

# ПАКЕТ ПРОГРАММ ЛОГОС-ПРОЧНОСТЬ. РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ДЖОНСОНА-ХОЛМКВИСТА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*А. М. Гельберг, Д. Ю. Дьянов*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

В настоящее время во ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» разрабатывается пакет программ (ПП) ЛОГОС для решения широкого круга задач механики сплошных сред на многопроцессорных вычислительных ресурсах [1, 2]. Одной из его составных частей является ПП ЛОГОС-Прочность, предназначенный для решения задач статической, динамической и вибрационной прочности [1–3]. Модуль решения задач динамической прочности [2], входящий в состав ПП ЛОГОС-Прочность, ориентирован на моделирование быстропротекающих процессов деформирования и разрушения конструкций с учетом различных нелинейностей. Примером задач, решаемых с использованием данного модуля, может служить моделирование пробития различных преград, взрывных воздействий на различные конструкции, и т. д. В частности, необходимость реализации модели бетона в пакете программ ЛОГОС-Прочность обусловлена потребностью моделировать воздействие снарядов на бетонные преграды. Одной из моделей, используемых в промышленности при решении задач с использованием коммерческого программного обеспечения, является модель бетона Джонсона – Холмквиста [5–8]. Ее можно применять к бетону, испытывающему большие деформации с большой скоростью и высокое давление, что отвечает поставленным перед нами задачам.

Данный доклад посвящен проблеме моделирования бетона Джонсона – Холмквиста в пакете программ ЛОГОС. В работе приводится описание данной модели бетона, используемой в модуле ЛОГОС-Прочность.

Для демонстрации работоспособности реализованных функциональных возможностей по моделированию бетонных конструкций в докладе представлены постановки и результаты расчетов двумерных и трехмерных задач пробития, проведенных с использованием пакета программ ЛОГОС. Проводится сравнительный анализ полученных результатов с эталонными решениями.

## Описание модели Джонсона – Холмквиста

Для начала расчета необходимы следующие входные данные, задаваемые пользователем:

- Плотность –  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>)
- Модуль сдвига –  $G$  (Па)

- Нормализованная когезионная прочность –  $A$
  - Нормализованное упрочнение под действием давления –  $B$
  - Коэффициент скорости деформации –  $C$
  - Показатель степени упрочнения под действием давления –  $N$
  - Квазистатическая прочность при одноосном сжатии –  $FC$  (Па)
  - Максимальное гидростатическое давление при растяжении –  $T$  (Па)
  - Исходная скорость деформации –  $\dot{\epsilon}_0$  (1/с)
  - Пластическая деформация перед образованием трещины –  $EFMIN$
  - Нормализованная максимальная прочность –  $SFMAX$
  - Давление раздавливания –  $PC$  (Па)
  - Объемная деформация раздавливания –  $UC$
  - Предельное давление –  $PL$  (Па)
  - Предельная объемная деформация –  $UL$
  - Постоянные разрушения –  $D_1, D_2$
  - Постоянные давления –  $K_1, K_2, K_3$  (Па)
  - Тип разрушения –  $FS$ :  $FS = 0$  – нет разрушения;  $FS < 0$  – разрушение при пределе текучести меньше нуля;  $FS > 0$  – разрушение при достижении пластической деформацией величины  $FS$
- Если размерность не указана, величина безразмерная.

## Уравнение состояния

Давление выражается в виде функции объемной деформации и включает эффект постоянного раздавливания. Объемная деформация задается в виде величины  $\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$  ( $\rho$  – текущая плотность,  $\rho_0$  – начальная плотность) и положительна при сжатии.

Зависимость давления от величины  $\mu$  (рис. 1) разделяется на три области: линейно упругую при  $P \leq P_{crush}$ , пластическую (схлопывание полостей) при  $P_{crush} < P < P_{lock}$  и область абсолютно плотного материала, когда давление достигает  $P_{lock}$ . Таким образом, необходимо задать давление раздавливания  $P_{crush}$ , объемную деформацию раздавливания  $\mu_{crush}$ , предельное давление  $P_{lock}$ , предельную объ-

емную деформацию  $\mu_{lock}$  и постоянные давления  $K_1, K_2, K_3$ .

