

## ВОЗМОЖНЫЙ СПОСОБ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА СУЩЕСТВОВАНИЯ ЧЕРНЫХ ДЫР

М. В. Горбатенко

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

В гравитационном поле, описываемом решением Шварцшильда, красное смещение становится сколь угодно большим по мере приближения источника к горизонту событий. Экспериментальная регистрация этого факта была бы прямым доказательством существования черных дыр, предсказываемых общей теорией относительности.

*Ключевые слова:* черные дыры, коллапс, гравитационное красное смещение.

### 1. Введение

Черные дыры как феномены, предсказываемые общей теорией относительности (ОТО), введены в физику Уилером (историю вопроса см., например, в [1]). Но до сих пор не получено прямого доказательства существования таких феноменов. Пока все известные доказательства носят модельно зависимый характер. В настоящее время по-прежнему актуальной является задача прямого доказательства факта существования в природе черных дыр [2], несмотря на большое число зафиксированных кандидатов в такие феномены.

В данной работе предлагается доказать существование черных дыр с помощью измерения красного смещения от источников излучения, находящихся на различных расстояниях от горизонта событий вблизи от него. Особый интерес имеют измерения при значении красного смещения  $z \approx -0,225$ , соответствующего пребыванию источников на ближайшей к коллапсару устойчивой круговой орбите.

Наблюдаемое экспериментально смещение спектральных линий излучения атомов обычно характеризуется величиной  $z$ , определяемой как

$$z = \frac{v_{\text{набл}} - v_{\text{пр}}}{v_{\text{набл}}} = 1 - \frac{v_{\text{пр}}}{v_{\text{набл}}}. \quad (1)$$

Здесь  $v_{\text{набл}}$  – частота исследуемого излучения,  $v_{\text{пр}}$  – частота излучения, с помощью которого в приемнике проводится исследование. Если  $z > 0$ ,

смещение будет фиолетовым, если  $z < 0$ , смещение будет красным. Атомы в источнике и в приемнике считаются тождественными.

Обычно различают три механизма смещения спектральных линий излучения атомов:

- 1) из-за эффекта Доплера;
- 2) космологического происхождения;
- 3) гравитационного происхождения.

Первый механизм обусловлен движением источника излучения относительно приемника. Второй механизм обусловлен расширением Вселенной, и он обычно сводится к первому. Регистрируемые значения красного смещения космологического происхождения достигают нескольких единиц. Третий механизм связан с характером взаимодействия электромагнитного сигнала с гравитационным полем в процессе прохождения сигнала от источника к приемнику. Регистрируемые значения красного смещения гравитационного происхождения обычно сравнительно невелики. В данной работе именно механизм смещения гравитационного происхождения будет предметом рассмотрения.

Измерение смещений спектральных линий излучения атомов гравитационного происхождения изначально считалось одним из трех классических экспериментов, подтверждающих ОТО. К сожалению, экспериментальные возможности пока ограничивались регистрацией малых значений  $|z| \ll 1$  [3], которые могут быть объяснены и в рамках ньютоновской механики, если использовать закон сохранения энергии. Что касается больших величин

смещения  $|z| \sim 1$  или  $|z| > 1$ , то их регистрация была бы прямой проверкой ОТО и ряда феноменов, предсказываемых ОТО (горизонты событий, черные дыры, геодезическая неполнота, сингулярности инвариантов тензора Римана и др.).

В работе находится выражение для величины смещения спектральных линий излучения атомов в центрально-симметричных статических полях гравитации, являющихся решениями уравнений ОТО. Выражение является точным и не ограничивается областью слабых полей. Доказывается, что красное смещение может принимать сколь угодно большие значения по мере приближения источника излучения к горизонту событий. Именно этот факт и должен быть положен в основу прямого способа доказательства существования черных дыр.

Все рассуждения в работе ведутся строго в рамках ОТО.

## 2. Красное смещение в статических центрально-симметричных гравитационных полях

Предполагаем, что метрика определяется квадратом интервала

$$ds^2 = -F(r)dt^2 + \frac{dr^2}{F(r)} + r^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2]. \quad (2)$$

На рис. 1 показана схема размещения источника и приемника сигнала в центрально симметричном статическом (ЦСС) гравитационном поле. Источник и приемник размещаются на одном радиусе. Сигнал представляет собой цуг электромагнитных волн из  $N_1$  колебаний. Начало сигнала соответствует времениподобной координате (ВП)  $t = 0$ , а конец – координате  $t = (\Delta t)_{\text{ист}}$ .

