УДК 539.382.4

Кинетическая модель откольного разрушения материалов в условиях высокоинтенсивного ударно-волнового воздействия

С. В. Михайлов, А. С. Тяпин, Б. С. Серов, В. В. Руденко

Предпринята попытка создания кинетической модели откольного разрушения с минимальным количеством эмпирических параметров, адекватно описывающей результаты ударно-волнового откольного разрушения металлов в достаточно широкой области ударно-волновых нагрузок при фиксированных значениях параметров модели. Модель является двустадийной: в ней учтено возникновение новых пор под действием растягивающих напряжений и дальнейшее расширение возникших пор. В предлагаемой модели использован термофлуктуационный механизм зарождения микроповрежденности материала и учтен факт последовательного возникновения микропор в ходе накопления поврежденности. С помощью модели были описаны с фиксированными для каждого металла наборами эмпирических констант толщины первых откольных слоев в сериях экспериментов по ударноволновому разрушению Al, Cu, Ni, Pb.

Введение

Практика показывает, что малопараметрические критерии откольного разрушения (с одним и более эмпирическими параметрами) не могут дать адекватного описания результатов ударноволнового откольного разрушения в представляющей интерес для изучения достаточно широкой области ударно-волновых нагрузок при фиксированных значениях параметров критериев. Практически всегда эти параметры оказываются зависящими от характеристик нагружения (см., например, [1]). С целью устранения этого недостатка в практику расчетов с некоторых пор стали внедряться кинетические модели откольного разрушения для более всестороннего и обоснованного отражения физических особенностей этого процесса (см., например, [2]). Однако недостаток таких моделей – их многопараметричность, сильно затрудняющая калибровку моделей на результаты экспериментов и в целом ряде случаев приводящая к неединственности решения задачи подбора вектора эмпирических параметров по имеющемуся массиву экспериментальных данных. Кроме того, многопараметричность затрудняет интерпретацию экспериментальных данных.

При конструировании представленной в настоящей работе кинетической модели усилия авторов были направлены на снижение числа входящих в нее эмпирических параметров до такого уровня, который обеспечивал бы удовлетворительное описание экспериментальных толщин откольных слоев в сериях экспериментов по откольному ударно-волновому разрушению металлов. Модель двустадийная: в ней учтено возникновение новых пор под действием растягивающих напряжений и дальнейшее расширение возникших пор (так называемая модель типа NAG [2]). Однако, в отличие от [2], в предложенной модели использован термофлуктуационный механизм зарождения микроповрежденности материала и учтен факт последовательного возникновения микропор в ходе накопления поврежденности. Развитая модель введена в одномерный расчетный комплекс MASTER [3]. С помощью модели описываются результаты серий экспериментов [1] по откольному ударноволновому разрушению ряда металлов: Al, Cu, Ni, Pb; при этом акцент, в отличие, например, от работ [2, 4], сделан на расчеты толщин первых откольных слоев с фиксированным набором эмпирических параметров для каждого металла, а не на описание тонкой структуры регистрируемых зависимостей скорости свободной поверхности образцов в единичных опытах. Надежды на то, что расчетное описание тонкой структуры зависимостей скорости свободной поверхности образцов в единичных опытах «автоматически» обеспечит широкодиапазонное описание толщин откольных слоев при различных условиях нагружения, не оправдываются на практике. В то же время для практических приложений важно, в первую очередь, именно правильное описание толщин возникающих слоев, а не тонкой структуры импульсов.

Формулировка модели

Как уже отмечено выше, в основу представляемой модели заложен термофлуктуационный механизм возникновения микропор под действием растягивающих напряжений. Уравнения для поврежденности материала выглядят следующим образом:

$$\omega(t) = 4\pi \int_{0}^{t} \frac{dN(t')}{dt} \left\{ \int_{t'}^{t} v(t''-t') \begin{bmatrix} t''-t' \\ \int \\ 0 \end{bmatrix} v(t''') dt''' \end{bmatrix}^{2} dt'' \right\} dt' = 4\pi \int_{0}^{t} \frac{dN(t')}{dt} \left\{ \int_{0}^{t-t'} v(t'') \begin{bmatrix} t'' \\ 0 \end{bmatrix} v(t''') dt''' \end{bmatrix}^{2} dt'' \right\} dt'.$$
(1)

Здесь рассматривается объемный вариант модели, хотя существует и поверхностный вариант; $v(t) = \xi \sigma / (\rho c)$ – скорость роста радиуса микропоры, σ – растягивающее напряжение, ρc – произведение текущих плотности и скорости звука, ξ – эмпирическая константа; в фигурных скобках – объем одной микрополости (деленый на 4π), образовавшейся в момент t; $\omega(t)$ – отношение суммарного объема пор к полному объему повреженного материала. При достижении предельной поврежденности ($\omega(t) = \omega_{\rm kp}$) в рамках модели происходит макроразрушение: в этот момент в данной счетной точке зануляются продольное растягивающее напряжение, откольная и сдвиговая прочности материала.

