ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В ПЛОСКОМ ОПЫТЕ НА ЛАЗЕРНОЙ УСТАНОВКЕ NOVA

В. П. Стаценко, Ю. В. Третьяченко, Г. М. Елисеев, Н. В. Быковникова, Ю. В. Янилкин

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Представлены результаты численного моделирования по коду ЭГАК плоских лазерных опытов на установке NOVA (США), в которых экспериментально реализуется режим турбулентного перемешивания. Эти эксперименты предназначены для проведения тестирования существующих феноменологических моделей турбулентности на задаче с высокой плотностью энергии. Расчеты проводились как с $k - \varepsilon$ моделью турбулентности, так и методом 2D ILES (implicit large eddy simulation) моделирования. В работе использованы сплайн-УРС плазмы веществ лазерной мишени, построенные в модели ионизационного равновесия с учетом вырождения электронов Плазма-4. Аппроксимация термодинамических функций выполнена с использованием линейно-кубических сплайнов.

Ключевые слова: код ЭГАК, численное моделирование, турбулентное перемешивание, лазерные эксперименты, плоская мишень, рентгенография.

Введение

Любая полуэмпирическая k – є модель турбулентности содержит набор констант, которые подбираются для лучшего описания различных экспериментов. В коде ЭГАК [1] эти константы дополнительно определялись также на основе сравнения с ILES численным моделированием ряда задач (см. [2-4]). Преимущество последнего способа состоит в большем количестве данных «численного эксперимента» по характеристикам турбулентного перемешивания. Набор задач включал в себя известные гидродинамические задачи, по ряду которых имеются экспериментальные данные: гравитационное перемешивание, сдвиговое перемешивание, цилиндрический опыт Мешкова, перемешивание тонкого слоя легкого вещества, формирование плавучей струи и др. Однако для моделирования задач в условиях высокой плотности энергии и температуры указанный набор задач представляется недостаточным и модель [2-4] требует дополнительного тестирования на соответствующих этим условиям задачах. Лучше всего для этого подходят результаты лазерных экспериментов, одними из которых являются опыты с лазерными мишенями, проведенные на установке NOVA [5]. Специально для измерения эффектов турбулентного перемешивания на этих установках были подобраны постановка и геометрия опытов.

В данной работе численно исследуется случай плоской геометрии из работы [5]. Расчеты проведены как с $k - \varepsilon$ моделью турбулентности, так и методом 2D ILES моделирования. В расчетах использовались сплайн-УРС четырех веществ лазерной мишени (бериллия, пластика Halar химического состава C₄H₄F₃Cl, кремния и пены химического состава C4H4F₃Cl, кремния и пены химического состава CHO). Аппроксимация термодинамических функций (ТДФ) выполнена с помощью линейно-кубических сплайнов [6]. Поэтому уравнения состояния названы кратко сплайн-УРС. Опорные таблицы сосчитаны в модели ионизационного равновесия с учетом вырождения электронов Плазма-4 [7].

1. Постановка эксперимента

Рассмотрим эксперимент, представленный в работе [5]. Ударная волна, вызванная взаимодействием рентгеновского излучения (РИ) с аблятором, приводит к развитию неустойчивости Рихтмайера–Мешкова на границе аблятора и низкоплотного вещества (пены). В результате развития неустойчивости возникает слой перемешивания, который детектируется рентгенографией.

Схема эксперимента представлена на рис. 1 (из работы [5]).



Рис. 1. Схема эксперимента

Восемь лазерных лучей с установки NOVA освещают внутреннюю поверхность цилиндрического хольраума. Полная энергия лазерного импульса 28 кДж, длина волны $\lambda_{las} = 0,53$ мкм, длина импульса 3 нс. Зависимость мощности лазера от времени, температуры рентгеновского излучения T_r и давления *P* на аблятор, рассчитанного по коду LASNEX, представлены на рис. 2 (из работы [5]).

