

УДК 533.9

## БЫСТРОЕ ЗАЖИГАНИЕ ПРОТОННЫМ ПУЧКОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ DT-МИШЕНИ, ОКРУЖЕННОЙ НЕПОДВИЖНОЙ ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННОЙ ОБОЛОЧКОЙ

К. В. Хищенко, А. А. Чарахчьян  
(ОИВТ РАН, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, г. Москва)

Рассматривается двумерная осесимметричная задача о быстром зажигании предварительно сжатой цилиндрической мишени с DT-смесью, окруженной неподвижной теплоизолированной оболочкой. Мишень зажигается с торца пучком протонов, интенсивность которого не зависит от радиальной координаты. Отличие от одномерной задачи заключается в том, что  $\alpha$ -частицы термоядерной реакции и собственное излучение плазмы свободно выходят из горючего через боковую границу с оболочкой. Показано, что пороговая энергия зажигания для плотности смеси 22 и 110 г/см<sup>3</sup> примерно в 10 раз меньше, чем в случае известной задачи без оболочки и с радиусом пучка много меньше радиуса мишени. По сравнению с рассматриваемой задачей развитая ранее квазиодномерная модель примерно в 4 раза занижает пороговую по радиусу мишени энергию зажигания при заданной интенсивности пучка.

*Ключевые слова:* цилиндрическая мишень для инерциального термоядерного синтеза, быстрое зажигание, энергия зажигания.

### Введение

Концепция быстрого зажигания мишеней для инерциального термоядерного синтеза [1] предполагает использование двух драйверов. Первый драйвер сжимает горючее до требуемой плотности, а второй зажигает горючее, быстро повышая его температуру. Одним из рассматриваемых в литературе вариантов второго драйвера является пучок протонов, генерируемый поглощением лазерного излучения в окрестности точки с критической плотностью [2, 3].

В случае сферических мишеней, если исключить из рассмотрения использование в качестве зажигающего драйвера сходящейся ударной волны [4, 5], такой подход предполагает возможность быстрого создания узких каналов для подвода энергии зажигающего драйвера к плотному внутреннему ядру мишени. Имея в виду возможность подобного варианта поджига, в ряде работ рассматривалась осесимметричная задача определения пороговой энергии зажигания  $E_{ig}$  плоской мишени DT-горючего с заданной плотностью  $\rho_0$  с помощью протонного пучка, радиус которого много меньше радиуса облучаемой поверхности мишени. Из этих работ за основу для сопоставления результатов моделирования возьмем [6], где рассмотрен действующий в течение заданного времени пучок неких частиц, имеющий постоянную интенсивность в круге заданного радиуса. Частицы характеризуются глубиной проникновения  $l$ , определяемой равенством  $l\rho_0 = 0,6$  г/см<sup>2</sup>, которая была названа оптимальной для зажигания в модели [6]. Результаты расчетов [6] обобщены формулой

$$E_{ig} = E_* \left( \frac{\rho_0}{\rho_*} \right)^{-1,85} \quad (1)$$

в интервале  $50 \leq \rho_0 \leq 3000$  г/см<sup>3</sup>, где  $E_* = 140$  кДж;  $\rho_* = 100$  г/см<sup>3</sup>.

В настоящей работе пучок полагается состоящим из протонов энергией 1 МэВ с близкой [6] глубиной проникновения  $l\rho_0 \approx 0,5 \text{ г/см}^2$ . Возможность уменьшить энергию зажигания мишени, изменив энергию протона, здесь не обсуждается.

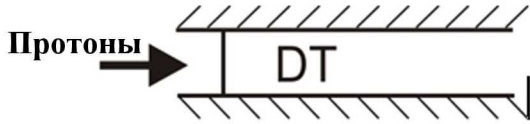


Рис. 1. Схема мишени

Предполагается также, что на время действия протонного пучка можно создать конфигурацию, показанную на рис. 1 или близкую к ней, с цилиндром сжатого до нужной плотности горючего и отверстием для ввода пучка.

Естественно ожидать, что оболочка с плотностью  $\rho_{sh} > \rho_0$  будет уменьшать боковой разлет горючего и тем самым уменьшать пороговую энергию зажигания по сравнению с формулой (1), полученной на основе задачи, в которой роль оболочки играет горючее с плотностью  $\rho_0$ . Если предположить сильную замагниченность оболочки, то можно ожидать значительного уменьшения теплового потока между оболочкой и горючим [7], что также уменьшает пороговую энергию зажигания. В настоящей работе рассматривается задача для неподвижной теплоизолированной оболочки. Неподвижность оболочки соответствует предельному переходу  $\rho_{sh} \rightarrow \infty$ . Теплоизолированность соответствует бесконечно большому магнитному полю, заставляющему заряженные частицы горючего двигаться вдоль границы с оболочкой. Отличие от одномерной задачи связано с  $\alpha$ -частицами термоядерной реакции и собственным излучением плазмы, которые не отражаются от боковой границы, а свободно выходят из горючего. Такая задача дает нижнюю оценку пороговой энергии зажигания, а формулу (1) можно рассматривать в качестве верхней оценки.