Формулу (1) для объемного варианта модели можно представить как

$$\omega(t) = \int_{0}^{t} \frac{dN(\tau)}{dt} V_n(t-\tau) d\tau, \qquad (2)$$

где V_n – объем развивающейся сферической поры. Из (2) видно, что в модели учитывается последовательное вступление в процесс растяжения вновь возникающих пор.

Входящая в уравнение (1) величина $\frac{dN(t)}{dt}$ представляет собой число термофлуктуационных микрополостей, возникающих в единице объема за единицу времени, и выражается следующим образом:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{n(t)}{\tau_0} \exp \frac{-W_{\phi\pi}A}{RT},$$

где $n(t) = \rho(t)/m_a$ – объемная плотность атомов вещества, m_a – масса атома, $\rho(t)$ – текущая плотность сплошного материала, R – газовая постоянная, A – атомный вес материала, T – температура, τ_0 – период собственных колебаний атома.

Мерой вероятности малых флуктуаций в макроскопической системе является работа $W_{\phi n}$, которую надо совершить для перевода ее в другое состояние. С другой стороны, мерой работы при изотермо-изобарическом процессе, каковым является термофлуктуация, является термодинамический потенциал Гиббса [5], поэтому

$$W_{\rm dyn} = F_0 + E + PV - TS = F_0 + F + PV, \tag{3}$$

где E – внутренняя энергия, P – давление, V – удельный объем, S – энтропия, F – свободная энергия системы, а F_0 – работа на разрыв связи между атомами при нулевых давлении и температуре, эмпирический параметр модели. Здесь и далее все термодинамические характеристики относятся к поврежденному материалу, так как в модели учтено обратное влияние поврежденности на уравнение состояния материала.

Учет обратного влияния развития поврежденности материала на его термодинамические свойства проводится следующим образом:

$$P(\rho, E, \omega) = (1 - \omega) P_s(\rho_s, E_s) = (1 - \omega) P_s\left(\frac{\rho}{(1 - \omega)}, E\right),$$

где $P_{S}(\rho_{S}, E_{S})$ – уравнение состояния сплошного материала, $\rho_{S} = \frac{\rho}{(1-\omega)}$ и полагается, что $E_{S} = E$.

С учетом упругопластических характеристик материала определение (3) переходит в

$$W_{\phi\pi} = F_0 + E + \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{\rm el} V - TS,$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений (в отличие от принятых в механике сплошных сред обозначений здесь они считаются положительными на сжатиях и отрицательными на растяжениях), ε_{ij}^{el} – компоненты тензора упругих деформаций, а приращение энергии на деформациях $dE = -\sigma_{ij}Vd\varepsilon_{ij}^{el} + TdS$, причем $-\sigma_{ij}Vd\varepsilon_{ij}^{pl} = TdS$, где ε_{ij}^{pl} – компоненты тензора пластических деформаций. Далее для простоты рассмотрение проводится без учета упругопластических свойств материалов, который не вносит принципиальных отличий в описание откольного разрушения материалов, приводя к небольшому смещению значений эмпирических параметров модели. Кроме того, введение упругопластики в ряде случаев снимает эффект возникновения в гидродинамических расчетах зоны сплошного разрушения за первым откольным слоем.

Интегральное представление (1) и наличие подынтегральной экспоненты породило исторически сложившееся название «интегро-экспоненциальная модель», которую далее будем для краткости обозначать аббревиатурой ИЭМ.

Расчет температуры и энтропии в рамках модели

В модель ИЭМ входят внутренняя энергия, температура и энтропия в показателе экспоненты в виде дроби

$$\frac{F_0 + E + PV - TS}{RT/A}.$$

Ввиду указанного обстоятельства высоки требования к корректности расчета данных характеристик материала. В частности, в газодинамическом расчете должны учитываться начальный разогрев и начальная энергия материала.