Аблятор состоит из бериллия ($\rho = 1,85$ г/см³) размером $\delta X = 900$ мкм, $\delta Y = 750$ мкм, $\delta Z = 120$ мкм с дополнительными вставками:

• аблятор с вставкой из Halar пластика (C₄H₄F₃Cl, ρ Halar = 1,65 г/см³), размер вставки $\delta X = 600$ мкм, $\delta Y = 250$ мкм, размер вдоль Z совпадает с размером Ве;

• аблятор с кремниевым покрытием (Si, плотность покрытия оценивается как $\rho_{Si} \approx 2 \text{ г/cm}^3$). Наносится в виде тонкой пленки $\delta Z_{Si} = 8 \text{ мкм}.$



Рис. 2. Зависимости мощности лазера (ТВт), температуры T_r (эВ) РИ и рассчитанного по LASNEX давления P (Мбар) от времени

Рис. 3 (из работы [5]) показывает расположение различных компонентов в абляторе. Низкоплотное вещество (пена) – это СНО, плотность $\rho_2 = 0,12$ г/см³. Оно выполнено в форме прямоугольника размерами $\delta X = 900$ мкм, $\delta Y = 500$ мкм, $\delta Z = 900$ мкм.



Рис. 3. Рентгеновские фотографии и схемы устройства абляторов и пены

2. Постановка расчетов

Далее в тексте и на рисунках при сравнении с результатами измерений [5] приведены данные в единицах мкм и нс. В расчетах же использовались единицы: 1 г, 1 см, 10^{-7} с, 1 кэВ – по умолчанию предполагается, что величины измерены именно в этих единицах.

Эксперимент показал, что движение среды является с хорошей точностью одномерным (влияние конечных размеров δХ и бУ слабо), что позволяет использовать малый размер геометрии в поперечном направлении.

Для двух вариантов аблятора задаются следующие начальные профили (табл. 1).

На лагранжевой границе левого края аблятора (Z = 0 при t = 0) задается давление согласно данным из работы [5], соответствующее рис. 2. На правой лагранжевой границе задается условие свободного разлета.

Таблина 1

			Начальная	
Аблятор	Z, мкм	Вещество	плотность,	
			г/см°	
Halar	0 < Z < 120	Halar	ρ = 1,65	
$(C_4H_4F_3C1)$	120 < Z < 1020	СНО	$\rho = 0, 12$	
	0 < Z < 120	Be	$\rho = 1,85$	
Si/Be	120 < Z < 128	Si	$\rho = 2,0$	
	128 < Z < 1028	СНО	$\rho = 0, 12$	

Напальные профили

2.1. Постановка расчетов с помощью k – є модели

Расчеты проводились на квадратной эйлеровой (неподвижной) сетке с размером ячейки h = 1 мкм. Для реализации граничного условия на левом конце аблятора добавлялись две дополнительные ячейки в области Z < 0, заполненные специальным компонентом, для которого на каждом счетном шаге задавалось давление согласно данным из работы [5].

Расчеты проводились как с использованием $k - \varepsilon$ модели турбулентности, так и без модели для выяснения влияния перемешивания.

Варианты расчетов и начальные затравочные значения турбулентной энергии k_0 и скорости ее диссипации ε_0 для $k - \varepsilon$ модели приведены в табл. 2. В некоторых расчетах увеличенные начальные значения k_0 и ε_0 задавались в 2 ячейках вблизи контактных границ (границ раздела веществ). В других расчетах увеличенные значения k_0 и ε_0 задавались во всей счетной области. Отметим, что вариант 1 выполнялся без $k - \varepsilon$ модели. Т а б л и ц а 2

	Номер	Начальное значе-	Начальная ско-
Аблятор	вариан-	ние турбулентной	рость диссипа-
1	та	энергии k ₀	ции ε ₀
Si/Be	1	—	_
	2	10 ⁻¹² на КГ	10 ⁻¹¹ (на КГ)
	3	3,6·10 ⁻³ на КГ	0,36 (на КГ)
	4	0,0036 (во всей	0,36 (во всей
		области)	области)
	5	10 ⁻¹² (во всей	10 ⁻¹¹ (во всей
		области)	области)
Halar (C ₄ H ₄ F ₃ Cl)	6	0,0036 (во всей	0,36 (во всей
		области)	области)
	7	0,0036 (на КГ)	0,36 (на КГ)
	8	10 ⁻¹² (во всей	10 ⁻¹¹ (во всей
		области)	области)
	9	10 ⁻¹² (на КГ)	10 ⁻¹¹ (на КГ)

