) = R1 \sin(DF); X(N_{i+1}) = R2 \cos(DF); Y(N_{i+1}) = R2 \sin(DF),$$

На рис. 20 изображена счетная сетка двух областей. Во внутренней области на каждом слое



Рис. 20. Пример сетки с возрастающим числом ячеек по слоям



Рис. 21. Фрагмент сетки с возрастающим числом ячеек по слоям

добавляются 2 ячейки. Во внешней области ячейки сгущаются к центру по радиусу с коэффициентом сгущения Q = 10 и на каждом следующем слое добавляются 3 ячейки.

Возможность построения различных типов сеток в одной счетной области

Методика ТИМ-2D позволяет выполнять расчеты на сетках с произвольным количеством связей в узлах, т. е. в одной счетной области сетка может состоять из многоугольных ячеек с произвольным числом сторон. Единая счетная сетка в математической области получается объединением сеток, построенных независимым образом в физических подобластях, с использованием программы сшивки сеток.

Программа сшивки использует информацию о сетках всех физических областей, участвующих в этой операции, поэтому для каждой физической области рассчитывается топология сетки и вычисляются координаты узлов.

Алгоритм сшивки сеток физических областей состоит из нескольких этапов:

- поиск участков сшивки;
- сшивка контура вдоль границы;
- обработка стыков сшиваемых областей;
- замена нумерации узлов в топологии сетки (при сшивке удаляются близкие узлы и узлы, имеющие одинаковые координаты).

После сшивки сеток физических областей в единую сетку математической области узлы и ячейки имеют сквозную нумерацию.

На рис. 22, a (см. также цветную вкладку) показана геометрия задачи без использования процедуры сшивки; она состоит из трех математических областей, в каждой из которых построена своя сетка. На рис. 22, δ показана та же геометрия задачи, но теперь она состоит из одной математической области, сетка которой сшита из трех сеток физических областей. Границы математических областей отрисованы синим цветом, физических — красным.

На рис. 23 показаны фрагменты сетки рассчитанной задачи. В первом случае сшивка не использовалась (см. рис. 23, a). Во втором случае со сшивкой сеток физических областей (см. рис. $23, \delta$) узлы и ячейки сетки имеют сквозную нумерацию, совпадающие узлы на границе областей после сшивки удалены.



Рис. 22. Сетка задачи, рассчитанной без использования (а) и с использованием (б) процедуры сшивки



Рис. 23. Фрагменты сетки рассчитанной задачи без использования (*a*) и после использования (*б*) процедуры сшивки

Заключение

В данной работе приведен краткий обзор основных методов, применяемых для построения двумерных неструктурированных сеток. Основное внимание уделено описанию алгоритмов построения неструктурированных многоугольных сеток, используемых в методике ТИМ-2D. Также описан метод, позволяющий объединять сетки различных типов в пределах одной счетной области.

Все алгоритмы построения начальной сетки собраны в специальную библиотеку, которая подключена к единому пакету расчета двумерных сеток и начальных данных 2D-PHД [9]. Подготовка начальных данных для методики ТИМ-2D осуществляется с помощью редакторов геометрий 2D-VisRed [10] и SolidEditor [11].

Для всех типов сеток используется единый счетный алгоритм (решатель), позволяющий проводить расчеты на комбинированных сетках в одной счетной области.

Список литературы

- Соколов С. С., Воропинов А. А., Новиков И. Г. и др. Методика ТИМ-2D для расчета задач механики сплошной среды на нерегулярных многоугольных сетках с произвольным количеством связей в узлах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 4. С. 29—43.
- 2. Делоне Б. Н. О пустоте сферы // Изв. АН СССР. 1934. № 4. С. 793—800.
- 3. Скворцов А. В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск: Изд-во Томского университета, 2002.

- Voronoi G. Nouvelles applications des parametres continus a la theorie des formes quadratiques. Deuxieme memorie: recherches sur les paralleloedres primitifs // J. Reine und Angew. Math. 1908. No 134. C. 198-287.
- 5. Гордеев Э. Н. Диаграмма Вороного: обзор // Распознавание, классификация, прогноз. Математические методы и их применение. Вып. 4. М.: Наука, 1992. С. 41—67.
- Lohner R. Progress in grid generation via the advancing front technique // Engineering with Computers. 1996. Vol. 12. P. 186—210.
- Eppstein D. Linear complexity hexahedral mesh generation // Symposium on Computational Geometry. Philadelphia, 1996. New York: ACM, 1996. P. 58-67.
- Галанин М. П., Щеглов И. А. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: прямые методы: Препринт № 10 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2006.
- 9. Тарасов В. И., Борисенко О. Н., Олесницкая К. К. Программа расчета начальных данных двумерных задач // Сб. тез. докл.

VI науч.-тех. конф. "Молодежь в науке". Саров, 1 ноября 2007 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2007. С. 10.

- Тарасов В. И., Борисенко О. Н., Калмыкова К. К., Шабуров В. М. Единая технология расчета начальных данных двумерных газодинамических задач для численных методик РФЯЦ-ВНИИЭФ // Тез. докл. конф. "Прикладная геометрия, построение расчетных сеток и высокопроизводительные вычисления". Т. 2. Москва, 28 июня — 1 июля 2004 г. М.: ВЦ им. А. А. Дородницына РАН, 2004. С. 198—207.
- 11. Черенков П. В., Борисенко О. Н., Черенкова М. В. и др. Подготовка начальных данных двумерных задач по программам SolidEditor и 2D-PHД // Сб. докл. VIII науч.-тех. конф. "Молодежь в науке". Саров, 28 октября 2010. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2010. С. 141—146.

Статья поступила в редакцию 10.04.14.

SOME GRID GENERATION ALGORITHMS FOR UNSTRUCTURED POLYGONAL GRIDS IN THE TIM-2D CODE / A. I. Panov, A. V. Shurygin (FSUE RFNC-VNIIEF, Sarov, Nizhny Novgorod region).

Some grid generation algorithms for unstructured polygonal preprocessing grids for the TIM-2D code are presented. The format of grid topology data storage is identified. The method of cell cutoff by domain boundaries and the grid cross-linking method to integrate different types of grids within the same domain are described. Practical recommendations are given for the use of some or other types of grids depending on problem features.

Keywords: TIM-2D code, unstructured grid, preprocessing, cross-linking of different types of grids.

УДК 519.6

ТЕХНОЛОГИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДАННЫХ ДВУМЕРНЫХ РАСЧЕТОВ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ "БАЗИС"

С. В. Гагарин, Н. В. Галицкая, О. В. Беломестных, С. И. Кузьмина, Д. В. Могиленских, Е. А. Приб, А. А. Ушкова (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области)

Программный комплекс БАЗИС предназначен для формирования начальных данных расчетов двумерных задач механики сплошной среды, а также подготовки и проведения глобальной интерполяции данных с одной структурированной разностной сетки на другую. Программный комплекс состоит из восьми подсистем. В данной статье демонстрируется работа подсистем графического и табличного представления данных двумерного разреза, запуска пересчета, сравнения графических изображений разрезов, а также расчета средних (балансовых) значений физических величин.

Ключевые слова: механика сплошной среды, разрез, СДР, интерполяция, начальная геометрия, разностная сетка, физические величины.

Введение

При математическом моделировании физических процессов механики сплошной среды, основанном на лагранжевых методиках, в процессе расчета модели разностная сетка может деформироваться настолько, что дальнейший счет становится невозможным. В этом случае пользователь (расчетчик) должен создать новую сетку, как правило, с сохранением геометрии математических областей модели и запустить программу, осуществляющую интерполяцию (пересчет) физических величин со старой разностной сетки на новую.

Для выполнения пересчета физических величин при численном решении задач в двумерной постановке в РФЯЦ-ВНИИТФ разработана программа REDOS (редактирование данных основного счета). Алгоритмы пересчета величин, используемые этой программой, в настоящей статье не рассматриваются. Программа является консольным приложением, и задание для нее содержится в текстовом файле. В этом файле задаются пути к файлу расчетных данных двумерной задачи (разрезу¹-источнику) и файлу с новой разностной сеткой (разрезуприемнику). Оба файла-разреза хранятся в двоичном представлении в унифицированном формате СДР (*стандартный двумерный разрез*), который используется в РФЯЦ-ВНИИТФ для хранения расчетных данных двумерной задачи. Кроме путей к файлам, в задании на пересчет указывается, какие области или фрагменты областей и какие вещества требуется пересчитать. Для выполнения полного пересчета программа REDOS может запускаться несколько раз для разных областей или их фрагментов и разных условий пересчета.

Для подготовки текстового файла с заданием пользователю необходимо проанализировать исходные расчетные данные и новую разностную сетку. В результате анализа должно стать понятным, какие области разреза-источника с какими областями разреза-приемника пересекаются и какие вещества при этом попадают в ячейки новой разностной сетки. От этого зависит правильность формирования задания на выполнение пересчета. Для анализа разрезов в графическом виде в РФЯЦ-ВНИИТФ используется программа VIZI-2D [1]. Эта программа обладает развитыми возможностями по визуализации данных, но не рассчитана на интерактивную подготовку задания для пересчета.

¹Разрез задачи — совокупность физических величин, характеризующих состояние рассчитываемой системы на определенный момент времени.

В связи с этим была поставлена задача создать программу, объединяющую в единой оболочке как средства графического и текстового представления расчетных данных двумерных задач, так и средства интерактивной подготовки задания на пересчет, проведения пересчета и анализа его результатов.

Функциональные возможности программного комплекса БАЗИС

Программный комплекс (ПК) БАЗИС разработан на платформе .Net Framework с использованием языков программирования С#, С++ и состоит из нескольких подсистем, каждая из которых предназначена для выполнения определенной задачи (функции). На рис. 1 приводятся подсистемы ПК БАЗИС [2-4].

В интерфейсе пользователя каждая подсистема отображается в своем окне. Реализована технология *плавающих* окон, при которой пользователь сам настраивает их расположение.

Подсистема подготовки и расчета начальных данных (GeomGrid2) [5] предназначена для задания начальной геометрии, построения разностных сеток, расчета начальных физических данных и формирования начальных разрезов двумерных задач. Этой подсистеме будет посвящена отдельная статья. С помощью подсистемы GeomGrid2 готовится разрез-приемник.

Подсистема табличного представления данных разреза предназначена для отображения физических величин двумерного разреза в виде таблиц. В этой подсистеме реализованы различные операции над данными, включая их редактирование, поиск значений в заданном диапазоне, проверку и сравнение физических величин из разных разрезов. Для больших таблиц имеется возможность задать виртуальное окно меньшего размера для повышения скорости вывода таблицы на экран. В дальнейшем пользователь может перемещать это окно по всей таблице с помощью клавиатуры или манипулятора *мышь*.