Величины  $N_{\text{ист}}$  и  $(\Delta t)_{\text{ист}}$  связаны с периодом колебаний  $\tau_0$  соотношением

$$N_{\text{ист}} = \frac{\sqrt{F(r_1)} (\Delta t)_{\text{ист}}}{\tau_0}, \quad (3)$$

поскольку истинное время определяется произведением координатного интервала  $(\Delta t)_{\text{ист}}$  на величину  $\sqrt{-g_{00}}$  в месте размещения источника, т. е. в нашем случае на  $\sqrt{F(r_1)}$ .

Найдем величину  $T$  – разность ВП координаты, соответствующей отправке и приему начала сигнала. Уравнение траектории света, идущего по радиусу, определяется уравнениями

$$dt = \pm \frac{dr}{F(r)}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что

$$T = + \int_0^T dt(r) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{F(r)}. \quad (5)$$

Величина  $T$ , как следует из (5), зависит только от радиальных координат источника и приемника сигнала. Другими словами, значение  $T$  не зависит от момента отправки начала сигнала. Отсюда, в свою очередь, следует, что если начало сигнала пришло через интервал  $T$ , то и конец сигнала придет через интервал  $T$  после его отправки. Таким образом, интервал ВП координаты  $(\Delta t)_{\text{пр}}$ , в течение которого приемник принимает сигнал, совпадает с интервалом  $(\Delta t)_{\text{ист}}$ ,

$$(\Delta t)_{\text{пр}} = (\Delta t)_{\text{ист}}. \quad (6)$$

Интервал ВП координаты  $(\Delta t)_{\text{пр}}$  в приемнике соответствует интервалу «истинного» времени

$$(\Delta t)_{\text{пр}} \sqrt{F(r_2)}. \quad (7)$$

За этот интервал «истинного» времени в приемнике произойдет число колебаний, равное  $N_{\text{пр}}$ ,

$$N_{\text{пр}} = \frac{(\Delta t)_{\text{пр}} \sqrt{F(r_2)}}{\tau_0}. \quad (8)$$

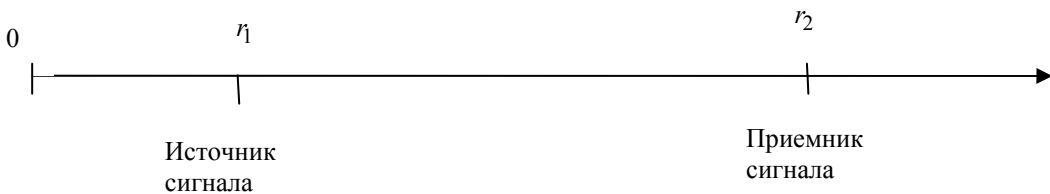


Рис. 1. Схема размещения источника и приемника сигнала в ЦСС гравитационном поле

Получается, что приходящий сигнал состоит из  $N_1$  колебаний, а за время прихода сигнала в приемнике происходит  $N_2$  колебаний. Оба сигнала делятся в приемнике в течение одного и того же интервала ВП координаты, равного  $(\Delta t)_{\text{пр}}$ . Частота колебаний в приемнике равна

$$v_{\text{пр}} = \frac{N_{\text{пр}}}{(\Delta t)_{\text{пр}}}. \quad (9)$$

Пришедший сигнал будет иметь частоту

$$v_{\text{набл}} = \frac{N_{\text{ист}}}{(\Delta t)_{\text{пр}}}. \quad (10)$$

Подставляя в (1) выражения (9) и (10) и учитывая (6), получаем

$$z = 1 - \frac{N_{\text{пр}}}{N_{\text{ист}}}. \quad (11)$$

Теперь используя выражения (3) и (8), получим

$$z = 1 - \sqrt{\frac{F(r_2)}{F(r_1)}}. \quad (12)$$

Формула (12) показывает, что в ЦСС решении (2) красное смещение сигнала, приходящего от источника к приемнику в случае расположения источника и приемника по схеме рис. 1, определяется соотношением (12) и носит чисто гравитационную природу.

Под сделанный вывод подпадает целый класс ЦСС решений. Например, решение Шварцшильда, Нордстрема–Райсснера и др.

### 3. Красное смещение в гравитационном поле Шварцшильда

В гравитационном поле Шварцшильда функция  $F(r)$  имеет вид

$$F(r) = 1 - \frac{r_0}{r}. \quad (13)$$

Подстановка (13) в (12) приводит к следующему выражению для красного смещения:

$$z = 1 - \sqrt{\left(1 - \frac{r_0}{r_2}\right) / \left(1 - \frac{r_0}{r_1}\right)}. \quad (14)$$

В случае, если радиальные координаты  $r_1, r_2$  удовлетворяют неравенствам

$$r_1 \gg r_0, \quad r_2 \gg r_0, \quad (15)$$

формула (14) принимает вид

$$z = -\frac{r_0(r_2 - r_1)}{2r_1r_2} \quad (16)$$

и совпадает с формулой (3.6.22) в [4]. Однако формула (16) является приближенной, справедливой при выполнении условий (15). А формула (14) является точной.

