

УДК 519.6

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИСТЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА

Д. Г. Асфандияров, С. А. Финогенов, В. М. Головизнин
(ИБРАЭ РАН, МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва)

Приведены результаты прямого численного моделирования пристенной турбулентности в плоском канале на расчетных сетках от 4×10^6 до 34×10^6 ячеек для значений числа Рейнольдса 5 600, 13 750, 21 900. Расчеты проводились по модификации схемы КАБАРЕ. На основе анализа корреляционных зависимостей и спектральных характеристик потока обоснован выбор геометрических размеров расчетной области и расчетных сеток.

По результатам расчетов построены стандартные характеристики турбулентного течения в плоском канале: осредненный профиль скорости, компоненты тензора турбулентных напряжений, вклады молекулярной и турбулентной составляющих тензора вязкости, коэффициент сопротивления канала. Показано, что они хорошо согласуются с расчетными данными, полученными при решении аналогичной задачи по псевдоспектральному методу.

Все расчеты проводились на суперкомпьютере "Ломоносов".

Ключевые слова: прямое численное моделирование, схема КАБАРЕ, турбулентное течение в плоском канале, вязкая несжимаемая жидкость.

Введение

Численные расчеты задачи о течении в плоском канале с применением DNS-методов начали выполняться с 1987 г. [1], когда группа вычислителей из Стенфорда провела прямое численное моделирование данной задачи при числе Рейнольдса $Re_m = u_m 2\delta/\nu = 5\,600$, определенном по высоте канала 2δ и средней скорости в потоке u_m . Результаты данной работы были подтверждены многими экспериментами [2–5]. С тех пор задача течения в плоском канале подробно исследовалась в широком диапазоне значений числа Рейнольдса посредством псевдоспектральных [6–10], конечно-разностных [11], спектрально-элементных [12] методов. В [13] представлен обзор различных подходов к прямому численному моделированию.

Данные DNS-расчетов турбулентного течения в канале сейчас достаточно надежны, чтобы использовать их для юстировки экспериментальных методов диагностики. В работе [14] продемонстрировано очень хорошее совпадение ре-

зультатов DNS-расчетов [7, 9] при больших значениях числа Рейнольдса с экспериментальными данными, полученными посредством метода лазерной доплеровской велосиметрии (LDV). Современные вычислительные ресурсы позволяют производить расчеты при довольно больших значениях числа Рейнольдса с расчетными сетками порядка 10^{10} ячеек [9, 10]. Большинство результатов DNS-расчетов данной задачи находится в открытом доступе, что существенно облегчает верификацию вычислительных методик.

В настоящей работе, которая является продолжением работы [15], представлены результаты прямого численного моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале посредством беспараметрического метода на основе схемы КАБАРЕ [16]. Целью работы является демонстрация возможности его применения для прямого численного моделирования течения возле гладких стенок. Для оценки размеров области и размеров сетки строятся функции двухточечной корреляции и энергетические спектры. Для исследования характеристик чис-

ленного решения вычисляются средние профили скорости турбулентного течения, компоненты тензора турбулентных напряжений и вклад вязкого и турбулентного напряжений трения при различных значениях числа Рейнольдса. Полученные характеристики турбулентного течения сравниваются с данными расчета по псевдоспектральному методу [1, 6].

Расчетная область и расчетная сетка

Геометрия области и система координат показаны на рис. 1. Полностью развитый турбулентный поток в плоском канале однороден в продольном и поперечном направлениях. Вдоль этих направлений используются периодические граничные условия. Использование периодических граничных условий может быть оправдано, если соответствующая длина расчетной области (период) выбрана так, чтобы корректно описывать динамику крупных вихрей [3]. Выбор расчетной области делается исходя из изучения данных двухточечной корреляции:

$$R_{ij}^x(\Delta x, y) = \frac{\langle u'_i(t, x, y, z) u'_j(t, x + \Delta x, y, z) \rangle_{t,z}}{\langle u'_i u'_j \rangle};$$

$$R_{ij}^z(\Delta z, y) = \frac{\langle u'_i(t, x, y, z) u'_j(t, x, y, z + \Delta z) \rangle_{t,x}}{\langle u'_i u'_j \rangle},$$

где верхние индексы при R обозначают направление, вдоль которого строятся функции, нижние — компоненты скорости.

Длина расчетной области считается достаточной, если флуктуации скорости вдоль соответствующего направления на расстоянии половины периода не коррелируют. В данной работе

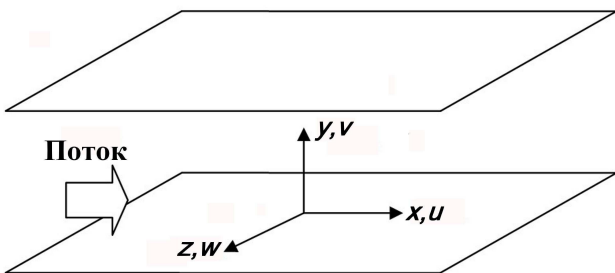


Рис. 1. Координатная система в канале

представлены только автокорреляции, когда $i = j$.

Построение указанных функций схоже с построением структурных функций. На фиксированной оси периода (например, для поперечных флуктуаций фиксируются x и y) выбирается первая точка, вторая точка смещается относительно нее вдоль периода с шагом сетки. В данных точках измеряются флуктуации скорости, и в зависимости от функции перемножаются соответствующие ее компоненты. Нормировка выполняется на произведение флуктуаций в первой точке. Далее первая точка смещается на шаг сетки и цикл повторяется, и т. д. В итоге на выбранной оси получается $N - 1$ корреляционная зависимость, где N — количество узлов сетки вдоль периода. Далее проводится осреднение по N , по времени t и по второму периодическому направлению. Данные зависимости представлены на рис. 2–5 (см. также цветную вкладку) для продольного (x) и поперечного (z) направлений при значениях числа Рейнольдса $Re_m = 5600$ и $Re_m = 21900$.

По найденным функциям двухточечной корреляции строятся одномерные спектры энергии (берется преобразование Фурье) в продольном и поперечном направлениях. Полученные зависимости от волнового числа k в пристенной области представлены на рис. 6, 7. Индекс при k обозначает направление, вдоль которого берется преобразование Фурье. Спектры нормированы на квадрат динамической скорости. Верхний индекс '+' означает, что значение величины представлено в пристенных единицах.

