

УДК 537.5

# К эллипсоидальной модели стримера в продольном магнитном поле

Л. П. Бабич

*Анализируется распространение стримера во внешнем продольном магнитном поле ( $\vec{H}_0 \parallel \vec{E}_0$ ). Показано, что в сильном поле поверхность стримера существенно отличается от эллипсоидальной, традиционно используемой в аналитических моделях стримера и оценках его характеристик. Следствием является уменьшение радиуса кривизны вершины стримера и увеличение скорости его распространения, что проявляется в наблюдаемом уменьшении времени формирования пробоя с ростом напряженности магнитного поля.*

## Введение

Интерес к электрическому пробую газов во внешнем магнитном поле обусловлен представляющей возможностью управлять газоразрядным процессом [1–6]. Так, влияние продольного магнитного поля ( $\vec{H}_0 \parallel \vec{E}_0$ ) на эволюцию электронной лавины и время формирования пробоя  $t_f$  изучалось в работах [1, 3], пробой газов в продольном  $\vec{H}_0 \parallel \vec{E}_0$  и поперечном  $\vec{H}_0 \perp \vec{E}_0$  магнитных полях исследован в работе [5], распространение стримера в скрещенных полях в диапазоне углов Холла  $\Theta_H = \text{arctg}\left(\frac{e\mu_0 H_0}{mv}\right)$  от  $0^\circ$  до  $30^\circ$  исследовалось в работе [6]. Здесь  $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}_0$  – напряженности внешнего электрического и магнитного полей,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума,  $v_{en}$  – частота столкновений электронов с атомарными частицами. Даже в отсутствие магнитного поля число аналитических моделей стримера крайне ограничено, а что касается аналитических моделей стримера в магнитном поле, то, насколько известно автору, таковые вообще отсутствуют. В настоящем сообщении анализируется распространение стримера в продольном магнитном поле. Анализ ведется в дрейфовом приближении в рамках математической модели, разработанной для случая  $\vec{H}_0 = 0$  в работе [7] (см. также монографию [8]).

## Модель стримера в продольном магнитном поле

Наличие магнитного поля приводит к необходимости учета конечной проводимости на фронте стримера, т. е. исходить следует не из уравнения Лапласа для потенциала электрического поля  $\Phi(\vec{r}, t)$ , как принято в [7, 8], а, по крайней мере, из уравнения непрерывности полного тока

$$\text{div}\left(\vec{j} - \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla}\Phi\right) = 0, \quad (1)$$

где  $\vec{j}$  – плотность тока проводимости. Под поверхностью стримера понимаем некую поверхность  $\tilde{r}$ , ограничивающую плазму с высокой проводимостью, в которой электрическое поле мало ( $E \ll E_0$ ). В [7, 8] на этой поверхности приняты следующие граничные условия:

$$\Phi(\tilde{r}) = 0, \quad (2)$$

$$d\Phi/dt|_{\tilde{r}} = 0. \quad (3)$$

Вблизи поверхности  $\tilde{r}$  существует переходный слой, где напряженность электрического поля достигает максимального значения  $E_{\max}$ . В этом слое током смещения можно пренебречь даже вблизи поверхности  $\tilde{r}_1$ , на которой  $E(\tilde{r}) = E_{\max}(\tilde{r}_1)$ . Действительно, пусть в окрестности вершины стримера выделилась малая доля  $\delta^2 \ll 1$  от максимальной плотности энергии поля перед поверхностью стримера  $\varepsilon_0(E_{\max})^2/2$ , где  $E_{\max} \approx E_a \approx E_0(a/r)^2$  [7–9],  $2a$  – длина,  $2r$  – диаметр стримера,  $E_a$  – напряженность поля у вершины стримера. Тогда

$$j/j_{dis} = en_e\mu_e E_a/\varepsilon_0(\partial E_a/\partial t) \approx \delta^2 e\varepsilon_0 E_a^2 \mu_e a/2(\varepsilon_{in} + T_e)\varepsilon_0 2E_a \dot{a} \approx \delta^2 [eE_0 a/4(\varepsilon_{in} + T_e)](a/r)^2. \quad (4)$$