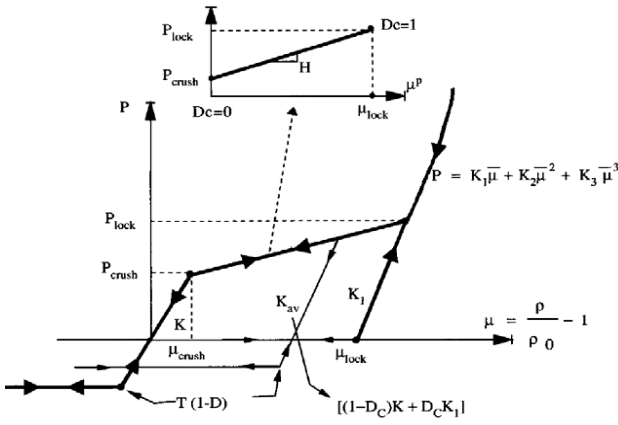


Рис. 1. Зависимость давления от объемной деформации

В случае, если  $\mu$  меньше объемной деформации раздавливания, давление в материале рассчитывается как линейная функция от объемной деформации с коэффициентом угла наклона прямой, равным начальному объемному модулю,  $\frac{PC}{UC}$ . В противном случае, если объемная деформация достигла значения предельной объемной деформации и выше, давление подчиняется кубическому закону с коэффициентами  $K_1, K_2, K_3$ , задаваемыми пользователем. Если же объемная деформация больше объемной деформации разрушения и меньше предельной, давление рассчитывается также по линейному закону. При этом прямая проходит через точку  $(\mu_{crush}, P_{crush})$  и через точку  $(\mu_{lock}^*, P_{lock}^*)$ , принадлежащую кубической параболе [6].

$$P(\mu) = \begin{cases} \frac{P_{crush}}{\mu_{crush}} \mu, & \mu \leq \mu_{crush}; \\ \frac{P_{lock}^* - P_{crush}}{\mu_{lock}^* - \mu_{crush}} (\mu - \mu_{crush}) + P_{crush}, & \mu_{crush} < \mu < \mu_{lock}^*; \\ K_1 \bar{\mu} + K_2 \bar{\mu}^2 + K_3 \bar{\mu}^3, & \mu \geq \mu_{lock}^* \end{cases}$$

где

$$\bar{\mu} = \frac{\mu - \mu_{lock}}{1 + \mu_{lock}}$$

а  $\mu_{lock}^*$  находится как решение третьего уравнения

$$P(\mu) = P_{lock} + \frac{\mu_{lock}^* - \mu_{lock}}{1 + \mu_{lock}} K_1 + \left( \frac{\mu_{lock}^* - \mu_{lock}}{1 + \mu_{lock}} \right)^2 K_2 + \left( \frac{\mu_{lock}^* - \mu_{lock}}{1 + \mu_{lock}} \right)^3 K_3 - P_{lock} = 0.$$

В случае растяжения давление считается по формуле

$$P(\mu) = \frac{P_{crush}}{\mu_{crush}} \mu$$

однако оно не может опускаться ниже значения  $T(1 - D)$ , где  $D$  – мера поврежденности материала.

Величина объемного модуля бетона Джонсона – Холмквиста зависит от того, в какой зоне давления он находится – упругой, так называемой зоне компактиации пор или в зоне абсолютно плотного материала

$$K(\mu) = \begin{cases} K_0, K_0 = \frac{P_{crush}}{\mu_{crush}}, & \mu \leq \mu_{crush}; \\ K_a, K_a = (1 - D_c)K + D_c K_1, & \mu_{crush} < \mu < \mu_{lock}^*; \\ K_1, & \mu \geq \mu_{lock}^* \end{cases}$$

где

$$D_c = \frac{\mu^p}{\mu_{lock}}$$

Разгрузка происходит по прямой  $P(\mu) = K(\mu)\mu$ . При этом накопление пластической объемной деформации останавливается, а снижение давления происходит за счет упругой объемной деформации.