В данной работе использовалась неравномерная по y сетка со сгущением возле границы. Размеры ячеек вдоль нормального направления определяются следующим образом:

$$\Delta y(i) = y(i) - y(i - 1), \quad i = 1, 2, 3, \dots, ny;$$

$$y(i) = \delta \frac{\tanh\left(\frac{R}{ny}\left(i - \frac{ny}{2}\right)\right)}{\tanh\left(\frac{R}{2}\right)} + \delta,$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, ny,$$

где $y(i)$ — координаты граней ячеек в перпендикулярном стенке направлении; ny — количество ячеек в этом направлении; R — коэффициент сгущения; δ — половина высоты канала. Для симметрии сетки относительно центральной

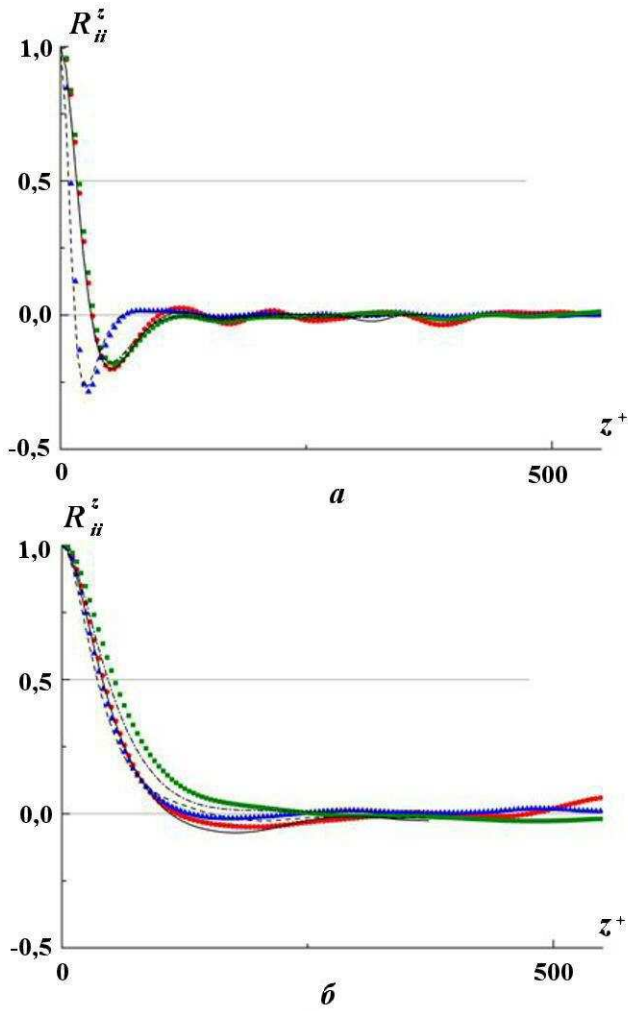


Рис. 2. Двухточечные корреляции флуктуаций скорости в поперечном направлении при $Re_m = 5600$: a — в пристенной области ($y^+ = 5,16$); b — в центре канала ($y^+ = 177,59$); \bullet — R_{uu}^z ; \blacktriangle — R_{vv}^z ; \blacksquare — R_{wv}^z ; — — — R_{uu}^z из [6]; - - - R_{vv}^z из [6]; - · - · R_{wv}^z из [6]

плоскости XZ количество ячеек в направлении Y всегда берется четным. Сетки, использованные в расчетах, представлены в табл. 1.

Результаты и обсуждение

Расчет стартует с ламинарного пуазелевского профиля во всей области. На первом шаге по времени вносятся небольшие возмущения скорости, распределенные по нормальному закону. Дальнейшее развитие потока приводит к срыву в вихревое течение. Сначала расчет ведется на равномерной сетке для ускорения перехода из ламинарного течения в турбулентное. Затем поле скорости интерполируется на сгущающуюся расчетную сетку. Осреднение стати-

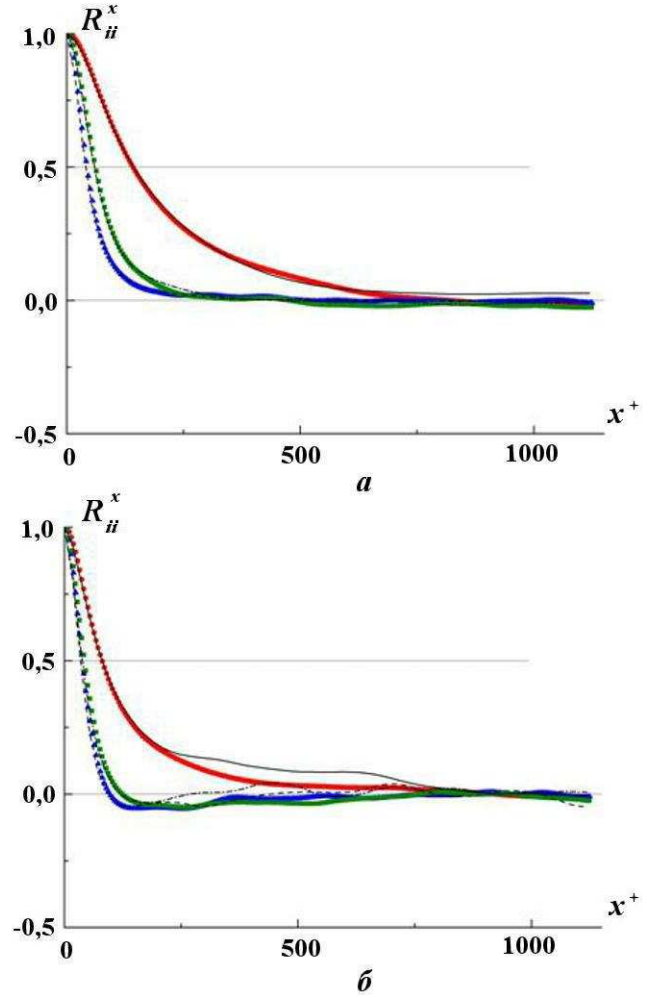


Рис. 3. Двухточечные корреляции флуктуаций скорости в продольном направлении при $Re_m = 5600$: a — в пристенной области ($y^+ = 5,16$); b — в центре канала ($y^+ = 177,59$); \bullet — R_{uu}^x ; \blacktriangle — R_{vv}^x ; \blacksquare — R_{wv}^x ; — — — R_{uu}^x из [6]; - - - R_{vv}^x из [6]; - · - · R_{wv}^x из [6]

стических характеристик турбулентного потока по времени начинается при достижении статистически устойчивого состояния. Это состояние определяется по линейному профилю общего напряжения трения $\tau = -\langle u'v' \rangle + \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$ и выходу суммарной кинетической энергии на квазипериодический уровень [1]. Угловые скобки здесь означают осреднение по времени t и по двум периодическим направлениям x и z , штрих обозначает флуктуацию соответствующей величины. В предварительных расчетах средний профиль напряжения трения определяется на различных временных интервалах для оптимальной оценки интервала осреднения характеристик течения.