Подсистема графического представления разрезов предназначена для графической интерпретации данных двумерного разреза. Реализованы функции заливки ячеек сетки цветом в соответствии со значениями выбранной физической величины, рисование изолиний и другие операции. Реализован инструмент *лупа*, особенно полезный для просмотра и анализа разрезов с мелкой сеткой. Между подсистемами табличного и графического представления имеется взаимная связь. Ячейку, выбранную в таблице, программа может показать на графическом изображении и наоборот.

Подсистема сравнения графических изображений разрезов предназначена для визуального сравнения изображений нескольких разрезов в согласованной системе координат, т. е. при переходе от одного фрагмента изображения к другому для одного разреза выполняется переход к соответствующему фрагменту и для других разрезов. При этом изображения разрезов можно видеть как в раздельных окнах, так и в совмещенном окне. Реализована возможность рисования разрезов с использованием управляемой прозрачности, когда один из разрезов рисуется



Рис. 1. Подсистемы ПК БАЗИС

непрозрачным, а другие, поверх него, — с заданной прозрачностью.

Подсистема подготовки задания на интерполяцию предназначена для интерактивного формирования задания на пересчет. Подсистема находит пересечения областей разреза-источника с областями разреза-приемника и формирует дерево пересечений. Используя эту подсистему, пользователь в интерактивном графическом режиме анализирует пересечения областей и попадания веществ в области разреза-приемника. При этом он отмечает в дереве пересечений области и вещества, которые требуется пересчитать в процессе интерполяции. Результатом работы подсистемы является автоматически сформированный программой текстовый файл с заданием на пересчет.

Подсистема сборки разреза из фрагментов других разрезов предназначена для формирования разреза из частей других разрезов. При этом можно выбирать отдельные области, фрагменты областей, объединять области, разбивать области на подобласти, прореживать сетку. Эта подсистема в данной статье не рассматривается.

Подсистема запуска процесса интерполяции предназначена для запуска пересчета на локальном компьютере пользователя или на удаленном вычислительном сервере. Пересчет запускается в отдельном процессе, так что пользователь может продолжить работу с другими подсистемами. По окончании пересчета пользователю выводится отчет о выполнении.

Подсистема расчета средних (балансовых) значений физических величин рассчитывает по выбранным пользователем областям разреза или веществам различные интегральные и усредненные физические величины, такие как масса, объем, плотность и др. Это позволяет сравнить балансовые значения физических величин в разрезах до и после пересчета. Результаты расчета могут быть экспортированы в среду MS Excel или Matlab для дальнейшего анализа.

Пользовательский интерфейс

Унифицированная программная оболочка ПК БАЗИС позволяет открывать двумерные разрезы и листы трехмерных разрезов с листовой геометрией. На рис. 2 показан интерфейс пользователя ПК БАЗИС с двумя открытыми разрезами. В левой части главного окна приложения отображается дерево объектов. Каждый разрез представлен иерархическим деревом объектов разреза — блоков, математических областей, массивов физических величин и т. д.

При выборе объекта в дереве объектов его свойства отображаются в левой нижней части окна. В центральной части рис. 2 видны ре-



Рис. 2. Подсистемы графического и табличного представления двумерных данных

зультаты работы подсистем графического (закладка Графика подразумевает графическое изображение) и табличного представления данных. Для заливки ячеек сетки используется открытая графическая библиотека OpenGL [6]. Табличное представление показано для примера в виде плавающего окна (его можно перемещать с помощью мыши). В правой части окна представлена информация о выбранной ячейке. Выбор ячейки сетки на графическом изображении сразу же приводит к выбору соответствующей ячейки в таблице и наоборот, что удобно при анализе информации.

Подсистема подготовки задания на интерполяцию

На рис. 3 приведены изображения разрезаисточника и разреза-приемника. Требуется подготовить задание для интерполяции (пересчета). Для этого оба разреза с помощью несложного диалога добавляются в подсистему подготовки пересчета.

На первом этапе программа должна определить области разреза-источника и разрезаприемника, которые пересекаются. Эта информация потребуется для построения дерева пересечений областей. Для ускорения процесса поиска пересечений каждая область разрезаприемника разбивается на треугольники, которые образуются с использованием механизма тессиляции² OpenGL [6]. Программа выполняет предварительное рисование и с помощью функций обратного вызова получает координаты вершин треугольников (рис. 4).

По окончании этого процесса в левой части экрана программа строит дерево пересечений областей (рис. 5). На первом уровне иерархии отображаются номера областей разрезаприемника (с новой сеткой), а на втором номера областей разреза-источника (с физическими величинами), которые пересекаются с данной (на первом уровне) областью разрезаприемника. В правой части экрана выводятся изображения обоих разрезов. Вид изображения меняется в зависимости от выбранной под деревом пересечений закладки. На рис. 5 (см. также цветную вкладку) выбрана закладка По областям. В дереве пересечений выбран показ пересечения области 4 разреза-источника с областью 2 разреза-приемника. Участок изображения, обведенный малиновым контуром, показан в увеличенном виде в окне лупы. Для заливки области 4 выбран желтый цвет, а для области 2 голубой, причем область с голубым цветом выводится с прозрачностью ~ 50 %. Общая часть (пересечение) областей в данном случае закрашивается зеленым цветом. Для того чтобы лучше увидеть, какие части областей пересекаются



Рис. 3. Разрез-источник (слева) и разрез-приемник (справа)

²Тессиляция (tesselation) — получение мозаичного представления многоугольника в виде набора треугольников.

и каким образом, пользователь может менять прозрачность от 0 до 100%, перемещая с помощью мыши бегунок в правой нижней части экрана.

Для вычисления контура (контуров) пересечения областей используется библиотека в открытых кодах OpenCascade [7]. Результат поиска пересечений на рис. 5 (см. также цветную вкладку) отображен контуром красного цве-



Рис. 4. Поиск пересечений областей разрезов с использованием тессиляции OpenGL



Рис. 5. Результат поиска пересечений областей при выбранной закладке По областям

та. В строке состояния программа выводит суммарную площадь всех контуров. Если контуров несколько, то программа позволяет быстро переходить от одного к другому, выводя их последовательно на экран. Основная цель просмотра контуров пересечений — определить, действительно ли области пересекаются или пересечение вызвано погрешностью построения сетки. В последнем случае "пересекающуюся" пару областей можно исключить из пересчета, убрав соответствующую отметку ("галочку") в дереве пересечений.

Кроме пересекающихся областей, пользователь может увидеть, какие вещества разрезаисточника попадают в выбранную им область разреза-приемника. На рис. 6 (см. также цветную вкладку) в левой нижней части экрана (под деревом пересечений) выбрана закладка По веществам. Левее графического представления разреза показана палитра с номерами веществ. Область разреза-приемника по-прежнему вся заливается голубым цветом, но ячейки разрезаисточника теперь имеют цвет, соответствующий номеру вещества в палитре. Если ячейка содержит несколько веществ, т. е. является смешанной, она закрашивается пропорционально доле каждого вещества.

Если требуется пересчитать не всю область, а конкретный фрагмент, он выбирается с помощью диалога, показанного на рис. 7.



Рис. 6. Результат поиска пересечений областей при выбранной закладке По веществам

Для более точного анализа того, как определенное вещество попадает в ячейки области разреза-приемника, можно использовать инструмент для управления прозрачностью изображений разрезов. На рис. 8 (см. также цветную вкладку) показано попадание вещества 4 разреза-источника в область 2 разреза-приемника. На изображении слева область 2 разреза-приемника полностью непрозрачна. При этом заливка ячеек сетки разреза-приемника полностью перекрывает заливку ячеек сетки по веществам для разреза-источника. На изображении справа области разреза-приемника полностью прозрачны. Видна только заливка ячеек сетки для вещества 4 разреза-источника. На центральном изображении прозрачность заливки областей разреза-приемника составляет ~50%, поэтому сквозь изображение заливки



Рис. 7. Задание фрагмента области

ячеек сетки области разреза-приемника видна заливка ячеек для вещества 4 разрезаисточника. Если в результате анализа делается вывод, что доля какого-то вещества разрезаисточника, попавшего в выбранную пользователем область разреза-приемника, незначительна или это попадание вызвано погрешностями построения сетки, то данное вещество можно исключить из пересчета, убрав в дереве пересечений областей соответствующую ему отметку.

Подсистема подготовки пересчета позволяет при необходимости заменить номера некоторых веществ на другие (переименовать вещества), а также указать дополнительные параметры для пересчета. Например, указать номер вещества и его плотность для тех ячеек разреза-приемника, в которые не попадает ни одно вещество разрезаисточника. И наконец, пользователь может просмотреть автоматически сформированное задание (рис. 9) и сохранить его в файле для последующего выполнения в подсистеме запуска пересчета. В задание может быть добавлено несколько фрагментов для пересчета разных областей или разных условий пересчета.

Подсистема запуска задания

После того как файл с заданием сформирован, пользователь переходит в подсистему запуска пересчета (рис. 10).

В этой подсистеме он может взять из выбранного файла задание на пересчет, при необходимости сохранить его в архиве заданий или



Рис. 8. Использование управляемой прозрачности для анализа попадания веществ


Рис. 9. Просмотр сформированного задания



Рис. 10. Запуск программы пересчета (REDOS)

выбрать задание из архива. Здесь допускается вносить любые изменения и добавления в текст задания. Нажатием кнопки Выполнить пользователь запускает программу REDOS либо на локальном компьютере, либо на удаленном вычислительном сервере. При этом на его экран выдается консольный вывод программы, а по окончании пересчета — отчет о выполнении.

После завершения выполнения программы REDOS и анализа отчета о результатах ее выполнения пользователь может сравнить исходный разрез с разрезом, полученным после его пересчета (интерполяции) на новую сетку. Для этого используются подсистема сравнения графических изображений разрезов и подсистема расчета средних значений.

Подсистема сравнения изображений разрезов

Подсистема сравнения графических изображений разрезов позволяет получить на одном экране изображения нескольких разрезов. Изображения могут выводиться как в раздельных окнах, так и в совмещенном окне с использованием управляемой прозрачности. Таким образом, можно сравнить разрез-источник (до пересчета) и результирующий разрез (после пересчета). Изображения разрезов выводятся на экран в согласованной системе координат. То есть изменение масштаба изображения в одном окне приводит к такому же изменению масштаба в других окнах для других разрезов. На рис. 11 (см. также цветную вкладку) изображения разрезов показаны в совмещенном окне. В результирующем разрезе после пересчета имеются смешанные ячейки. Для разрезаисточника выбрана физическая величина NM (номер вещества), а для разреза-приемника —



Рис. 11. Сравнение изображений разрезов в совмещенном окне с использованием управляемой прозрачности

ROCOM (плотность компонентов вещества). Для заливки ячеек цветом используется одна и та же палитра. При этом можно использовать управляемую прозрачность. Один из разрезов изображается полностью непрозрачным, а другой — с заданной прозрачностью. Этот порядок можно менять. На рис. 11 сверху прозрачность результирующего разреза 100%, поэтому виден только разрез-источник. На рис. 11 снизу прозрачность результирующего разреза 0%, он полностью перекрывает разрез-источник. На рис. 11 в центре прозрачность результирующего разреза ~ 30 %, видны оба разреза. Перемещая с помощью мыши бегунок, регулирующий прозрачность, можно визуально оценить качество пересчета.