Здесь  $n_e$  и  $T_e$  – концентрация и «температура» электронов,  $\varepsilon_{in}$  – энергетическая «цена» ионизации атомарных частиц газа,  $\mu_e$  – коэффициент подвижности электронов,  $\dot{a}$  – скорость распространения стримера. Так как  $eE_0 a/4(\varepsilon_{in} + T_e)$  и  $(a/r)^2 \gg 1$ , то  $j/j_{dis} \gg 1$  при  $\delta^2$ , достаточно малых, чтобы можно было пренебречь изменением поля, т. е.  $\delta E_a \ll E_a$ . Например, в воздухе при атмосферном давлении ( $E_0 > E_{st} \approx 30$  кВ/см,  $\varepsilon_{in} \approx 32$  эВ,  $T_e \ll \varepsilon_{in}$  [9]) для  $a \approx 1$  см отношение  $eE_0 a/4(\varepsilon_{in} + T_e) > 100$ . Если принять  $\delta^2 = 0,01$ , то  $j \gg j_{dis}$  вследствие  $(a/r)^2 \gg 1$ , хотя напряженность поля уменьшается относительно максимальной всего на 10 %.

С учетом  $j \gg j_{dis}$  и цилиндрической симметрии задачи уравнение (1) сводится к уравнению для потенциала между поверхностями  $\tilde{r}$  и  $\tilde{r}_1$ :

$$\Delta_z \Phi + \frac{1}{1 + (\omega_{ce}/v_{en})^2} \Delta_\rho \Phi = 0. \quad (5)$$

Граничное условие (3) вблизи анодной вершины стримера ( $\rho \rightarrow 0, z \rightarrow a$ ) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[ \mu_e (\Delta_z \Phi)^2 + \frac{1}{1 + (\omega_{ce}/v_{en})^2} (\Delta_\rho \Phi)^2 \right] = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\vec{z} \updownarrow \vec{E}_0, \vec{\rho} \perp \vec{E}_0, \omega_{ce} = \mu_0 e H_0 / m$  – циклотронная частота электронов,  $v_{en}$  – частота столкновений электронов с атомарными частицами.

Поскольку уравнения (5) и (6) в координатах  $z, y = \rho \left(1 + (\omega_{ce}/v_{en})^2\right)^{0,5}$  имеют тот же вид, что и при  $\vec{H}_0 = 0$  (см. [7, 8]), то вблизи вершины стримера  $\Phi(\rho, z, t) = \varphi(z, t) - \varphi_{zz} y^2 / 4$ , где  $\varphi(z, t) = \Phi(0, z, t)$ , и остаются в силе соотношения [7, 8]:

$$\dot{a} = \mu_e \varphi_z(a, t), \quad (7)$$

$$[\dot{\phi}_{zz}(a,t)\phi_z(a,t) - \phi_{zz}(a,t)\dot{\phi}_z(a,t)]\phi_{zz}^{-2}(a,t) = -\mu_e [\phi_{zzz}(a,t)\phi_z^2(a,t)\phi_{zz}^{-2}(a,t) - 2\phi_z(a,t)] = 0. \quad (8)$$

Если повторить процедуру [7, 8] вычисления радиуса кривизны вершины стримера  $R$  ( $\rho = 0, z = a$ ), но с учетом  $\vec{H}_0$ , то, используя (7) и (8), получим уравнение

$$\frac{dR}{da} = \frac{2}{1 + (\omega_{ce}/v_{en})^2} \left( \frac{\phi_z(a,t)\phi_{zzz}(a,t)}{\phi_{zz}^2(a,t)} - 2 \right). \quad (9)$$

Из условия (2), как и в [7, 8], следует уравнение поверхности стримера

$$\frac{\partial \rho}{\partial a} = \frac{E_\rho^2 / (1 + \omega_{ce}^2/v_{en}^2) + E_z^2}{E_a E_\rho}, \quad (10)$$

которое при  $\vec{H}_0 \rightarrow 0$  хорошо описывает поверхность эллипсоида вращения за исключением области вблизи  $z = 0$  [7, 8]. Поскольку развитие стримера определяется электрическим полем в окрестности вершин стримера ( $\rho = 0, z = \pm a$ ), где напряженность поля максимальна, то в [7, 8] принята эллипсоидальная модель стримера, для которой правая часть (9) равна нулю. Очевидно, что независимо от формы поверхности стримера  $dR/da \geq 0$ , т. е. поверхность эллипсоида является предельным случаем. Как видно из (10), в слабом магнитном поле, когда  $(\omega_{ce}/v_{en})^2 \ll 1$ , эллипсоидальная модель справедлива, и  $dR/da = 0$ , что соответствует результатам экспериментов [3], согласно которым в азоте время формирования пробоя  $t_f$  почти не зависит от  $H_0$  для значений, меньших некоторого  $H_1$ , являющегося функцией  $(E_0, P)$ , причем в этих экспериментах циклотронная частота  $\omega_{ce}(H_1)$  была близка к  $v_{en}$  в молекулярном азоте при атмосферном давлении. С ростом  $H_0$  отличие (10) от уравнения поверхности эллипсоида становится существенным. Согласно (9) радиус  $R$  уменьшается с ростом  $H_0$ , что соответствует уменьшению времени формирования пробоя  $t_f$  азота с ростом напряженности магнитного поля ( $dt_f/dH_0 < 0$ ), наблюдавшемуся в [3] для  $H \geq H_1$ , поскольку скорость распространения стримера определяется напряженностью электрического поля вблизи его вершины:  $\dot{a} = \mu_e \phi_z(a,t) \sim a/R(H_0)$ . Таким образом, в сильных магнитных полях, когда  $\omega_{ce} \geq v_{en}$ , эллипсоидальная модель идеально проводящего стримера неприменима. Следствием соотношений (9) и (10) является увеличение вероятности развития узких контрагированных каналов в продольном магнитном поле.