Скорость звука рассчитывается как

$$c = \sqrt{\frac{\frac{4}{3}G + K}{\rho_0}}$$

## Модель разрушения

Предел текучести зависит от скорости деформации  $\dot{\epsilon}$  и меры поврежденности

$$D = \sum \frac{\Delta \epsilon^p + \Delta \mu^p}{\epsilon_f},$$

принимая значения от 0 до 1, где  $\Delta \mu^p$  – приращение объемной пластической деформации, соответствующее раздавливанию и схлопыванию на каждом шаге по времени после превышения объемной деформацией  $\mu$  значения  $\mu_{crush}$ ,  $\Delta \epsilon^p$  – сдвиговая пластическая деформация,  $D_1$  и  $D_2$  – константы материала, а  $T^* = \frac{T}{FC}$  – нормализованное максимальное гидростатическое давление.

Объемная пластическая деформация находится как разность между объемной деформацией  $\mu$  и упругой объемной деформацией  $\mu^e$

$$\mu^p = \mu - \mu^e.$$

Последняя находится с помощью найденных на предыдущей итерации давления и объемного модуля:

$$\mu^e = \frac{P}{K}$$

Включение в модель объемной пластической деформации отражает потерю бетоном его когезионных сил в процессе сжатия, способствующую его полному разрушению. Зависящая от давления деформация трещинообразования  $\varepsilon_f$  определяется как

$$\varepsilon_f = \begin{cases} D_1 * (P^* + T^*)^{D_2} & \text{для } \varepsilon_f \geq EFMIN \\ EFMIN & \text{для } \varepsilon_f < EFMIN. \end{cases}$$

### Модель упругопластичности

Нормализованное эквивалентное напряжение (интенсивность напряжений, отнесенная к квазистатической прочности на одноосное сжатие) задается формулой

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{FC}$$

где  $\sigma$  – фактическое эквивалентное напряжение, а  $FC$  – прочность при квазистатическом одноосном сжатии. При сжатии эта формула имеет вид

$$\sigma^* = \text{MIN} \left\{ SFMAX, \left( A(1-D) + BP^{*N} \right) \left[ 1 + C \ln \dot{\varepsilon}^* \right] \right\},$$

где  $D$  – параметр разрушения,  $P^* = \frac{P}{FC}$  – нормализованное давление и  $\dot{\varepsilon}^* = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$  – безразмерная скорость деформации,  $SFMAX$  – нормализованная максимальная прочность а при растяжении –

$$\sigma^* = \text{MAX} \left\{ 0, \left( A(1-D) - AP^* \right) \left[ 1 + C \ln \dot{\varepsilon}^* \right] \right\}.$$

Поверхность прочности после разрушения рассчитывается редуцированием значения когезионных сил (сил сцепления) начальной поверхности разрушения. Таким образом, при трещинообразовании предел текучести снижается и для полностью разрушенного сжатием материала имеет вид

$$\sigma^* = BP^{*N} \left[ 1 + C \ln \dot{\varepsilon}^* \right].$$

### Задача пробития бетонной мишени стальным ударником при различных начальных скоростях. Описание экспериментов

В качестве мишеней использовались плиты из железобетона с размерами  $61 \times 61 \times 17,8$  см. Эксперименты были проведены с мишенями из бетона с начальной плотностью  $\rho_0 = 2,44$  г/см<sup>3</sup> и статической прочностью на сжатие образца со свободной боковой поверхностью  $f_c = 0,048$  ГПа.

В экспериментах использовались ударники из высокопрочной стали (VASCOMAX T-20 Maraging Steel, номинальный предел текучести  $Y_0 = 1,72$  ГПа,

плотность  $\rho_0 = 8,02$  г/см<sup>3</sup>) массой  $M = 0,5$  кг, которые представляли собой цилиндрический стержень калибром 25,4 мм с оживальной головной частью с 3.0CRH (см. рис. 2). Длина цилиндрической части ударника 101,6 мм, длина оживальной головной части 42,1 мм, полная длина 143,7 мм, радиус кривизны оживальной головной части 76,2 мм (в продольном сечении).

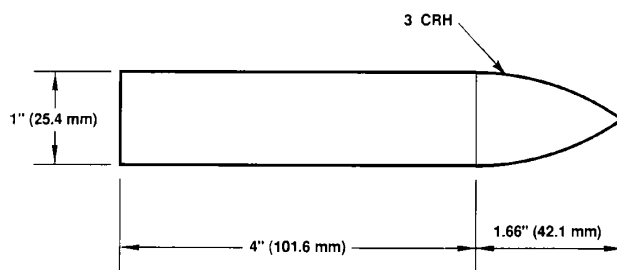


Рис. 2. Геометрия ударника

В табл. 1 приведены начальные скорости соударения, соответствующие верифицирующимся задачам, и запреградные скорости ударника [9].