Реализована возможность показа значений различных физических величин в выбранной пользователем точке пространства разрезов (рис. 12, см. также цветную вкладку). Цвет контуров окон с информацией о ячейке совпадает с цветом сетки, это помогает лучше ориентироваться. Видно, что в ячейке разреза-источника плотность RO = 830,0, ячейка не смешанная. В этой же точке в ячейке результирующего разреза плотность RO = 834,3, причем ячейка смешанная, в нее попали вещества 5 и 6.

Подсистема расчета средних значений

Подсистема расчета средних (балансовых) значений физических величин позволяет численно сравнить разрезы до и после пересчета. На рис. 13 показаны рассчитанные физические величины — масса, объем и плотность — по областям и всему разрезу до пересчета, на рис. 14 после пересчета. Из выведенных на экран таблиц, например, видно, что масса системы до пересчета равна ~ 3 357, а после пересчета ~ 3 309. Объяснение такого большого расхождения следует из рис. 15 (см. также цветную вкладку). Часть области разреза источника (обведенная зеленым контуром) вообще не попала в области разреза-приемника.

Имеется также возможность рассчитать выбранные пользователем физические величины по веществам. На рис. 16, 17 средние значения массы, объема и плотности показаны по областям и всему разрезу до пересчета и после него с раскладкой по веществам. В таблицах в первой колонке выводится название объекта расчета (разрез, область, сумма выбранных областей и т. д.). Во второй колонке — номера веществ, причем цвет вещества в этой колонке совпадает с цветом закраски вещества с тем



Рис. 12. Просмотр информации в ячейках разреза-источника и результирующего разреза, попадающих в заданную точку пространства разрезов (пунктиром выделены пересекающиеся ячейки)

V I Relief hdf		Macca	Объем	Плотность
🖯 🚺 🕼 Сумма выбр.бл.	Relief	3357.008722169960	4.275920287835	785.096188935279
Come enfo of a	Обл.1	211.183656794768	0.227079200855	930.00000000000
	Обл.2	116.258874995891	0.127757005490	909.9999999999999
- 🗸 💿 2	Обл.3	170.772579365211	0.191879302658	890.000000000000
	Обл.4	170.424601428937	0.195890346470	869.9999999999999
	Обл.5	174.937037695680	0.205808279642	850.00000000001
- V • 6	Обл.6	187.118893001032	0.225444449399	830.00000000000
- 🗸 💿 7	Обл.7	208.803071891365	0.257781570236	810.00000000000
	Обл.8	268.970453356214	0.340468928299	790.00000000002
V 9 9	Обл.9	396.464994893266	0.514889603757	770.00000000001
- V • 11	Обл.10	468.655960822450	0.624874614430	749.9999999999999
- V O 12	Обл.11	545.501166556975	0.747261871996	730.00000000000
	Обл.12	437.917431368170	0.616785114603	709.9999999999999
По областям 📝 По веществам иделить всё Рассчитать		AT AL B Z		Prover a poor fl
		Deserver	0.400	
	III Do of ano	TOTAL USO BRUDGCTB3M	I INDOD BAULACTR	БЫООО ВЕЛИЧИН ДЛЯ (

Рис. 13. Средние значения массы, объема и плотности по областям и всему разрезу до пересчета

ConductivityPS.hdf		Macca	Объем	Плотность
😑 🗍 🕖 Сумма выбр.бл.	ConductivityPS	3309.015536674520	4.321942852612	765.6314878560
E-E Cymma suffor	Обл.1	1800.533677240300	2.440729614861	737.7030484152
	Обл.2	101.726599963684	0.176215020977	577.2867681735
- 🗸 💿 2	Обл.3	266.278655746506	0.311101478871	855.9221791952
- V • 3	Обл.4	204.286155597952	0.240700091894	848.7165667048
	Обл.5	65.826867810753	0.078536822806	838.1656585918
- 0 6	Обл.6	147.181547692454	0.182119983289	808.1570458904
- 🗸 💿 7	Обл.7	142.990920869557	0.177911423635	803.7197271986
- 2 0 8	Обл.8	67.366375831434	0.078110470038	862.4500121307
V 0 10	Обл.9	460.967950860524	0.543939313425	847.4620963833
V 0 11	Oбл.10	22.272304892375	0.024167171451	921.5933663358
	Oбл.11	29.584480168982	0.068411461365	432.4491770652
По областям Г По вещест Выделить всё	iam			
Сбоосить всё	A At AL B	I	Формат вые	вода: f12

Рис. 14. Средние значения массы, объема и плотности по областям и всему разрезу после пересчета



Рис. 15. Иллюстрация для объяснения расхождения по массе

же номером на графическом изображении разреза. В последующих колонках выводятся значения физических величин для каждого вещества и в целом по объекту расчета (разрезу, области и т. д.).

Рассчитанные значения могут сохраняться в формате приложений MS Excel и Matlab. Анализ полученных балансовых значений позволяет пользователю сделать вывод о степени успешности проведенной интерполяции.

Заключение

Описаны возможности ПК БАЗИС по проведению интерполяции данных при расчете двумерных задач.



Рис. 16. Средние значения массы, объема и плотности по областям и всему разрезу до пересчета с раскладкой по веществам



Рис. 17. Средние значения массы, объема и плотности по областям и всему разрезу после пересчета с раскладкой по веществам

ПК БАЗИС позволяет:

- визуализировать данные расчета двумерной задачи в разрезе-источнике (до пересчета) в текстовом и графическом виде;
- формировать с помощью подсистемы GeomGrid2 разрез-приемник с новой сеткой;
- в интерактивном графическом режиме готовить задание на интерполяцию данных;
- запускать процесс интерполяции на локальном компьютере пользователя или удален-

ном вычислительном сервере;

 анализировать результаты интерполяции в графическом и текстовом виде.

Внедрение в эксплуатацию ПК БАЗИС позволило сократить время, затрачиваемое на проведение интерполяции разрезов, и уменьшило вероятность ошибок на этапе пересчета.

Авторы благодарят специалистов прикладных программных комплексов РФЯЦ-ВНИИТФ за использование ПК БАЗИС в их практической работе.

Список литературы

- Мельникова С. Н., Могиленских Д. В., Павлов И. В. и др. Принципы построения и функциональное содержание системы визуализации для анализа скалярных и векторных полей, заданных на двумерных регулярных сетках // Межд. семинар "Супервычисления и математическое моделирование". Саров, 18—21 сентября 2000 г.: Препринт № 172. Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 2000. С. 53—55.
- Гагарин С. В., Беломестных О. В., Галицкая Н. В. и др. Комплексный подход и методы повышения эффективности подготовки и расчета данных для численного моделирования двумерных задач. Программный комплекс БАЗИС // Тез. докл. межд. конф. "Забабахинские науч. чтения". Снежинск, 16—20 апреля 2012 г. Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012. С. 307.
- Гагарин С. В., Беломестных О. В., Галицкая Н. В. и др. Комплексный подход и методы повышения эффективности подготовки и расчета данных для численного моделирования двумерных задач в программном комплексе БАЗИС // Мат. 9-й всеросс. конф.

"Сеточные методы для краевых задач и приложения". Казань, 17—22 сентября 2012 г. Казань: "Отечество", 2012. С. 386.

- Гагарин С. В., Беломестных О. В., Могиленских Д. В. и др. Программный комплекс 2D РНД БАЗИС. Повышение эффективности подготовки и расчета данных для численного моделирования // Тез. докл. XIII межд. семинара "Супервычисления и математическое моделирование". Саров, 3— 7 октября 2011 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2012. С. 100.
- 5. Беломестных О. В., Гагарин С. В., Галинова А. В. и др. Программа GeomGrid2 для задания геометрии, построения сеток и формирования начальных данных двумерных задач // Там же. С. 91.
- 6. Ву М., Девис Т., Нейдер Дж., Шрайнер Д. OpenGL. Руководство по программированию. 4-е изд. С.-Пб.: Питер, 2006.
- 7. Open CASCADE Technology. http://www. opencascade.org.

Статья поступила в редакцию 18.07.14.

2D SIMULATION DATA INTERPOLATION TECHNOLOGY IN THE BAZIS PROGRAM PACKAGE / S. V. Gagarin, N. V. Galitskaya, O. V. Belomestnykh, S. I. Kuzmina, D. V. Mogilenskikh, E. A. Prib, A. A. Ushkova (FSUE RFNC-VNIITF, Snezhinsk, Chelyabinsk region).

BAZIS is a program package intended for initial data generation for 2D continuum mechanics simulations and setting up and performing of global data interpolation from one structured difference grid to another. The program package consists of eight subsystems. The paper demonstrates the performance of the subsystems for graphic and tabulated representation of 2D view data, remap initiation, comparison of view graphics and calculation of mean (balance) values of physical quantities.

Keywords: continuum mechanics, view, STDV (standard two-dimensional view), interpolation, initial geometry, difference grid, physical quantities.

УДК 621.391.7

РАСПОЗНАВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ ПРИ МАЛЫХ ОТНОШЕНИЯХ СИГНАЛ/ШУМ

О. Н. Нарышкина, А. В. Светиков, В. В. Шубин (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Представлена оценка возможностей по распознаванию цифровых сигналов при малых отношениях сигнал/шум, а также результаты разработки алгоритма структурирования таких сигналов. Алгоритм реализован на языке C++ в программе для обработки сигналов, используемых в технологиях Fast Ethernet и FDDI. Представлены экспериментальные результаты по тестированию программы для сигналов Fast Ethernet, FDDI (скорость 125 Мбит/с). Получено снижение коэффициента ошибок (BER) по сравнению с теоретической вероятностью ошибок при прямом детектировании.

Ключевые слова: волоконно-оптическая линия передачи, отношение сигнал/шум, вероятность появления ошибки, коэффициент ошибок, структурирование оптических сигналов.