В работе [11] авторами была предложена квазиодномерная модель быстрого зажигания, которая позволяет оценивать пороговую энергию зажигания, используя результаты расчета одномерной задачи. Эта модель основана на введении дополнительного параметра  $R_\alpha$  — радиуса цилиндра, ограничивающего прямолинейные траектории образующихся в DT-реакции  $\alpha$ -частиц. Если в решении одномерной задачи с заданной временной зависимостью интенсивности пучка  $I(t)$  возникает волна термоядерного горения, то энергия зажигания полагается равной  $E_{ig} = \pi R_\alpha^2 \int I(t) dt$ , где интеграл берется по времени действия пучка.

В настоящей работе решение указанной выше двумерной осесимметричной задачи с оболочкой сопоставлено с результатами, полученными по квазиодномерной модели [11].

### Постановка задачи и численный метод

В цилиндрических координатах  $(r, z)$  область течения ограничена боковой поверхностью цилиндра:  $r \leq R$ . В начальный момент времени  $t = 0$  часть цилиндра  $z \geq 0$  заполнена неподвижным горючим (смесью равных количеств дейтерия и трития) с плотностью  $\rho_0$ . Граница  $z = 0$  является свободной с давлением  $p_a = 1$  бар. Начальное давление смеси  $p_0$  определяется изоэнтропой, проходящей через точку  $(\rho_s, p_a)$ , где  $\rho_s \approx 0,22 \text{ г/см}^3$  — плотность горючего в твердом состоянии при давлении  $p_a$  и температуре 4 К.

DT-смесь полагается полностью ионизованной плазмой. Используется стандартная для задач инерциального термоядерного синтеза система уравнений одножидкостной двухтемпературной гидродинамики с учетом электронной и ионной теплопроводности, собственного излучения плазмы и ее нагрева пучком протонов и  $\alpha$ -частицами:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \operatorname{div} \mathbf{u}; \quad \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p;$$

$$\rho \frac{d\varepsilon_e}{dt} = -p_e \operatorname{div} \mathbf{u} - \operatorname{div} q_e + Q_{ei} + D_e + W_e + R; \quad (2)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon_i}{dt} = -p_i \operatorname{div} \mathbf{u} - \operatorname{div} q_i - Q_{ei} + D_i + W_i, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность;  $\mathbf{u}$  — вектор массовой скорости;  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla$  — лагранжева производная по времени;  $p_e$  и  $p_i$  — давление электронов и ионов,  $p = p_e + p_i$ ;  $\varepsilon_e$  и  $\varepsilon_i$  — удельная внутренняя энергия электронов и ионов;  $q_e = -\varkappa_e \nabla T_e$  и  $q_i = -\varkappa_i \nabla T_i$  — тепловые потоки электронов и ионов;  $T_e$  и  $T_i$  — температура электронов и ионов;  $\varkappa_e$  и  $\varkappa_i$  — коэффициенты электронной [12] и ионной [13] теплопроводности. Слагаемое  $Q_{ei} = 3n_i k_B (T_i - T_e) / (2\tau_T)$  в уравнениях (2) и (3) определяет обмен энергией между электронами и ионами ( $n_i = \rho (Am_u)^{-1}$  — концентрация ионов;  $m_u$  — атомная единица массы;  $A = 2,5$  — относительная атомная масса смеси;  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $\tau_T$  — время релаксации температур [12]). Остальные слагаемые в (2) и (3) определяют нагрев электронов и ионов пучком протонов ( $D_e$  и  $D_i$ ) и  $\alpha$ -частицами ( $W_e$  и  $W_i$ ), а также обмен энергией между электронами и собственным излучением плазмы ( $R$ ).

Уравнения состояния для электронов  $p_e(\rho, T_e)$ ,  $\varepsilon_e(\rho, T_e)$  и ионов  $p_i(\rho, T_i)$ ,  $\varepsilon_i(\rho, T_i)$  приведены в [14]. Для их построения используется уравнение состояния водорода, основанное на полуэмпирической модели [15].

На границе  $r = R$  задается условие  $q_e = q_i = u_r = 0$ , где  $u_r$  — радиальная компонента вектора скорости.

Учитывается только первичная реакция синтеза ядер дейтерия и трития, в результате которой возникают  $\alpha$ -частица с энергией 3,5 МэВ и нейтрон. Нейтрон полагается вылетающим из горючего без взаимодействия с ним. Количество актов реакции синтеза в единице объема за единицу времени определяется формулой (см. [16])  $F = n_D n_T \langle \sigma v \rangle_{DT}$ , где  $n_D$  и  $n_T$  — концентрации ядер дейтерия и трития,  $\langle \sigma v \rangle_{DT}$  — зависящая от  $T_i$  скорость реакции.