Из формулы (14) следует, что при приближении источника к поверхности Шварцшильда гравитационное смещение является красным и может достигать сколь угодно большой величины. Ключевым моментом здесь является наличие горизонта событий, т. е. поверхности радиуса  $r_0$ , на которой компонента  $g_{00}$  обращается в нуль.

Запишем величину  $z$  как функцию расстояния  $R$  от источника до приемника. Согласно общим правилам вычисления расстояния между точками с координатами  $r$  и  $r + dr$  в случае метрики Шварцшильда имеем

$$dR = \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r_0}{r}}}. \quad (17)$$

С учетом (17) находим, что  $R(r_1, r_2)$  должна вычисляться по формуле

$$R(r_1, r_2) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r_0}{r}}}. \quad (18)$$

После интегрирования получаем:

$$R(r_1, r_2) = r_2 \sqrt{1 - \frac{r_0}{r_2}} - r_1 \sqrt{1 - \frac{r_0}{r_1}} + r_0 \operatorname{arcsinh} \sqrt{\frac{r_2}{r_0} - 1} - r_0 \operatorname{arcsinh} \sqrt{\frac{r_1}{r_0} - 1}. \quad (19)$$

При  $r_1 \rightarrow r_0$  величина  $R(r_1, r_2)$  имеет конечный предел, равный

$$R(r_1, r_2) \xrightarrow{r_1 \rightarrow r_0} r_2 \sqrt{1 - \frac{r_0}{r_2}} + r_0 \operatorname{arcsinh} \sqrt{\frac{r_2}{r_0} - 1}. \quad (20)$$

В качестве примера на рис. 2 приведен график  $R(r_1, 100r_0)$  при приближении  $r_1$  к  $r_0$ , а на рис. 3 показан график красного смещения, фиксируемого наблюдателем, находящимся при значении радиальной координаты  $r_2 = 100r_0$ , при приеме электромагнитного сигнала от источника, находящегося при значении радиальной координаты в диапазоне  $r_1 = (r_0, 5r_0)$ .

Наряду с расстоянием (18) в принципе можно ввести в рассмотрение разность ВП координаты между моментами отправки сигнала от источника до приема сигнала приемником. Это разность совпадает с величиной  $T(r_1, r_2)$ , вычисляемой по формуле (5). В случае метрики Шварцшильда

$$T(r_1, r_2) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)} = \left(\frac{r_2}{r_0} - \frac{r_1}{r_0}\right) + \ln\left(\frac{\left(\frac{r_2}{r_0} - 1\right)}{\left(\frac{r_1}{r_0} - 1\right)}\right). \quad (21)$$

В отличие от функции  $R(r_1, r_2)$  функция  $T(r_1, r_2)$  при приближении  $r_1$  к  $r_0$  расходится. На рис. 4 приведена разность ВП координаты  $T(r_1, r_2)/r_0$  при значении радиальной координаты  $r_2 = 100r_0$ .

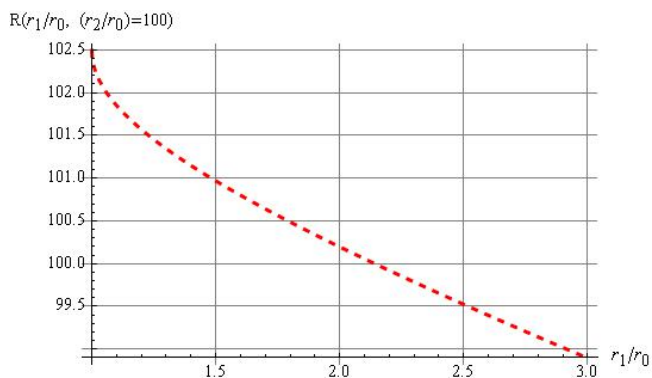


Рис. 2. Расстояние от наблюдателя, находящегося при значении радиальной координаты  $r_2 = 100r_0$ , до источника, находящегося при значении радиальной координаты

