УДК 530.1

О границах космоса*

Э. Э. Лин

На основе принципа неопределенности, применяемого в космических масштабах, в приближении сферической симметрии евклидовой геометрии получены асимптотические зависимости характерных размеров астрофизических и космологических объектов от времени. Это позволяет определить пространственные границы однородности распределения материи во Вселенной, а также размер космической сферы, содержащей множество групп взаимодействующих вселенных.

Введение

Одной из проблем космологии является определение пространственных границ, соответствующих однородности и изотропности Вселенной, т. е. так называемому Космологическому принципу [1–3]. Последнее означает, что из-за недостаточно большого времени действия гравитации возмущения распределения материи на ранних стадиях формирования космологических структур не влияют на среднее значение плотности вещества в современном космосе, а «сильные неоднородности и пустоты заканчиваются на некотором большом, хотя до сих пор и неизвестном расстоянии» [2]. Другая проблема – является ли космос бесконечным или конечным (замкнутым), и где граница замкнутого космического пространства [1, 2].

В соответствии с представлениями [3] о крупномасштабной структуре Вселенной, как о неоднородном распределении материи, возникающем из растущих адиабатических возмущений плотности, различаются развитая нелинейная структура в масштабах менее 10 мегапарсек (Мпк) (гало галактик, группы и скопления) и более регулярное квазилинейное распределение вещества в масштабах до сотен Мпк – сверхскопления и космологические «пустоты». Отмечается, что в современную эпоху еще продолжается неразрушенное квазихаббловское течение материи, которое уже искажено квантово-гравитационными неустойчивостями.

В данной работе предпринимается попытка качественного рассмотрения упомянутых проблем. С этой целью предлагается расширенная трактовка принципа неопределенности в космических масштабах. Это позволяет, в приближении сферической симметрии евклидовой геометрии, получить асимптотические зависимости характерных размеров астрофизических и космологических объектов от времени. В качестве таких объектов рассматриваются шаровые звездные скопления, сверхскопления галактик и собственно Вселенная. Постулируется существование групп взаимодействующих вселенных, рассматривается вопрос о размере космической сферы, содержащей в себе множество таких групп.

Феноменологический подход

По аналогии с квантовой механикой, которая рассматривает дискретный и непрерывный спектры энергии объектов микромира, для космических структур можно выделить области сравнительно малых масштабов, в которых в результате действия гравитации распределение массы

*World Journal of Mechanics, 2015, 5, 1–6.

является неоднородным – аналогия с дискретным спектром энергии. В более протяженных структурах, где действие гравитации «размазывается» в пространстве, распределение массы становится квазиоднородным – аналогия с непрерывным спектром энергии.

Такая аналогия создает предпосылку для попытки распространить принцип неопределенности на космические масштабы. Суть предлагаемого в данной работе принципа неопределенности в космических масштабах заключается в том, что в течение промежутка времени элементарного единичного акта гравитационного взаимодействия космических структур их размеры не могут быть точно определены. Это связано с тем, что нельзя определить, к какой из соседствующих структур относятся входящие в них поверхностные элементы, наиболее близко расположенные друг к другу. Для шаровых скоплений элементами являются звезды, для сверхскоплений – галактики, для Вселенной – скопления галактик.

В соответствии с общепринятой концепцией о формировании крупных космических объектов из более мелких (зародышей) [2], будем рассматривать замкнутые системы объектов, размеры которых увеличиваются благодаря взаимодействию большого количества зародышей и взаимодействию объектов между собой. Процесс необратимой агрегации объектов описывается с помощью понятия о волне $\varphi(a, t)$ плотности их распределения по размерам a, движущейся со временем t в сторону увеличения a. Такой одномерный подход позволяет не учитывать отклонение геометрической формы объекта от идеальной сферической. На основе вытекающего из теоремы Фурье универсального соотношения для полуширины волнового пакета и полуширины спектральной линии $\Delta a \Delta k \geq 1/4\pi$ (k – волновое число) можно записать следующее соотношение неопределенностей для координаты и импульса в пространстве размеров a:

