УДК 532.546:519.6

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОТОКА ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В СКВАЖИНЕ

Х. М. Гамзаев
(Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, г. Баку, Азербайджан)

Рассматривается нестационарное движение промывочной вязкоупругой жидкости в бурящейся скважине. Для описания данного процесса предлагается математическая модель, построенная на основе реологической модели вязкоупругой жидкости Максвелла. В рамках этой модели поставлена задача по определению гидравлической характеристики потока промывочной жидкости. Данная задача сводится к обратной задаче, связанной с восстановлением зависимости правой части гиперболического уравнения от времени. Построен разностный аналог обратной задачи и предложен вычислительный алгоритм решения полученной системы разностных уравнений.

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость, промывка скважин, гидравлическая характеристика, обратная задача.

Введение

В современных условиях наиболее перспективным способом захоронения радиоактивных отходов является размещение их под землей в глубинах устойчивых геологических формаций. Основу инженерного комплекса полигонов захоронения как радиоактивных отходов, так и вредных промышленных стоков различных производств составляют подземные сооружения — скважины различного назначения. Скважины сооружаются путем последовательного бурения горных пород, удаления разбуренного материала и укрепления стенок скважины от разрушения. Для бурения скважин применяются буровые станки, буровые долота и другие механизмы. Все современные промышленные способы бурения скважин как одну из обязательных технологических операций предусматривают промывку забоя. Одна из основных функций промывки скважин заключается в выносе частиц выбуренной породы восходящим потоком промывочной жидкости на поверхность земли [1, 2]. На практике для этой цели в основном используют специальные промывочные жидкости, которые подают буровыми насосами в циркуляционную систему буровой скважины. Жидкости проходят по колонне бурильных труб, выходят через промывочные отверстия долот к забою и поднимаются далее по кольцевому межтрубному пространству к устью скважины. При этом поток промывочной жидкости подхватывает с забоя разбуренную породу, увлекает с собой твердые частицы и перемещает их в том же направлении — по вертикали снизу вверх.

В последнее время в практике буровых работ в качестве промывочной жидкости используют полимерные материалы, представляющие собой вязкоупругие жидкости, обладающие как вязкой текучестью, так и свойством упругого восстановления своей формы. Известно, что модели вязкоупругих жидкостей получаются соединением между собой упругих и вязких элементов (моделей Гука и Ньютона). Для этих жидкостей были предложены две отличные друг от друга реологические модели, соответствующие двум различным подходам к определению совместного действия сил упругости и вязкости жидкостей [3—5]. В модели, предложенной Фойхтом, используется *параллельное* действие упругости и вязкости, при котором общее касательное напряжение представляется простой суммой напряжений — соответствующего упругой деформации и вызываемого вязким сопротивлением. *Последовательное* действие упругости и вязкости положено в основу реологической модели Максвелла, выражающей суммирование скоростей сдвига при упругой деформации и в вязком движении. Реологическая модель вязкоупругих жидкостей Максвелла имеет форму дифференциального уравнения относительно касательного напряжения:

$$\frac{\mu}{G}\frac{\partial \tau}{\partial t} + \tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t}, \tag{1}$$

где τ — касательное напряжение; G — модуль упругости; γ — сдвиг; μ — коэффициент вязкости. Величину μ/G, имеющую размерность времени, называют временем релаксации.

Необходимо отметить, что в процессе бурения скважин возникновение большинства осложнений зависит от противодавления, оказываемого столбом промывочной вязкоупругой жидкости на стенки скважины [2, 4]. В зависимости от значения гидродинамического давления в процессе бурения скважин могут проявляться такие осложнения, как поглощение и уход промывочной жидкости, гидравлический разрыв пласта, нарушение целостности ствола скважин и т. д. В связи с этим в процессе бурения скважины очень важное значение имеет определение гидравлической характеристики нестационарного потока промывочной вязкоупругой жидкости, т. е. перепада давления, на основании устьевой информации об изменении во времени расхода промывочной жидкости.

