

УДК 533.951

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ВЫДЕЛЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ ЧАСТИ СПЕКТРА ПРИ РАСЧЕТЕ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ДИФФУЗИОННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Н. Г. Карлыханов, И. В. Чиндяев
(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИТФ", СФТИ НИЯУ МИФИ, г. Снежинск)

Рассматриваются вопросы построения алгоритма выделения равновесной части спектра, который использовался при расчете задач переноса излучения в спектральной диффузионной постановке. Реализация алгоритма включает в себя автоматический выбор равновесных групп, а также разрешение возникающих при этом внутренних граничных условий. Применимость рассматриваемого метода иллюстрируется на примере решения ряда задач.

Ключевые слова: перенос излучения, спектральная диффузия, выделение равновесной части спектра.

Введение

На практике часто приходится решать задачи переноса излучения, в которых коэффициент поглощения излучения меняется в очень широком диапазоне в зависимости от энергии квантов, пространственных координат и времени. В этом случае существует вероятность, отличная от нуля, что в некоторых пространственных интервалах в некоторые моменты времени и для некоторых энергий квантов будет выполнено условие

$$U_\varepsilon \approx B_\varepsilon(T), \quad (1)$$

т. е. U_ε — плотность излучения с энергией ε в некотором пространственном интервале — совпадает с некоторой точностью с $B_\varepsilon(T)$ — плотностью энергии равновесного излучения. Энергии квантов, для которых выполнено условие (1), составляют равновесную часть спектра.

В данной работе рассматриваются вопросы построения алгоритма выделения равновесной части спектра, который использовался при расчете задач переноса излучения в спектральной диффузионной постановке.

Основной особенностью предлагаемого алгоритма является то, что в счетном интервале по пространству могут быть как равновесные, так и неравновесные группы, причем количество тех и других групп в каждом интервале в каждый момент времени может быть своим. Такой способ организации счета позволяет более широко без потери точности использовать простые приближения для описания теплового излучения.

При реализации алгоритма выделения равновесной части спектра были решены вопросы автоматического выбора равновесных групп, а также постановки и разрешения возникающих при этом внутренних граничных условий. В настоящей работе соответствующие алгоритмы были рассмотрены применительно к модифицированному методу Фотрие [1] для решения задач переноса излучения в спектральной диффузионной постановке.

Постановка задачи

Для простоты изложения рассмотрим перенос излучения в спектральном диффузионном приближении для случая одномерной плоской геометрии без учета движения. В этом случае перенос излучения описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial U_\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial S_\varepsilon}{\partial x} = c\chi_\varepsilon (U_\varepsilon - B_\varepsilon(T)); \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int_0^\infty c\chi_\varepsilon (B_\varepsilon(T) - U_\varepsilon) d\varepsilon; \quad (3)$$

$$S_\varepsilon = -\frac{c}{3}\chi_\varepsilon^{-1}\frac{\partial U_\varepsilon}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь S_ε — спектральный поток излучения; U_ε — плотность энергии излучения; $\chi_\varepsilon(T)$ — коэффициент поглощения излучения; $E(T)$ — внутренняя энергия вещества; T — температура вещества; c — скорость света; $B_\varepsilon(T)$ — функция Планка.

Система уравнений (2)–(4) дополняется начальными условиями, вид которых для дальнейшего исследования не существен, и граничными условиями для левой и правой границ следующего вида [2]:

$$\alpha_{left,\varepsilon}S_\varepsilon + \beta_{left,\varepsilon}U_\varepsilon + \gamma_{left,\varepsilon} = 0; \quad (5)$$

$$\alpha_{right,\varepsilon}S_\varepsilon + \beta_{right,\varepsilon}U_\varepsilon + \gamma_{right,\varepsilon} = 0. \quad (6)$$

Разностная аппроксимация исходных уравнений

Запишем уравнения (2)–(4) в конечно-разностном виде. Определим температуру вещества и плотность энергии излучения в центрах интервалов и будем обозначать их (как и номера интервалов) полуцелыми индексами. Спектральные потоки излучения отнесем к границам интервалов и будем обозначать целыми индексами.

Тогда уравнения (2)–(4) примут следующий вид:

$$\frac{U_{k,i+1/2}^{n+1} - U_{k,i+1/2}^n}{\tau} + \frac{S_{k,i+1}^{n+1} - S_{k,i}^{n+1}}{\Delta x_{i+1/2}} = c\chi_k \left(B_k \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) - U_{k,i+1/2}^{n+1} \right); \quad (7)$$

$$\frac{E \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) - E_{i+1/2}^n}{\tau} = c \sum_{k=1}^K \chi_k \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) \left(U_{k,i+1/2}^{n+1} - B_k \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) \right) \Delta \varepsilon_k; \quad (8)$$

$$S_{k,i}^{n+1} = -\frac{c}{3}l_{k,i} \frac{U_{k,i+1/2}^{n+1} - U_{k,i-1/2}^{n+1}}{\Delta x_{i+1/2}}. \quad (9)$$

Здесь и далее $l_{k,i} = \frac{1}{\Delta x_{i+1/2} + \Delta x_{i-1/2}} \left(\frac{\Delta x_{i+1/2}}{\chi_{k,i-1/2}} + \frac{\Delta x_{i-1/2}}{\chi_{k,i+1/2}} \right)$ — пробег излучения, интерполированный на грань; K — количество энергетических групп; k — номер группы; N — количество интервалов по пространству; i — номер граничной точки интервала по пространству; n — номер временного слоя; $x_{i+1/2}$ — шаг по пространству; τ — шаг по времени; $\{\varepsilon_k\}$ — граничные значения сетки по спектру; $\Delta \varepsilon_k = \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k$ — шаг сетки по спектру.

Разностная аппроксимация граничных условий (5) и (6) будет иметь вид

$$\alpha_{left,k}S_{0,k} + \beta_{left,k}U_{-1/2,k} + \gamma_{left,k} = 0; \quad (10)$$

$$\alpha_{right,k}S_{N,k} + \beta_{right,k}U_{N+1/2,k} + \gamma_{right,k} = 0. \quad (11)$$