При фиксированном удельном объеме вещества его энтропию можно записать в виде интеграла $S = \int_{0}^{T} \frac{c_V(T)}{T} dT$. Однако, чтобы обеспечить неизменность энтропии в изэнтропическом

процессе, необходимо, чтобы теплоемкость су зависела от автомодельной комбинации

$$\xi \sim T / \rho^{\Gamma}$$
,

где Г – коэффициент Грюнайзена. Тогда

$$S = \int_{0}^{T} \frac{c_V(\xi)}{\xi} d\xi$$

со всеми вытекающими последствиями. Обычно в качестве ξ вводят безразмерную переменную $T/T_{\rm D}$, где

$$T_{\rm D} = T_{\rm D}^{\kappa} \delta^{\Gamma}, \qquad (4)$$

 $\delta = \rho / \rho_{\kappa}$, ρ_{κ} – кристаллическая плотность материала, T_{D}^{κ} – температура Дебая (константа материала).

Если среда характеризуется переменным коэффициентом Грюнайзена, то вместо (4) выражение для $T_{\rm D}$ запишется в виде

$$T_{\rm D} = T_{\rm D}^{\kappa} \exp\left(-\int_{V_k}^{V} \frac{\Gamma(V)}{V} dV\right).$$

В частности, если зависимость коэффициента Грюнайзена от удельного объема (или плотности) имеет вид

$$\Gamma = \Gamma_{\infty} + \frac{\Gamma_0 - \Gamma_{\infty}}{\delta^M},$$

где Γ_0 , Γ_∞ , M – параметры, то

$$T_{\rm D} = T_{\rm D}^{\kappa} \delta^{\Gamma_{\infty}} \exp\left(\left(\Gamma_{\infty} - \Gamma_{0}\right) \left(1 - 1/\delta^{M}\right) / M\right).$$
⁽⁵⁾

Для теплоемкости можно использовать интерполяционную формулу, удовлетворительно описывающую экспериментальные данные для материалов в промежуточной по температурам области, а также высоко- и низкотемпературные пределы в дебаевском приближении:

$$c_{V} = \frac{3R}{A} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}\pi^{4}} \frac{T}{T_{\rm D}}\right)^{3}}{1 + \left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}\pi^{4}} \frac{T}{T_{\rm D}}\right)^{3}} \equiv \frac{3R}{A} \frac{\overline{T}^{3}}{1 + \overline{T}^{3}},\tag{6}$$

где $\overline{T}(S) \equiv \sqrt[3]{\frac{3}{5}} \pi^4 \frac{T(\rho, S)}{T_D(\delta)}$, причем T_D берется из (4) или (5). В низкотемпературном пределе точ-

ное значение теплоемкости дает замена в (6) множителя $3\pi^4$ на $4\pi^4$. Используя (6), получаем для энтропии

$$S(V,T,\omega) = S_s((1-\omega)V,T) \approx \frac{R}{A} \ln\left[1 + \frac{3\pi^4 T^3 V^{3\Gamma}}{5T_{\rm D}^{\kappa 3} V_{\rm D}^{3\Gamma}}\right],\tag{7}$$

где V_D – удельный объем неповрежденного материала при температуре Дебая.

Если не учитывать поверхностную энергию пор, то энтропию *поврежденного* материала с учетом (7) можно записать в виде:

$$S(V,T,\omega) = S_{s}((1-\omega)V,T) = \frac{R}{A} \ln \left[1 + \frac{3\pi^{4}T^{3}V^{3\Gamma}(1-\omega)^{3\Gamma}}{5T_{D}^{\kappa 3}V_{D}^{3\Gamma}}\right].$$

Из полученного выражения следует, что при неизменной температуре неубывание энтропии обеспечивается обратной пропорциональностью V и $(1-\omega)$. Заметим, что изэнтропу повреждаемого материала следует записывать в виде

$$TV^{(\gamma-1)}(1-\omega)^{(\gamma-1)} = \text{const},$$

где показатель адиабаты $\gamma = \Gamma + 1$.

Численное моделирование экспериментов по откольному разрушению Al, Ni, Cu, Pb

Проверка работоспособности модели проводилась на материалах статьи [1] по обсчету экспериментов с ударно-волновым откольным разрушением металлов: алюминия, никеля, меди, свинца. Экспериментальные данные приведены в [1].

На схеме показана начальная геометрия плоских опытов с образцами исследуемых материалов. Инициирование детонации взрывчатого вещества (ВВ) на рисунке справа. Размеры областей приведены в таблице.