Введение

Параметры волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) информации во многом зависят от уровня мощности, принимаемого с волоконнооптической линии передачи (ВОЛП). Чем меньше входная мощность, при которой удается обеспечить требуемое качество передачи информации, тем лучше параметры ВОСП: больше длина ретрансляционного участка, количество разветвлений в сети, скрытость передаваемой информации. В случае мониторинга ВОЛП требуемая ответвляемая мощность будет меньше.

Для цифровых систем связи универсальным показателем качества передачи сигналов является коэффициент ошибок BER (Bit Error Ratio). Для систем, функционирующих в реальном времени, определен аварийный уровень с BER = 10^{-3} , что соответствует отношению сигнал/шум ~ 6. При меньших значениях BER канал связи уже не дееспособен (происходит разрыв связи).

Тем не менее известно [1], что при передаче информации в сообщениях содержится большая избыточность. Поэтому даже в условиях, когда канал связи находится в аварийном состоянии, при записи сигнала и его математической обработке на ЭВМ может быть получена передаваемая информация. В настоящей статье предлагаются алгоритм и программа обработки цифровых сигналов с ВОСП для сетей с технологиями Fast Ethernet и FDDI. Приводятся результаты экспериментального тестирования программы с помощью анализатора телекоммуникационных сигналов LeCroy WM820Zi.

Теоретический предел распознавания сигналов

По теореме Шеннона предельная пропускная способность канала связи с шумом *C* задается выражением [1]

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{W_{\rm c}}{W_{\rm m}} \right),\tag{1}$$

где B — полоса частот канала связи; $W_{\rm c}$ — средняя мощность сигнала; $W_{\rm m}$ — средняя мощность шума.

Пропускную способность канала можно представить в виде отношения

$$C = \frac{I}{nt}.$$
 (2)

Здесь и далее *I* — среднее количество передаваемой информации (в битах), которое приходится на один информационный символ (буква, цифра, знак); *n* — среднее количество единичных цифровых сигналов, используемых для передачи кодовой комбинации информационного символа; *t* — тактовый период при передаче одного бита.

Полоса частот может быть выражена через тактовый период (теорема Найквиста— Котельникова) [1]:

$$B = \frac{1}{2t}.$$
 (3)

Отношение средних мощностей определяется через отношение сигнал/шум q, принятое для ВОСП согласно [2] как отношение амплитудного значения сигнала U к среднему квадратическому значению шума σ :

$$\frac{W_{\rm c}}{W_{\rm m}} = \left(\frac{U}{2\sigma}\right)^2 = \frac{q^2}{4},\tag{4}$$

После подстановки (2)—(4) в (1) получаем зависимость q от среднего количества информации I:

$$q = 2 \left(2^{2I/n} - 1 \right)^{0,5}.$$

На рис. 1 представлены зависимости q = f(I)для кодов, используемых в следующих стандартах (здесь и далее m — количество бит в кодовой комбинации для одного информационного символа):

- синхронная цифровая иерархия SDH: m = 8, n = 8 (NRZ со скремблированием);
- Ethernet-10, 40, 100 Гбит/с: m = 8, n = 8,25 (блочный код 64B66B);



Рис. 1. Теоретические зависимости отношения сигнал/шум от среднего количества информации, приходящегося на символ

- FE, GE, FDDI: m = 8, n = 10 (блочные коды 8B10В и 4B8B);
- плезиохронная цифровая иерархия PDH: m = 8, n = 16 (манчестерские коды 1B2B).

Среднее количество информации определяется типом символа и условиями его определения. Например, в табл. 1 представлено требуемое для получения сообщения среднее количество информации на один текстовый символ при различных условиях анализа сообщений для двух алфавитов (русского и английского языков) [3].

В действительности все обстоит несколько иначе. Дело в том, что зависимость (1) получе-

Таблица 1

Обозначение	Условия определения информации на один символ	Русский алфавит (33 символа)	Английский алфавит (27 символов)
I_n	Равновероятностное появление букв	5,087	4,755
I_1	С учетом априорной вероятности	4,360	4,040
	появления каждого из символов		
I_2	С учетом априорной вероятности	$3,\!520$	3,320
	комбинаций из двух символов		
I_3	С учетом априорной вероятности	3,010	$3,\!100$
	комбинаций из трех символов		
I_5	С учетом априорной вероятности	—	$2,\!100$
	комбинаций из пяти букв (оценка)		
I_8	С учетом априорной вероятности	—	1,900
	комбинаций из восьми букв (оценка)		
$I_?$	Теоретический предел (оценка)	1,700	1,500
	(учет всех комбинаций символов)		

Среднее количество информации (бит) на текстовый символ

на в предположении способа кодирования с помощью шумоподобных сигналов [1]. На практике способы кодирования задаются стандартами передачи ВОСП (различные Ethernet, FDDI, SDH, PDH) и используемые в них сигналы далеки от шумоподобных. Зависимость (1) задает *предельную* пропускную способность канала, которая практически не может быть достигнута [1]. Кроме того, в (1) не учитываются алгоритмы структурирования сигнала и распознавания сообщения.

Порядок распознавания цифровых сигналов

Распознавание принятого сигнала практически не зависит от скорости передачи и способа кодирования информации. Для всех кодов в ВОСП при передаче в качестве единичного цифрового сигнала используется переход через нулевое напряжение (нулевой энергетический уровень). Для наглядности рассмотрим порядок структурирования и расшифровки на примере сигнала, передаваемого с помощью технологии Fast Ethernet со скоростью 125 Мбит/с.

Исходной для обработки является реализация случайного сигнала (синяя кривая на цветном

рис. 2, см. цветную вкладку), оцифрованная с помощью АЦП и записанная в память ЭВМ. Алгоритмы структурирования и восстановления цифрового сигнала подробно рассмотрены ниже.

После восстановления цифрового сигнала производится его разбиение на кадры в соответствии со структурой кадра Ethernet (рис. 3) и выделение информационных полей LLC Data [4]. После объединения информационных полей кадров одного и того же адресата поле разбивается на последовательность пятибитовых групп. Каждая группа соответствует закодированному первичному шестнадцатеричному символу. Шестнадцатеричные символы определяются в соответствии с табл. 2 кодирования сигналов передачи [4]. Например, для сигнала, приведенного на рис. 2, это символы 7, 8, E, 0, 9, HALT, 9.

Для каждой пары полученных шестнадцатеричных символов определяется информационный символ (буква, цифра, знак) в соответствии с табл. 3 [5]: первый шестнадцатеричный символ соответствует столбцу таблицы, второй — строке. Таким образом, производится расшифровка передаваемой информации. Например, по сигналам, приведенным на рис. 2, получаются следующие результаты: буква "х" (символы 7 и 8), буква "р" (символы Е и 0); символы 9 и НАLТ составляют ошибочную комбинацию.



Рис. 2. Пример структурирования сигнала 100Base-FX

Преамбула S	SFD	DA	SA	Т	LLC Data	Pad	FCS
7 KK 1	1 KK	2 - 6 КК	2 - 6 КК	2 KK	1 - 1500 KK	от 53 КК	4 KK
		64 - 1518 KK					

Рис. 3. Структура кадра Ethernet: преамбула — 7 кодовых комбинаций (KK); SFD (Start Frame Delimiter) — ограничитель начала кадра: 1010101011; DA — адрес назначения; SA — адрес отправления; T — размер поля данных; LLC Data — поле данных; Pad — дополнительное поле; FCS — контрольная последовательность кадра

Таблица 2

Таблица кодирования сигналов передачи

Символ	Имя	Назначение	Линейный код
Q	QUIET	Символы статуса линии	00000
I	IDLE		11111
H	HALT		00100
J		Начальный ограничитель	11000
K			10001
L			00101
Т		Конечный ограничитель	01101
R	RESET	Контрольный индикатор	00111
S	SET	Andrea Andrea Careto	11001
0	0000	Символы данных	11110
1	0001	6194 1	01001
2	0010	2004 0	10100
3	0011	5376 - 0	10101
4	0100		01010
5	0101		01011
6	0110		01110
7	0111		01111
8	1000		10010
9	1001		10011
A	1010		10110
B	1011		10111
C	1100		11010
D	1101		11011
E	1110		11100
F	1111		11101
V	VIOLATION	Запрещенные символы	00001
V	VIOLATION		00010
V	VIOLATION	71% - 0	00011
V	VIOLATION	29% - 1	00110
V	VIOLATION		01000
V	VIOLATION		01100
V	VIOLATION		10000

Таблица 3

Кодовая таблица информационных символов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0123456789ABCDEF			•:: #\$%∞, () * + ,/	Ø129456789····× = >?	@ABCDHHGIHJKLIZO	PORSTUV#XYZL/I	· abcdefghijklmno	parstuv #xyv{		ронлехдлад ^ь долода	абвгдежзийкстног	المراجعة المستحلية المستحد المعتادها بالمرابع			K K K F F F F F F F F F F F F F F F F F	Ш:eG w:⊣:-IJ シJ。 ・ 1- # □ ・

Практический предел расшифровки сигналов

Вероятность получения информации из сигналов, передаваемых по ВОЛП, P_{μ} в общем случае равна произведению условных вероятностей [6]:

$$P_{\mu} = P_{\rm o} P_{\rm c} \left(P_{\rm o} \right) P_{\rm p} \left(P_{\rm o}, P_{\rm c} \right), \tag{5}$$

где $P_{\rm o}$ — вероятность обнаружения сигнала; $P_{\rm c}(P_{\rm o})$ — вероятность структурирования сигнала при условии, что он обнаружен; $P_{\rm p}(P_{\rm o}, P_{\rm c})$ — вероятность расшифровки сигнала при условии, что сигнал обнаружен и структурирован.

При неограниченном времени наблюдения сигнал всегда может быть обнаружен: $P_{\rm o} = 1$. Будем считать, что полученный сигнал будет успешно расшифрован: $P_{\rm p} = 1$. При этих условиях мощность принимаемого сигнала будет определяться вероятностью структуризации сигнала $P_{\rm c}$. При структурировании сигнала нет априорных данных о передаваемой информации, поэтому появление нулей и единиц в информационном поле следует считать равновероятным. Вероятность правильного структурирования информационного символа $P_{\rm c}$ будет определяться вероятностью ошибки на единичный цифровой сигнал *Р*_{ош} по формуле [6]

$$P_{\rm c} = \left(1 - P_{\rm out}\right)^n.$$

Известно также, что вероятность получения информации из сигнала определяется средним количеством информации *I* и количеством бит *m* в кодовой комбинации для одного информационного символа по формуле

$$P_{\mathbf{M}} = \frac{I}{m}$$

Подставляя полученные выражения для P_{μ} и P_{c} в (5) и учитывая, что $P_{o} = P_{p} = 1$, получаем

$$P_{\rm om} = 1 - \left(\frac{I}{m}\right)^{1/n}.$$
 (6)

Отношение сигнал/шум ($q \leq 6$) для данного значения $P_{\text{ош}}$ можно вычислить по формуле Ю. К. Макарова:

$$q = \left\{-6,421\ln\left(1 - \left[2\left(1 - P_{\rm om}\right) - 1\right]^2\right)\right\}^{1/2}.$$
 (7)

После подстановки (6) в (7) получаем предельное требование к отношению сигнал/шум для получения информации из сигнала:

$$q = \left\{ -6,421 \ln \left(1 - \left[2 \left(\frac{I}{m} \right)^{1/n} - 1 \right]^2 \right) \right\}^{1/2}.$$

На рис. 4 представлены практические зависимости q = f(I) для тех же способов кодирования, что и на рис. 1. Из рис. 1, 4 следует, что значения q отличаются друг от друга.

