

ЭВОЛЮЦИЯ ВО ВРЕМЕНИ НЕЙТРОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОРОДНЫХ ШАРОВ ИЗ ДЕЛЯЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ

А. А. Севастьянов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

С помощью аналитических вычислений и численных расчетов исследовано изменение нейтронных характеристик активных шаров с течением времени.

Ключевые слова: односкоростное уравнение переноса нейтронов, формулы подобия, нейтронная плотность, собственная функция, логарифмическая производная от полного числа нейтронов в системе, главное собственное значение.

Введение

В работах [1, 2] исследовались характеристики нестационарных систем и были получены формулы подобия для собственных функций и логарифмических производных по времени от полного числа нейтронов в системах.

Основной целью данной статьи является сравнение результатов вычислений по формулам подобия с соответствующими результатами численных решений односкоростного кинетического уравнения, выполненных по одной из математических программ [3].

Кроме того, в статье изучался вопрос о поведении собственной функции во времени при различных начальных условиях задачи.

1. Исходное односкоростное кинетическое уравнение для нейтронов

Примем следующие упрощения: считается, что все нейтроны имеют одинаковую по величине скорость V , индикатриса упругого рассеяния нейтронов на ядрах изотропна и не учитываются неупругие процессы. При выполнении данных упрощающих предположений зависящая от времени t функция распределения нейтронов $\psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega})$ в фа-

зовом пространстве векторов \vec{r} , $\vec{\Omega} = \frac{\vec{V}}{V}$ подчиняется кинетическому уравнению

$$\frac{1}{V} \frac{\partial \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial t} + \left(\vec{\Omega} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) + \alpha(\vec{r}) \psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\beta(\vec{r})}{4\pi} \int d\vec{\omega} \psi(t, \vec{r}, \vec{\omega}), \quad (1)$$

которое надо решать при соответствующих начальном и граничном условиях.

В (1) использованы следующие обозначения:

$$\alpha(\vec{r}) = n_{\text{я}}(\vec{r}) \sum_i \mu_i (\sigma_{si} + \sigma_{fi} + \sigma_{ci}) = \frac{N_{\text{Авогадро}} \rho(\vec{r})}{\sum_i \mu_i A_i} \sum_i \mu_i (\sigma_{si} + \sigma_{fi} + \sigma_{ci}) - \text{обратный}$$

полный пробег нейтронов в среде с плотностью ядер $n_{\text{я}}(\vec{r})$, состоящей из смеси компонентов с массовыми числами A_i и концентрациями по частицам μ_i ; $\rho(\vec{r})$ – плотность вещества; $\beta(\vec{r}) = n_{\text{я}}(\vec{r}) \sum_i \mu_i (\sigma_{si} + \nu_i \sigma_{fi})$; σ_{si} , σ_{fi} , σ_{ci} – элементарные сечения рассеяния, деления и захвата нейтронов на ядрах i -го сорта; ν_i – среднее число вторичных нейтронов, испускаемых в одном акте деления i -го ядра; отношение $h(\vec{r}) = \frac{\beta(\vec{r})}{\alpha(\vec{r})}$ – активность среды.

2. Формулы подобия нестационарных решений односкоростного кинетического уравнения переноса нейтронов в однородных системах

В работе [1] было показано, что если перейти к безразмерным переменным

$$\vec{z} = \beta \vec{r}, \quad (2)$$

$$\tau = \beta V t, \quad (3)$$

то для функции $m(\tau, \vec{z})$, включающей в себя нейтронную плотность $n(\tau, \vec{z})$, справедлива следующая формула подобия, вытекающая из нестационарного односкоростного уравнения переноса нейтронов:

$$m_2(\tau_2, \vec{z}_2) = m_1(\tau_1, \vec{z}_1), \quad (4)$$

$$m_i(\tau_i, \vec{z}_i) = n_i(\tau_i, \vec{z}_i) \exp\left(\frac{\tau_i}{h_i}\right), \quad (5)$$

$$\vec{z}_i = \beta_i \vec{r}_i, \quad (6)$$

$$\tau_i = \beta_i V_i t_i, \quad (7)$$

$$i = 1, 2.$$

В работе [2] была введена безразмерная логарифмическая производная полного числа нейтронов в системе от безразмерного времени

$$L(\tau) = \frac{1}{N(\tau)} \frac{dN(\tau)}{d\tau}. \quad (8)$$

Связь размерной и безразмерной функций выражается следующим образом:

$$\frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt} = \beta V L(\tau). \quad (9)$$

