

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

PLENARY TALKS

МОДЕЛЬ БОЛЬШОГО ВЗРЫВА И РАСШИРЕНИЯ ВСЕЛЕННОЙ С РАЗЛЕТОМ В ПУСТОТУ ГАЗА, СЖАТОГО "ПОЧТИ В ТОЧКУ". СРАВНЕНИЕ С НАБЛЮДАТЕЛЬНЫМИ ДАННЫМИ И СОВРЕМЕННЫМИ КОСМОЛОГИЧЕСКИМИ ТЕОРИЯМИ

А.Н. Крайко, Х.Ф. Валиев

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, Москва, Россия

В открытом Э. Хабблом в 1929 г. по доплеровскому смещению света законе далекие галактики удаляются от нас со скоростью \mathbf{u} , пропорциональной радиусу-вектору \mathbf{r} до них: $\mathbf{u} = H(t)\mathbf{r}$ с зависящей от времени t функцией $H(t)$, названной "постоянной Хаббла". Если галактики разлетаются, то, имея "подходящее" решение, можно определить, когда они были вместе, т.е. когда они (точнее, частицы газа, из которого потом сформировались галактики) "разлетелись из точки или почти из точки". В развиваемой авторами модели расширяющейся Вселенной принципиально привлечение решения задачи разлёта в пустоту конечной массы m_0 невязкого и нетеплопроводного (идеального) газа, сжатого в точку или "почти в точку" соответственно в классическом и релятивистском (пока в рамках СТО) приближениях. Здесь по аналогии с задачей о сильном точечном взрыве [1] под "почти точкой" понимается сфера, начальный радиус r_0 которой мал по сравнению с радиусом расширяющейся Вселенной. Не исключено, что r_0 меньше и даже много меньше гравитационного радиуса Вселенной $r_g = 2m_0G/c^2$, где $G = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$ – гравитационная постоянная, а c – скорость света. Поэтому решение задачи разлёта, найденное авторами в рамках СТО, справедливо при $ct \gg r_0$ с временем, отсчитываемым от начала разлёта. В противоположность этому существующие космологические модели опираются на найденное А. Фридманом в 1922 г. нестационарное решение уравнений ОТО или на его обобщения (см. ниже). В решении А. Фридмана Вселенная безгранична и однородна по всем скалярным параметрам.

Принципиальное отличие решения А. Фридмана и его современных обобщений от решения задачи разлёта видно из цитаты ([2] стр. 38): "Можно ли говорить о том, что высокое давление является причиной расширения Вселенной, что сильно сжатое вещество расширяется по той же причине, по которой разлетаются газы высокого давления, образующиеся при детонации заряда взрывчатого вещества? Нет, такая точка зрения совершенно неправильна. Качественное различие заключается в том, что заряд взрывчатого вещества окружен воздухом при атмосферном давлении. Расширение вызывается разностью между колоссальным давлением газов (продуктов взрыва) и сравнительно слабым давлением окружающего их воздуха. Но когда мы рассматриваем давление в однородной Вселенной, то предполагается, что давление распределено строго однородно! Следовательно, между различными частицами в один и тот же момент нет разности давления, следовательно, нет и силы, которая могла бы повлиять на расширение и тем более быть причиной расширения. Сам факт расширения в существующей теории есть результат начального распределения скоростей. Причина этого начального распределения пока неизвестна."

После открытия Э. Хаббла в качестве "подходящего" было взято решение А. Фридмана. В нём за начало расширения всегда безграничной Вселенной взят момент сингулярности её скалярных параметров. Время t_0 , отсчитываемое от этого момента, – время "жизни" Вселенной. Возможность описания расширения Вселенной решением А. Фридмана не вызывала сомнений до 1998 г., когда две группы американских астрономов обнаружили его несоответствие наблюдательным данным. Для устранения этого несоответствия решение А. Фридмана было обобщено на ненулевые значения введённой ещё А. Эйнштейном космологической постоянной Λ . Выбор Λ позволил согласовать наблюдения с новым решением. Найденные значения Λ , как и у А. Эйнштейна, приводят к эффекту антигравитации, за такое открытие которой и сопутствующего ей ускоренного расширения Вселенной три представителя упомянутых групп получили в 2011 г. Нобелевскую премию. Гипотетического носителя антигравитации назвали "тёмной энергией".