Варианты	D расчетов с <i>k</i> – ε	моделью

2.2. Постановка расчетов 2D ILES моделирования

Решались невязкие уравнения гидродинамики (уравнения Эйлера). В расчетах использовалась прямоугольная область размером $\delta X = 250$ мкм, $\delta Y = 1050$ мкм (сетка 250×1050 узлов, размер ячейки h = 1 мкм). На боковых границах X = 0 и X = 250 мкм задавалось периодическое условие, либо – жесткая стенка. Эти расчеты проводились без k- ε модели, в литературе это называется ILES-подход. В этом случае в качестве физической вязкости выступает схемная вязкость.

Начальные возмущения задавались двумя способами:

 на границах раздела с помощью генератора случайных чисел варьировались значения плотности в одном слое ячеек:

а) в задаче с аблятором Halar: $\rho = (1 \pm 0, 1) \cdot 1,65$ на границе Halar-CHO;

б) в задаче с аблятором Si/Be: $\rho = (1 \pm 0, 1) \cdot 2$ на границе Si-Be и Si-CHO;

 во всей счетной области задавались малые значения амплитуды u_z-компоненты скорости, знак которой менялся с помощью генератора случайных чисел.

Варианты расчетов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Варианты 2	D ILES	расчетов
------------	--------	----------

Аблятор	Номер	Начальные условия	Граничные
	варианта	÷	условия
Si/Be	10	$\rho = (1 \pm 0, 1) \cdot 2$	
		в одном слое ячеек	Жесткая
		на границах Si-Be	стенка
		и Si-CHO	
	11	$\rho = (1 \pm 0, 1) \cdot 2$	
		в одном слое ячеек	Периодиче-
		на границах	ские
		Si-Be и Si-CHO	
	12	$u_z = 0,002$ во всей	Периодиче-
		области	ские
Halar (C ₄ H ₄ F ₃ Cl)	13	$\rho = (1 \pm 0, 1) \cdot 1,65$	Париалина
		в одном слое ячеек на	периодиче-
		границе Halar-CHO	ские
	14	<i>u_z</i> = 0,002 во всей	Периодиче-
		области	ские

2.3. Уравнения состояния веществ

На рис. 2 видно, что на всем отрезке времени измерений температура рентгеновского излучения находится в пределах 80–150 эВ. В наших расчетах принимается, что плазма находится в локальном термодинамическом равновесии (ЛТР). Поэтому можно считать, что температура веществ мишени изменяется в тех же пределах. При таких температурах и не слишком больших плотностях даже самые «тяжелые» атомы хлора в составе пластика халар и кремния находятся в состоянии достаточно высокой ионизации. В таких условиях применима модель ионизационного равновесия. Мы заимствовали модель ионизационного равновесия Плазма-4 [7]. В [7] дано выражение для термодинамического потенциала - свободной энергии F, в которой атомно-ионные и электронные члены записаны в приближении идеального газа с поправкой на неидеальность от взаимодействия электронов и ионов. Для поправки в [7] предложена интерполяционная формула, которая имеет правильные асимптотики при переходе к пределам разреженной и плотной плазмы. Таблицы потеншиалов ионизации атомов и ионов всех степеней ионизации элементов с атомными номерами от 1 до 103 взяты из [8]. В таблицах содержатся данные для ионов при всех степенях ионизации от 0 до 1.

Из условий минимизации F по концентрациям частиц получается система уравнений ионизационного равновесия, являющаяся обобщением уравнений Саха. После того как из этой системы найдены концентрации частиц, можно сосчитать таблицы всех прочих термодинамических величин с помощью выражения для F. Необходимые расчетные формулы имеются в [7].