Постановка задачи

Пусть рассматривается нестационарный нисходящий поток промывочной несжимаемой вязкоупругой жидкости в бурящейся скважине. Предполагается, что в цилиндрической системе координат (r, φ, z) ось Oz направлена вниз по оси скважины и поток направлен вдоль оси скважины так, что из трех компонент скорости (u_r, u_φ, u_z) существенной является лишь одна u_z, а u_r и u_φ равны нулю. Тогда математическую модель нестационарного движения вязкоупругой жидкости в скважине можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\rho\frac{\partial u_z}{\partial t} + \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g, \quad 0 < r < R, \quad 0 < t \le T; \\ &\frac{\partial u_z}{\partial z} = 0; \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} = 0; \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

где u_z — компонента скорости течения вязкоупругой жидкости, направленная параллельно оси скважины; g — ускорение свободного падения; R — радиус скважины; τ — начальное напряжение; P — давление; ρ — плотность вязкоупругой жидкости, μ — коэффициент динамической вязкости. В качестве реологической модели вязкоупругой жидкости принимаем модель Максвелла (1), представленную в интегральной форме:

$$\tau = G\int_0^t \frac{\partial u_z}{\partial r} e^{-\frac{G}{\mu}(t-\xi)} d\xi. \tag{3}$$

Из второго уравнения системы (2) следует, что u_z представляет собой функцию только r и t, а из двух последних — независимость давления P от r и φ. А это означает, что $\dfrac{\partial P}{\partial z}$ является функцией только времени. Полагая

$$u(r,t) = u_z(r,t); \quad f(t) = -\frac{\partial P}{\partial z}$$

и учитывая соотношение (3), от системы (2) приходим к следующей форме уравнения нестационарного движения вязкоупругой жидкости в скважине:

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{G}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\int_0^t \frac{\partial u}{\partial r} e^{-\frac{G}{\mu}(t-\xi)} d\xi\right) + f(t) + \rho g, \quad 0 < r < R, \quad 0 < t \le T. \tag{4}$$

Пусть для уравнения (4) задаются начальное условие

$$u\left|_{t=0}\right. = 0 \tag{5}$$

и естественные граничные условия

$$\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=0} = 0; \quad u\left|_{r=R}\right. = 0. \tag{6}$$

Предположим, что закон изменения перепада давления $f(t)$ неизвестен и подлежит определению. При этом задается дополнительное условие на основании устьевой информации об изменении во времени расхода вязкоупругой жидкости:

$$q(t) = \int_0^R 2\pi r u\, dr, \tag{7}$$

где $q(t)$ — объемный расход вязкоупругой жидкости в скважине.

Таким образом, задача об определении перепада давления $f(t)$ сводится к решению уравнения (4) при выполнении условий (5)—(7).

Поставленную задачу можно отнести к классу обратных задач, связанных с восстановлением правых частей дифференциальных уравнений в частных производных [6]. Однако в данной задаче дополнительное условие (7) не является классическим локальным условием для уравнения (4). Следует отметить, что методы решения таких обратных задач по определению перепада давления в нестационарных потоках вязкоупругих жидкостей в настоящее время развиты недостаточно. В работах [7, 8] исследованы одномерные течения вязкоупругих жидкостей в плоском канале под действием заданного постоянного перепада давления.

Метод решения

Сначала введем замену

$$\int_0^t u e^{-\frac{G}{\mu}(t-\xi)} d\xi = V(r,t)$$

и уравнение (4) запишем в виде

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \frac{G}{\mu}\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{G}{\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{\rho}f(t) + g, \quad 0 < r < R, \quad 0 < t \leq T. \tag{8}$$

Для уравнения (8) будем иметь следующие начальные и граничные условия:

$$V\left|_{t=0}\right. = 0; \quad \left.\frac{\partial V}{\partial t}\right|_{t=0} = 0; \tag{9}$$

$$\left.\frac{\partial V}{\partial r}\right|_{r=0} = 0; \quad V\left|_{r=R}\right. = 0. \tag{10}$$

При этом дополнительное условие (7) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^R 2\pi r V dr + \frac{G}{\mu}\int_0^R 2\pi r V dr = q(t),$$

или

$$\int_0^R 2\pi r V dr = Q(t), \tag{11}$$

где $Q(t)=\int\limits_0^t q(\xi)\,e^{-\frac{G}{\mu}(t-\xi)}dt$.