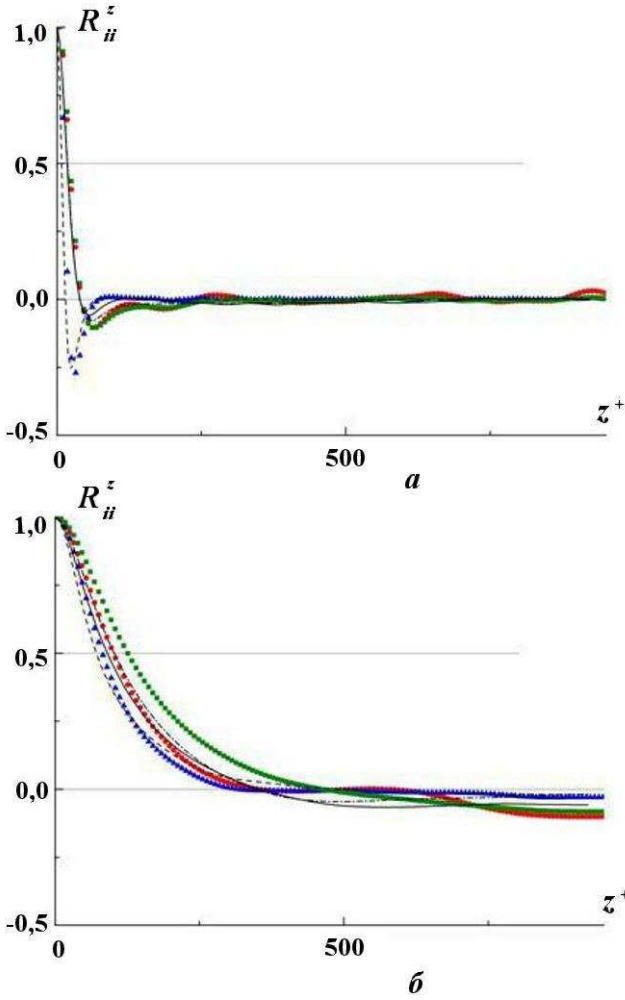


Рис. 4. Двухточечные корреляции флуктуаций скорости в поперечном направлении при $Re_m = 21\,900$: a — в пристенной области ($y^+ = 5,05$); b — в центре канала ($y^+ = 580,59$); \bullet — R_{uu}^z ; \blacktriangle — R_{vv}^z ; \blacksquare — R_{wv}^z ; — — — R_{zz}^z из [6]; - - - R_{vv}^z из [6]; - · - · R_{wv}^z из [6]

Основные параметры проведенных расчетов. В табл. 1 представлены основные параметры проведенных расчетов: число Рейнольдса Re_m , размеры области $L_x \times 2\delta \times L_z$, размеры сетки $N_x \times N_y \times N_z$ и размеры ячеек в пристенных единицах ($\Delta x^+ = u_\tau \Delta x / \nu$ и Δz^+ — размеры ячеек в направлениях x и z соответственно; Δy_w^+ и Δy_c^+ — размеры ячеек вдоль оси y возле стенки и в середине канала), количество расчетных шагов N_s и пролетов l_s в области осреднения данных. Также в табл. 1 для каждого расчета представлено значение коэффициента сопротивления $C_f = \frac{2\tau_w}{\rho u_m^2}$ с указанием доверительного интервала ($\pm 3s$, s — стандартное отклонение).

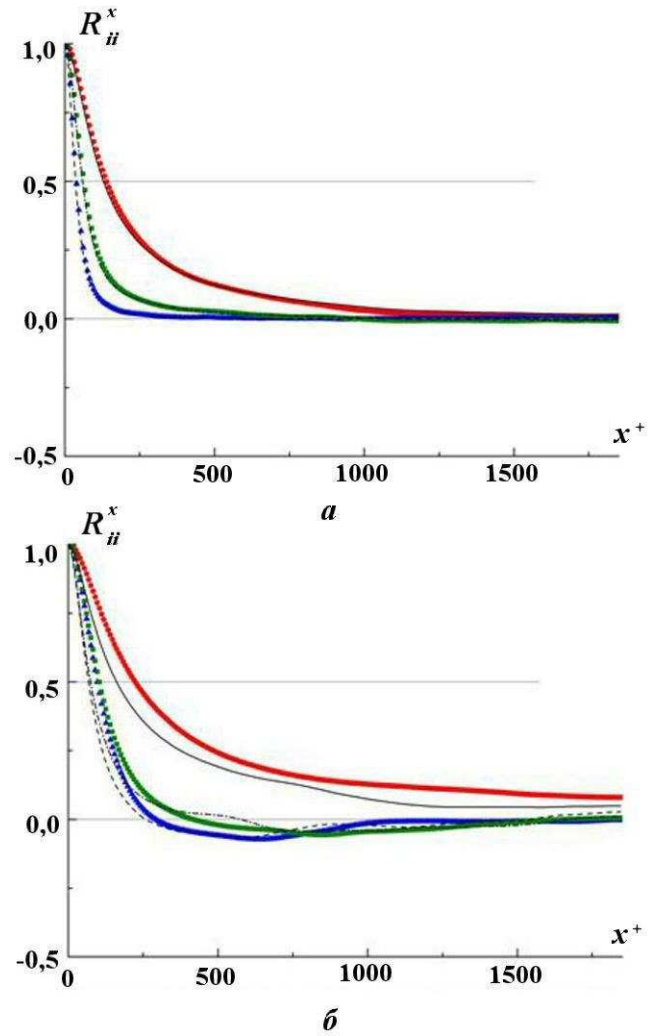


Рис. 5. Двухточечные корреляции флуктуаций скорости в продольном направлении при $Re_m = 21\,900$: a — в пристенной области ($y^+ = 5,05$); b — в центре канала ($y^+ = 580,59$); \bullet — R_{uu}^x ; \blacktriangle — R_{vv}^x ; \blacksquare — R_{wv}^x ; — — — R_{xx}^x из [6]; - - - R_{vv}^x из [6]; - · - · R_{wv}^x из [6]

Расчеты проводились на суперкомпьютере "Ломоносов". Расчет 1 из табл. 1 проводился на 256 вычислительных ядрах, расчеты 13 и 16 — на 2048, остальные — на 512 ядрах. Самый продолжительный расчет 15 занял около 6 дней с учетом процедуры осреднения расчетных данных. Естественно, время расчета зависит от выбранного интервала осреднения. Расчеты, проводимые на 2048 ядрах, занимают в два раза меньше времени, чем аналогичные на 512 ядрах при той же точности (расчеты 12, 13 и 15, 16).