Опорные таблицы для построения УРС всех четырех веществ мишени были сосчитаны в модели Плазма-4 по программе Плазма-4, любезно предоставленной в распоряжение авторов настоящей статьи Н. Н. Калиткиным. Расчет ТДФ выполнен на прямоугольной равномерной сетке по значениям десятичных логарифмов с шагом 0,1 по плотности и с шагом 0,05 по температуре. С большим запасом была взята область

$$10^{-6} \text{ r/cm}^3 \le \rho \le 100 \text{ r/cm}^3, 0,1 \text{ } \text{sB} \le \text{T} \le 10^4 \text{ } \text{sB}.$$
(1)

Построение УРС всех веществ выполнено с помощью программы DESSI [9]. В ней приведенное давление $G(\rho,T) = P(\rho,T)/(\rho \cdot T)$ и приведенная внутренняя энергия $C(\rho,T) = E(\rho,T)/T$ аппроксимируются линейно-кубическим бисплайном в функции десятичных логарифмов плотности и температуры. Поэтому уравнения состояния называются сплайн-УРС. Ограничимся краткими замечаниями по процедурам построения уравнений состояния четырех веществ на примере халара. В его составе имеется хлор (Cl)- элемент с большим атомным номером Z = 17. Поэтому для халара поведение ТДФ более сложное, чем для трех других веществ. На рис. 4 в качестве примера показаны графики изохор и изотерм приведенной энергии, а на рис. 5,а графики изохор приведенного давления халара.

В модели и программе Плазма-4 учтены вклады от ионизации всех квантовых уровней ионов, поэтому на рис. 4 и 5 изохоры приведенной энергии сильно осциллирующие функции, а изохоры приведенного давления террасовидные функции. Изотермы обеих функций плавные и без особенностей.



Рис. 4. Изохоры (а) и изотермы (б) приведенной энергии халара



Рис. 5. Изохоры приведенного давления халара (а); разбиение области (1) на части (б)

Поэтому в программе DESSI приведенные функции $G(\rho,T)$ и $C(\rho,T)$ на каждой изотерме аппроксимируются по логарифмам плотности с помощью классических одномерных кубических сплайнов. Расстановка узлов сплайна на каждой изотерме выполняется независимым образом, но с одинаковым количеством узлов. Относительная погрешность аппроксимации почти везде существенно менее 0,5 %. По температуре в сплайн-УРС применяется линейная интерполяция по значениям, сосчитанным с помощью кубических сплайнов на соседних опорных изотермах. Это означает, что фактически используются линейно-кубические сплайны. Аппроксимация осциллирующих функций с помощью сплайнов более высокой степени, чем первая, потребовала бы расстановки слишком большого количества узлов по температуре.

Желательно, чтобы количество узлов кубического сплайна было не более пяти – шести. Тогда при практическом использовании сплайн-УРС будет требоваться сравнительно небольшое время расчета. Для этого область (1) для всех четырех веществ разбита на три подобласти по плотности, как это показано на рис. 5,6. Границы подобластей устанавливаются после проведения нескольких пробных расчетов по программе DESSI. Количество узлов кубического сплайна в сплайн-УРС халара, кремния и бериллия равно 5 в каждой из подобластей, а для пены – 6, 6 и 7 узлов соответственно. На границах подобластей сплайны и их первая производная сшиты непрерывным образом.

Подробнее процедура построения сплайн-УРС по программе DESSI описана в статье [9].

Расчет необходимых значений ТДФ в сплайн-УРС выполняется в трех плоскостях переменных температура–плотность, энергия–плотность и давление–плотность.

Отметим следующее обстоятельство. Для бериллия, халара и пены авторы настоящей статьи не располагают данными ударно-волновых измерений. Для кремния в [10] имеется всего несколько измерений. Поэтому для сплайн-УРС рассматриваемых четырех веществ не построены холодные кривые. Это означает, что все сплайн-УРС можно использовать в диапазоне относительно больших температур, указанных в (1).