$$|\Delta a||\Delta p| \cong \frac{K_c}{2}. \tag{1}$$

Здесь $\Delta p \sim p = m\,\Delta a/\Delta t$ – неопределенность импульса, $m = (\pi/6)a^3\rho$ – масса объекта с плотностью ρ, K_c – «космическая» константа действия, приведенная на величину 2π, Δt – характерный промежуток времени единичного акта взаимодействия объектов. Неопределенность импульса по порядку величины равна самому импульсу, так как гравитационное взаимодействие объектов происходит всегда. Космологическую константу действия можно, по аналогии с планковскими массой и длиной, определить из соображений размерности как

$$K_c = a_0 m_{oc} c = \frac{\pi}{6} a_0^4 \rho_c c = \frac{1}{16} a_0^4 \frac{H_0^2}{G} c. \tag{2}$$

Здесь a_0 – характерный размер зародышей, из которых образуется объект, c – скорость света в вакууме, $m_{oc} = (\pi/6)a_0^3\rho_c$ – условная масса зародыша при критической плотности вещества $\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$ [4], выше которой Вселенная становится замкнутой, H_0 – постоянная Хаббла, G – гравитационная постоянная. Отсюда следует, что для каждого типа рассматриваемых объектов существует своя космическая константа действия: чем крупнее зародыш структуры, тем больше величина K_c.

Формально из соотношения (1) следует, что $\Delta a \propto \sqrt{\Delta t}$, т. е. мгновенная скорость роста размера объекта бесконечно велика,

$$da/dt = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta a/\Delta t \propto \lim_{\Delta t \to 0} 1/\sqrt{\Delta t} = \infty.$$

Это означает пульсирующий характер формирования крупномасштабной структуры Вселенной, т. е. развитие первоначальных возмущений распределения материи в результате неустойчивостей космологических потоков, приводящих к появлению неоднородностей. Если же возмущения невелики, то целесообразно рассматривать средний размер объектов $\langle a \rangle$.

В случае интенсивных процессов взаимодействия объектов (на близких расстояниях или при больших потоках темной массы-энергии) величину Δt можно определить из соотношения неопределенностей «энергия–время»:

$$\Delta t \cdot \left| \Delta E \right| \cong K_c . \tag{3}$$

Здесь ΔE – ширина уровня энергии, соответствующего конкретному процессу. Поскольку в соотношениях (1) и (3) речь идет о средних размерах объектов, которые изменяются со временем непрерывно, то эти соотношения можно рассматривать как дифференциальные. Тогда из (1) и (3) получаем следующее дифференциальное соотношение:

$$\frac{\left| \Delta \langle a \rangle \right|}{\Delta t} \cong \left(\frac{\left| \Delta E \right|}{2m} \right)^{1/2} . \tag{4}$$

Отсюда видно, что в интенсивных процессах константа действия является «виртуальной».

Расчеты характерных размеров астрофизических и космологических объектов

Рассмотрим шаровые скопления, состоящие из красных гигантов со средней массой $m_g = 4M_S$, где M_S – масса Солнца [5]. В «ньютонианском» приближении для отрыва гиганта от поверхности шарового скопления или для захвата его из космического пространства на поверхность скопления требуется гравитационная энергия (работа), равная по абсолютной величине

$$\left| \Delta E \right| = G \frac{2 m_{bcl} m_g}{\langle a \rangle_{bcl}} . \tag{5}$$

Здесь m_{bcl} – масса шарового скопления, $\langle a \rangle_{bcl}$ – его диаметр. Подставляя выражение (5) в уравнение (4) и решая его в квадратурах при нулевом начальном условии, получаем соотношение между диаметром шарового скопления и временем,

$$\langle a \rangle_{bcl} \cong \left(\frac{3}{2} \right)^{2/3} \left(G m_g \right)^{1/3} t^{2/3} . \tag{6}$$

При времени жизни Вселенной $t \sim H_0^{-1} \approx 1{,}4 \cdot 10^{10}$ лет $= 4{,}41 \cdot 10^{17}$ с [1–3], расчетный характерный диаметр шаровых скоплений равен $\langle a \rangle_{bcl} \cong 6 \cdot 10^{18}$ м $\approx$ 200 пк (630 световых лет). Диаметр хорошо наблюдаемого скопления Омега Центавра составляет 600 световых лет [6].

