

ОБЛАСТИ ПРИМЕНИМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ПО ПЛОТНОСТИ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ СКОРОСТИ РАЗМНОЖЕНИЯ НЕЙТРОНОВ В ОДНОРОДНЫХ ШАРАХ ИЗ ДЕЛЯЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ

Н. Б. Бабичев, А. А. Севастьянов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Изучен вопрос о ширине линейного участка зависимости главного собственного значения λ от плотности однородного активного шара.

Ключевые слова: главные собственные значения (ГСЗ) λ , критическое состояние, надкритичность шара Z , асимптотическая диффузионная теория (АДТ).

Введение

В книге [1] отмечено существование достаточно широкого диапазона изменения плотности ρ , внутри которого справедлива линейная зависимость

$$\lambda \sim \rho - \rho_*, \quad (1)$$

ρ_* – плотность однородного критического шара.

Цели данной статьи заключаются в определении константы C_0 и критической плотности ρ_* в выражении

$$\lambda = C_0(\rho - \rho_*) \quad (2)$$

с помощью аналитических вычислений и численных расчетов, а также в нахождении диапазонов применимости различных формул, в которых их погрешность не превышает одного процента.

Поставленная задача решается в односкоростном приближении для нейтронов.

Численные расчеты проводятся по одной из математических методик [2].

Ниже используются некоторые результаты, представленные в работе [3].

Обозначения основных физических величин, принятые в [3], в данной статье сохраняются.

1. Формулы, справедливые в диффузионном приближении

Разложение ГСЗ λ , имеющего место в рамках АДТ Ю. А. Романова [4], в ряд Тейлора в окрестности точки $\rho = \rho_*$ привело к следующим результатам:

$$\lambda = C_{0Д}(\rho - \rho_*). \quad (3)$$

Константа, полученная из диффузионного решения и поэтому снабженная индексом «Д», выглядит следующим образом:

$$C_{0Д} = \frac{0,7104Vh\alpha_0}{3\pi\rho_0} \varphi_*^2 \left(\frac{\pi}{0,7104\varphi_*} - 1 \right) \frac{2\varphi_* - \sin(2\varphi_*)}{[\sin(\varphi_*)]^2}; \quad (4)$$

φ_* – корень трансцендентного уравнения

$$h\varphi_* = \text{tg}\varphi_*; \quad (5)$$

$$\rho_* = \sqrt{\frac{4\pi}{3M_*}} \left[\frac{\pi\rho_0}{h\alpha_0\varphi_*} \left(1 - \frac{0,7104\varphi_*}{\pi} \right) \right]^{3/2}. \quad (6)$$

Диффузионную формулу (3) для наглядности удобно представить так:

$$\lambda = C_0 \left[\rho - \sqrt{\frac{M_{0*}}{M_*}} \rho_*(M_{0*}) \right], \quad (7)$$

где $M_{0*}(\rho_0)$ – например, определенная в эксперименте критическая масса однородного активного шара без отражателя нейтронов.

2. Формулы, вытекающие из решения В. П. Незнамова

Для ГСЗ λ справедлива полуинтерполяционная формула

$$\lambda = (\beta R)^{0,83} \left[1,57 - \frac{2}{\beta R} - \frac{1}{h} (\beta R)^{0,17} \right] \frac{V}{R}, \quad (8)$$

полученная В. П. Незнамовым в статье [5].

Из (8) при $\lambda = 0$ имеем следующее трансцендентное уравнение для определения критической плотности шара:

$$\frac{1}{(hx_*)^{0,17}} \left(1,57 - \frac{2}{hx_*} \right) = \frac{1}{h}, \quad (9)$$

$$x_* = \frac{\alpha_0}{\rho_0} \left(\frac{3M_* \rho_*^2}{4\pi} \right)^{1/3}, \quad (10)$$

$$\rho_* = \sqrt{\frac{4\pi}{3M_*} \left(\frac{\rho_0 x_*}{\alpha_0} \right)^{3/2}}. \quad (11)$$

Разложение функции (8) В. П. Незнамова в ряд Тейлора при $\rho \rightarrow \rho_*$ дает следующий ответ:

$$C_{0H} = \frac{2}{3} Vh \frac{\alpha_0}{\rho_0} \left[\frac{2}{(hx_*)^{1,17}} - \frac{0,17}{h} \right]. \quad (12)$$

$$\lambda = C_{0H} (\rho - \rho_*). \quad (13)$$

3. Результаты аналитических вычислений и численных расчетов

В аналитических вычислениях и в численных расчетах рассматривался однородный шар с массой $M = 4,3$ кг и была принята скорость нейтронов $V = 10^9$ см/с.