Задачу (8)—(11) сведем к задаче с локальными условиями. Обе части уравнения (8) умножим на r и результат проинтегрируем на отрезке $[0,r]$ по переменной r. Выполняя интегрирование по частям и учитывая первое условие (10), получаем

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int\limits_0^r V\eta d\eta+\frac{G}{\mu}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_0^r V\eta d\eta=\frac{G}{\rho}r\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{r^2}{2\rho}f(t)+\frac{gr^2}{2}.$$

Обозначив

$$\int\limits_0^r V\eta d\eta=w(r,t);\quad \frac{G}{\mu}=\nu;\quad \frac{G}{\rho}=\lambda,$$

последнее интегральное соотношение запишем в виде

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\nu\frac{\partial w}{\partial t}=\lambda\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}-\frac{\lambda}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{r^2}{2\rho}f(t)+\frac{gr^2}{2},\quad 0<r<R,\quad 0<t\le T. \tag{12}$$

Учитывая (9)—(11), для уравнения (12) имеем начальные условия

$$w\left|_{t=0}\right.=0;\quad \left.\frac{\partial w}{\partial t}\right|_{t=0}=0 \tag{13}$$

и граничные условия

$$w\left|_{r=0}\right.=0; \tag{14}$$

$$\left.\frac{\partial w}{\partial r}\right|_{r=R}=0; \tag{15}$$

$$w\left|_{r=R}\right.=\frac{Q(t)}{2\pi}. \tag{16}$$

Построим разностный аналог дифференциальной задачи (12)—(16). С этой целью введем равномерную разностную сетку

$$\overline{\omega}=\{(t_j,r_i):\ r_i=i\Delta r,\ \ t_j=j\Delta t,\ \ i=0,1,2,\ldots,n,\ \ j=0,1,2,\ \ldots,m\}$$

в прямоугольной области $\{0\le r\le R,\ \ 0\le t\le T\}$ с шагами $\Delta r=R/n$ по переменной r и $\Delta t=T/m$ по времени t.

Уравнению (12) во внутренних узлах сетки $\overline{\omega}$ поставим в соответствие неявную разностную схему

$$\frac{w_i^{j+1}-2w_i^j+w_i^{j-1}}{\Delta t^2}+\nu\frac{w_i^{j+1}-w_i^j}{\Delta t}=\lambda\frac{w_{i+1}^{j+1}-2w_i^{j+1}+w_{i-1}^{j+1}}{\Delta r^2}-\frac{\lambda}{r_i}\frac{w_i^{j+1}-w_{i-1}^{j+1}}{\Delta r}+\frac{r_i^2}{2\rho}f^{j+1}+\frac{gr_i^2}{2},$$
$$i=1,2,3,\ldots,n-1,\quad j=1,2,3,\ldots,m-1,$$

где $w_i^j\approx w(r_i,t_j)$; $f^j\approx f(t_j)$. Аппроксимируя условия (13)—(16), будем иметь

$$w_i^0=0,\quad \frac{w_i^1-w_i^0}{\Delta t}=0,\quad i=\overline{0,n};$$
$$w_0^{j+1}=0,\quad \frac{w_n^{j+1}-w_{n-1}^{j+1}}{\Delta r}=0,\quad w_n^{j+1}=\frac{Q^{j+1}}{2\pi},\quad j=\overline{0,m-1},$$

где $Q^j=Q(t_j)$.

Полученную систему разностных уравнений преобразуем к виду

$$a_i w_{i-1}^{j+1} - c_i w_i^{j+1} + b_i w_{i+1}^{j+1} = -\left[(2+\nu\Delta t)\, w_i^j - w_i^{j-1} + 0{,}5\Delta t^2 r_i^2 g + 0{,}5\Delta t^2 r_i^2 \rho^{-1} f^{j+1}\right], \tag{17}$$
$$i = \overline{1, n-1}, \quad j = \overline{1, m-1};$$

$$w_i^0 = 0, \quad w_i^1 = w_i^0, \quad i = \overline{0, n}; \tag{18}$$

$$w_0^{j+1} = 0, \quad j = \overline{0, m-1}; \tag{19}$$

$$w_n^{j+1} = w_{n-1}^{j+1}, \quad j = \overline{0, m-1}; \tag{20}$$

$$w_n^{j+1} = \frac{Q^{j+1}}{2\pi}, \quad j = \overline{0, m-1}, \tag{21}$$

где $a_i = \dfrac{\lambda\Delta t^2}{r_i \Delta r} + \dfrac{\lambda\Delta t^2}{\Delta r^2}$; $b_i = \dfrac{\lambda\Delta t^2}{\Delta r^2}$; $c_i = a_i + b_i + \nu\Delta t$.