Таблица 1

Экспериментальные значения начальных и запреградных скоростей ударника

Скорость удара, км/с	Скорость после пробития, км/с
0,606	0,449
0,749	0,615

### Решение задачи пробития бетонной мишени стальным ударником на различных скоростях в двумерной постановке. Результаты расчетов

Начальная геометрия представлена на рис. 3.

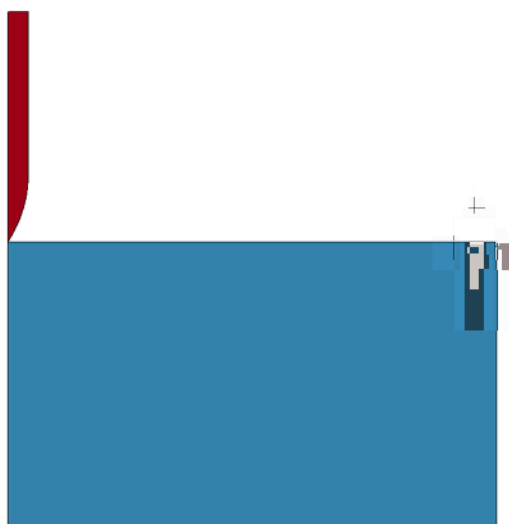


Рис. 3. Начальная геометрия двумерной задачи пробития бетонной мишени стальным ударником

Для ударника использовалась модель кусочно-линейного упругопластического материала со следующими параметрами: плотность  $8020 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга  $Y_0 = 1,72 \text{ ГПа}$ , коэффициент Пуассона  $0,3$ , пластическая деформация разрушения  $1,5$ .

В табл. 2 представлены значения параметров модели бетона.

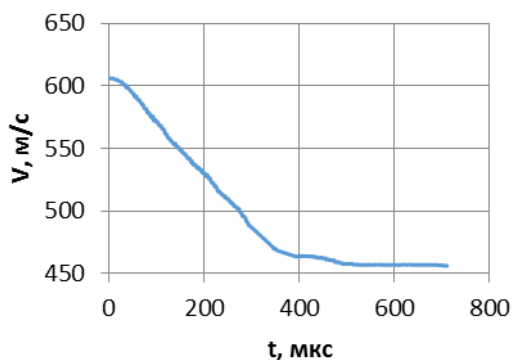
На рис. 4, 5 представлены результаты расчета и пластические деформации в момент вылета ударника из мишени при начальных скоростях снаряда  $V_0 = 606 \text{ м/с}$  и  $V_0 = 749 \text{ м/с}$ , соответственно.

Результаты расчетов и погрешности от экспериментальных данных представлены в табл. 3.

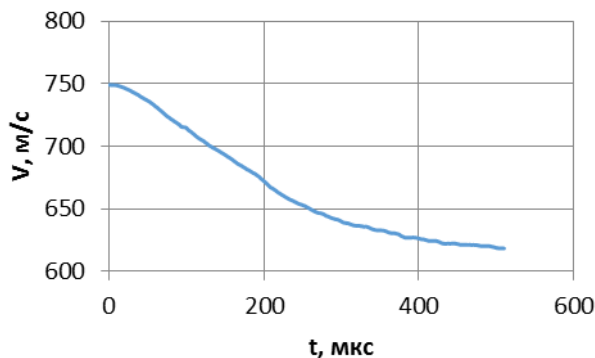
Таблица 2

Параметры модели бетона Джонсона – Холмквиста для двумерных задач пробития

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
$\rho \text{ (кг/м}^3\text{)}$	2440	$T \text{ (Па)}$	4E+6	$UL$	0,1
$G \text{ (Па)}$	1,27E+10	$\dot{\epsilon}_0 \text{ (1/с)}$	1	$D_1$	0,04
$A$	0,79	$EFMIN$	0,01	$D_2$	1
$B$	1,6	$SFMAX$	7	$K_1 \text{ (Па)}$	8,5E+10
$C$	0,007	$PC \text{ (Па)}$	1,6E+7	$K_2 \text{ (Па)}$	-1,71E+11
$N$	0,61	$UC$	0,001	$K_3 \text{ (Па)}$	2,08E+11
$FC \text{ (Па)}$	4,8E+7	$PL \text{ (Па)}$	8E+8	$FS$	1,5