Таким образом, принцип неопределенности неплохо работает в области астрофизических масштабов. Это дает основание для применения его в космологических масштабах. В качестве Δt примем среднее время пробега возмущения по космологическому объекту, $\Delta t = \langle a \rangle / c$. Можно полагать, что в течение этого промежутка времени плотность вещества в объекте остается неизменной. Подставляя выражение (2) в соотношение (1), переписанное для средних размеров, получаем дифференциальное соотношение,

$$\langle a\rangle^2 \Delta\langle a\rangle = \frac{1}{2^{1/2}}\left(\frac{\rho_c}{\rho}\right)^{1/2} a_0^2 c\Delta t. \qquad (7)$$

Для сверхскоплений зародышами являются скопления, а для Вселенной – сверхскопления.

Решая уравнение (7) в квадратурах при начальном условии $\langle a\rangle(t=0)=0,$ получаем следующую асимптотическую зависимость среднего размера объекта от времени:

$$\langle a\rangle \cong \left(\frac{9}{2}\right)^{1/6}\left(\frac{\rho_c}{\rho}\right)^{1/6} a_0^{2/3}(ct)^{1/3}. \qquad (8)$$

Полученная зависимость справедлива до «момента» времени $t_1,$ с которого во Вселенной в плотности материи начинает доминировать темная энергия. Согласно общепринятым представлениям [3], темная энергия доминирует в плотности материи 3,5 млрд лет, т. е. значительно меньше времени жизни Вселенной.

Рассчитаем последовательно по формуле (8) теоретические размеры рассматриваемых структур, исходя из данных [1]: $\rho_c/\rho = 33,$ $c = 3\cdot 10^8$ м $\cdot$ с$^{-1}$. В соответствии с представлениями [2, 3] в качестве «наименьшего элемента» крупномасштабной структуры Вселенной целесообразно принимать скопления галактик – кластеры. Достоверно наблюдаемый средний размер скоплений галактик равен приблизительно $\langle a\rangle_{cl} \approx 1{,}23\cdot 10^{23}$ м $\approx$ 4 Мпк [5]. Приняв эту величину за a_0, находим, что при времени $t_1 \approx 10^{10}$ лет $= 3{,}15\cdot 10^{17}$ с расчетный характерный размер сверхскоплений был приблизительно равен $\langle a\rangle_{\mathrm{scl}} \approx 2{,}59\cdot 10^{24}$ м $\approx$ 84 Мпк. Следует отметить, что наблюдаемые размеры сверхскоплений лежат в диапазоне 30 – 100 Мпк [3, 5]. При этом размеры пустот (войдов) приблизительно равны размерам сверхскоплений [3]. Величину $\langle a\rangle_{\mathrm{scl}}$ можно принять за «нижний» размер, начиная с которого распределение массы вещества во Вселенной становится квазиоднородным. Приняв эту величину за размер зародыша a_0 более крупной однородной изотропной структуры, находим, что расчетный характерный размер Вселенной в момент t_1 был равен приблизительно $\langle a\rangle_{Un} \approx 1{,}96\cdot 10^{25}$ м $\approx$ 640 Мпк. Можно полагать, что верхняя граница однородности Вселенной была равна $R_{Un} = \langle a\rangle_{Un}/2 \approx 0{,}98\cdot 10^{25}$ м $\approx$ 320 Мпк.