Замечание. В отличие от (4) и (12) постоянные, полученные в численных расчетах, ниже индексом не отмечаются.

3.1. Область справедливости линейного приближения в случае шара, характеризующегося параметрами $h = 1,68$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0134\rho_0$

Приведем результаты аналитических вычислений и численных расчетов.

Рис. 1 показывает, что в выбранном масштабе аналитические зависимости $\lambda(Z)$ сливаются в одну прямую линию.

По данным табл. 1, 2 определим границы применимости формул, линейных по надкритичности однородного активного шара

$$Z = \frac{\rho}{\rho_*}. \quad (14)$$

Т а б л и ц а 1

Значения параметров C_0 и ρ_* в случае шара с $h = 1,68$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0134\rho_0$

	Диффузионные параметры	Параметры, вытекающие из формулы В. П. Незнамова	Параметры, полученные в численных расчетах
Значение константы в формуле (2), $10^7, \text{см}^3/(\text{с}\cdot\text{г})$	$C_{0д} = 1,00895$	$C_{0н} = 1,01146$	$C_0 = 1,00419$
Критическая плотность $\rho_*, \text{г}/\text{см}^3$	31,15637	31,13021	31,10457

Т а б л и ц а 2

Результаты аналитических вычислений и численных расчетов λ шара с $h = 1,68$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0134\rho_0$

$\rho, \text{г}/\text{см}^3$	$\lambda, 10^7, 1/\text{с}$			Результаты точных расчетов $\lambda_{\text{расч}}, 10^7, 1/\text{с}$	Погрешность результатов аналитических вычислений $\frac{\lambda - \lambda_{\text{расч}}}{\lambda_{\text{расч}}}, \%$		
	Диффузионная формула (3)	Формула (13)	Результаты вычислений по формуле (2) с параметрами из численных расчетов		Формула (3)	Формула (13)	Формула (2) с параметрами из численных расчетов
10,546	-20,794	-20,820	-20,644	-20,436	1,752	1,876	1,018
14,895	-16,407	-16,422	-16,278	-16,246	0,992	1,081	0,196
16,040	-15,252	-15,263	-15,128	-15,115	0,905	0,981	0,085
20,266	-10,9875	-10,9884	-10,884	-10,897	0,831	0,839	-0,122
42,091	11,032	11,086	11,032	10,989	0,398	0,888	0,398
44,345	13,307	13,366	13,296	13,231	0,570	1,020	0,489
46,763	15,747	15,812	15,724	15,633	0,731	1,150	0,588
51,579	20,605	20,683	20,560	20,400	1,007	1,388	0,786
57,079	26,155	26,246	26,083	25,8231	1,284	1,638	1,008