Формула подобия для функции $L(\tau)$ имеет следующий вид:

$$L_2(\tau_2) \approx L_1(\tau_1) + \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2}. \quad (10)$$

3. Результаты аналитических вычислений и численных расчетов, полученные для однородных шаров из ^{239}Pu и ^{238}Pu

В аналитических вычислениях, а также в численных расчетах приняты скорость нейтронов $V = 10^9$ см/с и взятые из [4] односторонние нейтронные константы (см. таблицу).

Значения активности и параметров $\alpha(\rho_0)$, $\beta(\rho_0)$

Изотоп плутония	^{239}Pu	^{238}Pu
Активность среды h	1,6578	1,7101
Кристаллическая плотность плутония ρ_0 , г/см ³	19,851	19,840
$\alpha_0 = \alpha(\rho_0)$, 1/см	0,2779	0,2691
$\beta_0 = \beta(\rho_0)$, 1/см	0,4607	0,4602

В численных расчетах в начальный момент времени на всю систему задавалось число нейтронов N_0 с равномерным распределением по объему шара.

Ниже исследуются нейтронные характеристики следующих систем: исходный шар 1 из ^{239}Pu и подобный шар 2 из ^{238}Pu .

Шар 1: плотность $\rho_1 = 80$ г/см³ ($\alpha_1 = 1,1200$ 1/см, $\beta_1 = 1,8566$ 1/см), масса $M_1 = 2,5$ кг, радиус $R_1 = 1,9540$ см.

Шар 2: плотность $\rho_2 = 40$ г/см³ ($\alpha_2 = 0,5425$ 1/см, $\beta_2 = 0,9278$ 1/см), масса $M_2 = 10$ кг, радиус $R_2 = 3,9101$ см.

Величина R_2 получена из условия

$$\beta_2 R_2 = \beta_1 R_1, \quad (11)$$

справедливого для подобных систем.

На рис. 1 показаны зависимости $\frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt}$ рассматриваемых шаров, полученные в расчетах.

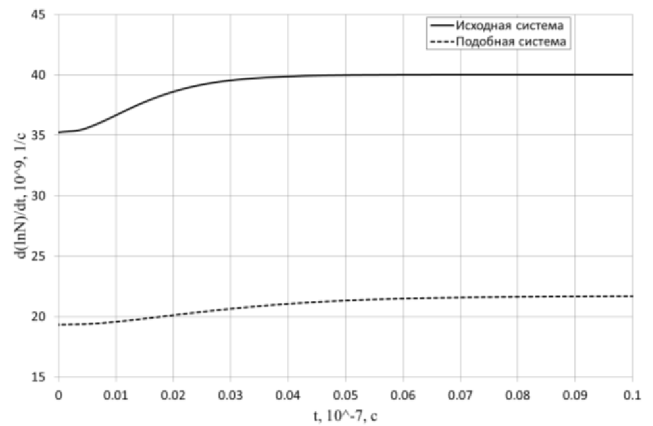


Рис. 1. Расчетные зависимости $\frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt}$ для исходного шара из ^{239}Pu и подобного шара из ^{238}Pu

В расчетах получены следующие значения главного собственного значения:

$$\lambda_{1\text{расч}} = 40,027494 \cdot 10^7 \text{ 1/с}, \quad (12)$$

$$\lambda_{2\text{расч}} = 21,709973 \cdot 10^7 \text{ 1/с}. \quad (13)$$

Вычисление по формуле подобия

$$\lambda_2 = \left[\frac{h_2}{h_1} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\alpha_1 V} \right) - 1 \right] \alpha_2 V \quad (14)$$

дало следующий результат:

$$\lambda_2 = 21,714068 \cdot 10^7 \text{ 1/с.} \quad (15)$$

Погрешность результата расчета составила

$$\delta = \frac{|\lambda_{2\text{расч}} - \lambda_2|}{\lambda_{2\text{расч}}} = 0,019 \%. \quad (16)$$

Графики безразмерных логарифмических производных $L(\tau)$ для исходного и подобного шаров представлены на рис. 2.