Перенос  $\alpha$ -частиц описывается стационарным кинетическим уравнением в приближении Фоккера—Планка [17] относительно функции распределения  $f(\mathbf{r}, v, \mathbf{\Omega})$ , которая определяет  $f(\mathbf{r}, v, \mathbf{\Omega}) dv d\mathbf{\Omega}$  как число частиц в единице объема вблизи точки  $\mathbf{r}$ , имеющих модуль скорости в интервале  $dv$  вблизи  $v$  и направление в интервале телесного угла  $d\mathbf{\Omega}$  вблизи единичного вектора  $\mathbf{\Omega}$ . Помимо функции  $F$ , задаются скорости торможения (отрицательные ускорения) частицы при взаимодействии с электронами  $a_e(T_e, \rho, v)$  [18] и ионами  $a_i(T_i, T_e, \rho, v)$  [19] (где параметром является заряд частицы), а также скорость термализации частицы  $v^{th}(T_i)$  (где параметром является масса частицы). Для краткости записи заменим зависимость от термодинамических функций на зависимость от  $\mathbf{r}$ , полагая функции  $a_e(\mathbf{r}, v)$ ,  $a_i(\mathbf{r}, v)$ ,  $F(\mathbf{r})$ ,  $v^{th}(\mathbf{r})$  заданными.

Пусть все рождающиеся частицы имеют одинаковый модуль скорости  $v_0$  и однородное распределение по телесному углу. Тогда в отсутствие диффузии функции распределения в скоростном пространстве неоднородное кинетическое уравнение сводится к следующей задаче Коши для однородного уравнения [17, 20]:

$$v(\mathbf{\Omega}\nabla) f + \frac{\partial a f}{\partial v} = 0, \quad f(\mathbf{r}, v_0, \mathbf{\Omega}) = -\frac{F(\mathbf{r})}{4\pi a(\mathbf{r}, v_0)}, \quad a = a_e + a_i; \quad (4)$$

$$v_m(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \max(v^{th}(\mathbf{r}), v_b(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})) \leq v \leq v_0,$$

где  $v_b(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$  зависит от близости точки  $\mathbf{r}$  к границе области вдоль луча с направлением  $-\mathbf{\Omega}$  и учитывает отсутствие рождения частиц вне области (см. [20]). Если точка  $\mathbf{r}$  стремится к точке на границе области, то  $v_b(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) \rightarrow v_0$  для всех  $\mathbf{\Omega}$ , направленных внутрь области. Слагаемые  $W_e(\mathbf{r})$  и  $W_i(\mathbf{r})$  в правых частях уравнений (2) и (3) имеют вид

$$\begin{aligned}
 W_e(\mathbf{r}) &= -m_\alpha \int_{4\pi} \int_{v_m(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})}^{v_0} f(\mathbf{r}, v, \mathbf{\Omega}) a_e(\mathbf{r}, v) v dv d\mathbf{\Omega}; \\
 W_i(\mathbf{r}) &= -m_\alpha \int_{4\pi} \int_{v_m(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})}^{v_0} f(\mathbf{r}, v, \mathbf{\Omega}) a_i(\mathbf{r}, v) v dv d\mathbf{\Omega},
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где  $m_\alpha$  — масса частицы.

Траектории нагреваемых мишень протонов полагаются прямыми линиями  $r = \text{const}$ , вдоль которых протоны тормозятся от начальной скорости  $v_{0p}$  до скорости термализации  $v^{th}$  в соответствии с уравнением

$$v \frac{dv}{dz} = a_e + a_i. \tag{6}$$

Функции  $a_e$ ,  $a_i$  и  $v^{th}$  те же, что и в случае переноса  $\alpha$ -частиц, но с другими значениями заряда и массы частицы.

Интенсивность падающего пучка протонов  $J_b(t)$  не зависит от  $r$  и определяется двумя параметрами: временем действия пучка  $\Delta t_p$  и максимальной интенсивностью  $J_0$ , которая достигается за время  $\Delta t_p^0 = 0,02 \Delta t_p$  после начала действия пучка:

$$J_b(t) = \begin{cases} \frac{J_0 t}{\Delta t_p^0}, & t \leq \Delta t_p^0; \\ J_0, & \Delta t_p^0 < t \leq \Delta t_p; \\ 0, & t > \Delta t_p. \end{cases}
 \tag{7}$$

Интенсивность моноэнергетического пучка протонов внутри мишени определяется скоростью протонов  $v$  по формуле  $J = n_p v m_p v^2 / 2$ , где  $n_p$  — концентрация протонов, которая предполагается постоянной вплоть до их термализации;  $m_p$  — масса протона. Значение  $n_p$  определяется заданной начальной скоростью протонов  $v_{0p}$  и интенсивностью пучка на входе в мишень  $J_b(t)$ . Слагаемые  $D_e$  и  $D_i$  в правых частях уравнений (2) и (3) имеют вид

$$D_e = -\frac{a_e}{a_e + a_i} \frac{\partial J}{\partial z}; \quad D_i = -\frac{a_i}{a_e + a_i} \frac{\partial J}{\partial z}. \tag{8}$$