В табл. 2 для сравнения представлены параметры и результаты расчетов (коэффициент сопротивления в канале) по псевдоспектрально-

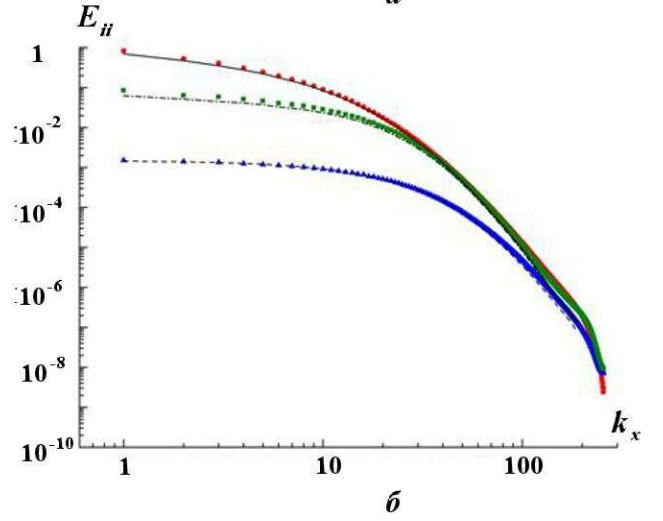
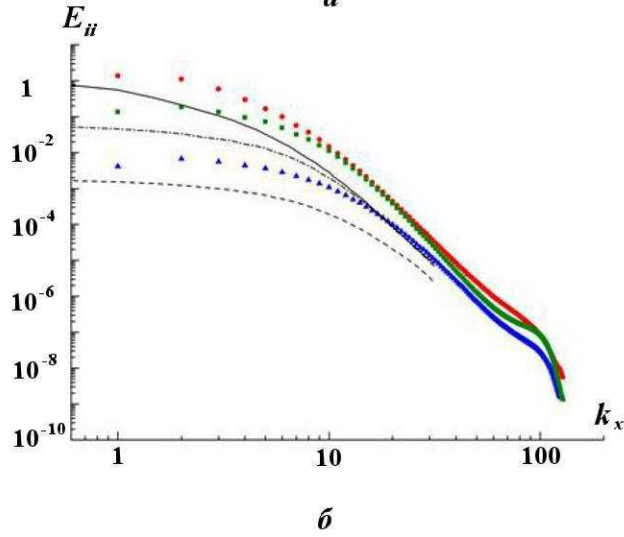
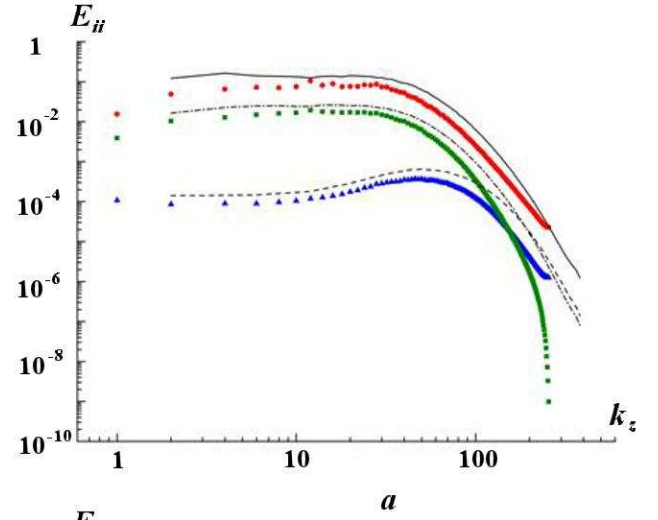
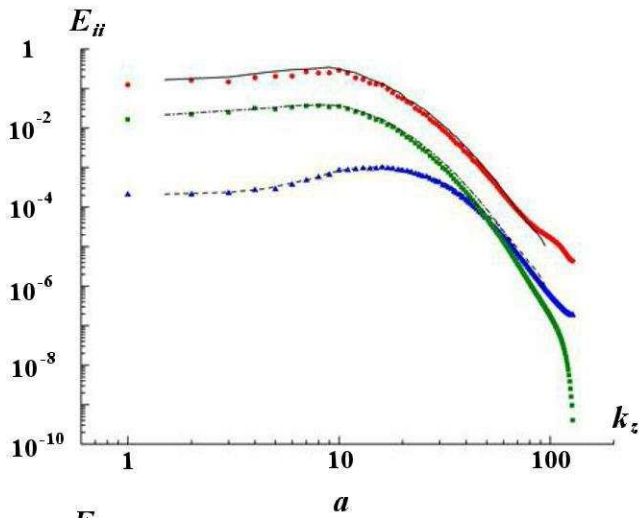


Рис. 6. Одномерные энергетические спектры флуктуации скорости в пристенной области ($y^+ = 5,16$), $Re_\tau = 5600$: a — в поперечном направлении; b — в продольном направлении: \bullet — E_{uu} ; \blacktriangle — E_{vv} ; \blacksquare — E_{ww} ; — — — E_{uu} из [6]; - - - - E_{vv} из [6]; - · - · - E_{ww} из [6]

Рис. 7. Одномерные энергетические спектры флуктуации скорости в пристенной области ($y^+ = 5,05$), $Re_\tau = 21900$: a — в поперечном направлении; b — в продольном направлении; \bullet — E_{uu} ; \blacktriangle — E_{vv} ; \blacksquare — E_{ww} ; — — — E_{uu} из [6]; - - - - E_{vv} из [6]; - · - · - E_{ww} из [6]

му методу [1, 6] при тех же значениях числа Рейнольдса и данные, взятые из экспериментов [17, 18].