Кажется естественным для описания открытого Э. Хабблом расширения Вселенной взять решение задачи разлёта большой, но конечной массы газа m_0 , однако до недавнего времени попытки получения такого решения были безуспешны. Одним из первых пытался привлечь задачу разлёта к описанию расширения Вселенной Э. Милн, на фронтоне книги [3] которого нарисована сферическая Вселенная радиуса $r = ct$. Приняв, что с начала разлёта частицы газа, а затем образовавшиеся из них галактики разлетаются с нулевым ускорением, он, не решая задачи разлёта, пришёл к закону распределения скоростей

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}/t \quad (0.1)$$

и показал его инвариантность к преобразованиям Лоренца. Кроме того в [3] из требования такой же инвариантности для объёмной плотности частиц найдено её распределение в расширяющейся по закону (0.1) Вселенной. Для такого закона объёмная плотность частиц при приближении к движущейся со скоростью света границе Вселенной оказалась неограниченно растущей. Хотя закон (0.1), выведенный не из решения задачи разлёта, а из предположения о нулевом ускорении разлетающихся частиц, используется на протяжении почти всей монографии Э. Милна, заканчивает он формулой

$$\mathbf{u} = (2/3)\mathbf{r}/t \quad (0.2)$$

– следствием решения А. Фридмана для расширения Вселенной из холодного одноатомного газа. После Э. Милна закон (0.1) к описанию расширения Вселенной не привлекался.

В [4] описана попытка решения задачи сферического разлёта конечной массы идеального совершенного гравитирующего газа в приближении классической газовой динамики. Искалось решение, удовлетворяющее закону Хаббла, в силу которого в расширяющемся газовом шаре единственная радиальная компонента скорости u – линейная функция расстояния от центра шара r . Оказалось, что для реализации такого решения энтропия каждой частицы разлетающегося газа должна изменяться вполне определённым образом. Но при безударном расширении невязкого и нетеплопроводного газа его энтропия не изменяется. Следовательно, рассмотренные решения для описания расширения Вселенной бесполезны.

Сформулировав и частично решив автомодельную задачу разлёта в пустоту конечной массы газа, сжатого в точку, авторы [5] уже в классическом приближении столкнулись с иной проблемой. Полученные решения с линейной зависимостью u от r , т.е. удовлетворяющие закону Хаббла, не удовлетворяли другому условию – равенству нулю давления p на границе расширяющегося в пустоту газового шара. Более того было установлено, что в плоскости автомодельных переменных нет отрезка интегральной кривой, реализующего в рассматриваемой задаче требуемое решение. Найденное в [6-8] разрешение возникшей проблемы, названной в [5] "парадоксом разлёта в пустоту", в классическом приближении привело к решению с мгновенным разлётом газа на всё пространство с нулевыми для любого времени $t > 0$ давлением, плотностью ρ , температурой T и скоростью звука a при скорости разлетающихся частиц $\mathbf{u} = \mathbf{r}/t$, т.е. к формуле (0.1). Она же при $r \leq ct$ получена в рамках специальной теории относительности (СТО) без гравитации. Это решение описывает наблюдения лучше любой современной космологической теории. Ниже сжато

изложению основных результатов [6-8] предпослан раздел, одно из назначений которого – выяснение причин, не позволивших в [4, 5] построить требуемые решения задачи разлёта.

1. В рамках классической газовой динамики одномерные нестационарные течения (и покой) идеального гравитирующего двухпараметрического газа с плоской, осевой или сферической симметрией и единственной компонентой скорости u описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r^{\nu-1}\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(r^{\nu-1}\rho u)}{\partial r} = 0, \quad \frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{Gm}{r^{\nu-1}} = 0, \quad \frac{\partial m}{\partial r} = f_\nu r^{\nu-1} \rho, \quad m(0, t) = 0, \\ \frac{ds}{dt} = 0 \propto \frac{dp}{dt} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{dt} = \frac{\rho}{a^2} \frac{dh}{dt}, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r}, \quad f_1 = 1, f_2 = 2\pi, f_3 = 4\pi. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь r – расстояние от плоскости ($\nu = 1$), оси ($\nu = 2$) или центра ($\nu = 3$) симметрии (далее, "центра симметрии" – ЦС), а h и s – удельные энтальпия и энтропия (известные функции, например, p и ρ). В данном разделе с помощью уравнений (1.1) исследуем интересные для дальнейшего гравитационно уравновешенный покой и некоторые особенности одномерного неавтономного разлёта газа в пустоту. Ограничимся совершенным газом, для которого

$$h = \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)\rho} = \frac{a^2}{\gamma - 1}, \quad s = \frac{\gamma p}{\rho^\gamma} = \frac{a^2}{\rho^{\gamma-1}}, \quad (1.2)$$

где γ – отношение удельных теплоёмкостей (показатель адиабаты), а s – не энтропия, а её функция ("энтропийная функция").