Собственное излучение плазмы описывается диффузионным по телесному углу и многогрупповым по частоте  $\nu$  приближением стационарного уравнения переноса относительно интенсивности излучения  $I(\nu, \mathbf{\Omega}, \mathbf{r})$ . Уравнения диффузионного приближения имеют вид

$$\text{div } \mathbf{q}_\nu = \kappa(B(\nu, T_e) - u_\nu), \quad \mathbf{q}_\nu = -\frac{1}{3\kappa} \nabla u_\nu, \tag{9}$$

где  $u_\nu = \int I d\mathbf{\Omega}$ ;  $\mathbf{q}_\nu = \int I \mathbf{\Omega} d\mathbf{\Omega}$ ;  $B(\nu, T_e)$  — функция Планка;  $\kappa = \kappa(\nu, T_e, \rho)$  — коэффициент тормозного поглощения с учетом индуцированного излучения [21].

Граничное условие отсутствия внешнего излучения имеет вид  $u_\nu = \gamma(\mathbf{q}_\nu \cdot \mathbf{n})$ , где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор внешней нормали к границе, а постоянная  $\gamma$  может принимать разные значения для разных способов получения этого условия. Здесь используется условие Маршака [22] для первого приближения метода сферических гармоник:  $\gamma = 1,5$ .

Многогрупповое приближение строится делением интервала  $0 < \nu < \infty$  на  $N$  групп  $\nu_{l-1} < \nu < \nu_l$ ,  $l = 1, \dots, N$ ,  $\nu_0 = 0$ ,  $\nu_N = \infty$ . В каждой группе уравнения (9) интегрируются по соответствующему интервалу с использованием приближенных равенств

$$\begin{aligned}
 \int \kappa u_\nu d\nu &\approx \kappa_l^P u_l, \quad \int \frac{1}{\kappa} \nabla u_\nu d\nu \approx \frac{1}{\kappa_l^R} \nabla u_l, \\
 u_l &= \int u_\nu d\nu, \quad \kappa_l^P = \frac{K_l}{\int B d\nu}, \quad K_l = \int \kappa B d\nu, \quad \kappa_l^R = \frac{\int \left( \frac{\partial B}{\partial T_e} \right) d\nu}{\int \kappa^{-1} \left( \frac{\partial B}{\partial T_e} \right) d\nu}.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

В результате получаем уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{q}_l = K_l - \kappa_l^P u_l; \quad \int \mathbf{q}_l d\nu = \mathbf{q}_l = -\frac{1}{3\kappa_l^R} \nabla u_l. \quad (11)$$

Коэффициенты  $\kappa_l^P$  и  $\kappa_l^R$  являются аналогами одногрупповых планковского и росселандова коэффициентов.

Любой интеграл из (10), определяющий коэффициенты уравнений (11), представим в виде произведения некоторой функции  $\varphi_1(T_e, \rho)$  на интеграл по переменной  $x = \frac{h\nu}{k_B T_e}$  ( $h$  — постоянная Планка) от некоторой функции  $\varphi_2(x)$ . Это позволяет вычислять коэффициенты уравнений (11) с помощью табулированных заранее функций одного аргумента, не зависящих от разбиения частотного интервала на группы.

По аналогии с работой [23] учитывается охлаждение электронов за счет обратного комптоновского эффекта на основе известной приближенной формулы [21, 24]. Соответствующее слагаемое в правой части уравнения (2):

$$R = -\operatorname{div} \mathbf{Q} - \frac{4\sigma_T n_e U}{m_e c^2} k_B (T_e - T_r), \quad \mathbf{Q} = \sum_{l=1}^N \mathbf{q}_l, \quad U = \sum_{l=1}^N u_l,$$

где  $\sigma_T$  — томсоновское сечение рассеяния фотона на свободном электроне;  $n_e$  — концентрация электронов;  $m_e$  — масса электрона;  $c$  — скорость света;  $T_r$  — температура фотонов, которая определяется равенством

$$\int_0^\infty B(\nu, T_r) d\nu = U.$$

В основу компьютерного кода положен код для двумерных осесимметричных задач на подвижных структурированных сетках, развитый ранее применительно к более низкотемпературной плазме и конденсированным средам (см. [25–27]).

Для расчета нагрева плазмы  $\alpha$ -частицами (4), (5) использовался обратный трековый метод [20]. В отличие от обычного прямого метода выпускаемые из центра ячейки сетки лучи используются для расчета влетающих в ячейку, а не вылетающих из нее частиц.