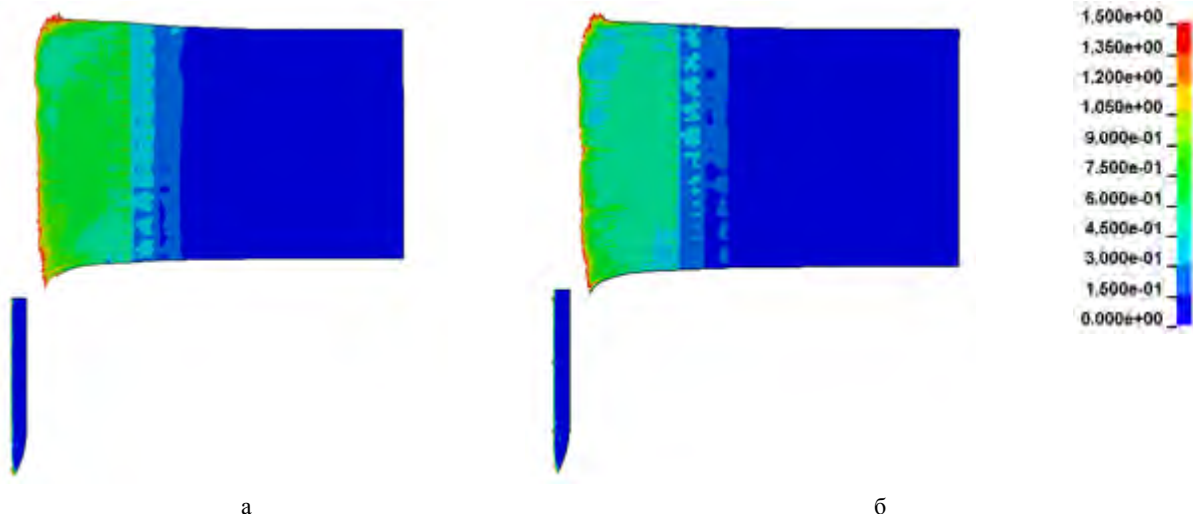


а



б

Рис. 4. График зависимости скорости ударника от времени при заданных начальных скоростях:  
а –  $V_0 = 606 \text{ м/с}$ ; б –  $V_0 = 749 \text{ м/с}$



а

б

Рис. 5. Пластические деформации в момент вылета ударника из мишени ( $t$ ): а – для ударника с начальной скоростью  $V_0 = 606 \text{ м/с}$ ,  $t = 680 \text{ мкс}$ ; б – для ударника с начальной скоростью  $V_0 = 749 \text{ м/с}$ ,  $t = 510 \text{ мкс}$

Результаты расчетов для двумерных задач пробития

	Экспериментальные значения, м/с	Результаты ЛОГОС-ПА, м/с	Погрешность, %
$V_0 = 606$ м/с	449	456	1,6
$V_0 = 749$ м/с	615	618	0,5

### Задача пробития в трехмерной постановке. Результаты расчетов

Начальная геометрия представлена на рис. 6.

Для ударника использовалась модель кусочно-линейного упругопластического материала со следующими параметрами: плотность  $8020 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга  $Y_0 = 1,72 \text{ ГПа}$ , коэффициент Пуассона  $0,3$ , пластическая деформация разрушения  $1,5$ .

В табл. 4 представлены значения параметров модели бетона.

На рис. 7, 8 представлены результаты расчета и пластические деформации в момент вылета ударника из мишени при начальных скоростях снаряда  $V_0 = 606 \text{ м/с}$  и  $V_0 = 749 \text{ м/с}$ .

Результаты расчетов и погрешности от экспериментальных данных представлены в табл. 5.