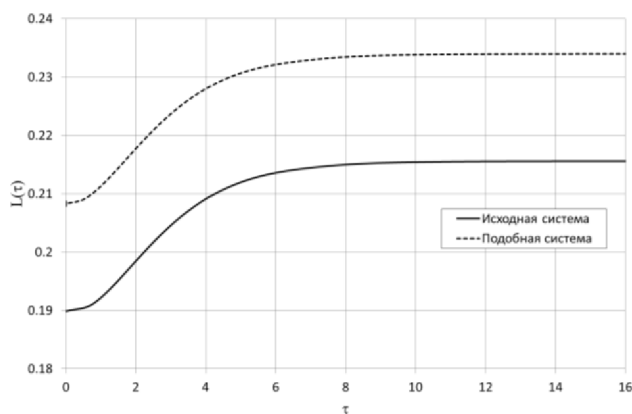


Рис. 2. Зависимости безразмерной функции

$L(\tau) = \frac{1}{N(\tau)} \frac{dN(\tau)}{d\tau}$ от безразмерного времени $\tau = \beta V t$ для исходного и подобного шаров

Результаты вычисления функции $L_2(\tau_2)$ для подобного шара по формуле подобия (10) и результаты численного расчета приведены на рис. 3.

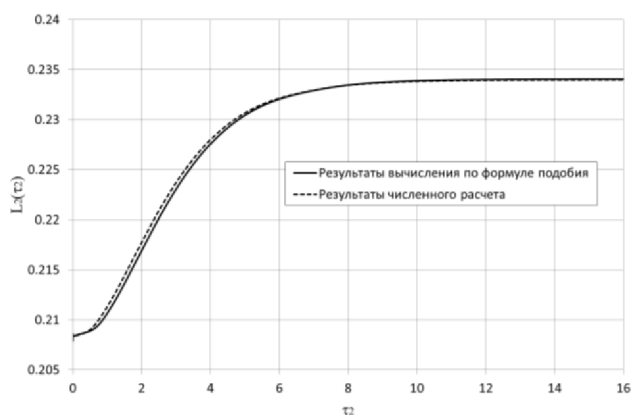


Рис. 3. Зависимости $L_2(\tau_2)$, полученные по формуле подобия (10) и в численном расчете

Наибольшее различие в результатах вычисления $L_2(\tau_2)$ по формуле подобия и численного расчета составляет 0,4 %.

Результаты численных расчетов функции $m(\tau, z)$ для исходного и подобного шаров даны на рис. 4.

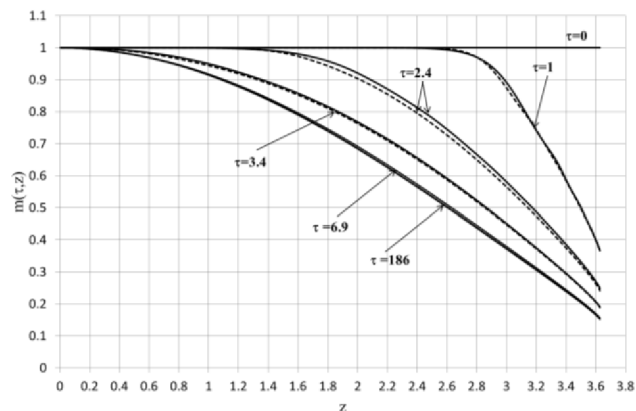


Рис. 4. Эволюция функции $m(\tau, z)$ во времени в z -пространстве для шара 1 (сплошные линии) и шара 2 (пунктирные линии)

На рис. 4 зависимости $m(\tau, z)$ приведены в нормировке на единицу в центре шара. Эти зависимости подтверждают справедливость формулы подобия (4).