В табл. 4 представлены значения q (предельное и практическое) для $I = \overline{2,5}$ при n = 8; 8,5; 10 и 16. Информация из реализации при таких значениях q (q < 6) может быть получена только при записи и обработке на ЭВМ.



Рис. 4. Практические зависимости отношения сигнал/шум от среднего количества информации, приходящегося на символ

		Τ	аблица 4
Значения	q	(предельное/практическое	e)

Ι		n							
	16	10	8,25	8					
2	0,8/2,8	$1,\!15/2,\!25$	$1,\!25/2,\!05$	$1,\!3/2,\!0$					
3	$1,\!1/3,\!15$	$1,\!4/2,\!65$	$1,\!6/2,\!35$	$1,\!65/2,\!4$					
4	$1,\!3/3,\!4$	1,7/3,0	1,9/2,75	2,0/2,8					
5	$1,\!4/3,\!75$	2,0/3,3	$2,\!3/3,\!15$	$^{2,4/3,2}$					

Алгоритм структурирования и его программная реализация

В предлагаемом алгоритме структурирования входными данными является выборка цифровых отсчетов Y_i объемом H, полученная путем аналого-цифрового преобразования входной реализации сигнала y(t) за время наблюдения. Период дискретизации $t_{\rm d}$ выбирается из условия (теорема Котельникова)

$$t_{\rm d} \leq \frac{\tau}{2}$$

где au — длительность тактового интервала исходной цифровой последовательности.

Для всей выборки объемом H вычисляется среднее выборочное значение Y_0 по формуле

$$Y_0 = \sum_{i=1}^H Y_i$$

и среднее энергетическое значение $Y_{\rm cp}$ по формуле

$$Y_{\rm cp} = \frac{H}{2} \sum_{i=1}^{H} |Y_i - Y_0|.$$
 (8)

Полученное Y_{cp} принимается за нулевое значение входной реализации (линия y = 0 на рис. 2).

Далее определяются все точки пересечения входной реализации с нулевой линией, соответствующие единичным цифровым сигналам. Для каждого стандарта известна длительность тактового интервала и его допуск. Например, тактовый интервал при скорости передачи 125 Мбит/с составляет 8 нс, а допуск, определяемый дрожанием фронта (jitter), составляет ±1,6 нс. Фиксируются все полученные переходы через нулевую линию.

С учетом того, что частота входной реализации примерно в два раза ниже тактовой частоты, на интервале менее 6,4 нс пересечений быть не может. Поэтому требуется определить, какие из полученных переходов в реализации являются истинными, а какие — ложными. Для определения истинности (ложности) перехода проводится анализ реализации по амплитуде и энергетическому наполнению.

Вычисляется среднее значение амплитуды выборки:

$$A_{\rm cp} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{H} |Y_i - Y_{\rm cp}| = \frac{h}{H} \sum_{j=1}^{H/h} |A_j|, \qquad (9)$$

где h — количество отсчетов в пределах тактового интервала, $h = \tau/t_{\rm d}$; j — номер тактового интервала; A_j — среднее значение амплитуды в пределах тактового интервала j, которое определяется по формуле

$$A_j = \frac{1}{h} \sum_{i=(j-1)h+1}^{jh} (Y_i - Y_{\rm cp}).$$
 (10)

Полученное значение амплитуды реализации сигнала A_j на каждом тактовом интервале сравнивается со средним значением амплитуды выборки A_{cp} . Если $|A_j| \ge A_{cp}$, то переход в начале тактового интервала является истинным, иначе — ложным.

Для исключения ошибки определения истинности перехода проводится проверка энергетического наполнения соседних тактов, между которыми произошел переход. Для этого на каждом тактовом интервале вычисляется энергия реализации Φ_i по формуле

$$\Phi_j = h \sum_{i=(j-1)h+1}^{jh} (Y_i - Y_{\rm cp})^2 .$$
 (11)

По полученным данным вычисляется модуль разности значений энергии на соседних тактовых интервалах и принимается решение об истинности (ложности) перехода по следующему критерию: переход считается истинным, если

$$|\Phi_j - \Phi_{j-1}| \ge 4Y_{\rm cp}^2 h, \tag{12}$$

в противном случае переход ложный.

После этого в соответствии с правилами кодирования формируется цифровая последовательность логических нулей и единиц.

Данный алгоритм реализован на языке C++ в программе для стандарта передачи 100Base-FX (технология Fast Ethernet).

Экспериментальные результаты по тестированию программы

Для определения реальных возможностей программы проведено ее тестирование для сигналов стандарта 100Base-FX (со скремблированием) при отношениях сигнал/шум в диапазоне от 0,5 до 6. Структурная схема стенда для тестирования программы представлена на рис. 5. Данная схема позволяет одновременно получать истинную (эталонную) реализацию сигнала (канал 1) и анализируемую реализацию с уменьшенным отношением сигнал/шум по сравнению с истинной реализацией (канал 2). Полученные результаты выводятся на экран анализатора LeCroy Wave Master 820Zi и сохраняются в числовом и графическом форматах.

Для истинной (эталонной) реализации (канал 1) отношение сигнал/шум определяется по формуле

$$q = \frac{U}{\sigma},\tag{13}$$

где *U* — амплитудное значение сигнала; *σ* — среднее квадратическое значение шума.

Наиболее точно определить значение σ позволяет встроенная в анализатор функция построения гистограммы. Например, на рис. 6 представлена гистограмма распределения плотности вероятности напряжения шума на выходе приемного оптикоэлектронного модуля ПРОМ-364-80к.

Величина *σ* определяется с помощью функции построения гистограммы по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (V_i)^2},$$

где V_i — измеренные значения шума; N — количество точек сигнала за весь период наблюдения.

Вычисленное значение $\sigma = 0,874$ мВ совпало со значением, заявленным предприятиемизготовителем модуля ПРОМ-364-80к (ЗАО "Телаз", г. Москва).

С помощью функции построения гистограммы анализатора определяется также амплитуда сигнала U. Она вычисляется как разность между верхним и нижним уровнями напряжения реализации. Было получено U = 5,22 мВ.

Таким образом, исходное отношение сигнал/шум, вычисленное по формуле (13), составляет 5,97. Каналы 1 и 2 имеют одинаковые передаточные характеристики, поэтому $q_2 = q_1 = 5,97$.

Далее выполняется одновременный анализ реализаций канала 1 и канала 2. Выравнивание сигналов в каналах по времени осуществляется при помощи функции задержки, встроенной в



Рис. 5. Структурная схема стенда для тестирования программы: LeCroy — анализатор телекоммуникационных сигналов Wave Master 820Zi; ПК — персональный компьютер с сетевой картой Realtek PCIe GBE Family Controller; OR-1x2 — оптический разветвитель; ФП — фотоприемник; FOBOS-100S — конвертор среды; AQ 2212 — платформа фирмы Yokogawa с модулями оптического аттенюатора AQ 2200-211, AQ 2200-311A



Рис. 6. Гистограмма распределения плотности вероятности шума

анализатор. Амплитуда сигнала в канале 2 уменьшается путем внесения в линию дополнительных потерь A_{dB} с помощью регулируемого оптического аттенюатора AQ 2200-311A. Уменьшение амплитуды сигнала в канале 2 приводит к такому же уменьшению отношения сигнал/шум, так как уровень шумов определяется тепловым шумом ПРОМ-364-80к и не изменяется при проведении тестирования.

Для каждого заданного отношения сигнал/шум сохраняются осциллограммы сигналов каналов 1 и 2 в графическом и числовом форматах с частотой дискретизации 40 ГГц. Полученные числовые последовательности истинной (канал 1) и анализируемой (канал 2) реализаций сигнала являются исходными данными для обработки. Сравнение результатов обработки этих двух последовательностей позволяет определить коэффициент ошибок BER при структурировании. Блок-схема программы представлена на рис. 7.

По данным, полученным с анализатора телекоммуникационных сигналов, для анализируемой и истинной реализаций по формуле (8) вычисляются средние значения уровней Y_{cp} и определяются нулевые линии. Для обеих последовательностей определяются и сохраняются точки пересечения реализации с нулевой линией, отстоящие друг от друга на интервал, кратный тактовому интервалу $(8 \pm 1, 6)$ нс. На интервалах между точками пересечения, которые принимаются за тактовые, для истинной и анализируемой реализаций вычисляются средние амплитуды A_j по формуле (10), и по ним — средние значения амплитуды всей реализации $A_{\rm cp}$ по формуле (9).

Далее для обеих последовательностей проводятся вычисления энергии реализации на каждом тактовом интервале по формуле (11) и сохранение полученных данных. Проверяется условие (12), и по истинным переходам, которые принимаются за логические единицы, формируются цифровые последовательности. Полученные последовательности автоматически сравниваются между собой, вычисляется количество несовпадений (ошибок — error), и результаты выводятся на экран ПЭВМ (рис. 8).

По полученным и обработанным данным (см. puc. 8) вычисляется коэффициент ошибок BER структурирования единичного цифрового сигнала:

$$BER = \frac{N_{\text{om}}}{N_{\text{o}}},$$

где $N_{\rm om}$ — количество ошибочно структурированных бит; $N_{\rm o}$ — общее количество принятых бит.

На рис. 9 представлены полученная экспериментальная зависимость BER и расчетная кривая вероятности ошибки $P_{\rm om}$, построенная по формуле (6).



Рис. 7. Блок-схема программы



Рис. 8. Окно выдачи результатов структуризации



Рис. 9. Зависимости ВЕ
R (1) и $P_{\rm om}$ (2) от отношения сигнал/шум
 q

Заключение

Практическое распознавание цифровых сигналов при среднем количестве информации на один символ (I) от 2 до 4 бит может быть осуществлено при отношениях сигнал/шум (q) от 2 до 3,4 в зависимости от способа кодирования информации. Теоретический предел распознавания (из теоремы Шеннона при кодировании шумоподобными сигналами) получается при количестве информации I от 2 до 4 бит при отношении сигнал/шум q от 0,8 до 2 в зависимости от количества единичных сигналов на бит.