Разностная задача (17)—(21) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, в которой в качестве неизвестных выступают приближенные значения искомых функций $w(x,t)$ и $f(t)$ во внутренних узлах разностной сетки, т. е. w_i^{j+1}, f^{j+1}, $i = \overline{1, n-1}$, $j = \overline{1, m-1}$.

Предположим, что решение системы (17)—(21) при каждом фиксированном значении j ($j = \overline{1, m-1}$) представляется в виде

$$w_{i+1}^{j+1} = \alpha_{i+1} w_i^{j+1} + \beta_{i+1}, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n-1, \tag{22}$$

где α_{i+1}, β_{i+1} — пока неизвестные коэффициенты. Подставив аналогичные выражения для w_i^{j+1}, w_{i-1}^{j+1} в уравнение (17), получим следующие нелинейные уравнения для определения коэффициентов α_i, β_i:

$$\alpha_i = \frac{a_i}{c_i - b_i \alpha_{i+1}}; \tag{23}$$
$$\beta_i = \frac{b_i \beta_{i+1} + (2+\nu\Delta t)\, w_i^j - w_i^{j-1} + 0{,}5\Delta t^2 r_i^2 g + 0{,}5\Delta t^2 r_i^2 \rho^{-1} f^{j+1}}{c_i - b_i \alpha_{i+1}};$$
$$i = n-1, n-2, \ldots, 1.$$

Для решения этих уравнений необходимо задавать начальные значения коэффициентов α_i, β_i. Эти начальные значения находим из требования эквивалентности представления (22) при $i = n-1$, т. е. $w_n^{j+1} = \alpha_n w_{n-1}^{j+1} + \beta_n$, уравнению (20). Получаем

$$\alpha_n = 1; \quad \beta_n = 0.$$

Таким образом, все значения коэффициентов α_i ($i = n-1, n-2, \ldots, 1$) можно определить по формуле (23).

Нелинейное уравнение для β_i преобразуем к виду

$$\beta_i = \frac{b_i}{c_i - b_i \alpha_{i+1}} \beta_{i+1} + \frac{(2+\nu\Delta t)\, w_i^j - w_i^{j-1} + 0{,}5\Delta t^2 r_i^2 g}{c_i - b_i \alpha_{i+1}} + \frac{0{,}5\Delta t^2 r_i^2}{\rho\,(c_i - b_i \alpha_{i+1})} f^{j+1},$$

или

$$\beta_i = s_i \beta_{i+1} + y_i + d_i f^{j+1}, \quad i = n-1, n-2, \ldots, 1, \tag{24}$$

где $s_i = \dfrac{b_i}{c_i - b_i \alpha_{i+1}}$; $y_i = \dfrac{(2+\nu\Delta t)\, w_i^j - w_i^{j-1} + 0{,}5\Delta t^2 r_i^2 g}{c_i - b_i \alpha_{i+1}}$; $d_i = \dfrac{0{,}5\Delta t^2 r_i^2}{\rho\,(c_i - b_i \alpha_{i+1})}$.

С целью разделения переменных в уравнении (24) представим его в виде

$$\beta_i = \widetilde{\beta}_i + \widetilde{d}_i f^{j+1}, \quad i = n-1, n-2, \ldots, 1, \tag{25}$$

где $\widetilde{\beta}_i$, $\widetilde{d}_i$ — неизвестные переменные. Подставив выражение (25) для β_i и аналогичное выражение для β_{i+1} в уравнение (24), получим следующие разностные задачи для вспомогательных переменных $\widetilde{\beta}_i$, $\widetilde{d}_i$:

$$\begin{aligned} \widetilde{\beta}_i &= s_i\widetilde{\beta}_{i+1} + y_i, \quad i = n-1, n-2, \ldots, 1; \quad \widetilde{\beta}_n = \beta_n; \\ \widetilde{d}_i &= s_i\widetilde{d}_{i+1} + d_i, \quad i = n-1, n-2, \ldots, 1; \quad \widetilde{d}_n = 0. \end{aligned}$$

Теперь найдем зависимость между w_0^{j+1} и w_n^{j+1} в явном виде. Для этой цели используем подход, предложенный в [9]. Соотношение (22) запишем при $i = n-1$:

$$w_n^{j+1} = \alpha_n w_{n-1}^{j+1} + \beta_n.$$

Подставив сюда выражение для w_{n-1}^{j+1}, т. е. $w_{n-1}^{j+1} = \alpha_{n-1}w_{n-2}^{j+1} + \beta_{n-1}$, будем иметь

$$w_n^{j+1} = \alpha_n\alpha_{n-1}w_{n-2}^{j+1} + \alpha_n\beta_{n-1} + \beta_n.$$