Следует отметить, что найденный размер R_{Un} значительно меньше «светового» радиуса $R_{1light} = ct_1 = 9{,}45\cdot 10^{25}$ м $\approx$ 3060 Мпк. Это означает возможность взаимодействия группы вселенных, расположенных в области с размером R_{light}. Показатель степени при t в формуле (8) соответствует аналогу в микро- и мезомирах – броуновскому движению сталкивающихся объектов, причем конечный результат столкновений заключается в необратимой агрегации объектов [7]. В представлении данной работы результат «столкновения» рассматриваемых космологических объектов заключается в их взаимном проникновении в приповерхностных областях и в появлении в этих областях темной материи и темной энергии. Это приводит к значительному увеличению интенсивности расширения Вселенной. Подставив в уравнение (4) $|\Delta E| = mc^2,$ получаем, что с момента времени t_1 зависимость характерного размера Вселенной от времени имеет следующий вид:

$$\langle a\rangle_{Un} \cong \left(\frac{9}{2}\right)^{1/6}\left(\frac{\rho_c}{\rho}\right)^{1/6} a_{scl}^{2/3}\left(ct_1\right)^{1/3} + \frac{\sqrt{2}}{2}c\left(t-t_1\right). \tag{9}$$

Второй член в уравнении (9) отражает предельную ультрарелятивистскую стадию расширения Вселенной с постоянной скоростью $c/\sqrt{2}$. Отсюда получаем, что верхняя оценка характерного размера Вселенной в «настоящий момент» времени равна $\langle a\rangle_{Un} \cong 1{,}96\cdot 10^{25}$ м $+2{,}34\cdot 10^{25}$ м $=$ $= 4{,}28\cdot 10^{25}$ м ≈ 1390 Мпк. Эта величина меньше современного светового радиуса, равного $R_{light} = ct \sim cH_0^{-1} \sim 13{,}23\cdot 10^{25}$ м ≈ 4290 Мпк. Это создает возможность взаимодействия группы «близко расположенных» вселенных, возможное количество которых оценивается как $\left(R_{light}/\langle a\rangle_{Un}\right)^3 \approx 30$.

Космическая сфера

Рассмотрим теперь вопрос о размере замкнутой космической сферы, в которой заключены взаимодействующие вселенные. Предельную величину космологической константы действия $K_c^{\lim}$ определим, исходя из аналогии с планковской массой $m_{pl} = \left(\hbar c/G\right)^{1/2}$, которая определяется через постоянную действия в микромире $\hbar$, гравитационную постоянную G и скорость света c. Для $K_c^{\lim}$ можно записать следующее выражение:

$$K_c^{\lim} = \frac{M_c^2 G}{c}. \tag{10}$$

Здесь $M_c = m_p N_b\left(\rho_c/\rho\right) \approx 5{,}5\cdot 10^{54}$ кг – космическая масса, определяемая как произведение барионной массы на отношение критической плотности к плотности барионов, m_p – масса протона, $N_b \sim 10^{80}$ – число барионов во Вселенной [1]. Оцененная величина M_c приблизительно соответствует космической массе $3{,}986\cdot 10^{54}$ кг, приведенной в работе [8], посвященной величинам физических констант. Подставляя формулу (10) в соотношение (1) и выполняя описанную выше процедуру, приняв, что наименьший промежуток времени единичного акта взаимодействия рассматриваемых объектов равен времени пробега возмущения по скоплению галактик (элементу однородных структур) $\Delta t = \langle a\rangle_{cl}/c$, получаем асимптотическую формулу для размера космической сферы в данный «момент времени»,

$$a_{\mathrm{Cosm}} = \left(\frac{75}{4\pi}\right)^{1/5}\left(\frac{M_c^2 G}{\rho\langle a\rangle_{cl}}\right)^{1/5} t^{2/5}. \tag{11}$$