Метод решения разностных уравнений

Исходная система разностных уравнений (7)–(9) является нелинейной. Для решения этой системы используем метод Ньютона–Канторовича [3]. Разложим все нелинейные члены исходной системы разностных уравнений в ряд Тейлора с точностью до членов первого порядка. В этом случае система уравнений (7)–(9) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{U_{k,i+1/2}^s + \Delta U_{k,i+1/2}^{s+1} - U_{k,i+1/2}^n}{\tau} + \frac{S_{k,i+1}^s + \Delta S_{k,i+1}^{s+1} - S_{k,i}^s - \Delta S_{k,i}^{s+1}}{\Delta x_{i+1/2}} = c \chi_k(T_{i+1/2}^s) \left(B_k(T_{i+1/2}^s) - U_{k,i+1/2}^s \right) + \\ + c \left[\frac{\partial \chi_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \left(B_k(T_{i+1/2}^s) - U_{k,i+1/2}^s \right) + \chi_k(T_{i+1/2}^s) \frac{\partial B_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \right] \Delta T_{k,i+1/2}^{s+1} - \\ - c \chi_k(T_{i+1/2}^s) \Delta U_{k,i+1/2}^{s+1}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{i+1/2}^s + \frac{\partial E(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \Delta T_{i+1/2}^{s+1} - E_{i+1/2}^n}{\tau} = c \sum_{k=1}^K \chi_k(T_{i+1/2}^s) \left(U_{k,i+1/2}^s - B_k(T_{i+1/2}^s) \right) \Delta \varepsilon_k + \\ + c \sum_{k=1}^K \frac{\partial \chi_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \left(U_{k,i+1/2}^s - B_k(T_{i+1/2}^s) \right) \Delta \varepsilon_k - \chi_k(T_{i+1/2}^s) \frac{\partial B_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \Delta \varepsilon_k \Delta T_{i+1/2}^s - \\ - c \sum_{k=1}^K \chi_k(T_{i+1/2}^s) \Delta \varepsilon_k U_{k,i+1/2}^{s+1}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta S_{k,i}^{s+1} + S_{k,i}^s = -\frac{c}{3} l_{i,k} \frac{U_{k,i+1/2}^s - U_{k,i-1/2}^s}{\Delta x_{i+1/2}} + \frac{c}{6} \frac{1}{\chi_k^2(T_{i+1/2}^s)} \frac{U_{k,i+1/2}^s - U_{k,i-1/2}^s}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \Delta T_{i+1/2}^{s+1} + \\ + \frac{c}{6} \frac{1}{\chi_k^2(T_{i-1/2}^s)} \frac{U_{k,i+1/2}^s - U_{k,i-1/2}^s}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_k(T_{i-1/2}^s)}{\partial T_{i-1/2}} \Delta T_{i-1/2}^{s+1} - \\ - \frac{c}{3 \Delta x_{i+1/2}} l_{i,k} \Delta U_{i+1/2}^{s+1} + \frac{c}{3 \Delta x_{i+1/2}} l_{i,k} \Delta U_{i-1/2}^{s+1}. \end{aligned} \quad (14)$$

При записи формул (12)–(14) введены обозначения: s — номер ньютоновской итерации; $\Delta \xi^{s+1} = \xi^{s+1} - \xi^s$, где в качестве ξ могут быть T , S , U . После приведения подобных членов систему уравнений (12)–(14) запишем в следующем виде относительно переменных $\Delta T_{i+1/2}^{s+1}$, $\Delta U_{i+1/2,k}^{s+1}$, $\Delta S_{i,k}^{s+1}$:

$$A \Delta U_{k,i+1/2}^{s+1} + B \Delta S_{k,i+1}^{s+1} + C \Delta S_{k,i}^{s+1} + D \Delta T_{i+1/2}^{s+1} = F; \quad (15)$$

$$\alpha \Delta T_{i+1/2}^{s+1} + \sum_k \beta_{k,i+1/2} \Delta U_{k,i-1/2}^{s+1} = \gamma; \quad (16)$$

$$a \Delta S_{k,i}^{s+1} + b \Delta U_{k,i+1/2}^{s+1} + e \Delta U_{k,i-1/2}^{s+1} + d \Delta T_{i+1/2}^{s+1} + f \Delta T_{i-1/2}^{s+1} = g, \quad (17)$$

где $A = \frac{1}{\tau} + c \chi_k(T_{i+1/2}^s)$; $B = \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}}$; $C = -\frac{1}{\Delta x_{i+1/2}}$;

$$D = -c \left[\frac{\partial \chi_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \left(B_k(T_{i+1/2}^s) - U_{i+1/2,k}^s \right) + \frac{\partial B_k(T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \chi_k(T_{i+1/2}^s) \right];$$

$$F = \frac{U_{i+1/2,k}^n - U_{i+1/2,k}^s}{\tau} + \frac{S_k(T_i^s) - S_k(T_{i+1}^s)}{\Delta x_{i+1/2}} + c \chi_k(T_{i+1/2}^s) \left(B_k(T_{i+1/2}^s) - U_{i+1/2,k}^s \right);$$

$$\begin{aligned}
 a &= 1; \quad b = \frac{cl_{i,k}}{1,5 (\Delta x_{i-1/2} + \Delta x_{i+1/2})}; \quad e = -\frac{cl_{i,k}}{1,5 (\Delta x_{i-1/2} + \Delta x_{i+1/2})}; \\
 d &= -\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_k^2 (T_{i+1/2}^s)} \frac{U_{k,i+1/2}^s - U_{k,i-1/2}^s}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_k (T_{i+1/2}^s)}{\partial (T_{i+1/2})}; \\
 f &= -\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_k^2 (T_{i-1/2}^s)} \frac{U_{k,i+1/2}^s - U_{k,i-1/2}^s}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_k (T_{i-1/2}^s)}{\partial (T_{i-1/2})}; \\
 g &= -S_{k,i}^s - \frac{c}{3} \frac{\chi_k^{-1} (T_{i+1/2}^s) - \chi_k^{-1} (T_{i-1/2}^s)}{2} \frac{U_{k,i+1/2}^s - U_{k,i-1/2}^s}{\Delta x_{i+1/2}}; \\
 \alpha &= \frac{\partial E (T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \frac{1}{\tau} - c \sum_{k=1}^K \frac{\partial \chi_k (T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \left(U_k^s - B_k (T_{i+1/2}^s) \right) \Delta \varepsilon_k - \chi_k \frac{\partial B_k (T_{i+1/2}^s)}{\partial T_{i+1/2}} \Delta \varepsilon_k; \\
 \beta &= -c \chi_k \Delta \varepsilon_k; \quad \gamma = \frac{-E_{i+1/2}^s + E_{i+1/2}^n}{\tau} + c \sum_{k=1}^K \chi_k (T_{i+1/2}^s) \left(U_k^s - B_k (T_{i+1/2}^s) \right) \Delta \varepsilon_k.
 \end{aligned}$$

Граничные условия (10), (11) в линеаризованном виде:

$$\alpha_{left,k} \Delta S_{0,k}^{s+1} + \beta_{left,k} \Delta U_{-1/2,k}^{s+1} + \alpha_{left,k} S_{0,k}^s + \beta_{left,k} U_{-1/2,k}^s + \gamma_{left,k} = 0; \quad (18)$$

$$\alpha_{right,k} \Delta S_{N,k}^{s+1} + \beta_{right,k} \Delta U_{N+1/2,k}^{s+1} + \alpha_{right,k} S_{N,k}^s + \beta_{right,k} U_{N+1/2,k}^s + \gamma_{right,k} = 0. \quad (19)$$

Исходная система разностных уравнений (15)–(17) с учетом граничных условий (18), (19) решается методом Гаусса. Нумерация неизвестных $\Delta T_{i+1/2}^{s+1}$, $\Delta U_{i+1/2,k}^{s+1}$, $\Delta S_{i,k}^{s+1}$ осуществляется следующим образом:

1	2	...	K + 1	K + 2	...	2K + 1	...
$\Delta T_{-1/2}^{s+1}$	$\Delta U_{-1/2,1}^{s+1}$	...	$\Delta U_{-1/2,K}^{s+1}$	$\Delta S_{0,1}^{s+1}$	...	$\Delta S_{0,K}^{s+1}$	...
...	...	...	...	...	...	...	...
$1 + (2K + 1)i$	$2 + (2K + 1)i$	...	$K + 1 + (2K + 1)i$	$K + 2 + (2K + 1)i$	...	$(2K + 1)(i + 1)$	...
$\Delta T_{i-1/2}^{s+1}$	$\Delta U_{i-1/2,1}^{s+1}$	...	$\Delta U_{i-1/2,K}^{s+1}$	$\Delta S_{i,1}^{s+1}$	...	$\Delta S_{i,K}^{s+1}$	...
...	...	...	...	...	...	...	...
$1 + (2K + 1)(N + 1)$	$2 + (2K + 1)(N + 1)$	...	$K + 1 + (2K + 1)(N + 1)$				
$\Delta T_{N+1/2}^{s+1}$	$\Delta U_{N+1/2,1}^{s+1}$	...	$\Delta U_{N+1/2,K}^{s+1}$				

Система (15)–(17) с учетом граничных условий (18), (19) относительно неизвестных

$$\Delta T_{i-1/2}, \quad i = \overline{0, N + 1}; \quad \Delta U_{i-1/2,k}, \quad i = \overline{0, N + 1}, \quad k = \overline{1, K}; \quad \Delta S_{i,k}, \quad i = \overline{0, N + 1}, \quad k = \overline{1, K}$$

имеет $(N + 2)(2K + 1) - K$ уравнений. Матрица исходной системы уравнений будет иметь многодиагональный вид с шириной $(2K + 1)$ (число диагоналей влево и вправо от главной диагонали).