В опытах использовалось взрывчатое вещество В-3 [1]. Уравнение состояния продуктов детонации В-3 (УРС ПВ) бралось в степенном виде [6]:

$$P_{\Pi B} = A \rho_{\Pi B}^n$$

где $A = \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} \frac{D^2}{\rho_{BB}^{n-1}}$, D – скорость детонации, ρ_{BB} – начальная плотность BB. В книге [7, табл. 2.1]

приведены параметры весьма близкого по составу к В-3 взрывчатого вещества В. Их пересчет к составу В-3 дает для него начальную плотность $\rho_{BB} = 1,71$ г/см³ скорость детонации D = 7,97 км/с, давление в детонационной волне $P_{AB} = 28,9$ ГПа, показатель политропы n = 2,76. Переход к n = 3 при неизменных D и P_{AB} дает для кубического УРС В-3 значение $\rho_{BB} = 1,82$ г/см³, которое и использовалось в расчетах.

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ...



Схема физических сборок в экспериментах по откольному разрушению Al, Ni, Cu, Pb

Результа	ты расчетов	толщин	откол	ьных	слоев	в сериях	с опытов	c Al, N	li, Cu ı	a Pb
										_

№ опыта	Толщина образца, мм	Толщина ВВ, мм	Материал	$\omega_{\kappa p}$	<i>F</i> ₀ , кДж/г	٤ ³	$h_{\mathfrak{H}} \pm \Delta h$, мм	<i>h</i> _р , мм
1	.	100	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$2,6 \pm 0,2$	2,75
			Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$2,4 \pm 0,2$	2,51
	25		Свинец	0,1 0,15	1,8	$0,337 \cdot 10^{-25}$	1,3 ± 0,2	1,3 1,3
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$3,3 \pm 0,2$	3,55
2		51	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$2,4 \pm 0,2$	2,3
	25		Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$2,2 \pm 0,2$	2,16
			Свинец	0,1 0,15	1,8	0,337.10 ⁻²⁵	$1,1\pm0,2$	1,14 1,14
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$2,9\pm0,2$	2,8
		38,1	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$2,1\pm0,2$	2,22
			Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$1,95 \pm 0,2$	2,03
3	25		Свинец	0,1 0,15	1,8	$0,337 \cdot 10^{-25}$	$1,05 \pm 0,2$	1,09 1,16
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$2,9 \pm 0,2$	2,65
4		25	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$1,85 \pm 0,2$	2,03
	25		Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$1,8 \pm 0,2$	1,9
			Свинец	0,1 0,15	1,8	$0,337 \cdot 10^{-25}$	$1,0 \pm 0,2$	1,07 1,15
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$2,6\pm0,2$	2,4
	25	12,7	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$1,8 \pm 0,1$	1,9
			Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$1,65\pm0,2$	1,9
5			Свинец	0,1 0,15	1,8	0,337.10 ⁻²⁵	$1,2 \pm 0,1$	1,07 1,2
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$\begin{array}{c} h_3 \pm \Delta h, \ {\rm MM} \\ \hline 2,6 \pm 0,2 \\ \hline 2,4 \pm 0,2 \\ \hline 1,3 \pm 0,2 \\ \hline 3,3 \pm 0,2 \\ \hline 2,4 \pm 0,2 \\ \hline 2,2 \pm 0,2 \\ \hline 1,1 \pm 0,2 \\ \hline 2,9 \pm 0,2 \\ \hline 2,1 \pm 0,2 \\ \hline 1,05 \pm 0,2 \\ \hline 1,8 \pm 0,1 \\ \hline 1,65 \pm 0,2 \\ \hline 1,2 \pm 0,1 \\ \hline 1,2 \pm 0,1 \\ \hline 1,3 \pm 0,2 \\ \hline 0,75 \pm 0,2 \\ \hline 1,8 5 \pm 0,1 \\ \hline 1,5 \pm 0,1 \\ \hline 1,2 \pm 0,2 \\ \hline 0,8 \pm 0,1 \\ \hline 1,7 \pm 0,2 \\ \hline 0,8 \pm 0,1 \\ \hline 1,7 \pm 0,2 \\ \hline 0,8 5 \pm 0,1 \\ \hline 0,85 \pm 0,1 \\ \hline 0,85 \pm 0,1 \\ \hline 0,85 \pm 0,1 \\ \hline \end{array}$	2,24
	12	19	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$1,\!45 \pm 0,\!1$	1,3
			Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$1,3 \pm 0,2$	1,1
6			Свинец	0,1 0,15	1,8	$0,337 \cdot 10^{-25}$	$0,75\pm0,2$	0,6 0,6
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$1,85 \pm 0,1$	1,43
7	12	12,7	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$1,5 \pm 0,1$	1,18
			Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	$1,2 \pm 0,2$	1,08
			Свинец	0,1 0,15	1,8	$0,337 \cdot 10^{-25}$	$0,8\pm0,1$	0,6 0,6
			Никель	0,1	2,0	$0,130 \cdot 10^{-12}$	$1,7 \pm 0,2$	1,3
8	6	6 6,37	Алюминий	0,1	2,8	$0,296 \cdot 10^{-17}$	$0,7 \pm 0,2$	0,68
			Медь	0,1	1,43	$0,119 \cdot 10^{-15}$	0,85 ± 0,1	0,55