Двухточечные корреляции. Одномерные спектры энергии. Как уже отмечалось, для прямого численного моделирования пристенных течений должны выполняться два условия: геометрические размеры области должны быть достаточно большими для описания динамики крупных вихрей, а сетка — достаточно подробной для учета особенности течения. Способом оценки геометрии расчетной области и

расчетных сеток является исследование двухточечных корреляций флуктуаций скорости и одномерных энергетических спектров флуктуации скорости. Для данных кривых характерны некоторые особенности, связанные с природой турбулентного течения возле гладкой стенки. Например, для поперечных автокорреляций флуктуаций продольных скоростей R_{uu}^z в пристенной области (см. рис. 2, a и 4, a , а также цветную вставку) наблюдается уменьшение по модулю первого отрицательного пика с ростом числа Рейнольдса. Расположение данного пика определяет масштаб среднего разделения между быстрыми и

Таблица 1

Параметры проведенных расчетов

Номер расчета	Re_m	L_x	L_z	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δz^+	Δy_w^+	Δy_c^+	N_s	l_s	C_f
1	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$256 \times 128 \times 128$	8,70	8,70	0,13	7,67	3×10^5	17,9	$(8,010 \pm 0,294) \cdot 10^{-3}$ 3,67 %
2	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 128 \times 256$	4,39	4,39	0,074	8,70	8×10^5	15,2	$(8,169 \pm 0,507) \cdot 10^{-3}$ 6,21 %
3	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,31	4,31	0,42	2,27	8×10^5	267,4	$(7,879 \pm 0,420) \cdot 10^{-3}$ 5,33 %
4	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,32	4,32	0,29	2,56	8×10^5	238,9	$(7,923 \pm 0,402) \cdot 10^{-3}$ 5,07 %
5	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,39	4,39	0,21	2,89	8×10^5	119,9	$(8,154 \pm 0,250) \cdot 10^{-3}$ 3,06 %
6	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,40	4,40	0,14	3,22	8×10^5	56,2	$(8,192 \pm 0,306) \cdot 10^{-3}$ 3,73 %
7	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,40	4,40	0,096	3,55	8×10^5	25,6	$(8,208 \pm 0,378) \cdot 10^{-3}$ 4,6 %
8	5 600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,40	4,40	0,064	3,88	$1,4 \times 10^6$	20,07	$(8,206 \pm 0,372) \cdot 10^{-3}$ 4,5 %
9	13 760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 128 \times 256$	4,78	4,78	0,22	17,73	8×10^5	143,8	$(6,403 \pm 0,450) \cdot 10^{-3}$ 7,03 %
10	13 760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 128 \times 256$	4,79	4,79	0,19	18,37	8×10^5	103,6	$(6,436 \pm 0,369) \cdot 10^{-3}$ 5,73 %
11	13 760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,81	4,81	0,14	8,49	8×10^5	56,3	$(6,490 \pm 0,309) \cdot 10^{-3}$ 4,76 %
12	13 760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,82	4,82	0,11	9,03	8×10^5	34,5	$(6,517 \pm 0,342) \cdot 10^{-3}$ 5,25 %
13	13 760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4,82	4,82	0,11	9,03	8×10^5	34,5	$(6,510 \pm 0,363) \cdot 10^{-3}$ 5,58 %
14	21 900	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	7,21	7,21	0,16	13,4	8×10^5	54,8	$(5,755 \pm 0,235) \cdot 10^{-3}$ 4,08 %
15	21 900	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	7,21	7,21	0,14	13,8	$1,8 \times 10^6$	88,7	$(5,758 \pm 0,218) \cdot 10^{-3}$ 3,79 %
16	21 900	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	7,21	7,21	0,14	13,8	$1,8 \times 10^6$	88,7	$(5,750 \pm 0,232) \cdot 10^{-3}$ 4,03 %

Таблица 2

Параметры расчетов псевдоспектральным методом [1, 6]. Экспериментальные данные [17, 18]

Номер расчета	Re_m	L_x	L_z	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δz^+	Δy_c^+	C_f , расчет	C_f , эксперимент
1	5 600	$4\pi\delta$	$(4/3)\pi\delta$	$128 \times 129 \times 128$	17,7	5,9	4,4	$8,09 \cdot 10^{-3}$	$8,44 \cdot 10^{-3}$
2	13 760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$256 \times 193 \times 192$	10,0	6,5	6,5	$6,50 \cdot 10^{-3}$	$6,74 \cdot 10^{-3}$
3	21 900	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$384 \times 257 \times 384$	9,7	4,8	7,2	$5,75 \cdot 10^{-3}$	$6,10 \cdot 10^{-3}$

медленными вихрями (high and low speed streaks) в пристенной области. Данный пик более выражен при небольших значениях числа Рейнольдса. С ростом числа Рейнольдса форма и поведение вихрей в пристенной области становятся более сложными и данный пик уменьшается по

модулю [11]. Также с ростом числа Рейнольдса уменьшаются по модулю и остальные локальные минимумы и максимумы функций двухточечной корреляции в пристенной области.

Одномерные спектры энергии флуктуации скорости в пристенной области (см. рис. 6, 7) хо-

рошо согласуются с приведенными в работе [6]. Наклон данных спектров в высокочастотной области слабо зависит от числа Рейнольдса, что является удобным способом оценки подробности сетки. Три компоненты E_{uu} , E_{vv} , E_{ww} сильно отличаются друг от друга в низкочастотной области спектра в пристенной области, особенно в поперечном направлении. Данный факт свидетельствует о том, что структура турбулентности в пристенной области сильно анизотропна [11].

Средние характеристики турбулентного течения. Значения коэффициента сопротивления, полученные на подробных сетках (расчеты 7, 12, 15 из табл. 1) для исследуемых значений числа Рейнольдса, представлены на кривой зависимости коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса, полученной экспериментально (рис. 8, см. также цветную вкладку). Кроме того, на этой кривой представлены значения данного коэффициента, полученные в расчетах из других источников в более широком диапазоне чисел Рейнольдса. Данная зависимость определена экспериментально вплоть до значений $Re_m \approx 3 \cdot 10^5$ [14]. Ламинарное течение наблюдается при $Re_m \leq 1300$ ($C_f = 12/Re$). Далее следует переходная область ($1300 < Re_m < 2800$)

между ламинарным и полностью турбулентным течением [17]. В интервале $2800 \leq Re_m \leq 10000$ данная зависимость хорошо описывается законом Дина [18]. Далее, вплоть до $Re_m \approx 62000$, наблюдается корреляция экспериментальных данных с модифицированным законом Дина, полученным в [23]. При $Re_m > 62000$ (и до $Re_m = 300000$) соотношение коэффициента сопротивления и числа Рейнольдса очень точно определяется неявной логарифмической зависимостью, представленной в [14].