На рис. 5 представлена погрешность $\delta = \frac{|m_{2\text{расч}} - m_2|}{m_{2\text{расч}}}$ расчета функции $m_{2\text{расч}}(\tau_2, z_2)$ в зависимости от точки наблюдения z на два момента времени.

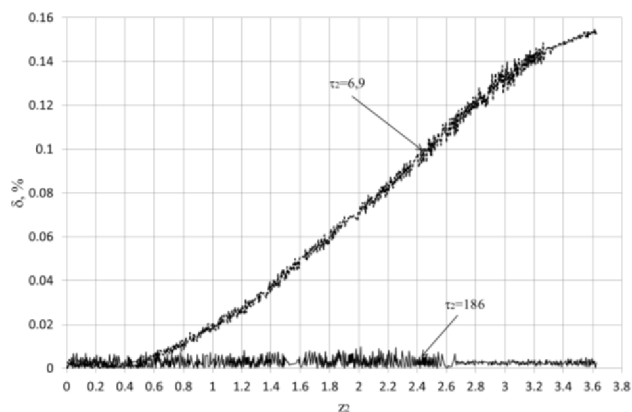


Рис. 5. Зависимость $\delta(z_2)$ при $\tau_2 = 6,9$ и $\tau_2 = 186$

Видно, что точность результатов расчета растет со временем.

Заметим, что характеристики взаимодействия ядер изотопов ^{238}Pu и ^{239}Pu с нейтронами довольно близки (см. таблицу). Поэтому полезно исследовать

вопрос о применимости формул подобия для систем с сильно отличающимися нейтронно-ядерными свойствами. Это сделано в следующем параграфе.

4. Результаты вычислений по нестационарным формулам подобия и численных расчетов в случае шаров с сильно отличающимися нейтронно-ядерными характеристиками

Рассмотрим подобные шары со следующими параметрами.

Шар 1: $h_1 = 1,8$, $\alpha_1 = 0,5600$ 1/см, $\beta_1 = 1,0080$ 1/см, $M_1 = 10$ кг, $R_1 = 3,9080$ см.

Шар 2: $h_2 = 1,6$, $\alpha_2 = 1,1199$ 1/см, $\beta_2 = 1,7919$ 1/см, $M_2 = 3,56$ кг, $R_2 = 2,1982$ см.

Постановка численных расчетов принята такой же, как и в предыдущем параграфе.

4.1. Решение задачи на определение логарифмической производной полного числа нейтронов в подобном шаре от времени

Для исходного шара 1 в расчете получено время выхода логарифмической производной на главное собственное значение $t_0 \approx 0,13 \cdot 10^{-7}$ с

$$\lambda_{1\text{расч}} = 28,97180 \cdot 10^7 \text{ 1/с.} \quad (17)$$

Результаты вычисления функции $L_2(\tau_2)$ по формуле подобия (10) и результаты численного расчета приведены на рис. 6.

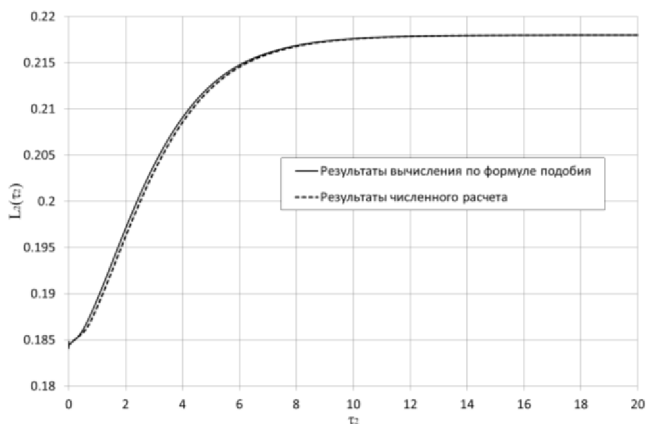


Рис.6. Зависимости $L_2(\tau_2)$, полученные по формуле подобия (10) и в численном расчете