Показатель степени при t соответствует аналогии со свободно-молекулярным потоком броуновских частиц, т. е. необратимому росту объекта в результате последовательного присоединения элементов структуры. При $\rho = 0{,}03\rho_c$ [1], $\rho_c \approx 10^{-26}$ кг $\cdot$ м$^{-3}$ [3], получаем, что при достоверно наблюдаемом размере скоплений $\langle a\rangle_{cl} = 4$ Мпк [5] и при указанном выше времени жизни Вселенной искомая величина равна $a_{\text{Cosm}} \approx 9\cdot 10^{27}$ м, т. е. радиус замкнутой космической сферы равен $R_{\text{Cosm}} \approx 4{,}5\cdot 10^{27}$ м. Эта величина значительно превышает «световой» радиус R_{light}. Отсюда можно заключить, что все взаимодействия внутри рассматриваемой космической сферы могут происходить только между «соседними» вселенными с размерами и расстояниями друг от друга, не превышающими расстояние, пройденное светом. При этом взаимодействующие вселенные возникают независимо друг от друга, например, в результате множества «Больших Взрывов» внутри этой сферы, распределенных в пространстве и времени случайным образом. Количество вселенных, независимо возникших внутри космической сферы, может составлять $\left(a_{\text{Cosm}}/\langle a\rangle_{Un}\right)^3 \sim$ $\sim 10^7$. При этом количество независимых групп взаимодействующих между собой вселенных можно оценить как $\left(a_{\text{Cosm}}/R_{light}\right)^3 \sim 3\cdot 10^5$.

Обсуждение результатов

Отличительная особенность данного феноменологического подхода заключается в допущении существования множества взаимодействующих вселенных в космосе со сферической евклидовой геометрией и во введении понятия космологической константы действия, величина которой зависит от масштаба космологического объекта, являющегося зародышем для рассматриваемой более крупной структуры. Представленные результаты не противоречат общеизвестным представлениям [1–8] о размерах астрофизических и космологических объектов. Более того, второй член в уравнении (9) качественно отражает наличие космологического «расталкивания» объектов (антигравитация) на предельном ультрарелятивистском этапе расширения Вселенной с постоянной скоростью. Это соответствует консенсусу о ненулевой положительной космологической константе $\Lambda > 0$, отмеченному в монографии [1].

Для описания промежуточной стадии расширения под действием темной энергии массу в выражении (10) для космологической константы действия примем равной предельно возможной $M_c^{\lim} = (\pi/6)\rho_c\langle a\rangle_{Un}^3$. Подставляя это выражение в соотношение (1), записанное для среднего размера $\langle a\rangle$, и выполняя описанную при выводе уравнения (7) процедуру при $\Delta t = \langle a\rangle/c$, получаем дифференциальное соотношение

$$\frac{\Delta\langle a\rangle}{\Delta\tau} \cong \left(\frac{\rho_c^2}{\rho}\frac{G}{2}\right)^{1/2}\langle a\rangle. \qquad (12)$$

Здесь $\tau = t - t_1$. Решая уравнение (12) в квадратурах с начальным условием $\langle a\rangle(\tau = 0) =$ $= \left(\frac{9}{2}\right)^{1/6}\left(\frac{\rho_c}{\rho}\right)^{1/6} a_{scl}^{2/3}(ct_1)^{1/3}$ (см. уравнение (9)), получаем выражение для зависимости размера Вселенной от времени,

$$\langle a\rangle_{Un} \cong \left(\frac{9}{2}\right)^{1/6}\left(\frac{\rho_c}{\rho}\right)^{1/6} a_{scl}^{2/3}(ct_1)^{1/3}\exp\left(\frac{\rho_c^2}{\rho}\frac{G}{2}\right)^{1/2}(t - t_1). \qquad (13)$$

Это уравнение отражает ускоренное расширение, причем вид зависимости предэкспоненциального множителя от t_1 соответствует космологической модели Дирака для евклидовой геометрии в атомной шкале времени при $\Lambda = 0$, а экспоненциальный вид зависимости среднего размера Вселенной от времени – космологической модели де Ситтера для евклидовой геометрии при $\Lambda > 0$ [9]. Отмеченное обстоятельство означает замедленное расширение Вселенной до «момента» внедрения темной энергии и ускорение расширения на современном этапе, что соответствует общеизвестным представлениям [1]. Более того, соотношение (12), с учетом приведенных выше выражений для ρ_c и ρ преобразуется к виду

$$\frac{d\langle a\rangle}{d\tau} \cong 1,41 H_0 \langle a\rangle. \tag{14}$$

Уравнение (14) приблизительно отражает закон Хаббла расширения Вселенной в современную эпоху.