Для получения в определении коэффициента сопротивления той же точности, что и псевдоспектральным методом в [6], количество узлов сетки в представленном методе должно быть примерно в 2 раза больше в продольном и поперечном направлениях. Более грубое разрешение внешней части потока слабо сказывается на значении данного интегрального параметра. Данные выводы по размерам сетки подтверждают результаты других расчетных групп [11, 22]. Пристенная область очень хорошо разрешена. На эту область ($y^+ \leq 50$) приходится около половины ячеек (суммарно для обеих границ). Наибольшая точность вычисления напряжения трения на границе достигается при размерах гра-

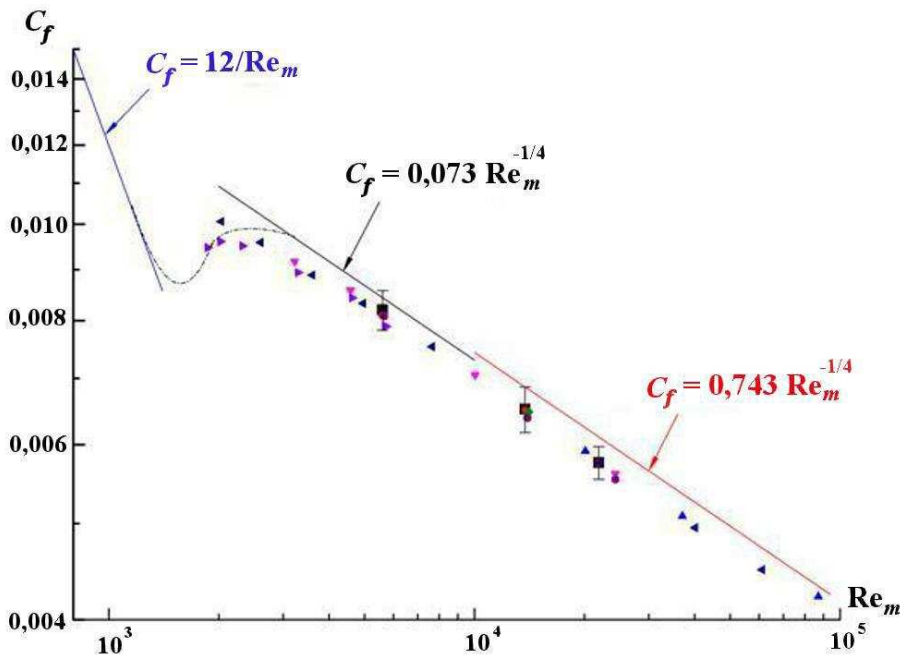


Рис. 8. Кривая зависимости коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса: ■ — расчеты по представленному методу (с указанием доверительного интервала); ◀ — из [19]; ▶ — из [20]; ▼ — из [21]; • — из [6]; ◆ — из [22]; ● — из [11]; ▲ — из [9]; — — эксперимент

ничной ячейки $\Delta y^+ = 0,1 \div 0,15$. Точность вычисления в равной мере зависит от размеров сетки во всех трех направлениях. То есть недостаточно сгущать сетку лишь к границе, нужно измельчать сетку и вдоль периодических направлений.

Для расчетов 7, 12, 15 (см. табл. 1) также представлены профили средней скорости (рис. 9, см. также цветную вкладку), диагональные компоненты тензора турбулентных напряжений (рис. 10) и вклад молекулярного и турбулентного напряжений трения в общее (рис. 11, см. также цветную вкладку). Профиль продольной средней скорости, представленный в пристенных координатах, имеет автомодельный вид (хорошо наблюдается при больших числах Рейнольдса). Для диагональных компонент тензора турбулентных напряжений и турбулентного напряжения трения наблюдается рост пика в пристенной области с увеличением числа Рейнольдса.

Заключение

В результате прямого численного моделирования по схеме КАБАРЕ получены осредненные характеристики турбулентного течения в плоском канале: функции двухточечной корреляции в различных областях потока, одномерные энергетические спектры флуктуации скорости в при-

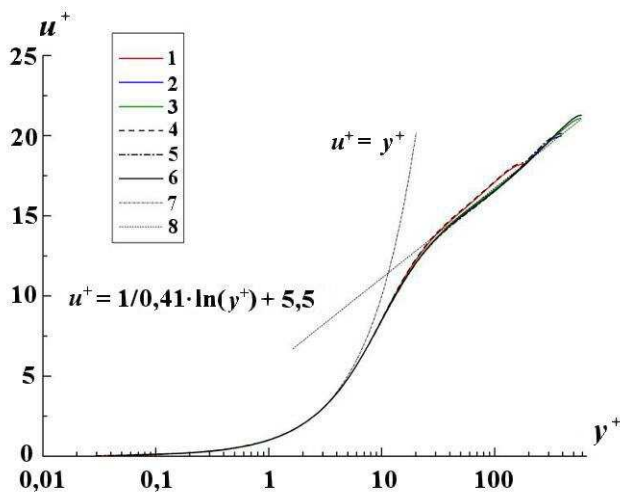


Рис. 9. Профили продольной средней скорости при различных значениях числа Рейнольдса: 1 – $Re_m = 5600$; 2 – $Re_m = 13760$; 3 – $Re_m = 21900$; 4 – из [6], $Re_m = 5600$; 5 – из [6], $Re_m = 13760$; 6 – из [6], $Re_m = 21900$; 7 – $u^+ = y^+$; 8 – $u^+ = 1/0,41 \times \ln(y^+) + 5,5$