Разработанная и протестированная программа позволяет снизить коэффициент ошибки BER при распознавании цифровых сигналов примерно в 2 раза при отношениях сигнал/шум от 2 до 6 по сравнению с расчетной вероятностью ошибки для прямого детектирования сигнала.

Список литературы

- 1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Иностр. лит-ра, 1963.
- 2. ГОСТ 26599-85. Системы передачи волоконно-оптические. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 2001.
- 3. Теория информации. Кодировка информации в теории Шеннона. http://www. inform.com.
- Убайдуллаев Р. Р. Волоконно-оптические сети. М.: Эко — Тренз, 2001.
- 5. Математика и информатика. Передача и кодирование информации. Лекция 8. http:// www.inform.com.
- 6. Шубин В. В. Волоконно-оптические системы и информационная безопасность. С.-Пб.: Ива, 2006.

Статья поступила в редакцию 05.03.14.

DIGITAL SIGNAL RECOGNITION IN LOW SIGNAL/NOISE RATIO ENVIRONMENTS / O. N. Naryshkina, A. V. Svetikov, V. V. Shubin (FSUE RFNC-VNIIEF, Sarov, Nizhny Novgorod region).

The paper discusses digital signal recognition capabilities for low signal/noise ratio environments and results of developing a corresponding signal structuring algorithm. The algorithm is implemented in the C++ language in a signal processing program used for Fast Ethernet and FDDI signals. Experimental results of program tests for Fast Ethernet and FDDI signals are presented (125 Mb/s rate). The error rate (BER) was decreased compared to the theoretical error probability for direct detection.

Keywords: fiber optic link, signal/noise ratio, error probability, error rate, optical signal structuring.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Беломестных Ольга Владимировна — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, инженер-программист 3 категории, *e-mail*: a.a.belomestnykh@vniitf.ru

Гагарин Сергей Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, начальник лаборатории, *e-mail*: svgagarin@newmail.ru

Галицкая Надежда Викторовна — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, инженер-программист 3 категории, *e-mail*: nv_galitskaya@mail.ru

Епишков Иван Михайлович — ΦΓУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской лаборатории, *e-mail*: I.M.Epishkov@itmf.vniief.ru

Егоров Павел Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, научный сотрудник

Зацепин Олег Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, начальник группы, *e-mail*: o.v.zatsepin@vniitf.ru

Кандиев Ядгар Закирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, главный специалист

Кузьмина Светлана Ивановна — ΦΓУΠ "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, инженер-программист 3 категории, *e-mail*: ksi427@mail.ru

Курулин Вадим Викторович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, младший научный сотрудник, *e-mail*: V.V.Kurulin@itmf.vniief.ru

Могиленских Дмитрий Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, помощник директора, *e-mail*: d.v.mogilenskikh@vniitf.ru

Нарышкина Ольга Николаевна — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, научный сотрудник, *e-mail*: O.N.Naryshkina@itmf.vniief.ru

Панов Александр Иванович — ΦΓУΠ "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской группы, *e-mail*: panov@vniief.ru

Приб Евгения Андреевна — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, инженер-программист, *e-mail*: evgeniaprib@gmail.com

Пронин Виталий Алексеевич — ΦΓУΠ "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательской группы, *e-mail*: pronin@md08.vniief.ru

Рубцова Дарья Павловна — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, математик, *e-mail*: D.P.Rubtsova@itmf.vniief.ru

Светиков Александр Викторович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, научный сотрудник, *e-mail*: A.V.Svetikov@itmf.vniief.ru

Сидоров Михаил Львович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, научный сотрудник, *e-mail*: M.L.Sidorov@itmf.vniief.ru

Ушкова Анастасия Александровна — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", г. Снежинск Челябинской области, инженер-программист, *e-mail*: 87_sky@mail.ru

Шубин Владимир Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, начальник научно-исследовательского отдела, *e-mail*: V.V.Shubin@vniief.ru

Шурыгин Александр Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, научный сотрудник *e-mail*: A.V.Shurygin@itmf.vniief.ru

Хищенко Константин Владимирович — Объединенный институт высоких температур (ОИВТ) РАН, г. Москва, заведующий отделом, *e-mail*: konst@ihed.ras.ru

Чарахчьян Александр Агасиевич — ВЦ им. А. А. Дородницына РАН, г. Москва, заведующий отделом, *e-mail*: chara@ccas.ru

Яцевич Сергей Владимирович — ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области, старший научный сотрудник, *e-mail*: S.V.Yatsevich@vniief.ru

содержание

\mathbf{C}	0	\mathbf{N}	\mathbf{T}	\mathbf{E}	\mathbf{N}	\mathbf{T}	S

Хищенко К. В., Чарахчьян А. А. Квази- одномерная модель термоядерного зажи- гания плотной DT-смеси под действием протонных пучков	Khishchenko K. V., Charakhch'yan A. A.A quasi-1D model of thermonuclear igni-tion of dense DT mixture driven by protonbeams3
Яцевич С. В., Курулин В. В., Рубцо- ва Д. П. О применении алгоритма PISO в задачах динамики молекулярно несме- шивающихся жидкостей	Yatsevich S. V.,. Kurulin V. V, Rubtso- va D. P. Application of the PISO algo- rithm to molecular-immiscible fluid dynam- ics simulations
Зацепин О. В., Кандиев Я. З. Методика моделирования по ценности для решения по программе ПРИЗМА задач глубокого прохождения и детектирования реактор- ной физики	Zatsepin O. V., Kandiev Ya. Z. Value- based modeling technique for reactor physics simulations of deep penetration and detection using the PRIZMA code 30
Епишков И. М., Егоров П. В. Распарал- леливание методики Д для решения дву- мерных задач газовой динамики с ди- намической балансировкой арифметиче- ской нагрузки процессоров	Epishkov I. M., Egorov P. V. Paralleling of the D code for 2D gas dynamics simula- tions with dynamic balancing of arithmetic processor load
Сидоров М. Л., Пронин В. А. Неструкту- рированная призматическая дискретиза- ция сложных геологических структур в параллельном режиме	Sidorov M. L., Pronin V. A. Unstructured prismatic discretization of complex geolog- ical structures in the parallel mode 47
Панов А. И., Шурыгин А. В. Некоторые алгоритмы построения неструктурированных многоугольных сеток для методики ТИМ-2D	Panov A. I., Shurygin A. V. Some grid gen- eration algorithms for unstructured polyg- onal grids in the TIM-2D code
Гагарин С. В., Галицкая Н. В., Бело- местных О. В., Кузъмина С. И., Мо- гиленских Д. В., Приб Е. А., Ушко- ва А. А. Технология проведения интер- поляции данных двумерных расчетов в программном комплексе БАЗИС	Gagarin S. V., Galitskaya N. V., Be- lomestnykh O. V., Kuzmina S. I., Mogilen- skikh D. V., Prib E. A., Ushkova A. A. 2D simulation data interpolation technology in the BAZIS program package
Нарышкина О. Н., Светиков А. В., Шубин В. В. Распознавание цифровых сигналов при малых отношениях сиг- нал/шум	Naryshkina O. N., Svetikov A. V., Shu- bin V. V. Digital signal recognition in low signal/noise ratio environments
Сведения об авторах	Information about authors

Ответственный за выпуск Е. В. Соколовская

Редакторы	Н.Ю. Зимакова,	Корректоры	Е. А. Окатьева,
	Е. Н. Старченко		А. В. Федоренко

 Подписано в печать 09.02.15
 Формат 60×84/8

 Офсетн. печ.
 Усл. печ. л. ~ 11
 Уч.-изд. л. ~ 14

 Тираж 1000 экз.
 Зак. тип. 2182-2012
 8 статей

Учредитель: ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ" Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-29789 от 04 октября 2007 г.

Оригинал-макет подготовлен в Математическом отделении ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ"

Отпечатано в ИПК ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ" 607188, г. Саров Нижегородской обл., ул. Силкина, 23

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ

Редакция н/т сборника "Вопросы атомной науки и техники" серии "Математическое моделирование физических процессов" просит авторов, направляющих статьи в журнал, придерживаться следующих правил.

1. Автор представляет редакции 2 экземпляра рукописи основного текста статьи на русском языке, а также аннотацию и реферат с обязательным указанием ключевых слов. Текст набирается на компьютере (шрифт не менее 12 пунктов) на одной стороне листа формата A4 через два интервала. Рекомендуемый объем статьи — не более 25 страниц указанного формата, включая рисунки. Все страницы должны быть пронумерованы. Рукопись должна быть подписана всеми авторами.

Редакции также передается (по электронной почте) соответствующий текстовый файл в формате .doc (WinWord).

2. Статью обязательно должны сопровождать следующие документы:

1) направление от организации, в которой выполнена работа, с указанием информации о первичном или повторном опубликовании материала статьи (отдельных ее страниц);

2) разрешение на открытое опубликование от организации, в которой выполнена работа.

Название статьи и список авторов, указанные в документах, должны соответствовать указанным в представленной рукописи.

Необходимо также сообщить полные имена и отчества, должности и электронные адреса авторов и обязательно указать номер телефона и/или e-mail для обратной связи.

3. Название статьи должно быть конкретным и лаконичным. Перед названием необходимо указать УДК. Разделы и подразделы статьи должны иметь заголовки.

4. Необходимо соблюдать единство терминологии, соответствующее стандартам по теме статьи.

5. Для нумерации формул, на которые имеются ссылки в тексте, используются последовательные натуральные числа. Формулы, на которые нет ссылок, не нумеруются.

6. Все обозначения должны расшифровываться. Не рекомендуется использовать одинаковые обозначения для разных величин и разные обозначения для одной и той же величины.

Для различия букв с одинаковым или сходным начертанием (например, a и α ("альфа"), v и ν ("ню", c и C) желательно делать соответствующие пометки.

Векторные величины необходимо выделять жирным шрифтом или отмечать стрелкой.

7. Рисунки должны быть четкими и обязательно иметь подрисуночные подписи. Текстовые надписи на самих рисунках не рекомендуются, их заменяют символьными (цифровыми) обозначениями, которые объясняются в тексте или подрисуночной подписи.

Таблицы должны иметь заголовки.

На все таблицы и рисунки в тексте статьи должны быть ссылки.

8. Список литературы должен быть составлен по порядку ссылок в тексте. Ссылки на неопубликованные работы (отчеты) не допускаются.

В библиографическое описание источника обязательно включаются фамилии и инициалы авторов, название книги или статьи. Для книг указывается город, издательство и год издания, для статей — название журнала, год издания, том, выпуск (номер), страницы начала и конца статьи. Описания иностранных источников должны быть напечатаны латинским шрифтом. Если источник размещен в Интернете, указывается адрес сайта.