Далее, подставив в последнее уравнение выражения для $w_{n-2}^{j+1}, w_{n-3}^{j+1}, \ldots, w_1^{j+1}$, получим следующее уравнение, связывающее w_n^{j+1} и w_0^{j+1}:

$$w_n^{j+1} = w_0^{j+1}\prod_{i=1}^{n}\alpha_i + \sum_{i=1}^{n-1}\beta_i\prod_{k=i+1}^{n}\alpha_k + \beta_n.$$

Последнее уравнение с учетом рекуррентного соотношения (25) запишется в виде

$$w_n^{j+1} = w_0^{j+1}\prod_{i=1}^{n}\alpha_i + \sum_{i=1}^{n-1}\widetilde{\beta}_i\prod_{k=i+1}^{n}\alpha_k + f^{j+1}\sum_{i=1}^{n-1}\widetilde{d}_i\prod_{k=i+1}^{n}\alpha_k + \beta_n.$$

Учитывая (19) и (21), из полученного уравнения можно найти приближенное значение искомой функции $f(t)$ при $t = t_{j+1}$:

$$f^{j+1} = \frac{\dfrac{Q^{j+1}}{2\pi} - \sum\limits_{i=1}^{n-1}\widetilde{\beta}_i\prod\limits_{k=i+1}^{n}\alpha_k - \beta_n}{\sum\limits_{i=1}^{n-1}\widetilde{d}_i\prod\limits_{k=i+1}^{n}\alpha_k}.$$

Определив f^{j+1}, можно определить значения коэффициентов β_i $(i = \overline{1, n-1})$ по формуле (25), а затем последовательно найти $w_1^{j+1}, w_2^{j+1}, \ldots, w_{n-1}^{j+1}$ по рекуррентной формуле (22). При переходе на следующий временной слой описанная процедура вычислений снова повторяется.

Таким образом, предложенный численный метод позволяет на каждом временном слое определить перепад давления в нестационарном потоке промывочной вязкоупругой жидкости в бурящейся скважине.

Результаты расчетов

Для выяснения эффективности практического применения предложенного численного метода был проведен вычислительный эксперимент для модельных задач. Схема численного эксперимента заключалась в следующем. Для заданной функции $f(t)$ решалась прямая задача (12)—(15). Найденная зависимость $Q(t) = 2\pi w(R,t)$ принималась в качестве точных данных для численного решения обратной задачи по восстановлению $f(t)$.

Первая серия расчетов выполнялась с использованием этих невозмущенных данных. Вторая серия расчетов проводились при наложении на $Q(t)$ некоторой функции, моделирующей погрешность экспериментальных данных:

$$\widetilde{Q}(t) = Q(t) + \delta\sigma(t),$$

где $\sigma(t)$ — случайный процесс, моделируемый с помощью датчика случайных чисел; δ — уровень погрешности.

Результаты численного эксперимента, проведенного для случая $G = 2$ МПа; $\rho = 1\,500$ кг/м^3; $R = 0{,}1$ м; $f(t) = 0{,}1\,|\sin 5t|$ МПа/м с использованием невозмущенных и возмущенных входных данных, представлены в таблице, где t — время; f^t — точные значения функции $f(t)$; $\overline{f}, \widetilde{f}$ — вычисленные значения $f(t)$ при невозмущенных и возмущенных данных соответствено. Для возмущения входных данных использовалась погрешность уровня $\delta = 0{,}5 \cdot 10^{-8}$ м^3/с. Расчеты выполнялись на пространственно-временной разностной сетке с шагом по пространству $\Delta r = 0{,}002$ м и с временными шагами $\Delta t = 0{,}5$ с и $\Delta t = 2$ с.

Как показывают результаты численного эксперимента, при использовании невозмущенных входных данных искомая функция $f(t)$ восстанавливается точно при всех расчетных сетках по времени (см. третий и четвертый столбцы таблицы). При использовании возмущенных входных данных, в которых погрешность имеет флуктуационный характер, проявляется слабая чувствительность восстановления функции $f(t)$ к погрешности во входных данных. При уменьшении уровня погрешности решение восстанавливается более точно.