В отличие от классического метода Фотрие [1] авторы не исключили поток излучения из уравнения (7) с помощью соотношения (9), хотя при таком исключении количество уравнений и ширина матрицы сокращаются в 2 раза и соответственно время обращения матрицы уменьшается в 8 раз. Это было сделано сознательно по двум причинам:

1. Оставляя уравнение (9), получаем преимущество потокового варианта метода прогонки [4]. Как показано в работе [4], такой подход позволяет решать задачи с вакуумными областями, в которых коэффициент поглощения мал.

2. Такой подход существенно упрощает организацию алгоритма счета задачи с выделением равновесной части спектра.

Алгоритм выделения равновесной части спектра

Критерий выделения равновесной части спектра. Рассмотрим условие выполнения соотношения (1). Из уравнений (2), (4) следует

$$\frac{\partial U_\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{cl_\varepsilon}{3} \frac{\partial U_\varepsilon}{\partial x} = c\chi_\varepsilon (B_\varepsilon(T) - U_\varepsilon). \quad (20)$$

Воспользуемся приемом, который был описан в работе [5]. По порядку величины значения производных можно представить в виде $\frac{\partial U_\varepsilon}{\partial t} \approx \frac{U_\varepsilon}{T_h}$; $\frac{\partial U_\varepsilon}{\partial x} \approx \frac{U_\varepsilon}{H_h}$, где T_h — характерный масштаб времени задачи, H_h — характерный пространственный масштаб. Используя эти соотношения, уравнение (20) можно записать в следующем виде:

$$\frac{U_\varepsilon}{T_h} + \frac{cl_\varepsilon}{3} \frac{U_\varepsilon}{H_h^2} = c\chi_\varepsilon B_\varepsilon(T) - c\chi_\varepsilon U.$$

Приведя подобные члены, получим

$$U_\varepsilon \left(\frac{1}{T_h} + \frac{cl_\varepsilon}{3H_h^2} + c\chi_\varepsilon \right) = c\chi_\varepsilon B_\varepsilon(T).$$

Отсюда видно, что соотношение (1) будет выполняться при условии

$$c\chi_\varepsilon \gg \frac{1}{T_h} + \frac{cl_\varepsilon}{3H_h^2},$$

или в другом виде:

$$\frac{l_\varepsilon}{T_h c} + \frac{l_\varepsilon^2}{3H_h^2} \ll 1. \quad (21)$$

Выражение (21) отражает очевидный факт, что равновесие наступает тогда, когда длина свободного пробега излучения много меньше характерного пространственного масштаба задачи и много меньше расстояния, которое проходит свет за характерное время задачи.

Использовать на практике критерий (21) не всегда возможно в силу сложности получения оценки характерных масштабов задачи. Для проведения практических расчетов сформулируем аналогичный критерий, исходя из разностных уравнений. Запишем уравнение (20) в разностном виде:

$$\begin{aligned} & \frac{U_{i+1/2,k}^{n+1} - U_{i+1/2,k}^n}{\tau} - \left[\frac{cl_{i+1}}{3} \frac{U_{i+3/2,k}^{n+1} - U_{i+1/2,k}^{n+1}}{0,5 (\Delta x_{i+3/2} + \Delta x_{i+1/2})} - \frac{cl_i}{3} \frac{U_{i+1/2,k}^{n+1} - U_{i-1/2,k}^{n+1}}{0,5 (\Delta x_{i+1/2} + \Delta x_{i-1/2})} \right] \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}} = \\ & = c\chi_{i+1/2,k} \left(B_k \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) - U_{i+1/2,k}^{n+1} \right). \end{aligned}$$

Приведя подобные члены, получим

$$U_{i+1/2,k}^{n+1} (A_1 + c\chi_{i+1/2,k}) = c\chi_{i+1/2,k} B_k \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) + \frac{U_{i+1/2,k}^n}{\tau} + C_1 U_{i+3/2,k}^{n+1} + D_1 U_{i-1/2,k}^{n+1}, \quad (22)$$

где $A_1 = \frac{1}{\tau} + \frac{l_{i+1,k}}{3} \frac{1}{0,5 (\Delta x_{i+3/2} + \Delta x_{i+1/2}) \Delta x_{i+1/2}} + \frac{l_{i,k}}{3} \frac{1}{0,5 (\Delta x_{i+1/2} + \Delta x_{i-1/2}) \Delta x_{i+1/2}};$
 $C_1 = \frac{l_{i+1,k}}{3} \frac{1}{0,5 (\Delta x_{i+3/2} + \Delta x_{i+1/2}) \Delta x_{i+1/2}};$ $D_1 = \frac{l_{i,k}}{3} \frac{1}{0,5 (\Delta x_{i+1/2} + \Delta x_{i-1/2}) \Delta x_{i+1/2}}.$

Из уравнения (22) следует, что условие равновесия наступает при одновременном выполнении двух условий:

$$c\chi_{i+1/2,k} \gg A_1; \quad (23)$$

$$B_k \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) \gg \frac{U_{i+1/2,k}^n}{\tau c\chi_{i+1/2,k}} + \frac{C_1 U_{i+3/2,k}^{n+1} + D_1 U_{i-1/2,k}^{n+1}}{c\chi_{i+1/2,k}}. \quad (24)$$

Отметим, что при выполнении условия (23) условие (24) выполняется автоматически, поскольку все величины, входящие в правую часть (24), пропорциональны пробегу, а он в силу условия (23) мал. На практике критерий (23) используется в следующем виде:

$$C_m c\chi_{i+1/2,k} > A_1, \quad (25)$$

где $C_m < 1$ — константа, подбираемая экспериментально соответственно классу решаемых задач.

Система уравнений переноса излучения с учетом равновесных групп. Отметим, что если слева и справа от i -й границы для k -й группы находятся равновесные плотности энергии излучения, то поток энергии для этой группы будет называться равновесным. Поскольку равновесные потоки зависят только от температуры в интервалах $i - 1/2$ и $i + 1/2$, то их можно просуммировать и определить как отдельную переменную, не зависящую от номера группы. Как отмечено выше, в каждом интервале может присутствовать свое количество равновесных групп. Нумерация переменных совпадает с той, которая имеет место при отсутствии равновесных групп, за исключением того, что плотности энергии излучения для равновесных групп не нумеруются. Вместо группы равновесных потоков появляется один равновесный поток. Очевидно, что при наличии равновесных групп сокращается размерность исходной матрицы, а также ее ширина, что должно сократить время счета задачи.