Выполнено тестирование всех сплайн-УРС с помощью программы Test EOS, представленной в [11]. С ее помощью проверено качество расчетов значений ТДФ по сплайн-УРС, которые сравниваются с результатами вычислений с помощью данных в опорных таблицах. Качество самих опорных таблиц можно оценить только опосредованно. В качестве примера на рис. 6 приведена ударная адиабата алюминия, сосчитанная с помощью сплайн-УРС алюминия, построенного аналогично вышеописанному по данным программы Плазма-4 с холодной кривой из [12]. На рисунке приведены также адиабаты, сосчитанные с помощью УРС Г. Е. Клинишова [12] (зеленая линия) и УРС РОСА-МИ [13] (красная линия). Два последних УРС построены с использованием данных в модели Томаса-Ферми с поправками [14]. В этой модели пренебрегается энергетической структурой атомов и ионов. Поэтому графики ударных адиабат этих УРС плавные. Ударная адиабата сплайн-УРС осциллирует. Осцилляции обусловлены учетом в модели Плазма-4 ионизации L- и К-оболочек атомов и ионов алюминия. На рис. 6 треугольниками

помечены данные измерений, заимствованные из публикаций [10, 15, 16]. Для увеличения масштаба графика мы ограничились областью давлений 10, 10^6 ГПа, вне которой отсутствуют данные измерений. Как видим, все три УРС хорошо согласуются с измерениями. При плотностях больших ~7 г/см³ ударная адиабата сплайн-УРС несколько ближе к измерениям.



Рис. 6. Ударные адиабаты алюминия по сплайн-УРС, УРС Г. Е. Клинишова [12] и УРС РОСА-МИ [13]. Треугольники – данные измерений

В модели Плазма-4 построены сплайн-УРС некоторых других чистых веществ и пластиков, в состав которых входят элементы с атомными номерами близкими к номерам элементов H, C, O, Si, Cl, входящих в состав конструкционных материалов мишени NOVA. Эти сплайн-УРС были оттестированы по имеющимся многочисленным данным ударно-волновых измерений. Расчетные данные на ударных адиабатах этих веществ согласуются с данными измерений аналогично тому, как это показано на рис. 6 для алюминия. Поэтому можно надеяться, что данные по программе Плазма-4 для веществ, рассматриваемых в данной статье, достаточно надежны в области определения (1).

3. Результаты расчетов опытов с Si/Be

Далее приводятся результаты расчетов для варианта аблятора Si/Be. На рис. 7 показаны R-t диаграммы ударной волны и лагранжевых границ раздела Si-CHO в сравнении с измеренными в опытах [5]. При этом полученные в 2D расчетах результаты для каждого момента времени усредняются в поперечном к движению ударной волны направлении.



Рис. 7. R-t диаграммы ударной волны (1-5,11) и границ раздела Si-CHO: а – УВ: 1D расчеты (1-5) и опыт (11); КГ: (6-10) и опыт (12); 2-5, 7-10 – расчет с $k - \varepsilon$ моделью; 1, 6 – расчет без $k - \varepsilon$ модели; б – УВ: 2D расчеты (1-3) и опыт (7); КГ: расчеты (4-6) и опыт (8); 1-3, 4 – 6 – варианты 11-13

Как видно из рис. 7,а, б, результаты всех расчетов (как 1D, так и 2D) практически совпадают. Наблюдается согласие расчетов и измерений при некотором систематическом занижении радиусов в расчетах, что, видимо, связано с особенностями постановки задачи в виде задания на левой границе измеренных в опытах [5] значений давления и температуры – вероятно, при этом могла быть систематическая ошибка измерений. Отметим, такого же типа опережение имеет место и в расчетах другого опыта. Отметим, что в указанных расчетах разница координат лагранжевых границ раздела Be-Si и Si-CHO пренебрежимо мала, если наносить их на рис. 7.

Учтем, что Ве и СНО практически прозрачны для диагностического рентгеновского излучения, поэтому профиль относительного пропускания рентгеновского излучения определяется в основном Si, который является маркером турбулентного перемешивания. На рис. 8,а, б приведены зависимости ширины зоны турбулентного перемешивания (ЗТП) от времени, границы которой в расчетах определяется по уровню концентрации Si = 0.001 от его максимального значения. Видно, что в варианте без $k - \varepsilon$ модели ширина ЗТП остается пренебрежимо малой.