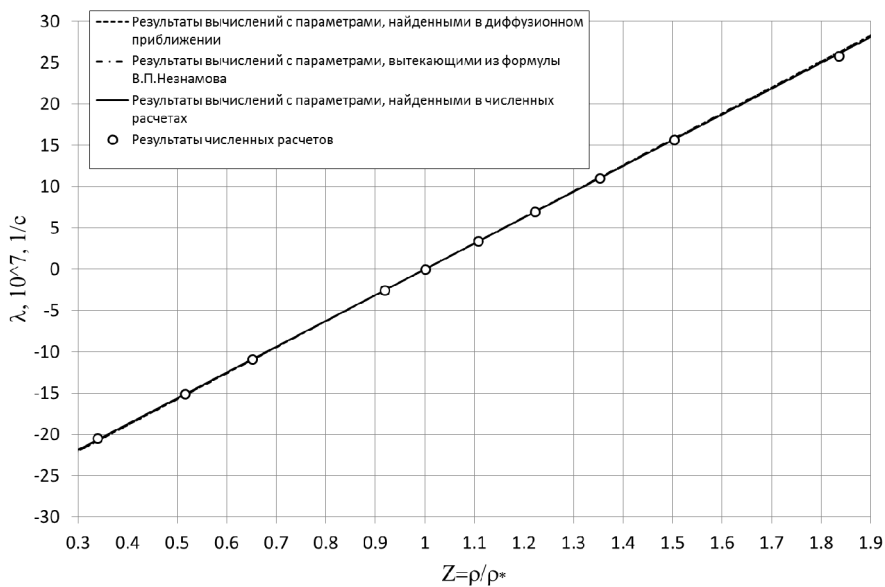


Рис. 1. Зависимости $\lambda(Z)$ в случае шара с $h = 1,68$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0134\rho_0$

Таблица 3

Границы применимости формул с точностью до $\approx 1\%$

	Диапазон применимости
Диффузионная формула (3)	$0,48 \leq Z \leq 1,66$
Формула (13)	$0,51 \leq Z \leq 1,42$
Формула (2) с параметрами из численных расчетов	$0,34 \leq Z \leq 1,83$

Видно, что ширина линейного участка функции $\lambda(\rho)$ в случае формулы В. П. Незнамова меньше, чем при использовании диффузионного приближения.

3.2. Случай шара с активностью $h = 1,32$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0136\rho_0$

Ниже представлены результаты аналитических вычислений и расчетов.

Таблица 4

Значения параметров C_0 и ρ_* в случае шара с $h = 1,32$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0136\rho_0$

	Диффузионные параметры	Параметры, вытекающие из формулы В. П. Незнамова	Параметры, полученные в численных расчетах
Значение константы в формуле (2), $10^7, \text{см}^3/(\text{с}\cdot\text{г})$	$C_{0д} = 0,49950$	$C_{0н} = 0,49789$	$C_0 = 0,49862$
Критическая плотность $\rho_*, \text{г}/\text{см}^3$	68,94309	68,78500	68,91993

Таблица 5

Результаты аналитических вычислений и численных расчетов λ шара $h = 1,32$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0136\rho_0$

$\rho, \text{г}/\text{см}^3$	$\lambda, 10^7, 1/\text{с}$			Результаты точных расчетов $\lambda_{\text{расч}}, 10^7, 1/\text{с}$	Погрешность результатов аналитических вычислений $\frac{\lambda - \lambda_{\text{расч}}}{\lambda_{\text{расч}}}, \%$		
	Диффузионная формула (3)	Формула (13)	Результаты вычислений по формуле (2) с параметрами из численных расчетов		Формула (3)	Формула (13)	Формула (2) с параметрами из численных расчетов
41,232	-13,842	-13,719	-13,802	-13,983	-1,007	-1,889	-1,289
47,780	-10,571	-10,458	-10,537	-10,645	-0,693	-1,753	-1,010
52,154	-8,3861	-8,2804	-8,3563	-8,4247	-0,457	-1,713	-0,812
58,406	-5,2631	-5,1675	-5,2388	-5,2663	-0,061	-1,878	-0,523
79,100	5,0734	5,1357	5,0794	5,0587	0,290	1,522	0,410
84,372	7,7066	7,7604	7,7080	7,6595	0,615	1,318	0,634
92,569	11,801	11,842	11,795	11,682	1,018	1,366	0,968
93,194	12,114	12,153	12,107	11,988	1,046	1,377	0,993

Таблица 6

Границы применимости формул с точностью до $\approx 1\%$

	Диапазон применимости
Диффузионная формула (3)	$0,60 \leq Z \leq 1,34$
Формула (13)	Не работает с точностью до 1%
Формула (2) с параметрами из численных расчетов	$0,69 \leq Z \leq 1,35$

Из табл.6 видно, что уменьшение активности шара привело к значительному уменьшению ширины области применимости линейного приближения $\lambda = C_0(\rho - \rho_*)$. В случае использования основанной на решении В. П. Незнамова формулы (13) наилучшая ее точность составляет 1,3% в надкритическом состоянии при $Z = 1,23$ и 1,7 % в подкритике при $Z = 0,76$.