Следует отметить, что в продольном магнитном поле появляется компонент поперечной скорости заряженных частиц, обусловленный силой Лоренца [10],  $u_\perp = e[\vec{E}_\rho \times \vec{H}_0] / m_{eq} \omega_{ce} H_0 (1 + m_{eq}^2 v^2 / m^2 \omega_{ce}^2)$ , где  $m_{eq}$  – приведенная масса. В результате возникает кольцевой ток, плотность которого равна нулю при  $z = 0, \pm a$  и достигает максимума на двух окружностях, где  $E_\rho = E_\rho^{\max}$ . Направление тока противоположно на анодной и катодной половинах стримера вследствие противоположного направления  $\vec{E}_\rho$  и не зависит от знака носителей.

## Заклучение

В модели эллипсоидального стримера, развитой Лозанским и Фирсовым [7, 8], учтено внешнее продольное магнитное поле. В достаточно сильных магнитных полях, когда циклотронная частота электронов близка к частоте столкновений с атомарными частицами газа или превосходит ее, модель эллипсоидального стримера неприменима. Показано, что в магнитном поле радиус кривизны вершины стримера растет с его длиной тем медленнее, чем сильнее магнитное поле. Следствием является увеличение скорости распространения стримера и уменьшение времени формирования пробоя с ростом напряженности магнитного поля, что согласуется с опубликованными экспериментальными результатами.

## Список литературы

1. Mitani K., Kubo H. Breakdown of argon at low pressure in a longitudinal magnetic field // J. Phys. Soc. Jap. 1960. Vol. 15. P. 678–683.
2. Кишов М.-Р. Г. Исследование процесса формирования катодного пятна при искровом пробое гелия в сильном продольном магнитном поле // Известия высших учебных заведений. Радиофизика, 1980. Т. 23, № 8. С. 992–995.
3. Омаров О. А., Рухадзе А. А., Шихаев А. Ш. Плазменный механизм пробоя газов в сильных продольных магнитных полях // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 2. С. 255–259.
4. Рахимов А. Т., Суетин Н. В. Влияние продольного магнитного поля на развитие приэлектродной неустойчивости несамостоятельного газового разряда // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 2. С. 121–123.
5. Кишов М.-Р. Г., Аюпджанов Н. А. Исследование пробоя газов в продольном и поперечном магнитном полях // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 3. С. 383.
6. Manders F., Christianen P. C. M., Maan J. C. Propagation of a streamer discharge in a magnetic field // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. Vol. 41. P. 234006 (6pp). Doi:10.1088/0022-3727/41/23/234006.
7. Lozansky E. D. and Firsov O. B. Theory of initial stage of streamer propagation // J. Phys. D: Appl. Phys. 1973. Vol. 6. P. 976.
8. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. – М.: Атомиздат. 1975.
9. Raizer Yu. P. Gas Discharge Physics. – Berlin: Springer. 1991.
10. Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров С. А. Основы физики плазмы. – М.: Атомиздат. 1977.

## Ellipsoidal streamer model in longitudinal magnetic field

L. P. Babich

*A streamer propagation in external longitudinal magnetic field ( $\vec{H}_0 \parallel \vec{E}_0$ ) is analyzed. It is shown that in strong magnetic field the streamer surface essentially differs from that of the ellipsoid, traditionally used in analytical streamer models and estimations of streamer characteristics. As a result, in longitudinal magnetic field a curvature of the streamer head radius decreases and the propagation velocity increases, which is manifested in observed reduction of the breakdown formation time with growth of the magnetic field intensity.*