Запишем уравнение (8) для случая, когда в интервале $i + 1/2$ присутствуют равновесные группы. Для всех равновесных групп к уравнению (8) прибавим уравнение (7), умноженное на $\Delta\varepsilon_k$. Получим

$$\begin{aligned} & \frac{E_{i+1/2}^{n+1} + \sum_{kr} B_{kr} \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) \Delta\varepsilon_{kr} - E_{i+1/2}^n - \sum_{kr} U_{kr}^n \Delta\varepsilon_{kr}}{\tau} + \frac{\sum_{kr} S_{i+1,kr}^n \Delta\varepsilon_{kr} - \sum_{kr} S_{i,kr}^n \Delta\varepsilon_{kr}}{\Delta x_{i+1/2}} = \\ & = \sum_{kn} \chi_{i+1/2,kn}^n \left(U_{i+1/2,kn}^n - B_{kn} \left(T_{i+1/2}^n \right) \right) \Delta\varepsilon_{kn}. \end{aligned} \quad (26)$$

Индексы kn и kr означают, что суммирование происходит в интервале $i + 1/2$ по неравновесным и равновесным группам соответственно. В (26) потоки выражаются следующей формулой:

$$\sum_{kr} S_{i,kr} \Delta\varepsilon_{kr} = S_{i,r} + \sum_{kn} S_{i,kn} \Delta\varepsilon_{kn}. \quad (27)$$

Равновесная часть потока

$$S_{i,r} = - \sum_{kr} \frac{cl_{i,kr}}{3} \frac{B_{kr} \left(T_{i+1/2}^n \right) - B_{kr} \left(T_{i-1/2}^n \right)}{\Delta x_{i+1/2}} \Delta\varepsilon_{kr}. \quad (28)$$

Суммирование в правой части выражения (27) производится только по тем потокам, которые вычисляются по формуле

$$S_{i,kn} = - \frac{cl_{i,kn}}{3} \frac{U_{i+1/2,kn}^{n+1} - B_{kn} \left(T_{i-1/2}^{n+1} \right)}{\Delta x_{i+1/2}} \quad (29)$$

или

$$S_{i,kn} = -\frac{cl_{i,kn}}{3} \frac{B_{kn} \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right) - U_{i-1/2,kn}^{n+1}}{\Delta x_{i+1/2}}. \quad (30)$$

Формула (29) используется в случае, когда для k -й группы точка $i - 1/2$ равновесная, а точка $i + 1/2$ неравновесная. Формула (30) используется в случае, когда для k -й группы точка $i - 1/2$ неравновесная, а точка $i + 1/2$ равновесная.

Уравнение (26) после линеаризации примет вид

$$A \Delta T_{i+1/2}^{s+1} + B \Delta S_{i+1,r}^{s+1} + \sum_{kn} B' \Delta S_{i+1,kn}^{s+1} + C \Delta S_{i,r}^{s+1} + \sum_{kn} C' \Delta S_{i,kn}^{s+1} + \sum_{kn} D \Delta U_{i+1/2,kn}^{s+1} = F,$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{\partial E \left(T_{i+1/2}^s \right)}{\partial T_{i+1/2}} + \sum_{kr} \frac{\partial B_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right)}{\partial T_{i+1/2}} \Delta \varepsilon_{kr}}{\tau} - \sum_{kn} \frac{\partial \chi_{kn} \left(T_{i+1/2}^s \right)}{\partial T_{i+1/2}} \left(U_{i+1/2,kn}^s - B_{kn} \left(T_{i+1/2}^s \right) \right) \Delta \varepsilon_{kn} + \\ &+ \sum_{kn} \chi_{kn} \left(T_{i+1/2}^s \right) \frac{\partial B_{kn} \left(T_{i+1/2}^s \right)}{\partial T_{i+1/2}} \Delta \varepsilon_{kn}; \\ B' &= \frac{\Delta \varepsilon_{kr}}{\Delta x_{i+1/2}}; \quad B = \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}}; \quad C = -\frac{1}{\Delta x_{i+1/2}}; \quad C' = -\frac{\Delta \varepsilon_{kr}}{\Delta x_{i+1/2}}; \quad D = -\chi_{kn} \left(T_{i+1/2}^s \right) \Delta \varepsilon_{kn}; \\ F &= \frac{-E_{i+1/2,k}^s + E_{i+1/2,k}^n - \sum_{kr} B_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right) \Delta \varepsilon_{kr} + \sum_{kr} U_{i+1/2,kr}^n \Delta \varepsilon_{kr}}{\tau} + \\ &+ \frac{\sum_{kr} S_{i,kr}^s \Delta \varepsilon_{kr} - \sum_{kr} S_{i+1,kr}^s \Delta \varepsilon_{kr}}{\Delta x_i} + \sum_{kn} \chi_{i+1/2,kn}^s \left(U_{i+1/2,kn}^s - B_{kn} \left(T_{i+1/2}^s \right) \right) \Delta \varepsilon_{kn}. \end{aligned}$$

Выражение (28) после линеаризации примет вид

$$\alpha_1 \Delta S_{i,r}^{s+1} = -\beta_1 \Delta T_{i+1/2,k}^{s+1} + \gamma_1 \Delta T_{i-1/2,k}^{s+1} + \lambda_1,$$

где

$$\alpha_1 = 1;$$

$$\beta_1 = \sum_{kr} \left(-\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_{kr}^2 \left(T_{i+1/2}^s \right)} \frac{B_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right) - B_{kr} \left(T_{i-1/2}^s \right)}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right)}{\partial \left(T_{i+1/2} \right)} + \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial B_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right)}{\partial \left(T_{i+1/2} \right)} \right);$$

$$\gamma_1 = \sum_{kr} \left(\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_{kr}^2 \left(T_{i-1/2}^s \right)} \frac{B_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right) - B_{kr} \left(T_{i-1/2}^s \right)}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_{kr} \left(T_{i-1/2}^s \right)}{\partial \left(T_{i-1/2} \right)} + \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial B_{kr} \left(T_{i-1/2}^s \right)}{\partial \left(T_{i-1/2} \right)} \right);$$

$$\lambda_1 = -S_{i,r}^s - \sum_{kr} \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{B_{kr} \left(T_{i+1/2}^s \right) - B_{kr} \left(T_{i-1/2}^s \right)}{\Delta x_{i+1/2}}.$$

Легко заметить, что коэффициенты β_1 и γ_1 могут быть знакопеременными. Отрицательность одного из этих коэффициентов с точки зрения физики означает перетекание тепла от "холодной" ячейки к "горячей", что является термодинамически неустойчивым процессом и может привести к неустойчивости счета. Чтобы избежать этого, воспользуемся следующим приемом [6]: если какой-то

из коэффициентов β_1 и γ_1 становится отрицательным, то при его вычислении зануляем производную от коэффициента поглощения по температуре. Тем самым отказываемся от ньютоновского итерационного процесса в пользу устойчивости счета.