Рис. 8. Зависимости от времени ширины ЗТП для опыта с аблятором Si/Be: а – 1D расчеты : 1 – вариант 2, 2 – вариант 3, 3 – вариант 4, 4 – вариант 5; 5 – измерения [5]; б – 2D расчеты: 1–3 – варианты 11–13 соответственно; 4 – измерения [5]

Как видно, имеется радикальное отличие расчетов с различным начальным фоном турбулентности: в расчетах с малыми значениями k_0, ε_0 ширина ЗТП оказывается много меньше измеренной, в расчетах с большими значениями k_0, ε_0 имеется разумное согласие с измерениями. При этом в варианте 4, в котором большие начальные значения k_0, ε_0 задаются во всей области, согласие с измерениями несколько лучше, чем в варианте 3, в котором те же значения k_0, ε_0 задаются лишь в 2 ячейках на КГ.

На рис. 8,6 приводится ширина ЗТП, определенная по уровню усредненной по поперечному сечению объемной концентрации $\delta = 0,001$. Видно, что расчет варианта 13 с начальным возмущением скорости во всей счетной области приводит к более быстрому росту ширины ЗТП по сравнению с двумя другими вариантами. Вариант 13 оказывается близкими к измерениям с точностью до сдвига на \approx 3 нс, примерно таким же, что и в 1D расчетах с $k - \varepsilon$ моделью.

4. Расчеты опытов с Halar

Далее приведены результаты расчета для второго варианта аблятора, а именно, Halar. На рис. 9 показаны R-t диаграммы границы раздела Halar-CHO и ударной волны в сравнении с измеренными в опытах [5].

Как видно из рис. 9, все варианты расчетов практически совпадают между собой по положению ударной волны и границы раздела. Наблюдается согласие с экспериментами, как и выше, при некотором систематическом завышении в расчетах радиуса (или сдвиге по времени около 2–3 нс). На рис. 10 приводятся значения ширины ЗТП, которые согласуются с экспериментом с тем же сдвигом по времени, за исключением варианта 6 с большими начальными значениями k_0, ε_0 , заданными во всей области.



Рис. 9. R-t диаграммы ударной волны и границы раздела Halar-CHO; а – 1D расчеты: УВ (1–4,9) и КГ (1–4, 5–8) – варианты 6–9 соответственно, 9, 10 – измерения; б – 2D расчеты: УВ (1, 2), КГ (3, 4) – варианты 11, 12 соответственно 5, 6 – измерения



Рис. 10. Зависимости от времени ширины ЗТП для опыта с аблятором Halar: а – 1D расчеты: 1–4 – варианты 6–9 соответственно; 5 – измерения [5]; б – 2D расчеты: 1–2 – варианты 11–12, соответственно; 3 – измерения [5]

Заключение

Расчеты по коду ЭГАК опытов [5] на установке NOVA (Рочестер) для плоской геометрии показали, что:

1) наблюдается практическое совпадение всех расчетов между собой, а также их согласие с измерениями R-t диаграмм ударной волны и лагранжевых границ раздела Si-CHO при небольшом систематическом завышении радиусов в расчетах. При этом 1D расчеты с $k - \varepsilon$ моделью и 2D расчеты ILES близки между собой.

2) при нахождении ширины ЗТП по концентрациям Si:

а) в 1D расчетах с $k - \varepsilon$ моделью имеет место существенное отличие результатов расчетов с различным начальным фоном – в расчетах с малыми

значениями k_0, ε_0 ширина ЗТП много меньше измеренной, в расчетах с большими значениями k_0, ε_0 имеется качественное согласие с измерениями;

б) в 2D расчетах ILES: в вариантах с заданием начальных возмущений плотности на границах раздела ширина ЗТП остается малой по сравнению с измерениями. В то же время расчет с начальным возмущением скорости во всей счетной области приводит к более быстрому росту ширины ЗТП, так что она оказывается близка к измерениям с точностью до сдвига по времени на ≈3 нс.

Близкие результаты получены для аблятора Halar:

1) наблюдается практическое совпадение всех расчетов между собой, а также их согласие с измерениями R-t диаграмм ударной волны и границ раздела Halar-CHO при небольшом систематическом завышении в расчетах радиусов;

2) в целом поведение ширины ЗТП в расчетах всех 1D расчетов близко к измерениям, однако имеется сдвиг по времени около 2–3 нс. В варианте с более интенсивной начальной турбулентностью ширина ЗТП несколько завышена по сравнению с измерениями.