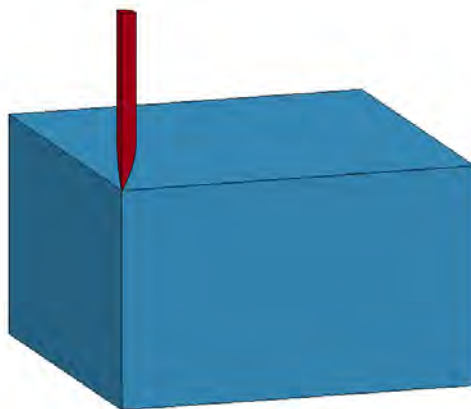


Рис. 6. Начальная геометрия трехмерной задачи пробития бетонной мишени стальным ударником

Таблица 4

Параметры модели бетона Джонсона – Холмквиста для трехмерных задач пробития

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
$\rho$ (кг/м <sup>3</sup> )	2440	$T$ (Па)	4E+6	$UL$	0,1
$G$ (Па)	1,27E+10	$\dot{\epsilon}_0$ (1/с)	1	$D_1$	0,04
$A$	0,79	$EFMIN$	0,01	$D_2$	1
$B$	1,6	$SFMAX$	7	$K_1$ (Па)	8,5E+10
$C$	0,007	$PC$ (Па)	1,6E+7	$K_2$ (Па)	-1,71E+11
$N$	0,61	$UC$	0,001	$K_3$ (Па)	2,08E+11
$FC$ (Па)	4,8E+7	$PL$ (Па)	8E+8	$FS$	1

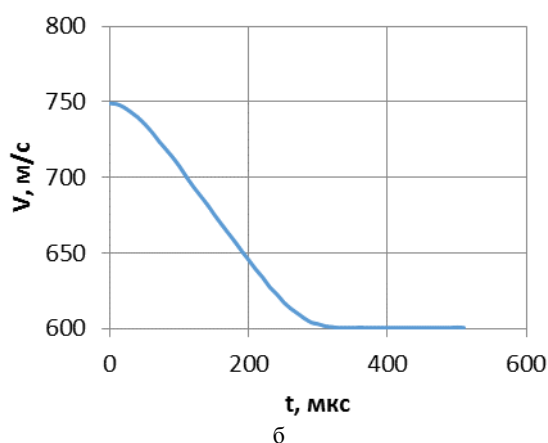
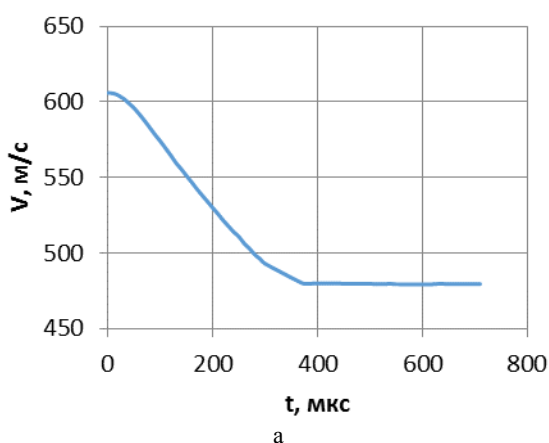


Рис. 7. График зависимости скорости ударника от времени при заданных начальных скоростях:  
а –  $V_0 = 606 \text{ м/с}$ ; б –  $V_0 = 749 \text{ м/с}$