Максимальная погрешность численного решения в процессе установления составляет 0,5%. Время выхода безразмерной логарифмической производной на главное собственное значение составляет $\tau_0 \approx 12$. В размерных переменных при

скорости нейтронов $V = 10^9$ см/с имеем время $t_0 \approx 0,067 \cdot 10^{-7}$ с и главные собственные значения

$$\lambda_2 = 39,06165 \cdot 10^7 \text{ 1/с,} \quad (18)$$

$$\lambda_{2\text{расч}} = 39,06171 \cdot 10^7 \text{ 1/с,} \quad (19)$$

$$\delta = \frac{|\lambda_{2\text{расч}} - \lambda_2|}{\lambda_{2\text{расч}}} = 0,00015 \%. \quad (20)$$

4.2. Решение задачи на отыскание нейтронной плотности в подобных шарах

Для каждого шара построим графики изменения функции $m(\tau, z = \beta r)$ на различные моменты безразмерного времени τ (рис.7).

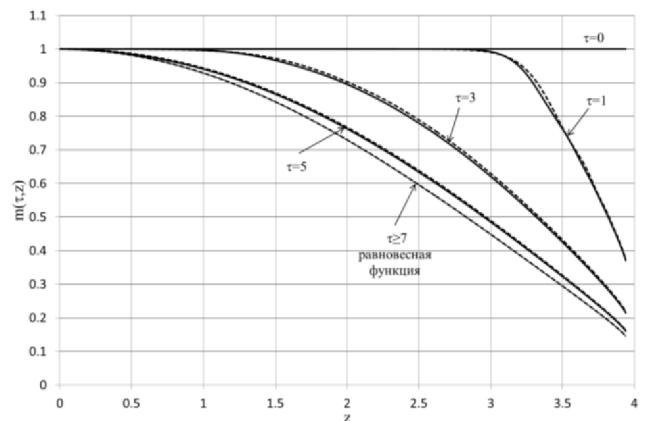


Рис. 7. Зависимости $m(\tau, z)$ для шара 1 (сплошные линии) и шара 2 (пунктирные линии), нормированные на единицу в центрах шаров

Из рисунка видно, что подобные шары в βr -пространстве и безразмерном времени $\tau = \beta V t$ превращаются в один шар с инвариантным радиусом

$$Z = \beta R = \text{const.} \quad (21)$$

5. Зависимость времени выхода нейтронной плотности на равновесную функцию от начальных условий задачи

Рассмотрим исходный шар из предыдущего параграфа. Изменим начальное условие задачи, исследуем два случая.

1. В начальный момент времени $\tau = 0$ все N_0 нейтронов находятся в центре шара, т. е. нейтронная плотность $n(\tau = 0, z) = N_0 \delta(z = 0)$.

2. При $\tau = 0$ все нейтроны локализованы на границе шара, т. е. $n(\tau = 0, z) = N_0 \delta(z = \beta R)$.

Эволюция нейтронной плотности для обоих случаев показана на следующих рис. 8, 9.

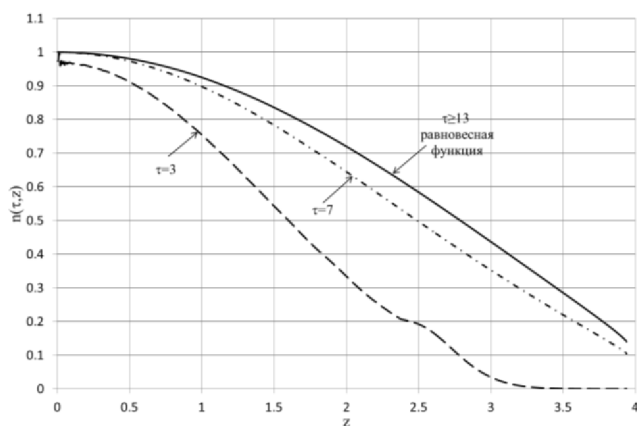


Рис. 8. Зависимости $n(\tau, z)$ при начальном условии $n(\tau = 0, z) = N_0\delta(z = 0)$