$$r_1 = (r_0, 3r_0)$$

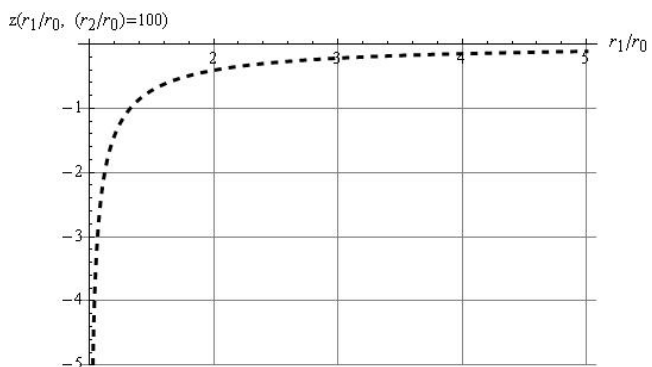


Рис. 3. Красное смещение, фиксируемое наблюдателем, находящимся при значении радиальной координаты  $r_2 = 100r_0$ , при приеме электромагнитного сигнала от источника, находящегося при значении радиальной координаты в диапазоне  $r_1 = (r_0, 5r_0)$

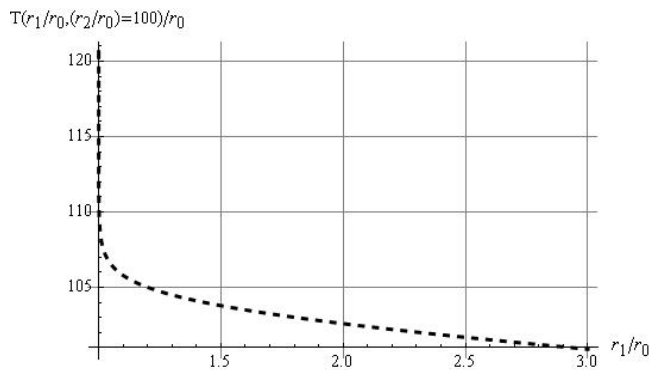


Рис. 4. Разность ВП координаты между моментами отправки сигнала от источника, находящегося при значении радиальной координаты  $r_1 = (r_0, 3r_0)$ , до прихода к наблюдателю, находящемуся при значении радиальной

координаты  $r_2 = 100r_0$

Разность ВП координаты  $T(r_1, r_2)$  при приближении источника к горизонту расходится по логарифмическому закону (формула (21)), а смещение – по закону  $1/\sqrt{r_1 - r_0}$  (формула (14)). В результате если модуль величины красного смещения изобразить как функцию  $T(r_1, r_2)$ , то получится график типа того, что приведен на рис. 5.



Рис. 5. Величина  $-z$  как функция разности ВП координаты между моментами отправки сигнала от источника, находящегося при значении радиальной координаты в диапазоне  $r_1 = (r_0, 3r_0)$ , до прихода к наблюдателю, находящемуся при значении радиальной координаты  $r_2 = 100r_0$

#### 4. Возможный тест на существование черных дыр

Существенное следствие графиков на рис. 2–5 состоит в том, что модуль величины красного смещения стремится к бесконечности независимо

от того, к чему относить величину  $z$ : к радиальной координате  $r_1$ , расстоянию  $R(r_1, r_2)$  или к разности ВП координаты  $T(r_1, r_2)$ .

Этот факт является строгим следствием ОТО и может быть использован в качестве прямого доказательства существования горизонта событий. Точнее, не самого горизонта событий, а процесса приближения к нему источника излучения. Для такого доказательства необходимо измерить величину  $z$  от однотипных источников, либо движущихся вблизи горизонта событий по направлению к центру, либо обращающихся по круговой орбите вокруг коллапсара.

В первом случае красное смещение увеличивается по модулю из-за Доплер-эффекта по мере приближения к горизонту событий аккрецируемого вещества. Увеличение может быть учтено стандартным образом – см. § 102 в [5].

Во втором случае следует ожидать наибольшую интенсивность излучения с величиной красного смещения

$$z \approx -0,225. \quad (22)$$

Такая величина смещения получается, если в формуле (14) положить  $r_2 = \infty$ , а  $r_1 = 3r_0$ . Радиус источника  $r_1 = 3r_0$  соответствует радиусу ближайшей к коллапсару устойчивой орбиты – см. задачу 1 к § 102 в [5].

### Список литературы

1. Новиков И. Д. *Черные дыры, кротовые норы и машины времени* // УФН. 2016. Т. 186, № 7. С. 790–792.
2. Черепашук А. М. *Наблюдения звездных и сверхмассивных черных дыр* // УФН. 2016. Т. 186, № 7. С. 778–789.
3. Уилл К. М. *Теория гравитации и эксперимент* // Общая теория относительности: Сб. статей / Под ред. С. Хокинга и В. Израэля. М.: Мир. 1983. С. 11–86.
4. Владимиров Ю. С. *Геометрофизика*. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теория поля*. М.: Наука, 1988.

Статья поступила в редакцию 19.09.2017