9. Все материалы по статьям должны направляться по адресу:

607188 г. Саров Нижегородской обл., пр. Мира, 37, РФЯЦ-ВНИИЭФ, отделение 08. В редакцию журнала ВАНТ, сер. "Математическое моделирование физических процессов". Тел. (83130)2-84-06; e-mail:sokol@vniief.ru

В случае несоблюдения указанных правил редакция журнала оставляет за собой право задержать публикацию или отклонить ее без рассмотрения.

Плата за публикацию с авторов не взимается.

При принятии статьи к публикации права на ее использование переходят к издателю.

УДК 533.9

КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОЯДЕРНОГО ЗАЖИ-ГАНИЯ ПЛОТНОЙ DT-СМЕСИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОТОН-НЫХ ПУЧКОВ / К. В. Хищенко, А. А. Чарахчьян // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 3—15.

Рассматривается цилиндрическая мишень из DT-смеси толщиной 2H и плотностью $ho_0 \leqslant 100
ho_s,$ где $ho_s pprox 0.22 \, \mathrm{r/cm}^3$ — плотность смеси в твердом состоянии при атмосферном давлении и температуре 4 К. Мишень предполагается окруженной тяжелой замагниченной оболочкой, препятствующей боковому разлету и выносу тепла из горючего в оболочку. Мишень зажигается с торцов одновременно двумя одинаковыми моноэнергетическими пучками протонов с кинетической энергией 1 МэВ, интенсивностью и длительностью действия соответственно 10¹⁹ BT/см² и 50 пс или 10¹⁸ Вт/см² и 500 пс. Используется одномерная односкоростная двухтемпературная гидродинамическая модель с учетом широкодиапазонного уравнения состояния горючего, электронной и ионной теплопроводности, кинетики DT-реакции, собственного излучения плазмы и ее нагрева α-частицами. Последний эффект полагается основным определяющим механизмом зажигания мишени. Вылет α-частиц за пределы горючего учитывается в рамках трекового метода. Предложена модификация этого метода, которая аппроксимирует известную задачу Коши для однородного стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера-Планка. Траектории α-частиц ограничиваются цилиндрической поверхностью заданного радиуса, который является параметром метода и отождествляется с радиусом мишени и радиусом пучка протонов. Такая квазиодномерная модель позволяет оценивать энергию зажигания и массу мишени. Для начальной плотности горючего $\rho_0 =$ $= 100 \rho_s$ полученная оценка энергии зажигания примерно в 10 раз меньше соответствующей оценки для задачи с радиусом пучка много меньше размера мишени (рис. 3, табл. 2, список лит. — 26 назв.).

Ключевые слова: цилиндрическая мишень для инерциального термоядерного синтеза, энергия зажигания, коэффициент выгорания, трековый метод, приближение Фоккера-Планка.

УДК 532.5:519.6

О ПРИМЕНЕНИИ АЛГОРИТМА "PISO" В ЗАДАЧАХ ДИНА-МИКИ МОЛЕКУЛЯРНО НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОС-ТЕЙ / С. В. Яцевич, В. В. Курулин, Д. П. Рубцова // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 16—29.

Рассматриваются некоторые варианты конечно-объемной реализации известного алгоритма PISO на эйлеровой совмещенной сетке в применении к задачам динамики молекулярно несмешивающихся жидкостей. Приводятся результаты сравнительных расчетов типовых задач по односкоростной модели, реализованной в пакете прикладных программ ЛОГОС. На основании полученных результатов делается вывод о наиболее приемлемом для рассматриваемого класса задач варианте алгоритма (рис. 16, список лит. — 10 назв.).

Ключевые слова: несмешивающиеся жидкости, односкоростная модель, численное моделирование, контактная граница, PISO, ЛОГОС.

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ПО ЦЕННОСТИ ДЛЯ РЕ-ШЕНИЯ ПО ПРОГРАММЕ "ПРИЗМА" ЗАДАЧ ГЛУБОКОГО ПРОХОЖДЕНИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЯ РЕАКТОРНОЙ ФИ-ЗИКИ / О. В. Зацепин, Я. З. Кандиев // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 30—36.

В РФЯЦ-ВНИИТФ для решения задач переноса ионизирующего излучения методом Монте-Карло более тридцати лет развивается программа ПРИЗМА. Программа позволяет моделировать раздельный и совместный перенос нейтронов, фотонов, электронов, позитронов, ионов в одномерной, двумерной, трехмерной геометрии. Для вычисления функционалов применяются оценки по посещениям, т. е. оценки, вклады в которые отличны от нуля только для траекторий частиц, пересекающих область или поверхность интегрирования. В случае решения задач глубокого прохождения и детектирования для повышения эффективности применяется моделирование по ценности. При рассмотрении задач реакторной физики, принадлежащих этим классам, были выявлены особенности, потребовавшие разработки специальных схем моделирования и развития существующей методики моделирования по ценности.

В настоящей работе дается обзор методов, применяемых при решении задач глубокого прохождения и детектирования по программе ПРИЗМА. Описаны особенности некоторых задач реакторной физики, принадлежащих этим классам и потребовавших развития методики моделирования по ценности. В целях подтверждения корректности усовершенствованной методики приводится решение ряда тестовых и прикладных задач. Показано совпадение с асимптотическим решением в случае, когда оно известно. В других случаях показано совпадение с решением, полученным аналоговым способом моделирования или с помощью других программ. Рассмотрено решение прикладных задач оценки сигналов внереакторных детекторов от источников нейтронов, размещаемых в активной зоне ВВЭР-1000, и внутриреакторных детекторов ВВЭР-1000 (рис. 7, табл. 2, список лит. — 8 назв.).

Ключевые слова: перенос частиц, метод Монте-Карло, моделирование по ценности, глубокое прохождение, детектирование, программа ПРИЗМА, ВВЭР-1000.

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ МЕТОДИКИ "Д" ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ С ДИНАМИЧЕ-СКОЙ БАЛАНСИРОВКОЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ПРОЦЕССОРОВ / И. М. Епишков, П. В. Егоров // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 37—46.

Описываются алгоритмы многофрагментной блочно-регулярной декомпозиции, а также основные принципы динамической балансировки арифметической нагрузки процессоров при проведении расчетов в многопроцессорном режиме по лагранжевой методике Д.

Многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция получается в результате разбиения математической области на блоки в двух направлениях: главное (число узлов в этом направлении больше) и вспомогательное. Первое разбиение выполняется для главного направления, охватывая всю математическую область, в результате чего формируются декомпозиционные слои. Второе разбиение выполняется для вспомогательного направления и только в рамках одного декомпозиционного слоя. При этом каждый процессор может рассчитывать несколько фрагментов задачи, принадлежащих разным декомпозиционным слоям или разным математическим областям.

Алгоритмы динамической балансировки выполняются исходя из цели равномерного распределения арифметической нагрузки по процессорам. Описываются определение данной нагрузки, выполнение новой декомпозиции, дается описание структуры межпроцессорных коммуникаций.

Представлены результаты тестовых расчетов, демонстрирующие применимость реализованных алгоритмов в методике Д (рис. 9, табл. 2, список лит. — 5 назв.).

Ключевые слова: методика Д, многофрагментная блочно-регулярная декомпозиция, динамическая балансировка арифметической нагрузки процессоров.

УДК 519.6

НЕСТРУКТУРИРОВАННАЯ ПРИЗМАТИЧЕСКАЯ ДИСКРЕ-ТИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР В ПА-РАЛЛЕЛЬНОМ РЕЖИМЕ / М. Л. Сидоров, В. А. Пронин // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 47—55.

Представлен параллельный метод построения призматической неструктурированной сетки, используемой для дискретизации сложных геологических структур при численном моделировании нефтяных и гидрогеоэкологических задач. Метод позволяет проводить адаптацию сетки к различным типам объектов (скважины сложной траектории, геологические разломы, пласты и т. п.) и обладает высокой скоростью построения. Данный метод реализован в программном комплексе НИМФА (рис. 14, табл. 1, список лит. — 14 назв.).

Ключевые слова: термогидродинамический симулятор, неструктурированная сетка, параллельный генератор сетки, адаптация, фронтальный метод сфер, обобщенный метод угловой точки, геологические структуры, программный комплекс НИМФА, МРІраспараллеливание.

НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ НЕСТРУКТУ-РИРОВАННЫХ МНОГОУГОЛЬНЫХ СЕТОК ДЛЯ МЕТОДИ-КИ "ТИМ-2D" / А. И. Панов, А. В. Шурыгин // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 56—65.

Представлены некоторые алгоритмы построения неструктурированных многоугольных сеток при расчете начальных данных для методики ТИМ-2D. Приведено описание формата хранения топологии сетки. Описаны метод, с помощью которого выполняется отсечение ячеек границами счетной области, и метод, позволяющий объединять сетки различных типов в рамках одной счетной области. Даны практические рекомендации по использованию тех или иных типов сеток в зависимости от специфики решаемых задач (рис. 23, список лит. — 11 назв.).

Ключевые слова: методика ТИМ-2D, неструктурированная сетка, расчет начальных данных, сшивка различных типов сеток.

ТЕХНОЛОГИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДАННЫХ ДВУМЕРНЫХ РАСЧЕТОВ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ "БАЗИС" / С. В. Гагарин, Н. В. Галицкая, О. В. Беломестных, С. И. Кузьмина, Д. В. Могиленских, Е. А. Приб, А. А. Ушкова // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 66—77.

При математическом моделировании физических процессов механики сплошной среды, основанном на лагранжевых методиках, в процессе расчета модели разностная сетка может деформироваться настолько, что дальнейший счет становится невозможным. В этом случае пользователь (расчетчик) должен создать новую сетку, как правило, с сохранением геометрии математических областей модели и запустить программу, осуществляющую интерполяцию (пересчет) физических величин со старой разностной сетки на новую.

В РФЯЦ-ВНИИТФ создан программный комплекс БАЗИС, который включает в себя следующие подсистемы:

- 1) текстового (табличного) представления данных расчета;
- 2) графического представления данных расчета;
- 3) сравнения графических изображений расчетов;
- 4) подготовки и расчета начальных данных (GeomGrid2);
- 5) подготовки задания на интерполяцию;
- 6) запуска процесса интерполяции;
- 7) расчета средних (балансовых) значений физических величин.

В статье описывается, каким образом с использованием указанных подсистем выполняется интерактивное формирование задания на интерполяцию, запуск интерполяции и анализ полученного результата.