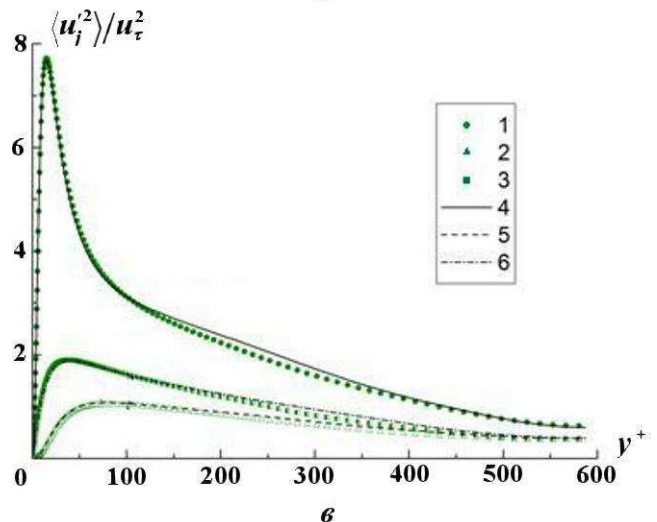
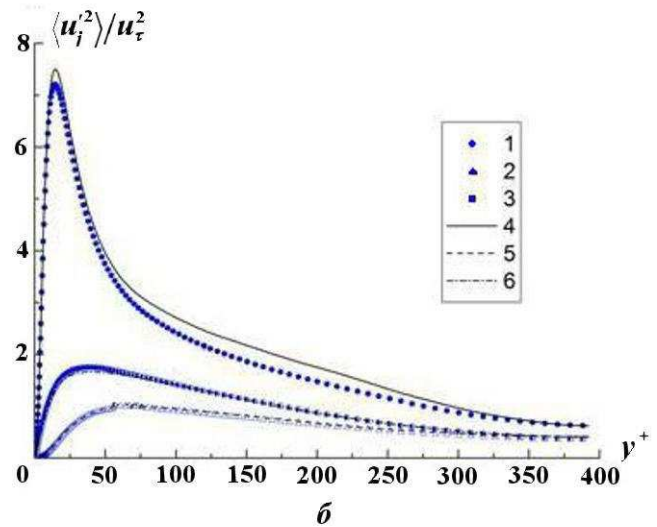
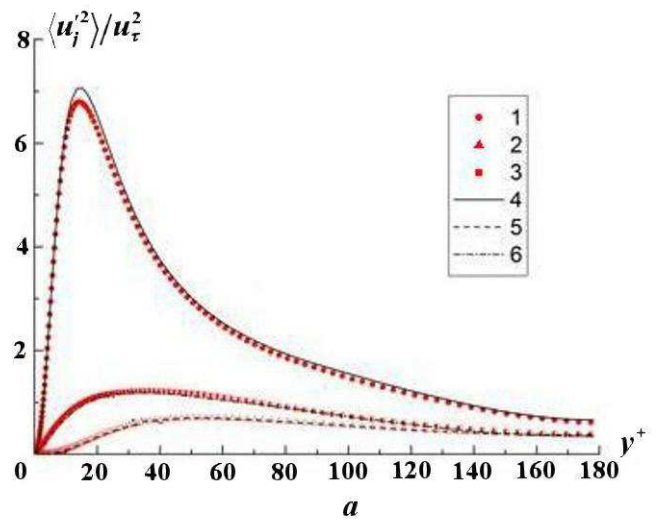


Рис. 10. Среднеквадратичные флуктуации скорости при различных значениях числа Рейнольдса: а – $Re_m = 5600$; б – $Re_m = 13760$; в – $Re_m = 21900$; 1 – $\langle u'^2 \rangle / u_\tau^2$; 2 – $\langle v'^2 \rangle / u_\tau^2$; 3 – $\langle w'^2 \rangle / u_\tau^2$; 4 – $\langle u'^2 \rangle / u_\tau^2$ из [6]; 5 – $\langle v'^2 \rangle / u_\tau^2$ из [6]; 6 – $\langle w'^2 \rangle / u_\tau^2$ из [6]

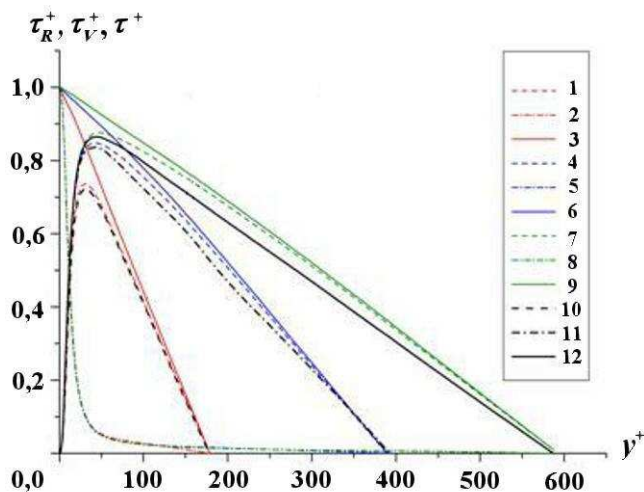


Рис. 11. Вклад вязкого (молекулярного) $\tau_V^+ = \frac{\partial \langle u^+ \rangle}{\partial y^+}$ (2, 5, 8) и турбулентного $\tau_R^+ = -\langle u'^+ v'^+ \rangle$ (1, 4, 7) напряжений трения в общее $\tau^+ = \tau_R^+ + \tau_V^+$ (3, 6, 9) при $Re_m = 5\,600$, $Re_m = 13\,760$ и $Re_m = 21\,900$ соответственно; 10–12 — τ_R^+ из [6] при тех же значениях Re_m

стенной области, профили средней скорости, флуктуационные характеристики скорости, вклад молекулярной и турбулентной составляющих в общее напряжение трения в зависимости от расстояния от стенки. Результаты показали хорошее совпадение с расчетами по псевдоспектральному методу [6].

Для достижения заданной точности в определении коэффициента сопротивления и других статистических характеристик течения количество узлов сетки в схеме КАБАРЕ по каждому пространственному направлению должно быть примерно в 2 раза больше, чем в псевдоспектральном методе [6]. Данные выводы по размерам сетки подтверждают результаты расчетов из [11, 22]. Следует отметить, что восьмикратное увеличение размеров расчетной сетки в разностных методах вовсе не означает, что время счета увеличивается в 16 раз по сравнению с псевдоспектральными методами. Вопрос об относительной вычислительной эффективности разностных и псевдоспектральных методов для расчетов турбулентных течений требует дополнительного исследования.

Расчет на более грубой сетке внешней части потока слабо сказывается на значении данного интегрального параметра, а также на распределении статистических характеристик потока в пристенной области. Точность вычисления в равной мере зависит от размеров сетки во всех

трех направлениях, т. е. недостаточно просто сгущать сетку к границе, также нужно увеличивать ее подробность и вдоль периодических направлений. Оптимальная точность вычисления напряжения трения на границе достигается при размерах граничной ячейки $\Delta y^+ = 0,1 \div 0,15$.