Выражение (29) после линейризации примет вид

$$\alpha_2 \Delta S_{i,r}^{s+1} + \beta_2 \Delta T_{i+1/2,k}^{s+1} + \gamma_2 \Delta T_{i-1/2,k}^{s+1} + \varphi_2 \Delta U_{i+1/2,kn}^{s+1} = \lambda_2,$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 1; \quad \beta_2 = -\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_{kn}^2(T_{i+1/2}^s)} \frac{U_{i+1/2,kn}^s - B_{kn}(T_{i-1/2}^s)}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_{kn}(T_{i+1/2}^s)}{\partial (T_{i+1/2})}; \\ \gamma_2 &= \frac{c}{6} \frac{1}{\chi_{kn}^2(T_{i-1/2}^s)} \frac{U_{i+1/2,kn}^s - B_{kn}(T_{i-1/2}^s)}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_{kn}(T_{i-1/2}^s)}{\partial (T_{i-1/2})} - \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial B_{kn}(T_{i-1/2}^s)}{\partial (T_{i-1/2})}; \\ \varphi_2 &= \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}}; \quad \lambda_2 = -S_{i,kn}^s - \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{U_{i+1/2,kn}^s - B_{kn}(T_{i-1/2}^s)}{\Delta x_{i+1/2}}. \end{aligned}$$

Выражение (30) после линейризации примет вид

$$\alpha_3 \Delta S_{i,r}^{s+1} + \beta_3 \Delta T_{i+1/2,k}^{s+1} + \gamma_3 \Delta T_{i-1/2,k}^{s+1} + \varphi_3 \Delta U_{i-1/2,kn}^{s+1} = \lambda_3,$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= 1; \\ \beta_3 &= -\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_{kn}^2(T_{i+1/2}^s)} \frac{B_{kn}(T_{i+1/2}^s) - U_{i-1/2,kn}^s}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_{kn}(T_{i+1/2}^s)}{\partial (T_{i+1/2})} + \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial B_{kn}(T_{i+1/2}^s)}{\partial (T_{i+1/2})}; \\ \gamma_3 &= -\frac{c}{6} \frac{1}{\chi_{kn}^2(T_{i-1/2}^s)} \frac{B_{kn}(T_{i+1/2}^s) - U_{i-1/2,kn}^s}{\Delta x_{i+1/2}} \frac{\partial \chi_{kn}(T_{i-1/2}^s)}{\partial (T_{i-1/2})}; \\ \varphi_3 &= \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{1}{\Delta x_{i+1/2}}; \quad \lambda_3 = -S_{i,kn}^s - \frac{c}{3} l_{i,kr} \frac{B_{kn}(T_{i+1/2}^s) - U_{i-1/2,kn}^s}{\Delta x_{i+1/2}}. \end{aligned}$$

Граничные условия при наличии равновесных групп будут задаваться уравнениями

$$\begin{aligned} S_{0,r} \sum_{kr} \alpha_{left,k} \Delta \varepsilon_{kr} + \sum_{kr} \left(\beta_{left,k} B_{kr}(T_{-1/2}) + \gamma_{left,k} \right) \Delta \varepsilon_{kr} &= 0; \\ S_{N,r} \sum_{kr} \alpha_{right,k} \Delta \varepsilon_{kr} + \sum_{kr} \left(\beta_{right,k} B_{kr}(T_{N+1/2}) + \gamma_{right,k} \right) \Delta \varepsilon_{kr} &= 0. \end{aligned}$$

После их линейризации получим

$$\begin{aligned} \Delta S_{0,r}^{s+1} \sum_{kr} \alpha_{left,k} \Delta \varepsilon_{kr} + \Delta T_{-1/2}^{s+1} \sum_{kr} \beta_{left,k} \frac{\partial B(T_{-1/2})_{kr}^s}{\partial T_{-1/2}} \Delta \varepsilon_{kr} + \\ + S_{0,r}^s \sum_{kr} \alpha_{left,k} \Delta \varepsilon_{kr} + \sum_{kr} \left(\beta_{left,k} B(T_{-1/2})_r^s + \gamma_{left,k} \right) \Delta \varepsilon_{kr} &= 0; \\ \Delta S_{N,r}^{s+1} \sum_{kr} \alpha_{right,k} \Delta \varepsilon_{kr} + \Delta T_{N+1/2}^{s+1} \sum_{kr} \beta_{right,k} \frac{\partial B(T_{N+1/2})_{kr}^s}{\partial T_{N+1/2}} \Delta \varepsilon_{kr} + \\ + S_{N,r}^s \sum_{kr} \alpha_{right,k} \Delta \varepsilon_{kr} + \sum_{kr} \left(\beta_{right,k} B(T_{N+1/2})_r^s + \gamma_{right,k} \right) \Delta \varepsilon_{kr} &= 0. \end{aligned}$$

Примеры численных расчетов

Для иллюстрации эффективности применяемого подхода приведем расчеты трех задач, аналогичных задачам из работы [7]. В данной серии расчетов проверялись зависимости времени счета задачи и точности полученных результатов от параметра C_m из формулы (25). За *точное* принято решение без выделения равновесной части спектра ($C_m = 0$). Отклонение от точного решения рассчитывалось в норме L_2 по следующей формуле:

$$\Delta f_{||L_2||} = \frac{\int_0^4 (f_0 - f_{cm})^2 dx}{\int_0^4 (f_0)^2 dx}, \quad (31)$$

где f_0 — точное решение; f_{cm} — решение, полученное с различными параметрами C_m .

В таблицах и на графиках приняты следующие обозначения: $time_n$ — нормированное время счета (время выполнения задачи с параметром $C_m \neq 0$, деленное на время выполнения задачи без выделения равновесной части спектра); kol_ur — среднее количество уравнений на временном шаге; kol_d_l , kol_d_r — среднее количество диагоналей слева и справа от главной на временном шаге; err_T , err_Tf , err_s — ошибки, рассчитанные по формуле (31) соответственно по температуре вещества, температуре излучения и по спектральным потокам.

Задача 1. На левой поверхности плоского слоя толщиной 4 см задана плотность энергии излучения, распределенная согласно функции Планка с температурой 1 кэВ, что соответствует следующим параметрам для граничного условия (18): $\alpha_{left,k} = 0$; $\beta_{left,k} = 1$; $\gamma_{left,k} = B_k (T = 1)$. Слой состоит из одной физической области: $x \in \{0; 4\}$. На правой границе задано условие свободной поверхности, что соответствует следующим параметрам для граничного условия (19): $\alpha_{right,k} = 1$; $\beta_{right,k} = -c/2$; $\gamma_{right,k} = 0$. Коэффициент поглощения излучения вычисляется по формуле

$$\chi_\varepsilon = \frac{\chi_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T}\right)\right)}{\varepsilon^3 T^{0,5}}, \quad (32)$$

где $\chi_0 = 27$. Уравнение состояния вещества взято в виде $E = 0,81T$.

Пространственная сетка — равномерная на всей области: $x_0 = 0$; $x_1 = 0,074$; $x_2 = 0,148$; ...; $x_{55} = 4$ (55 интервалов, $h = 0,74$). Задача считалась с постоянным шагом по времени $\tau = 10^{-5}$. Сетка по спектру задавалась следующими значениями: $\{\varepsilon_k\} = 0; 0,02; 0,04; 0,06; 0,08; 0,1; 0,15; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2,0; 2,1; 2,3; 2,5; 2,6; 2,7; 3,0; 3,5; 4,0; 5,5; 6,0; 7,0; 8,0; 9,0; 10; 11; 15$. Начальная температура $T = 10^{-3}$ кэВ, начальная плотность энергии излучения задавалась равной нулю. Расчеты проводились до момента времени $ct = 36$.

Проведена серия расчетов с различными значениями константы C_m из формулы (25). Значения константы брались равными $0; 10^{-4}; 3 \cdot 10^{-4}; 10^{-3}; 10^{-2}; 10^{-1}; 1$ ($C_m = 0$ соответствует счету без равновесных групп).

Результаты расчетов представлены на рис. 1–3 (см. также цветную вкладку). Видно, что наибольшее отличие от точного решения происходит при $C_m = 1$, для остальных констант отклонение не настолько большое.

Как видно из рис. 4 (см. также цветную вкладку), для этой задачи время счета сокращается практически в 2,5 раза при $C_m = 10^{-4}$, в то время как ошибка, вычисленная по формуле (31) для температуры вещества, имеет порядок 10^{-9} . При остальных рассмотренных значениях C_m ошибка еще меньше. Приемлемая ошибка $\approx 10^{-2}$ достигается при $C_m = 10^{-2}$. Отметим, что в этом случае время счета сокращается примерно в 3 раза.