Уравнения состояния Al, Ni, Cu, Pb брались в форме Mu – Грюнайзена [8] с параметрами, близкими к представленным в [1]. Параметр модели τ_0 в расчетах для всех материалов принимался равным 10⁻¹³ с. Результаты расчетов откольного разрушения Al, Ni, Cu и Pb приведены в таблице: экспериментально измеренные толщины откольных слоев обозначены h_3 , доверительные интервалы ошибок определения толщин $\pm \Delta h$, расчетные толщины откольных слоев h_p .

В таблице также приведена максимальная поврежденность, при достижении которой в рамках модели происходит макроразрушение (в этот момент в данной счетной точке зануляются давление, откольная и сдвиговая прочности материала). Как видно из таблицы, результаты расчетов с различными значениями $\omega_{\rm kp} = 0,1$ и 0,15 (для свинца) отличаются друг от друга не более чем на 0,13 мм и от экспериментальных толщин откольных слоев не более чем на 0,2 мм. Поэтому есть желание в дальнейшем полагать $\omega_{\rm kp}$ просто константой, а не эмпирическим параметром модели. К тому же, двустадийные кинетические модели, каковой является ИЭМ, не описывают третью стадию – коалесценции, т. е. слияния пор в процессе растяжения. Независимо от материала эта стадия, согласно подтвержденному экспериментами чисто геометрическому критерию Тонкса и др. из [4], начинается при $\omega = 0,125$, поэтому разумно считать $\omega_{\rm kp} = \text{const} = 0,125$. Из таблицы видно, что результаты расчетов толщин откольных слоев по всей совокупности данных не более чем на $\pm 0,25$ мм отличаются от экспериментальных данных, кроме опытов № 6, 7 с Ni, опыта № 7 с Al и опыта № 8 с Cu. Результаты обсчета плоских опытов с поверхностным вариантом модели дали такое же удовлетворительное согласие расчетов с экспериментальными данными.

Выводы

Развитая в данной работе интегро-экспоненциальная модель откольного разрушения материалов при минимальном количестве эмпирических параметров (3 вместо, например, 7 в [2]) позволяет в единой манере удовлетворительно описать результаты серий ударно-волновых экспериментов по откольному разрушению ряда металлов: Al, Cu, Ni, Pb. Есть основания надеяться, что в дальнейшем число эмпирических параметров удастся снизить до двух.

Список литературы

1. Breed B. R., Mader C. L., Venable D. Technique for determination of dynamic–tensile–strength characteristics // J. Appl. Phys. 1967. Vol. 38, N 8. P. 3271–3275.

2. Огородников В. А., Садовой А. А., Софронов В. Н. и др. Кинетическая модель пластического разрушения с учетом диссипативных процессов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2001. Вып. 2. С. 35–40.

3. Tchekhounov E., Roudenko V., Chabourov M. Tutorial and research package MASTER on continuum mechanics // Proc. of the 2nd Europian Conf. «Physics Teaching in Engineering Education». Budapest, Hungary, 2000.

4. Tonks D., Kaul A., Thissell W., Trujillo C. Spallation modeling using experiments on the Atlas pulsed power facility // Хим. физика. 2005. Т. 24, № 10. С. 86–96.

- 5. Левич В. Г. Курс теоретической физики. Том І. М.: Физматгиз, 1962.
- 6. Забабахин Е. И. Некоторые вопросы газодинамики взрыва. Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 1997.
- 7. Мейдер Ч. Численное моделирование детонации. М.: Мир, 1985.
- 8. Копышев В. П. Теория уравнений состояния. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2009.

Kinetic Model of Materials` Spallation under High Intensive Shockwave Loading

S. V. Mikhailov, A. S. Tyapin, B. S. Serov, V. V. Rudenko

Attempt to create kinetic spallation model with minimum quantity of empiric parameters is produced in this work. This model must give adequate description of results of high intensive metals spallation in wide enough range of shockwave loadings with fixed parameters of model. Model, realized in this work, is of two stages: the stage of nucleation of new pores under tensile stress and the stage of pores growth. There the mechanism of thermal fluctuation of failure nucleation and the fact of the consecutive birth of pores during falure accumulation was used in this model. The thicknesses of first spall layers in series of shockwave breaking of metals (Al, Cu, Ni, Pb) with fixed for every metal sets of empiric constants were simulated using the model.