Расчет торможения частиц (6) ведется на некоторой системе лучей  $r = \text{const}$  с использованием интерполяции функций  $a_e$  и  $a_i$  из центров ячеек сетки. Получаемые значения интенсивности  $J$  интерполируются на точки сетки, определяемые  $r$ -координатами центров ячеек, что позволяет приближенно вычислять в центрах ячеек производную  $\frac{\partial J}{\partial z}$ , входящую в формулы (8).

Алгебраические уравнения, аппроксимирующие уравнения диффузии (11), решаются прямым методом разложения ленточной матрицы на треугольные множители [28].

Вычисления выполнялись в области  $z \leq H$ ,  $H\rho_0 \approx 1,2 \text{ г/см}^2$ . Использовалась подвижная структурированная сетка с явным выделением свободной границы в виде линии сетки. Число интервалов вдоль оси симметрии и боковой границы  $N_z$  менялось от 120 до 240. Расстановка узлов удовлетворяла условию  $(z_{i+1} - z_i) \rho_i = \text{const}$ , где  $\rho_i$  — плотность в ячейке, примыкающей к интервалу  $z_i < z < z_{i+1}$ , что примерно соответствует одномерной лагранжевой сетке. Сетка при  $t = 0$  — равномерная с шагом  $h = z_{i+1} - z_i = H/N_z$ . При  $N_z = 240$  шаг  $h$  в два раза больше, чем в расчетах одномерной задачи [11]. По другому направлению число интервалов было  $N_r = 20$  с равномерной расстановкой узлов вдоль граничных линий сетки. Грубость сетки вдоль этого направления объясняется близостью рассматриваемого течения к одномерному. Контрольные расчеты выполнялись на сетке с  $N_r = 40$ . Число лучей трекового метода  $N_{tr}$ , выпускаемых из каждой ячейки сетки, менялось от 16 до 32. Число групп  $N$  при расчете собственного излучения менялось от 5 до 9, значения  $\nu_1$  и  $\nu_{N-1}$  выбирались на основании анализа спектральной зависимости излучения в одномерной задаче [11]. Приводимые ниже результаты получены при  $N_z = 240$ ,  $N_r = 20$ ,  $N_{tr} = 32$ ,  $N = 5$ .

### Результаты расчетов

В работе [11] в рамках квазиодномерной модели детально исследован случай  $\rho_0 = 100\rho_s \approx 22 \text{ г/см}^3$ . Для параметров пучка протонов  $\Delta t_p = 50 \text{ пс}$ ,  $J_0 = J_{00} = 10^{19} \text{ Вт/см}^2$  мишень нагревается почти изохорически и уверенно загорается, начиная со значения параметра  $R_\alpha \approx 0,1 \text{ мм}$ .

Результаты настоящей работы показывают, что при указанных выше параметрах и  $R = R_\alpha$  цилиндрическая мишень не загорается. Последовательное увеличение  $R$  с шагом  $0,01 \text{ мм}$  дает зажигание мишени, начиная с  $R = 0,2 \text{ мм}$ . На рис. 2 для задачи с  $R = 0,2 \text{ мм}$  приведены профили отнесенного к  $\rho_0$  давления по координате  $\rho_0 z$  в четыре момента времени, начиная с момента прекращения действия пучка  $\Delta t_p$ , вдоль оси симметрии ( $r = 0$ ) и боковой границы ( $r = R$ ) в сравнении с соответствующими профилями для квазиодномерной модели с  $R_\alpha = 0,1 \text{ мм}$ .

Видно, что в каждый момент времени все три профиля близки между собой. Отсюда можно сделать два вывода. Во-первых, решение рассматриваемой осесимметричной задачи слабо зависит от  $r$  и, таким образом, близко к некоторому одномерному течению. Во-вторых, по сравнению с двумерной задачей квазиодномерная модель занижает радиус цилиндра, при котором происходит зажигание, примерно в 2 раза, что дает занижение пороговой энергии зажигания при заданных значениях  $\rho_0$ ,  $J_0$  и  $\Delta t_p$  примерно в 4 раза.

Для сравнения пороговой энергии зажигания рассматриваемой цилиндрической мишени с формулой (1) необходимо оценить минимум энергии зажигания не только по радиусу мишени, но и по параметрам пучка протонов. Расчеты с заданным значением  $R = R_\alpha = 0,1 \text{ мм}$  и с увеличивающейся интенсивностью пучка  $J_0$  показали, что мишень загорается, начиная со значения  $J_0 = 1,5J_{00}$ . При таких параметрах энергия зажигания значительно меньше, чем в рассмотренном выше случае  $R = 2R_\alpha$ ,  $J_0 = J_{00}$ , так как энергия пучка  $E_p \sim J_0 R^2$ .

Указанное выше зажигание демонстрируется на рис. 3. Приведена зависимость от времени полной мощности нагрева электронов  $\alpha$ -частицами  $w_e(t) = \int W_e dV$ , где интегрирование выполняется по всему объему горючего, для двух значений  $J_0$ :  $1,5J_{00}$  и  $1,4J_{00}$ . В первом случае функция  $w_e(t)$  при  $t > 300 \text{ пс}$  быстро растет, что указывает на зажигание мишени, а во втором — уменьшается, что указывает на отсутствие зажигания.