В 2D расчете ILES с начальным возмущением плотности на границе Halar-CHO ширина ЗТП близка к полученной в 1D расчетах и соответственно к измерениям. В расчете же с начальными пульсациями скорости во всей области ширина ЗТП заметно завышена по сравнению с измерениями.

Полученные результаты указывают на необходимость дальнейшего развития используемых физических моделей плазмы и турбулентного перемешивания, в частности, учет неравновесности газодинамических величин. В то же время видно, что и экспериментальные данные, приведенные в [5], требуют уточнения и дополнения.

Список литературы

1. Янилкин Ю. В., Шанин А. А., Ковалев Н. П., Дарова Н. С., Дибиров О. А., Гаврилова Е. С., Губков Е. В., Жарова Г. В., Павлуша И. Н., Самигулин М. С., Симонов Г. П., Синькова О. Г., Сотникова М. Г., Тарасов В. И., Торопова Т. А. Комплекс программ ЭГАК для расчетов двумерных течений многокомпонентной среды // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1993. Вып. 4. С. 69–75.

2. Гужова А. Р., Павлунин А. С., Стаценко В. П. Уточнение констант $k - \varepsilon$ модели турбулентности на основе результатов прямого численного моделирования простейших турбулентных течений и измерений // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. Вып. 3. 2005. С. 37–48.

3. Синькова О. Г., Стаценко В. П., Янилкин Ю. В. Аналитическое и численное решения с использованием *k* – є модели турбулентности задачи гравитационного перемешивания легкого слоя // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016, № 6. С. 36–46.

4. Statsenko V. P., Tret'yachenko Y. V. and Yanilkin Y. V. Solution of self-similar equations of the $k - \varepsilon$ model in the shear turbulent mixing problem and its numerical simulation // Journal of Physical Science and Application. 2015. Vol. 5 (6). P. 377–395.

5. Dimonte G., Schneider M. Turbulent Richtmyer-Meshkov instability experiments with strong radiatively driven shocks // Physics of Plasmas. 1997. Vol. 4. P. 4347–4357.

6. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И. Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.

7. Калиткин Н. Н., Ритус И. В., Миронов А. М. Ионизационное равновесие с учетом вырождения электронов: Препринт № 46. М.: ИПМ, 1983.

8. Carlson T. A., Nestor C. W., Wasserman N., McDowell J. D. Calculated ionization potentials for multiply charged ions // Atomic Data. 1970. Vol. 2. P. 63–99.

9. Елисеев Г. М., Кондратьев Д. С. Программа DESSI сшивки термодинамических функций и построения сплайн-уравнений состояния // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 2. С. 50–57.

10. Трунин Р. Ф., Гударенко Л. Ф., Жерноклетов М. В., Симаков Г. В. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001.

11. Смельцова Л. С., Быковникова Н. В. Локальное тестирование сплайн-уравнений состояния. Визуализация результатов // VIII Научно-техническая конференция «Молодежь в науке»: Сб. докладов. 2010. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ. С. 133–136.

12. Елисеев Г. М., Клинишов Г. Е. Уравнение состояния твердых веществ и его сплайнаппроксимация: Препринт № 173. М.: ИПМ, 1982.

13. Гордеев Д. Г., Гударенко Л. Ф., Каякин А. А., Куделькин В. Г. Полуэмпирическая модель уравнения состояния металлов с эффективным учетом ионизации. Часть 2. Уравнение состояния алюминия // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2010. Вып. 3. С. 26–34.

14. Калиткин Н. Н., Кузьмина Л. В. Таблицы термодинамических функций вещества при высокой концентрации энергии: Препринт № 35. М.: ИПМ. 1975.

15. Compendium of shock wave data. Ed. M. Van Thiel. LLL, University of California. Livermore, California, 1977.

16. LASL Shock Hugoniot Data. Ed. Marsh S. P. Berkeley – Los Angeles – London: University California Press, 1980.

Статья поступила в редакцию 21.12.2016