С помощью первых трех подсистем выполняется анализ данных двумерной задачи в текстовом и графическом виде. Подсистема GeomGrid2 позволяет создать новую разностную сетку. Подсистема подготовки задания на пересчет служит для подготовки в интерактивном режиме задания на пересчет. Подсистема запуска пересчета позволяет запустить программу интерполяции как на локальном компьютере, так и на удаленном вычислительном сервере. Подсистема расчета средних значений дает возможность сравнить балансовые значения физических величин (массы, объемов, плотности и др.) в расчетах до и после интерполяции.

Внедрение в эксплуатацию программного комплекса БАЗИС позволило сократить время, затрачиваемое на проведение интерполяции, и уменьшило вероятность ошибок на этапе пересчета (рис. 17, список лит. — 7 назв.).

Ключевые слова: механика сплошной среды, разрез, СДР, интерполяция, начальная геометрия, разностная сетка, физические величины.

УДК 621.391.7

РАСПОЗНАВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ ПРИ МАЛЫХ ОТНОШЕНИЯХ СИГНАЛ/ШУМ / О. Н. Нарышкина, А. В. Светиков, В. В. Шубин // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015. Вып. 1. С. 78—87.

Представлена оценка возможностей по распознаванию цифровых сигналов при малых отношениях сигнал/шум, а также результаты разработки алгоритма структурирования таких сигналов. Алгоритм реализован на языке C++ в программе для обработки сигналов, используемых в технологиях Fast Ethernet и FDDI. Представлены экспериментальные результаты по тестированию программы для сигналов Fast Ethernet, FDDI (скорость 125 Мбит/с). Получено снижение коэффициента ошибок (BER) по сравнению с теоретической вероятностью ошибок при прямом детектировании (рис. 9, табл. 4, список лит. — 6 назв.).

Ключевые слова: волоконно-оптическая линия передачи, отношение сигнал/шум, вероятность появления ошибки, коэффициент ошибок, структурирование оптических сигналов. A QUASI-1D MODEL OF THERMONUCLEAR IGNITION OF DEN-SE DT MIXTURE DRIVEN BY PROTON BEAMS / K. V. Khishchenko, A. A. Charakhch'yan // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 3-15.

We consider a cylindrical DT target of thickness 2H and density $\rho_0 \leq 100 \rho_s$, where $\rho_s \approx 0.22 \text{ g/cm}^3$ is the solid DT density under atmospheric pressure and temperature of 4K. The target is supposed to be enclosed in a heavy magnetized shell preventing lateral expansion and heat transfer from the fuel to the shell. The target is ignited at both ends simultaneously by two equivalent monoenergenic proton beams with 1 MeV kinetic energy. The beam pulse intensity and duration are $10^{19}/\text{cm}^2$ and 50 ps or $10^{18}/\text{cm}^2$ and 500 ps, respectively. We use a 1D one-velocity two-temperature hydrodynamic model with a wide-range equation of state of the fuel, electron and ion heat conductivities, DT reaction kinetics, self-radiation of plasma and its heating by α -particles. The latter is assumed to be the governing target ignition mechanism. The flight of α -particles beyond the fuel is incorporated within the track method. We propose a modification of this method, which approximates the known Cauchy problem for a homogeneous steady-state kinetic equation in the Fokker-Planck approximation. The paths of α -particles are constrained by a cylindrical surface of a given radius, which is the method's parameter and which is identified with the target radius and the proton beam radius. This quasi-1D model allows us to estimate the ignition energy and the target mass. For the initial fuel density of $\rho_0 = 100\rho_s$, the estimated ignition energy is approximately 10 times smaller than the corresponding estimate for the problem with a beam radius much smaller than the target size.

Key words: cylindrical inertial confinement fusion target, ignition energy, burnup factor, track method, Fokker-Planck approximation.

APPLICATION OF THE "PISO" ALGORITHM TO MOLECULAR-IMMISCIBLE FLUID DYNAMICS SIMULATIONS / S. V. Yatsevich, V. V. Kurulin, D. P. Rubtsova // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 16—29.

The paper considers some modifications of the finite-volume implementation of the known PISO algorithm on Eulerian combined grids as applied to molecular-immiscible fluid dynamics simulations. Results of comparative benchmark simulations for the one-velocity model implemented in the LOGOS application package are reported. Based on the results obtained, the most acceptable algorithm modification for the given class of problems is identified.

Key words: immiscible fluids, one-velocity model, numerical simulations, interface, PISO, LOGOS. VALUE-BASED MODELING TECHNIQUE FOR REACTOR PHYSICS SIMULATIONS OF DEEP PENETRATION AND DETEC-TION USING THE "PRIZMA" CODE / O. V. Zatsepin, Ya. Z. Kandiev // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 30–36.

PRIZMA is a code that has been developed at RFNC-VNIITF for Monte-Carlo ionizing radiation transport simulations for more than thirty years. The code enables simulations of both separate and joint transport of neutrons, photons, electrons, positrons and ions in the 1D, 2D and 3D geometry. Functionals are calculated using visiting estimates, i.e. the estimates, the contributions to which are non-zero only for the particle paths intersecting the integration region/surface. To improve efficiency, the code uses value-based modeling for deeper penetration and detection simulations. Consideration of reactor physics problems belonging to these classes revealed special features that required special modeling schemes and revision of the existing valuebased modeling technique.

This paper provides an overview of the methods for deep penetration and detection simulations using the PRIZMA code and describes specific features of some reactor physics problems belonging to these classes and requiring the development of the value-based modeling technique. To prove the validity of the improved technique, the paper presents solutions of a number of test and applied problems. The solutions are shown to agree with asymptotic solutions, if available, or, in the other cases, with solutions obtained by the analog modeling method or using other codes. Applied simulations to estimate signals of out-of-core detectors from neutron sources located in the core of VVER-1000 and in-core detectors of VVER-1000 are considered.

Key words: particle transport, Monte Carlo method, value-based modeling, deep penetration, detection, PRIZMA code, VVER-1000.

PARALLELING OF THE "D" CODE FOR 2D GAS DYNAMICS SIMULATIONS WITH DYNAMIC BALANCING OF ARITHMETIC PROCESSOR LOAD / I. M. Epishkov, P. V. Egorov // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 37–46.

The paper describes multi-fragment regular-block decomposition algorithms and the basic principles of dynamic balancing of processor arithmetic load in multiprocessor simulations using the Lagrangian D code.

The multi-fragment regular-block decomposition is done by splitting the domain into blocks in two directions: main (the number of nodes in this direction is larger) and auxiliary. The first splitting is done for the main direction as applied to the entire domain producing decomposition layers. The second splitting is done for the auxiliary direction and only within one decomposition layer. Each processor can process several task fragments belonging to different decomposition layers and different domains.

Dynamic balancing algorithms are executed with a view to ensure uniform arithmetic load balancing between processors. The paper describes the procedures of identifying this load and performing a new decomposition and the structure of processor communications.

The paper also presents results of test simulations demonstrating the applicability of the algorithms in the code.

Key words: D code, multi-fragment regular-block decomposition, dynamic balancing of processor arithmetic load.

UNSTRUCTURED PRISMATIC DISCRETIZATION OF COMPLEX GEOLOGICAL STRUCTURES IN THE PARALLEL MODE / M. L. Sidorov, V. A. Pronin // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 47–55.

The paper presents a parallel grid generation method for prismatic unstructured grids used for the discretization of complex geological structures in oil and hydroecology simulations. The method enables grid matching to various types of objects (complex-trajectory wells, geological fractures, reservoirs etc.) and offers high grid generation speed. The method is implemented in the NIMFA code.

Key words: thermohydrodynamic simulator, unstructured grid, parallel grid generator, matching, frontal method of spheres, generalized angular point method, geological structures, NIMFA code, MPI paralleling.

SOME GRID GENERATION ALGORITHMS FOR UNSTRUCTU-RED POLYGONAL GRIDS IN THE "TIM-2D" CODE / A. I. Panov, A. V. Shurygin // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 56-65.

Some grid generation algorithms for unstructured polygonal preprocessing grids for the TIM-2D code are presented. The format of grid topology data storage is identified. The method of cell cutoff by domain boundaries and the grid cross-linking method to integrate different types of grids within the same domain are described. Practical recommendations are given for the use of some or other types of grids depending on problem features.

Key words: TIM-2D code, unstructured grid, preprocessing, crosslinking of different types of grids. 2D SIMULATION DATA INTERPOLATION TECHNOLOGY IN THE "BAZIS" PROGRAM PACKAGE / S. V. Gagarin, N. V. Galitskaya, O. V. Belomestnykh, S. I. Kuzmina, D. V. Mogilenskikh, E. A. Prib, A. A. Ushkova // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 66-77.

The difference grid used for Lagrangian calculations in mathematical continuum mechanics modeling can get severely distorted and make further calculations impossible. In this case, the user must create a new grid generally preserving the geometry of the model's domains and run a program to interpolate (remap) physical quantities from the old difference grid to the new one.

RFNC-VNIITF has developed a program package called BAZIS, which includes the following subsystems:

- 1) descriptive (tabulated) representation of simulation data;
- 2) graphic representation of simulation data;
- 3) comparison of simulation graphs;
- 4) preprocessing (GeomGrid2);
- 5) interpolation job setup;
- 6) interpolation initiation;
- 7) calculations of mean (balance) values of physical quantities.

The paper describes the procedures of interactive setup of interpolation jobs, their initiation and analysis of their results.

The first three subsystems enable 2D simulation data analysis in the descriptive and tabulated form. GeomGrid2 generates a new difference grid. The interpolation job setup subsystem enables interactive definition of remap jobs. The interpolation initiation subsystem allows the user to launch the remap program both on the local computer and on the remote computational server. The mean value subsystem enables the comparison of balance values of physical quantities (mass, volume, density etc.) in simulations before and after interpolation.

Introduction of BAZIS reduced the time spent on interpolation and the probability of remapping errors.

Key words: continuum mechanics, view, STDV (standard two-dimensional view), interpolation, initial geometry, difference grid, physical quantities.

DIGITAL SIGNAL RECOGNITION IN LOW SIGNAL/NOISE RA-TIO ENVIRONMENTS / O. N. Naryshkina, A. V. Svetikov, V. V. Shubin // VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc. 2015. No 1. P. 78-87.

The paper discusses digital signal recognition capabilities for low signal/noise ratio environments and results of developing a corresponding signal structuring algorithm. The algorithm is implemented in the C++ language in a signal processing program used for Fast Ethernet and FDDI signals. Experimental results of program tests for Fast Ethernet and FDDI signals are presented (125 Mb/s rate). The error rate (BER) was decreased compared to the theoretical error probability for direct detection.

Key words: fiber optic link, signal/noise ratio, error probability, error rate, optical signal structuring.