Помимо начальной плотности  $\rho_0 = 100\rho_s$  и соответствующих значений параметров  $R = 0,1 \text{ мм}$ ,  $\Delta t_p = 50 \text{ пс}$ ,  $J_0 = 1,5J_{00}$ , рассмотрим случай  $\rho_0 = 500\rho_s \approx 110 \text{ г/см}^3$ . Чтобы сохранить близость нагрева к изохорическому при той же энергии пучка на единицу площади, следует взять (см. [6, 11])  $\Delta t_p = 10 \text{ пс}$ ,  $J_0 = 7,5J_{00}$ . Как и в случае квазиодномерной модели [11], воспользуемся условием  $\rho_0 R = \text{const}$ . Тогда получим  $R = 0,02 \text{ мм}$ .

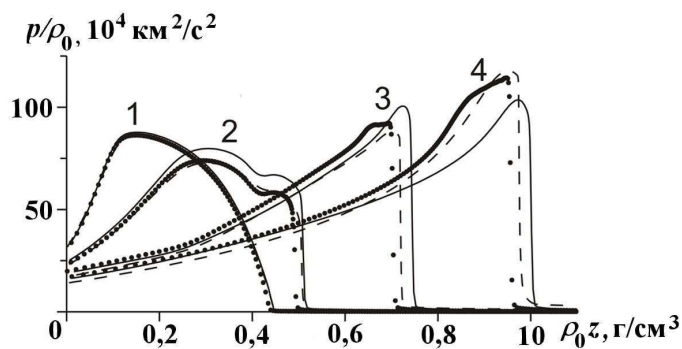


Рис. 2. Отнесенное к  $\rho_0$  давление по координате  $\rho_0 z$  для двумерной задачи с  $R = 0,2 \text{ мм}$  вдоль оси симметрии (—) и боковой границы (· · ·), а также для квазиодномерной модели с параметром  $R_\alpha = 0,1 \text{ мм}$  (---);  $\rho_0 = 100\rho_s$ ;  $J_0 = J_{00}$ ;  $\Delta t_p = 50 \text{ пс}$ : 1 —  $t/\Delta t_p = 1$ ; 2 —  $t/\Delta t_p = 2$ ; 3 —  $t/\Delta t_p = 4$ ; 4 —  $t/\Delta t_p = 6$

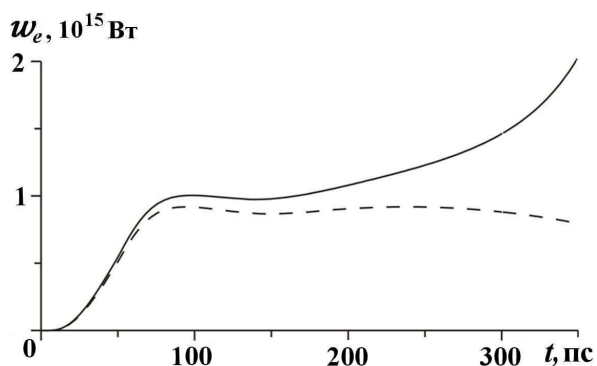


Рис. 3. Полная мощность нагрева электронов  $\alpha$ -частицами в зависимости от времени для  $\rho_0 = 100\rho_s$ ,  $R = 0,1 \text{ мм}$ ,  $\Delta t_p = 50 \text{ пс}$ : — —  $J_0 = 1,5J_{00}$ ; --- —  $J_0 = 1,4J_{00}$

На рис. 4 показаны профили относительного давления  $p/\rho_0$  по координате  $\rho_0 z$  при  $r = 0$  и  $r = R$  в четыре момента времени, начиная с момента прекращения действия пучка  $\Delta t_p$ , для двух рассматриваемых значений  $\rho_0$  и соответствующих значений остальных параметров. Видно, что профили для  $\rho_0 = 100\rho_s$  и  $\rho_0 = 500\rho_s$  похожи друг на друга. Небольшое уменьшение относительного давления при  $\rho_0 = 500\rho_s$  по сравнению со случаем  $\rho_0 = 100\rho_s$  объясняется небольшим увеличением глубины проникновения протонного пучка, что видно из сравнения профилей при  $t = \Delta t_p$  на рис. 4, а и 4, б, и соответствующим уменьшением средней по области нагрева удельной внутренней энергии (см. [11]). Рост пикового давления (близкого к давлению в детонационной волне) на профилях 4 по сравнению с профилями 3 указывает на зажигание мишени в обоих рассматриваемых случаях.

Энергия зажигания равна энергии пучка протонов:

$$E_{ig} = 0,99\pi R^2 J_0 \Delta t_p, \quad (12)$$

где множитель 0,99 возникает при интегрировании функции (7) по времени.