В табл. 1 приведены основные параметры задачи 1 в зависимости от C_m .

Задача 2. Постановка данной задачи практически повторяет задачу 1, за исключением константы χ_0 в формуле (32): значение этой константы было задано $\chi_0 = 27000$. Счет проводился до момента времени $ct = 2250$ с постоянным шагом по времени $\tau = 10^{-4}$.

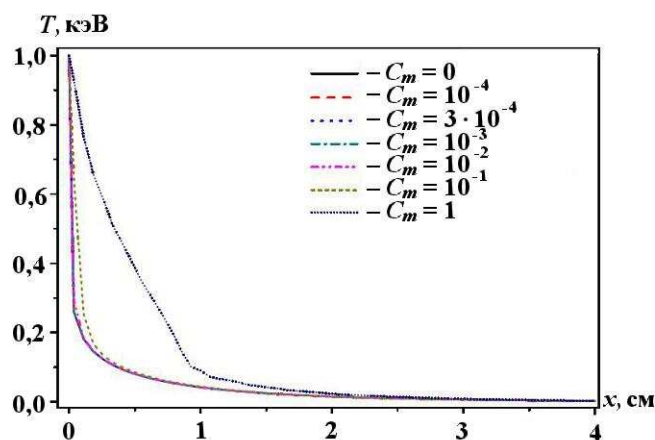


Рис. 1. Задача 1. Зависимость температуры излучения T от координаты x для различных значений C_m

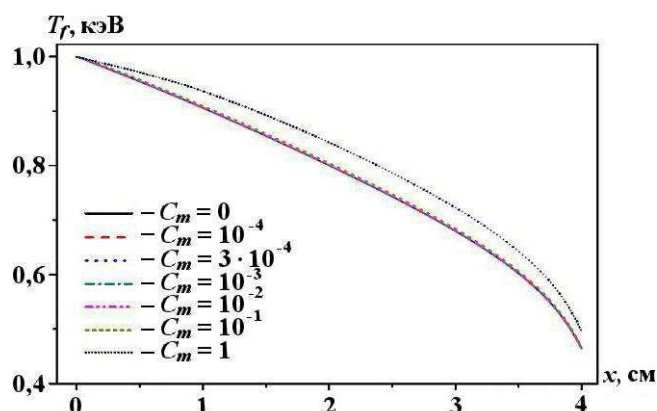


Рис. 2. Задача 1. Зависимость температуры излучения T_f от координаты x для различных значений C_m

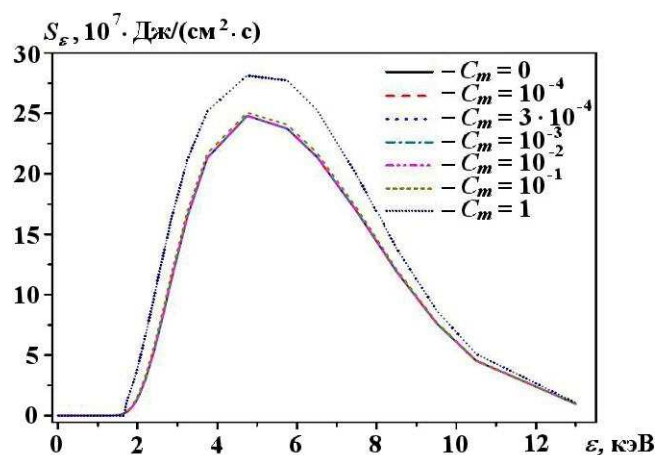


Рис. 3. Задача 1. Зависимость спектрального потока излучения от энергии квантов в точке $x = 2$ для различных значений C_m

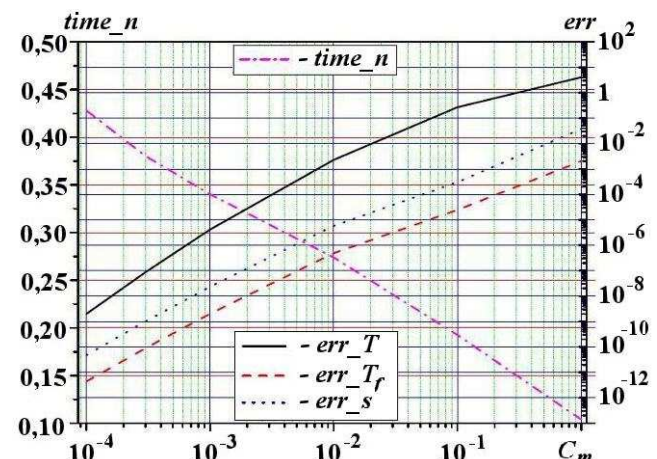


Рис. 4. Задача 1. Зависимости нормированного времени счета задачи (левая ось ординат) и ошибок в норме L_2 (правая ось ординат) от параметра C_m

Основные параметры задачи 1 в зависимости от C_m

C_m	$time_n$	kol_ur	kol_d_l	kol_d_r	err_T	err_T_f	err_s
0	1	4607	83	83	0	0	0
10^{-4}	0,4281	4125	40	79	$1,98 \cdot 10^{-9}$	$4,34 \cdot 10^{-12}$	$4,76 \cdot 10^{-11}$
$3 \cdot 10^{-4}$	0,3804	3998	38	76	$8,65 \cdot 10^{-8}$	$8,91 \cdot 10^{-11}$	$9,98 \cdot 10^{-10}$
10^{-3}	0,3401	3866	37	73	$4,18 \cdot 10^{-6}$	$2,03 \cdot 10^{-9}$	$2,32 \cdot 10^{-8}$
10^{-2}	0,2738	3567	34	68	0,00231	$4,93 \cdot 10^{-7}$	$5,801 \cdot 10^{-6}$
10^{-1}	0,1926	2940	33	65	0,27065	$2,46 \cdot 10^{-5}$	$3,02 \cdot 10^{-4}$
1	0,1038	1976	29	58	4,08744	0,00204	0,03747

Таблица 1

Результаты расчетов приведены на рис. 5–7 (см. также цветную вкладку). Из рисунков следует, что значительное отличие от точного решения наступает при $C_m = 10^{-2}$, при $C_m = 10^{-3}$ отличие заметное, при $C_m = 10^{-4}$; $3 \cdot 10^{-4}$; 0 решение хорошо согласовано с точным решением.

Рис. 8 (см. также цветную вкладку) демонстрирует, что для данной задачи время счета сокращается практически в 10 раз при $C_m = 10^{-4}$, в то время как ошибка, вычисленная по формуле (31) для температуры вещества, имеет порядок 10^{-6} . При остальных рассмотренных значениях C_m ошибка еще меньше. Приемлемая ошибка $\approx 10^{-2}$ достигается при $C_m = 10^{-3}$. Отметим, что в этом случае время счета сокращается примерно в 25 раз.

В табл. 2 приведены основные параметры задачи 2 в зависимости от C_m .

Задача 3. Система состоит из трех физических областей: $x \in \{0; 2\}$ — первая область; $x \in \{2; 2,4\}$ — вторая область; $x \in \{2,4; 4\}$ — третья область. Коэффициент поглощения излучения вычисляется по формуле (32) при $\chi_0 = 27$ в первой и третьей областях и $\chi_0 = 27000$ во второй области. Уравнение состояния вещества взято в виде $E = 0,81T$.