Таким образом, принцип неопределенности и Космологический принцип не противоречат один другому и являются взаимно дополняющими.

Из уравнения (13) получаем, что размер Вселенной на данном этапе составляет $\langle a\rangle_{Un} \cong$ $\cong 2,76 \cdot 10^{25}$ м $\approx$ 900 Мпк. Отсюда получаем, что максимальное число вселенных внутри космической сферы равно $\left(a_{\text{Cosm}} / \langle a\rangle_{Un}\right)^3 \sim 3,5 \cdot 10^7$, а максимальное число взаимодействующих вселенных в области с размером, равным световому радиусу, составит $\left(R_{light} / \langle a\rangle_{Un}\right)^3 \approx 110$. Существование множества взаимодействующих между собой вселенных не противоречит положению о существовании совокупности образов «уникального экземпляра» [8].

Приведенные выше результаты получены в одномерном приближении. При более сложной геометрии пространства-времени, предложенной в работе [8], космический радиус Бартини равен $R_{cB} = 5,89 \cdot 10^{27}$ м. Расхождение найденной выше величины $R_{\cos m} = 4,5 \cdot 10^{27}$ м с R_{cB} не является принципиальным, так как обе величины значительно больше светового радиуса. Если же в формулу (11) подставить теоретическое время формирования крупномасштабной структуры Вселенной, равное $2,2 \cdot 10^{10}$ годам [3], то радиус космической сферы составит $R_{\text{Cosm}} = 5,39 \cdot 10^{27}$ м. Расхождение с R_{cB} становится несущественным.

Следует отметить, что в данном подходе отсутствуют какие-либо запреты на существование в бесконечном пространстве множества независимых космических сфер, описываемых уравнением (11).

Заключение

Предложенный феноменологический подход, основанный на сочетании принципа неопределенности в космических масштабах и Космологического принципа, дает возможность адекватного определения границ однородности распределения материи в космосе и границы сферы, содержащей в себе множество групп взаимодействующих между собой вселенных.

Список литературы

1. Пенроуз Р. Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной. – Москва – Ижевск, 2007.

2. Теерикорпи П. и др. Эволюция Вселенной и происхождение жизни. – М.: Эксмо, 2010.

3. Лукаш В. Н., Михеева Е. В., Малиновский А. М. Образование крупномасштабной структуры Вселенной // УФН. 2011. Т. 181. № 10. С. 1017–1040.

4. Дорошкевич А. Г., Лукаш В. Н., Михеева Е. В. К решению проблем каспов и кривых вращения в гало темной материи в космологической стандартной модели // УФН. 2012. Т. 182. № 1. С. 3–18.

5. Любарский Ю. Э., Сюняев Р. А. Астрономия и астрофизика // Физические величины. Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 1223–1229.

6. Atlas of the Universe. Weldon Owen Ltd. 2007 Weldon Owen Inc., p. 58.

7. Hellen E. K., Alava M. J. Persistence in Cluster-Cluster Aggregation // Physical Review E. 2002. V. 66. P. 026120.

8. Бартини Р. О. Некоторые соотношения между физическими константами // ДАН СССР. 1965. Т. 163. № 4. С. 861–864.

9. Зельманов А. Л. Космология // ФЭС. – М.: Советская энциклопедия, 1962. Т. 2. С. 491–501.

On boundaries of cosmos

E. E. Lin

This paper establishes asymptotic time dependences of characteristic sizes of astrophysical and cosmological objects. These dependences are obtained on the basis of uncertainty principle applied in cosmic scales in approximation of spherical symmetry in Euclidean geometry. The proposed analytical approach makes it possible to determine spatial boundaries of the uniformity of matter distribution in the Universe, and a size of cosmic sphere which contains numerous groups of interacting universes.