Определим пороговую энергию зажигания  $E_{ig}^{(12)}$  по формуле (12) для двух рассмотренных значений плотности с определенными выше значениями параметров  $R$ ,  $J_0$ , и  $\Delta t_p$ . Полученные таким образом значения сравниваются в таблице со значениями  $E_{ig}^{(1)}$ , рассчитанными по формуле (1) для задачи без оболочки и с радиусом пучка много меньше радиуса облучаемой поверхности мишени. Видно, что наличие неподвижной теплоизолированной оболочки уменьшает энергию зажигания примерно в 10 раз.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №15-01-04146 и №14-08-00967).

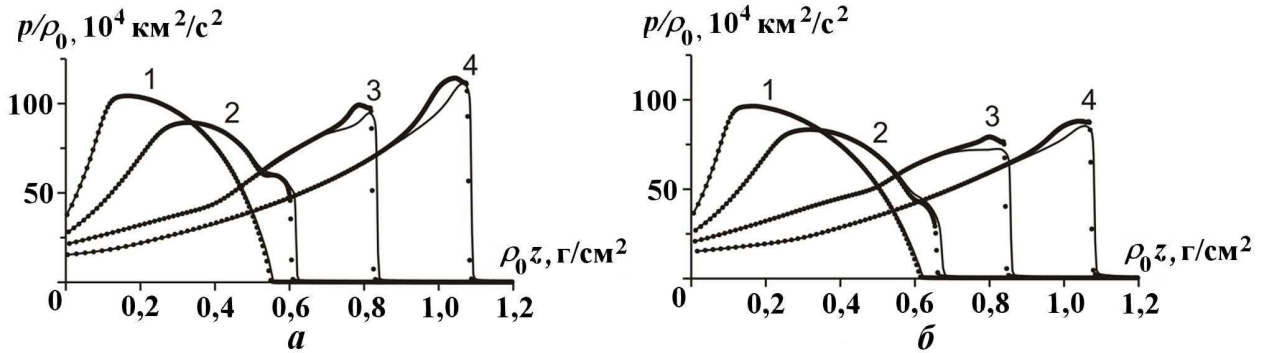


Рис. 4. Отнесенное к  $\rho_0$  давление по координате  $\rho_0 z$  вдоль оси симметрии (—) и боковой границы (---): а —  $\rho_0 = 100\rho_s$ ,  $R = 0,1$  мм,  $\Delta t_p = 50$  пс,  $J_0 = 1,5J_{00}$ ; б —  $\rho_0 = 500\rho_s$ ,  $R = 0,02$  мм,  $\Delta t_p = 10$  пс,  $J_0 = 7,5J_{00}$ ; 1 —  $t/\Delta t_p = 1$ ; 2 —  $t/\Delta t_p = 2$ ; 3 —  $t/\Delta t_p = 4$ ; 4 —  $t/\Delta t_p = 6$

Пороговая энергия зажигания по формуле (1) и по формуле (12) с параметрами  $R$ ,  $J_0$ , и  $\Delta t_p$  для двух значений  $\rho_0$

$\rho_0$ , г/см <sup>3</sup>	$E_{ig}^{(1)}$ , кДж	$E_{ig}^{(12)}$ , кДж	$R$ , мм	$J_0$ , 10 <sup>19</sup> Вт/см <sup>2</sup>	$\Delta t_p$ , пс
22	2300	230	0,1	1,5	50
110	120	9	0,02	7,5	10

### Список литературы

1. Гуськов С. Ю. Быстрое зажигание мишеней инерциального синтеза // Физика плазмы. 2013. Т. 39, № 1. С. 3—59.