Пространственная сетка — неравномерная в каждой области и взята из работы [8]: $x_0 = 0; 0,004; 0,04; x_3 = 0,1; \dots; x_{21} = 1,9$ (18 интервалов, $h = 0,1$); $x_{22} = 1,987; 1,999; 2; 2,001; 2,004; 2,013; x_{28} = 2,04; \dots; x_{36} = 2,36$ (8 интервалов, $h = 0,004$); $x_{37} = 2,396; 2,4; 2,404; 2,44; x_{41} = 2,5; \dots; x_{56} = 4$

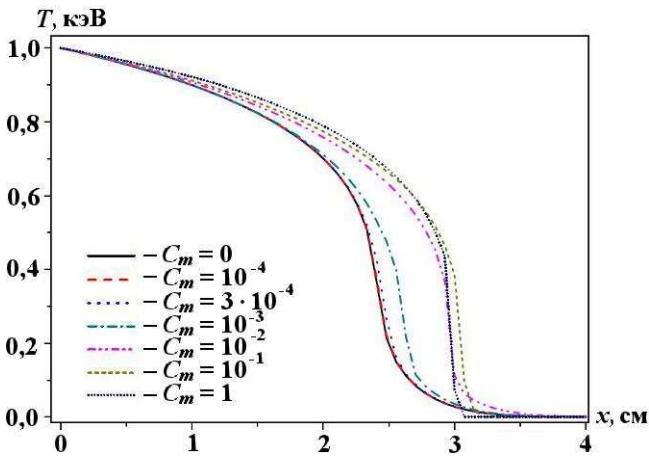


Рис. 5. Задача 2. Зависимость температуры вещества T от координаты x для различных значений C_m

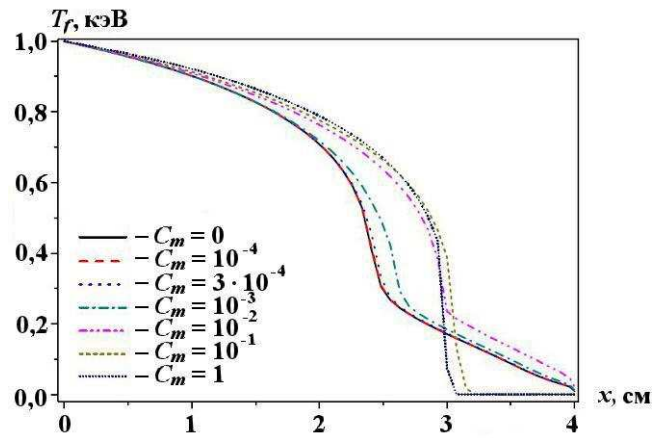


Рис. 6. Задача 2. Зависимость температуры излучения T_f от координаты x для различных значений C_m

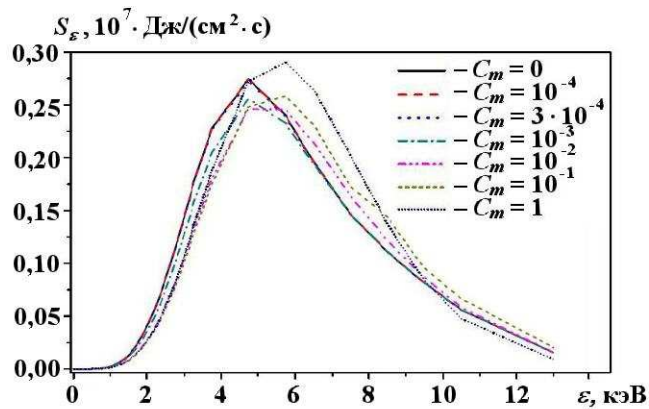


Рис. 7. Задача 2. Зависимость спектрального потока излучения от энергии квантов в точке $x = 2$ для различных значений C_m

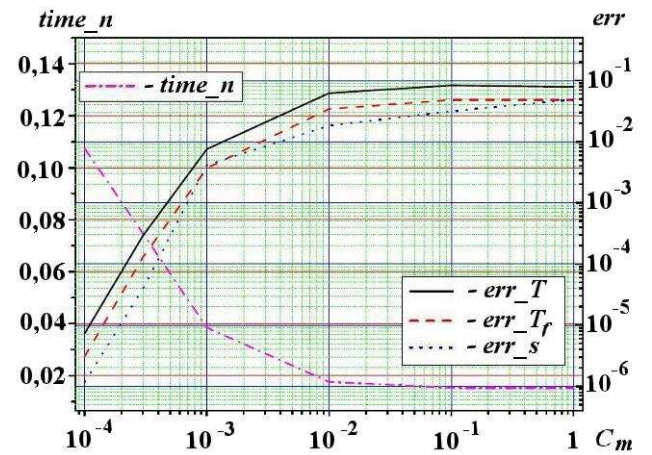


Рис. 8. Задача 2. Зависимости нормированного времени счета задачи (левая ось ординат) и ошибок в норме L_2 (правая ось ординат) от параметра C_m

Таблица 2

Основные параметры задачи 2 в зависимости от C_m

C_m	$time_n$	kol_ur	kol_d_l	kol_d_r	err_T	err_T_f	err_s
0	1	4607	83	83	0	0	0
10^{-4}	0,1074	2257	28	56	$7,28 \cdot 10^{-6}$	$3,08 \cdot 10^{-6}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$
$3 \cdot 10^{-4}$	0,0747	1828	24	48	$2,91 \cdot 10^{-4}$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-5}$
10^{-3}	0,0384	1327	17	34	0,00758	0,0037	0,00413
10^{-2}	0,0176	613	8	16	0,06243	0,0343	0,01835
10^{-1}	0,0153	331	5	8	0,0835	0,04814	0,03151
1	0,0153	131	1	2	0,07847	0,04795	0,04896

(15 интервалов, $h = 0,1$). Число интервалов в первой, второй и третьей областях равно 24, 14 и 18 соответственно, всего 56 интервалов по пространству. Сетка по спектру та же, что в задаче 1. Задача считалась с постоянным шагом по времени $\tau = 10^{-5}$. Начальная температура $T = 10^{-3}$ кэВ, начальная плотность энергии излучения задавалась равной нулю. Расчеты проводились до момента времени $ct = 36$. Проведена серия расчетов с различными значениями константы C_m из формулы (25). Значения константы брались равными 0; 10^{-4} ; $3 \cdot 10^{-4}$; 10^{-3} ; 10^{-2} ; 10^{-1} ; 1.

Результаты расчетов представлены на рис. 9–11 (см. также цветную вкладку). Видно, что значительное отличие от точного решения происходит при $C_m = 1$ и $C_m = 0,1$; при остальных значениях решение хорошо согласуется с точным.

Как показано на рис. 12 (см. также цветную вкладку), время счета задачи сокращается практически в 3 раза при $C_m = 10^{-4}$, в то время как ошибка, вычисленная по формуле (31) для температуры вещества, имеет порядок 10^{-7} . Приемлемая ошибка $\approx 10^{-2}$ достигается при $C_m = 10^{-2}$. Отметим, что в этом случае время счета сокращается примерно в 5 раз.

В табл. 3 приведены основные параметры задачи в зависимости от C_m .