3.3. Случай шара с низкой активностью $h = 1,01$ и с обратным свободным пробегом нейтронов $\alpha_0(\rho_0) = 0,0136\rho_0$

Отметим, что формула В. П. Незнамова (8) при низкой активности не работает вблизи перехода шара через критическое состояние. Поэтому будем рассматривать линейную диффузионную формулу (3) и формулу (2) с параметрами, взятыми из численных расчетов.

Таблица 7

Значения параметров C_0 и ρ_* в случае шара с $h = 1,01$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0136\rho_0$

	Диффузионные параметры	Параметры, полученные в численных расчетах
Значение константы в формуле (2), $10^7, \text{см}^3/(\text{с}\cdot\text{г})$	$C_{0д} = 0,017419$	$C_0 = 0,017379$
Критическая плотность $\rho_*, \text{г}/\text{см}^3$	1428,92589	1428,94585

Диапазоны применимости формул (2) и (3) оказались практически одинаковыми, что связано с высокой точностью диффузионного приближения при низкой активности.

Таблица 8

Результаты аналитических вычислений и численных расчетов λ шара с $h = 1,01$ и $\alpha_0(\rho_0) = 0,0136\rho_0$

$\rho, \text{г}/\text{см}^3$	$\lambda, 10^7, 1/\text{с}$		$\Lambda_{\text{расч}}, 10^7, 1/\text{с}$	Погрешность результатов аналитических вычислений $\frac{\lambda - \lambda_{\text{расч}}}{\lambda_{\text{расч}}}, \%$	
	Диффузионная формула (3)	Результаты вычислений по формуле (2) с параметрами из численных расчетов		Формула (3)	Формула (2) с параметрами из численных расчетов
1322,615	-1,8518	-1,8480	-1,8710	-1,022	-1,231
1348,862	-1,3947	-1,3918	-1,4056	-0,778	-0,981
1542,898	1,9853	1,9804	1,9655	1,006	0,756
1575,152	2,5472	2,5410	2,5153	1,265	1,019

Таблица 9

Границы применимости формул с точностью до $\approx 1\%$

	Диапазон применимости
Диффузионная формула (3)	$0,93 \leq Z \leq 1,08$
Формула (2) с параметрами из численных расчетов	$0,94 \leq Z \leq 1,10$

Заключение

Для различных значений активности однородного шара найдены параметры, входящие в линейное выражение для ГСЗ.

Определены границы областей применимости различных линейных по надкритичности шара $Z = \frac{\rho}{\rho_*}$ формул для λ . Показано, что с уменьшением активности шара уменьшается ширина зоны применимости этих формул.

Если иметь в виду погрешность не более одного процента, то при значении $h = 1,68$ линейное соотношение $\lambda(\rho) \sim \rho - \rho_*$ в диффузионном приближении справедливо в более широком диапазоне изменения надкритичности $Z = \frac{\rho}{\rho_*}$, чем полученное из формулы В. П. Незнамова.

В случае $h = 1,32$ линейная зависимость $\lambda(\rho)$, вытекающая из формулы В.П.Незнамова, характеризуется меньшей точностью и более узким диапазоном справедливости, чем диффузионная.

При низкой активности $h = 1.01$ сама по себе формула В. П. Незнамова (8) (так же, как и ее линейное приближение) в области надкритических состояний шара неприменима. В отличие от этого диффузионное линейное соотношение работает в достаточно узком интервале изменения Z , но зато в этой области ее погрешность меньше одного процента.

Список литературы

1. Бабичев Н. Б. Теория подобия нейтронно-кинетических процессов: Монография. Саров: ФГУП «РФЯЦ–ВНИИЭФ», 2015.

2. Шагалиев Р. М., Гребенников А. Н., Артемьев А. Ю., Будников В. И. Развитие основных методик и программ ИТМФ // Журнал Атом, 2011, № 50–51.

3. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Общее точное и некоторые приближенные решения на главные собственные значения λ // См. настоящий выпуск. С. 3–12.

4. Романов Ю. А. Критические параметры реакторных систем. Точные решения односкоростного кинетического уравнения и их использование для решения диффузионных задач (усовершенствованный диффузионный метод). М.: Госатомиздат. 1960. С. 3–26.

5. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Некоторые решения вырожденного и близкого к вырожденному уравнений переноса нейтронов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 1. С. 3–10.

Статья поступила в редакцию 29.02.2016