2. *Roth M., Cowan T. E., Key M. H., et al.* Fast ignition by intense laser-accelerated proton beams // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86, No 3. P. 436–439.
3. *Гуськов С. Ю.* Прямое зажигание мишеней инерциального термоядерного синтеза потоком ионов лазерной плазмы // *Квантовая электроника.* 2001. Т. 31, № 10. С. 885–890.
4. *Щербатов В. А.* Расчет воспламенения термоядерной лазерной мишени фокусирующейся ударной волной // *Физика плазмы.* 1983. Т. 9, № 2. С. 409–411.
5. *Betti R., Zhou C. D., Anderson K. S., et al.* Shock ignition of thermonuclear fuel with high areal density // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98, No 15. P. 155001.
6. *Atzeni S.* Inertial fusion fast ignitor: Igniting pulse parameter window vs the penetration depth of the heating particles and the density of the precompressed fuel // *Phys. Plasmas.* 1999. Vol. 6, No 8. P. 3316–3326.
7. *Пашинин П. П., Прохоров А. М.* Получение высокоплотной дейтериевой плазмы при лазерном нагреве специальной газовой мишени // *ЖЭТФ.* 1972. Т. 62, № 1. С. 189–194.
8. *Чуразов М. Д., Аксенов А. Г., Забродина Е. А.* Воспламенение термоядерных мишеней пучком тяжелых ионов // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2001. Вып. 1. С. 20–28.
9. *Долголева Г. В., Забродин А. В.* Расчетное конструирование микромишеней для установки инерционного тяжелоионного синтеза // *Там же.* 2006. Вып. 2. С. 23–32.
10. *Прут В. В., Храбров В. А., Матвеев В. В., Шубаев С. А.* Метод металлического Z-пинча: изэнтропическое сжатие водорода // *Письма в ЖЭТФ.* 1979. Т. 29, № 1. С. 33–36.
11. *Хищенко К. В., Чарахчъян А. А.* Квазидномерная модель термоядерного зажигания плотной DT-смеси под действием протонных пучков // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2015. Вып. 1. С. 3–15.
12. *Калиткин Н. Н., Костомаров Д. П.* Математические модели физики плазмы (обзор) // *Математическое моделирование.* 2006. Т. 18, № 11. С. 67–94.
13. *Силлин В. П.* Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971.
14. *Хищенко К. В., Чарахчъян А. А.* Столкновение плоских волн термоядерной детонации в предварительно сжатой DT-смеси // *Физика плазмы.* 2015. Т. 41, № 3. С. 240–251.
15. *Khishchenko K. V.* Equations of state for two alkali metals at high temperatures // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2008. Vol. 98. P. 032023.
16. *Бракнер К., Джорна С.* Управляемый лазерный синтез. М.: Атомиздат, 1977.
17. *Гуськов С. Ю., Розанов В. Б.* Кинетика термоядерных частиц в лазерной плазме // *Труды ФИАН.* 1982. Т. 134. С. 115–122.
18. *Выговский О. Б., Ильин Д. А., Левковский А. А. и др.* Торможение быстрых заряженных частиц в идеальной плазме с произвольной степенью вырождения: Препринт № 72. М.: ФИАН, 1990.
19. *Сивухин Д. В.* Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме // *Вопросы теории плазмы.* М.: Атомиздат, 1964. Вып. 4. С. 81–187.
20. *Фролова А. А., Хищенко К. В., Чарахчъян А. А.* Трековый метод расчета нагрева плазмы заряженными продуктами термоядерных реакций для осесимметричных течений // *Журнал вычисл. мат. и мат. физ.* 2016. Т. 56, № 3. С. 442–454.
21. *Баско М. М.* Физические основы инерциального термоядерного синтеза. М.: МИФИ, 2009.
22. *Владимиров В. С.* О граничных условиях в методе сферических гармоник // *Докл. АН СССР.* 1960. Т. 135, № 5. С. 1091–1094.
23. *Марчук Г. И., Имшенник В. С., Баско М. М.* Физика термоядерного взрыва шара из сжиженного дейтерия нормальной плотности // *УФН.* 2009. Т. 179, № 3. С. 289–295.



24. Зельдович Я. Б. Взаимодействие свободных электронов с электромагнитным излучением // Там же. 1975. Т. 115, № 2. С. 161—197.
25. Чаракчян А. А. Расчет сжатия дейтерия в конической мишени в рамках уравнений Навье—Стокса для двухтемпературной магнитной гидродинамики // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 1993. Т. 33, № 5. С. 766—784.
26. Грынъ В. И., Фролова А. А., Чаракчян А. А. Сеточный генератор барьерного типа и его применение для расчета течений с подвижными границами // Там же. 2003. Т. 43, № 6. С. 904—916.
27. Милляевский В. В., Фортон В. Е., Фролова А. А. и др. Расчет ударного сжатия пористых сред в конических твердотельных мишенях с выходным отверстием // Там же. 2006. Т. 46, № 5. С. 913—931.
28. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам. М.: Радио и связь, 1985.

Статья поступила в редакцию 01.02.16.

PROTON FAST IGNITION OF A CYLINDRICAL DT TARGET ENCLOSED IN A STATIONARY HEAT-INSULATED SHELL / K. V. Khishchenko, A. A. Charakhchian (JIHT RAS, CC RAS FRC CSC RAS, Moscow).

The paper considers a two-dimensional axially-symmetric problem of fast ignition of a pre-compressed cylindrical target with a DT mixture enclosed in a stationary heat-insulated shell. The target is ignited on the end by a proton beam, the intensity of which does not depend on the radial coordinate. The difference from the one-dimensional problem is that the fusion alpha particles and the self-radiation of plasma freely emerge from the fuel through the side boundary with the shell. The threshold ignition energy for the mixture density of 22 and 110 g/cm<sup>3</sup> is shown to be about one tenth of that in the known case without the shell and with a beam radius much smaller than the target radius. As compared to the problem of interest, the quasi-one-dimensional model developed earlier understates the threshold ignition energy with respect to the radius by a factor of four for the given beam intensity.

*Keywords:* cylindrical ICF target, fast ignition, ignition energy.

---