Выводы

На примере решения ряда методических задач экспериментально обоснован критерий автоматического выбора равновесной части спектра. Разработан и реализован алгоритм расчета задач с выделением равновесной части спектра применительно к решению задач переноса излучения в

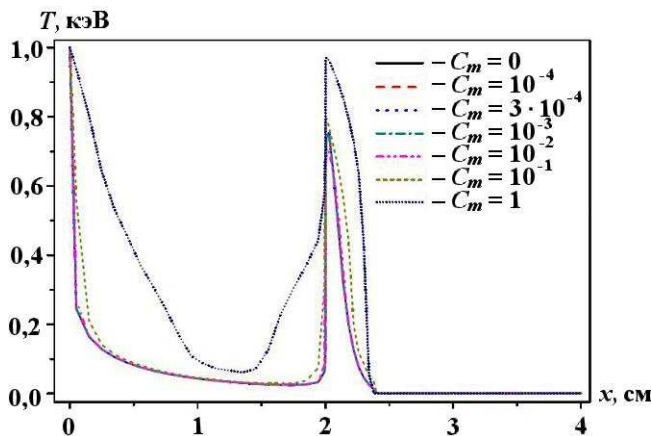


Рис. 9. Задача 3. Зависимость температуры вещества T от координаты x для различных значений C_m

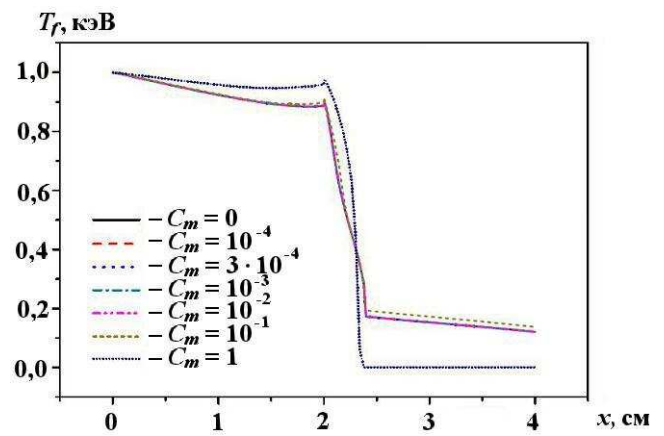


Рис. 10. Задача 3. Зависимость температуры излучения T_f от координаты x для различных значений C_m

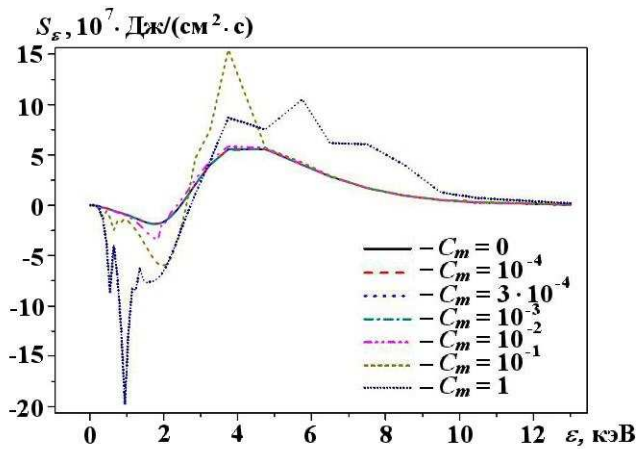


Рис. 11. Задача 3. Зависимость спектрального потока излучения от энергии квантов в точке $x = 2$ для различных значений C_m

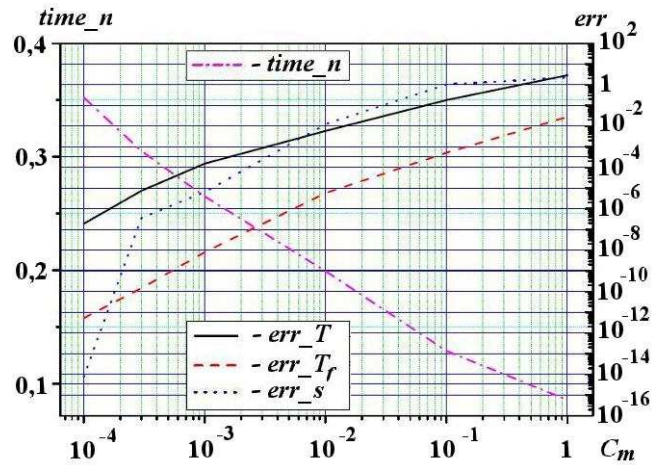


Рис. 12. Задача 3. Зависимости нормированного времени счета задачи (левая ось ординат) и ошибок в норме L_2 (правая ось ординат) от параметра C_m

Таблица 3

Основные параметры задачи 3 в зависимости от C_m

C_m	$time_n$	kol_ur	kol_d_l	kol_d_r	err_T	err_T_f	err_s
0	1	4 607	83	83	0	0	0
10^{-4}	0,3523	3 882	39	78	$1,91084 \cdot 10^{-7}$	$5,26012 \cdot 10^{-12}$	$7,62988 \cdot 10^{-15}$
$3 \cdot 10^{-4}$	0,305	3 690	38	76	$7,55658 \cdot 10^{-6}$	$1,45915 \cdot 10^{-10}$	$3,61404 \cdot 10^{-7}$
10^{-3}	0,2651	3 463	37	73	$1,53616 \cdot 10^{-4}$	$8,08384 \cdot 10^{-9}$	$6,4898 \cdot 10^{-6}$
10^{-2}	0,1991	3 019	35	69	0,00591	$5,83858 \cdot 10^{-6}$	0,01251
10^{-1}	0,1288	2 416	33	66	0,182	$5,24257 \cdot 10^{-4}$	1,04642
1	0,0856	1 677	33	65	2,91617	0,0285	2,20422

спектральной диффузионной постановке. Показано, что применение данного алгоритма без существенной потери точности в несколько раз сокращает время счета задачи.

Список литературы

1. Feautrier P. C. // Acad. Sci. Paris. 1964. Vol. 258. P. 3198.
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
3. Канторович Л. В. О методе Ньютона // Труды Математического института АН СССР. 1949. Т. 28. С. 104–144.
4. Дегтярёв Л. М., Фаворский А. П. Поточный вариант метода прогонки // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 1968. Т. 8, № 3. С. 679–684.
5. Карлыханов Н. Г., Селиванова Н. В. Об одном алгоритме склейки кинетического уравнения с P_1 -приближением уравнения переноса излучения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2012. Вып. 2. С. 51–63.
6. Барышева Н. М., Зуев А. И. Об устойчивости прогонки для нелинейного уравнения теплопроводности // Числ. методы мех. спл. среды. 1980. Т. 11, № 1. С. 12–19.
7. Fleck J. A., Cummings Jr. J. D. An implicit Monte Carlo scheme for calculating time and frequency depend nonlinear radiation transport // J. Comp. Phys. 1971. Vol. 8. P. 313–342.

8. Завьялов В. В., Козманов М. Ю., Селезнёв В. Н. и др. Результаты численных расчетов одномерных тестовых задач переноса излучения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2005. Вып. 3. С. 26—36.

Статья поступила в редакцию 20.01.15.

APPLICATION OF THE ALGORITHM IDENTIFYING AN EQUILIBRIUM PART OF SPECTRUM DURING THE SIMULATION OF THE RADIATION TRANSPORT PROBLEMS WITH SPECTRAL DIFFUSION / N. G. Karlykhanov, I. V. Chindyaev (FSUE "RFNC-VNIITF", SPhTI OF NNRU MEPhI, Snezhinsk).

The issues of constructing an algorithm identifying an equilibrium part of spectrum, which has been used to solve the radiation transport problems with spectral diffusion, are discussed. The algorithm implementation includes the automatic selection of equilibrium groups, as well as the account of the resulting internal boundary conditions. The method applicability is illustrated by the example of solving a number of problems.

Keywords: radiation transport, spectral diffusion, identification of an equilibrium part of spectrum.