Псевдоспектральный метод прямого численного моделирования турбулентных течений [6] является в настоящее время, по-видимому, наиболее экономичным, однако это его преимущество может быть реализовано только в относительно простых областях. Для областей сложной формы используются разностные схемы повышенного порядка аппроксимации [11, 12]. Результаты данной работы показывают, что схема КАБАРЕ, имеющая только второй порядок точности как по времени, так и по пространству, позволяет уверенно воспроизводить результаты, получаемые с использованием псевдоспектрального метода. Ее обобщение на неортогональные расчетные сетки подробно описано в монографии [24].

Список литературы

1. Kim J., Moin P., Moser R. D. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 177. P. 133–166.
2. Alfredsson P. H., Johansson A. V., Haritonidis J., Eckelmann H. The fluctuating wallshear stress and the velocity field in the viscous sublayer // Phys. Fluids. 1988. Vol. 31. P. 1026–1033.
3. Naqwi A. A., Reynolds W. C. Dual Cylindrical Wave Laser-Doppler Method for Measurement of Skin Friction in Fluid Flow. Rep. TF-28. Calif.: Thermosci. Div., Dept. Mech. Eng., Stanford Univ., 1987.
4. Nishino K., Kasagi N. Turbulence statistics measurement in a two-dimensional channel flow using a three-dimensional particle tracking velocimeter // Proc. 7th Symp. Turbul. Shear Flows. Stanford: CTR, 1989. P. 22.1.1–22.1.6.
5. Niederschulte M. A., Adrian R. J., Hanratty T. J. Measurement of turbulent flow in a channel at low Reynolds numbers // Exp. Fluids. 1990. Vol. 9. P. 222–230.
6. Moser R. D., Kim J., Mansour N. N. Direct numerical simulation of turbulent channel flow

- up to $Re_\tau = 590$ // *Phys. Fluids*. 1999. Vol. 11, No 4. P. 943–945.
7. *del'Alamo J. C., Jim'enez J.* Spectra of very large anisotropic scales in turbulent channels // *Ibid.* 2003. Vol. 15. P. 41–44.
 8. *del'Alamo J. C., Jim'enez J., Zandonade P., Moser R. D.* Scaling of the energy spectra of turbulent channels // *J. Fluid Mech.* 2004. Vol. 500. P. 135–144.
 9. *Hoyas S., Jim'enez J.* Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2003$ // *Phys. Fluids*. 2006. Vol. 18. P. 1–4.
 10. *Flores O., Jim'enez J.* Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer // *Ibid.* 2010. Vol. 22. P. 071704.
 11. *Abe H., Kawamura H., Matsuo Y.* Direct numerical simulation of fully developed turbulent channel flow with respect to the Reynolds number dependence // *J. Fluids Eng.* 2001. Vol. 123. P. 382–393.
 12. *Keyes D., Ecer A., Satofuka N. et al.* *Parallel Computational Fluid Dynamics: towards Teraflops, Optimization and Novel Formulations.* Netherlands: North-Holland, 2000.
 13. *Moin P., Mahesh K.* Direct Numerical Simulation: a tool in turbulence research // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1998. Vol. 30. P. 539–578.
 14. *Schultz M. P., Flack K. A.* Reynolds-number scaling of turbulent channel flow // *Phys. Fluids*. 2013. Vol. 25, No 2. P. 025104.
 15. *Асфандияров Д. Г., Березин Б. И., Финогенов С. А.* Прямое численное моделирование турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости по схеме КАБАРЕ в плоском канале // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2013. Вып. 4. С. 57–62.
 16. *Асфандияров Д. Г., Головизнин В. М., Финогенов С. А.* Беспараметрический метод расчета турбулентного течения в плоском канале в широком диапазоне чисел Рейнольдса // *Журнал вычисл. мат. и мат. физ.* 2015. Т. 55, № 9. С. 1545–1558.
 17. *Patel V. C., Head M. R.* Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flow // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 38. P. 181–201.
 18. *Dean R. B.* Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow // *Trans. ASME I: J. Fluids Eng.* 1978. Vol. 100, No 2. P. 215–223.
 19. *Laadhari F.* Reynolds number effect on the dissipation function in wall-bounded flows // *Phys. Fluids*. 2007. Vol. 19, No 3. P. 038101.
 20. *Tsukahara T., Seki Y., Kawamura H., Tochio D.* DNS of turbulent channel flow at very low Reynolds number // *4th Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena.* Williamsburg, VA, USA. June 27–29, 2005. P. 935–940.
 21. *Iwamoto K., Suzuki Y., Kasagi N.* Reynolds number effect on wall turbulence: toward effective feedback control // *Int. J. of Heat and Fluid Flow.* 2002. Vol. 23. P. 678–689.
 22. *Tanahashi M., Kangand S.-J., Miyamoto T. et al.* Scaling law of fine scale eddies in turbulent channel flows up to $Re_\tau = 800$ // *Int. J. of Heat and Fluid Flow.* 2004. Vol. 25. P. 331–340.
 23. *Zanoun E.-S., Nagib H., Durst F.* Refined C_f relation for turbulent channels and consequences for high-Re experiments // *Fluid Dyn.* 2009. Vol. 41. P. 021405.
 24. *Головизнин В. М., Зайцев М. А., Карабасов С. А., Короткин И. А.* Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М: Изд-во Московского ун-та, 2013.
- Статья поступила в редакцию 16.06.15.

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF NEAR-WALL TURBULENCE IN PLANE CHANNEL IN A WIDE RANGE OF REYNOLDS NUMBERS / D. G. Asfandiyarov, S. A. Finogenov, V. M. Goloviznin (the RAS IBRAE, M. V. Lomonosov MSU, Moscow)

The paper continues the earlier published one and presents direct numerical simulation results for the near-wall turbulence in a plane channel obtained using computational grids of 4×10^6 to 34×10^6 cells for Reynolds numbers 5 600, 13 750, 21 900. Simulations were carried out using the modified CABARET scheme. The choice of geometrical sizes for the computational domain and computational grids is justified based on the analysis of correlation dependences and spectral characteristics of flow.

The simulation results were used to obtain standard parameters of the turbulent flow in plane channel, namely, the averaged velocity profile, components of turbulent stress tensor, contributions from the molecular and turbulent components of viscosity tensor, and the channel resistance coefficient. It is shown that they are in a good agreement with the data calculated for a similar problem using the pseudo-spectral scheme.

All simulations were carried out on supercomputer "Lomonosov".

Keywords: direct numerical simulation, scheme CABARET, turbulent flow in plane channel, viscous incompressible fluid.