Анализ результатов вычислительного эксперимента свидетельствует, что в предложенном алгоритме обеспечивается устойчивость решения к погрешностям входных данных.

Результаты расчетов

t, с	f^t, МПа/м	$\overline{f}$, МПа/м		$\widetilde{f}$, МПа/м
		$\Delta t = 0{,}5$ с	$\Delta t = 2$ с	($\Delta t = 2$ с)
2	0,109	0,109	0,109	0,109
4	0,183	0,183	0,183	0,183
6	0,198	0,198	0,198	0,213
8	0,149	0,149	0,149	0,133
10	0,052	0,052	0,052	0,054
12	0,061	0,061	0,061	0,072
14	0,155	0,155	0,155	0,146
16	0,199	0,199	0,199	0,195
18	0,179	0,179	0,179	0,184
20	0,101	0,101	0,101	0,103
22	0,009	0,009	0,009	0,001
24	0,116	0,116	0,116	0,126
26	0,186	0,186	0,186	0,176
28	0,196	0,196	0,196	0,216
30	0,143	0,143	0,143	0,123
32	0,044	0,044	0,044	0,050
34	0,069	0,069	0,069	0,086
36	0,160	0,160	0,160	0,146
38	0,200	0,200	0,200	0,210
40	0,175	0,175	0,175	0,163
42	0,094	0,094	0,094	0,103
44	0,018	0,018	0,018	0,022
46	0,128	0,128	0,128	0,120
48	0,189	0,189	0,189	0,179
50	0,194	0,194	0,194	0,190

Заключение

Рассмотрена задача определения перепада давления в нестационарном потоке промывочной вязкоупругой жидкости в бурящейся скважине на основании устьевой информации об изменении во времени расхода промывочной жидкости. Вычислительный алгоритм для решения данной задачи базируется на использовании неявной разностной схемы для обратной краевой задачи (12)—(16). При этом эффект регуляризации обеспечивается за счет выбора разностной сетки. В отличие от метода глобальной регуляризации, где решение обратной задачи определяется на все моменты времени одновременно, в предложенном подходе учитывается специфика обратной задачи и решение определяется последовательно на отдельные моменты времени. Этот подход может быть применен для восстановления источника для широкого класса нестационарных неоднородных уравнений.

Список литературы

1. *Мирзаджанзаде А. Х, Ентов В. М.* Гидродинамика в бурении. М.: Недра, 1985.
2. *Дмитриев А. Ю.* Основы технологии бурения скважин. Томск: Изд-во ТПУ, 2008.
3. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.
4. *Мирзаджанзаде А. Х. , Караев А. К., Ширинзаде С. А.* Гидравлика в бурении и цементировании нефтяных и газовых скважин. М.: Недра, 1977.
5. *Леонов Е. Г., Исаев В. И.* Гидроаэромеханика в бурении. М.: Недра, 1987.
6. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2009.
7. *Аристов С. Н., Скульский О. И.* Точное решение задачи течения раствора полимера в плоском канале // Инженерно-физический журнал. 2003. Т. 76, № 3. С. 88—95.
8. *Кузнецова Ю. Л., Скульский О. И., Пышнограй Г. В.* Течение нелинейной упруговязкой жидкости в плоском канале под действием заданного градиента давления // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3, № 2. С. 55—69.
9. *Гамзаев Х. М.* Численный метод решения обратной задачи упруговодонапорного режима разработки пласта // Там же. 2012. Т. 5, № 4. С. 392—396.

Статья поступила в редакцию 11.11.15.

A NUMERICAL METHOD OF DEFINITION OF THE HYDRAULIC CHARACTERISTIC OF A NON-STATIONARY STREAM OF VISCOELASTIC LIQUID IN A WELL / Gamzaev Kh. M. (Azerbaijani State University of Oil and Industry, Baku, Azerbaijan).

The non-stationary movement of flushing viscoelastic liquid in the drilled well is considered. For the description of this process the mathematical model constructed on the basis of rheological model of viscoelastic liquid of Maxwell is offered. Within this model the task of definition of the hydraulic characteristic of a stream of flushing liquid is set. This problem is reduced to the inverse problem associated with the restoration according to the right part of the hyperbolic equation from time to time. Built difference analogue of the inverse problem and proposed a computational algorithm for solving the resulting system of difference equations.

Keywords: viscoelastic liquid, flushing wells, hydraulic characteristic, inverse problem.