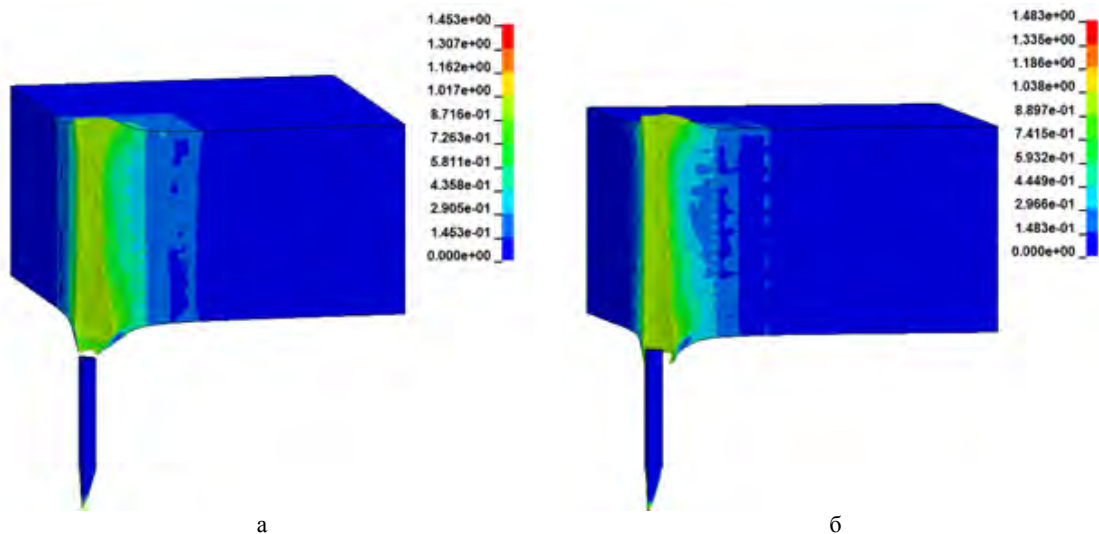


Рис. 8. Пластические деформации в момент вылета ударника из мишени ( $t$ ); а – для ударника с начальной скоростью  $V_0 = 606$  м/с,  $t = 680$  мкс; б – для ударника с начальной скоростью  $V_0 = 749$  м/с,  $t = 510$  мкс

Таблица 5

Результаты расчетов для трехмерных задач пробития

	Экспериментальные значения, м/с	Результаты ЛОГОС-ПА, м/с	Погрешность, %
$V_0 = 606$ м/с	449	479	6,7
$V_0 = 749$ м/с	615	601	2,3

### Заключение

В работе описана модель бетона Джонсона – Холмквиста, которая реализована в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС. Также описан применяемый подход вычисления объемной пластической деформации и изложены некоторые вычислительные алгоритмы.

Работоспособность функционала, позволяющего моделировать бетонные конструкции, проверена на задачах пробития бетонной преграды при различных начальных скоростях стального ударника. Анализ расчетов показал хорошее согласие результатов рассмотренных задач с экспериментальными данными.

### Литература

1. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С., Спиридонов В. Ф., Цибереv К. В., Шагалиев Р. М. Многофункциональный высокопараллельный пакет программ ЛОГОС для решения задач теплопереноса и прочности // Сборник тезисов докладов Санкт-Петербургского научного форума «Наука и общество», Санкт-Петербург, 2012.

2. Цибереv К. В., Авдеев П. А., Артамонов М. В., Борляев В. В. и др. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения задач прочности // Труды XIII международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». Саров, 2011.

3. Спиридонов В. Ф., Рябов А. А., Цибереv К. В. и др. Основные принципы реализации пакета про-

грамм ЛЭГАК-ДК для расчета задач прочности и газодинамики на неструктурированных сетках // Сборник докладов 8-й научно-технической конференции «Молодежь в науке» / секция «Теоретическая и математическая физика». Саров, 2009. С. 153–160.

4. Корсакова Е. И., Дьянов Д. Ю., Симон Г. П., Цибереv К. В., Шувалова Е. В. Результаты верификации моделей упругопластического деформирования и разрушения, реализованных в пакете программ ЛЭГАК-ДК // Труды XII международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». Саров, 2010. С. 163–173.

5. Holmquist T. J., Johnson G. R., Cook W. H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures I Proc. 14th Int. Symp. Ballistics. Quebec City, Canada, 26-29 September, 1993. Vol. 2. P. 591–600.

6. Kala J., Husek M. Improved Element Erosion Function for Concrete-like Materials with the SPH Method // Brno, Czech Republic, 2016.

7. Meyer C. S. Development of Geomaterial Parameters for Numerical Simulations Using the Holmquist-Johnson-Cook Constitutive Model For Concrete» // Weapons and Materials Research Directorate, June 2011.

8. Islam M. J., Swaddiwudhipong S., Liu Z. S. Penetration of concrete targets using a modified Holmquist-Johnson-Cook material model // International Journal of Computational Methods Vol. 9, N. 4 (2012). P. 19.

9. Hanchak S. L., Forrestal M. J., Young E. R., Ehrgott J. Q. Perforation of concrete slabs with 48 MPa and 140 MPa unconfined compressive strengths // Int. J. Impact Engng. 1992. Vol. 12. N. 1. P. 1–7.