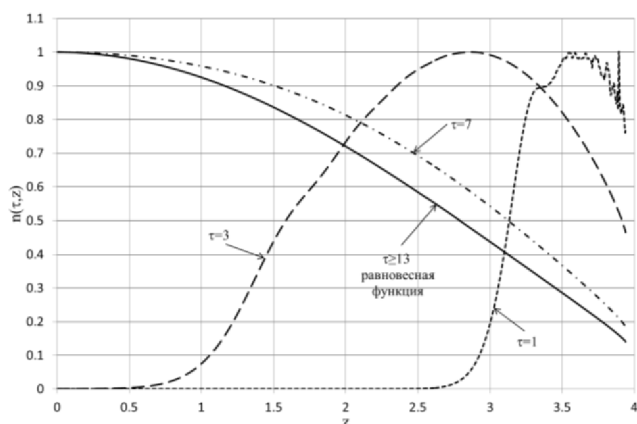


Рис. 9. Зависимости $n(\tau, z)$ при начальном условии $n(\tau = 0, z) = N_0\delta(z = \beta R)$

В обоих вариантах задания начального условия выход нейтронной плотности происходит на равновесную функцию примерно за одно и то же время $\tau \approx 13$, что почти в два раза дольше, чем при равномерном распределении нейтронов по шару в начальный момент времени (см. рис.7).

На рис. 10 представлены зависимости $L(\tau)$, полученные в расчетах при задании различных начальных условий.

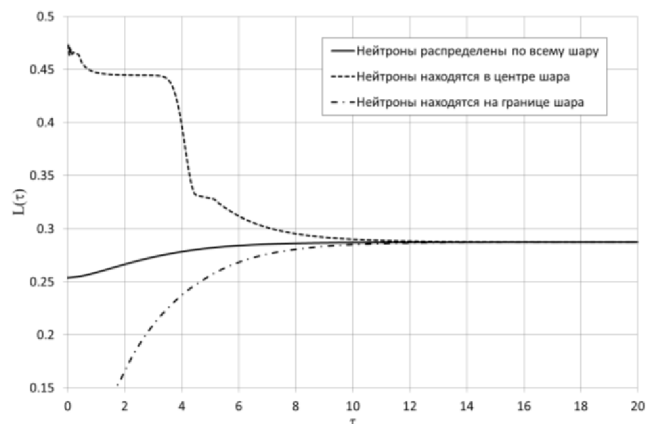


Рис. 10. Зависимости $L(\tau)$, полученные при различных начальных условиях задачи

Из рисунка видно, что для каждой рассмотренной постановки задачи выход логарифмической производной на главное собственное значение происходит примерно за то же время, что и выход нейтронной плотности на равновесную функцию.

6. Основные выводы

С помощью численных расчетов показано, что формулы подобия для собственных функций $m(\tau, z)$ и логарифмических производных $L(\tau) = \frac{1}{N(\tau)} \frac{dN(\tau)}{d\tau}$ справедливы.

Нейтронная плотность в шаре со временем выходит на одну и ту же равновесную функцию независимо от способа задания начального числа нейтронов в системе, который влияет только на время выхода. Это время соответствует времени выхода логарифмической производной от полного числа нейтронов в системе на главное собственное значение.

Список литературы

1. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Элементы теории подобия нестационарных однородных систем в односкоростной нейтронной кинетике // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 2. С. 18–20.

2. Бабичев Н. Б. Некоторые вопросы теоретической нейтронной кинетики // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып.1. С. 41–52.

3. Шагалиев Р. М., Гребенников А. Н., Артемьев А. Ю., Будников В. И. Развитие основных методик и программ ИТМФ // Журнал Атом, 2011, № 50–51.

4. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Критические параметры однородных шаров, состоящих из плутония-238 и плутония-239 // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 28–35.

Статья поступила в редакцию 01.07.2015