Для покоящегося газа в плоском, цилиндрическом и сферическом объёме, ограниченном непроницаемой оболочкой (далее, в "шаре радиуса r_0 ") первое уравнение (1.1) – уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно, а второе (уравнение движения) становится уравнением равновесия. При фиксированных радиусе шара r_0 , энтропийной функции $s = s_0$ и массе газа m_0 распределения параметров газа в шаре определяются решением краевой задачи:

$$\frac{dR}{d\xi} = -\alpha \frac{MR^{2-\gamma}}{\xi^{2(\nu-1)/\nu}}, \quad \frac{dM}{d\xi} = R, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad M(0) = 0, \quad M(1) = 1 \quad (1.3)$$

с нормированными переменными и константой α , которые равны

$$0 \leq \xi = \frac{r^\nu}{r_0^\nu} \leq 1, \quad R(\xi) = \frac{\rho f_\nu r_0^\nu}{\nu m_0}, \quad 0 \leq M(\xi) = \frac{m}{m_0} \leq 1, \quad \alpha = G \frac{(f_\nu)^{\nu-1} m_0^{2-\gamma}}{\nu^\gamma s_0} r_0^{l(\nu, \gamma)}, \quad l(\nu, \gamma) = 2 - 2\nu + \nu\gamma.$$

Краевую задачу (1.3) удобно решать как задачу Коши с начальными данными при $\xi = 0$, подбирая значение $R(0)$ так, чтобы выполнить условие $M(1) = 1$.

При рассмотрении интересного для данного исследования неограниченного сжатия (с $r_0 \rightarrow 0$) гравитирующего газа существенно поведение постоянной α при таком сжатии. Поскольку $l(1, \gamma) = \gamma$, $l(2, \gamma) = 2(\gamma - 1)$ и $l(3, \gamma) = 3\gamma - 4$, то в плоском и цилиндрическом случаях $\alpha \rightarrow 0$ при неограниченном сжатии газа для любых реальных значений γ . В сферическом случае $\alpha \rightarrow 0$ при $r_0 \rightarrow 0$ не для любого совершенного газа, а при выполнении неравенства $\gamma > 4/3$. Согласно первому уравнению (1.3) и выполненным расчётам, если $\alpha \rightarrow 0$ при $r_0 \rightarrow 0$, то в указанном пределе $R(\xi) \rightarrow 1$ и неограниченно растущая плотность, а с ней давление, скорость звука и температура выравниваются. В пределе

$$\rho(\xi) \approx \rho_0 = \frac{K}{r_0^\nu}, \quad a(\xi) \approx a_0 = \frac{s_0^{1/2} K^{(\gamma-1)/2}}{r_0^{\nu(\gamma-1)/2}}, \quad p(\xi) \approx p_0 = \frac{s_0 K^\gamma}{\gamma r_0^{\nu\gamma}}, \quad K = \frac{\nu m_0}{f_\nu}. \quad (1.4)$$

При том, что с неограниченным ростом плотности и с уменьшением размера шара обусловленная гравитацией неравномерность параметров, казалось бы, должна расти. Получается же иначе. Для фиксированных m_0 и s_0 при $l(\nu, \gamma) > 0$ и $\nu \neq 1$ всегда есть такие конечные $\alpha = \alpha_m(\nu, \gamma) > 0$ и

$$r_m = \left[\frac{\alpha_m(\nu, \gamma) \nu^\gamma s_0}{G (f_\nu)^{\nu-1} m_0^{2-\gamma}} \right]^{1/l(\nu, \gamma)},$$

что $R(1)$, а с ним и давление $p(1)$ на границе шара оказываются нулевыми. Задание $r_0 > r_m$ не имеет смысла, ибо отвечает объёму с газом в центре и пустотой на периферии. В плоском случае из решения задачи (1.3) в квадратурах следует, что $\alpha_m(1, \gamma) = \infty$.

Если при $t = 0$ оболочка, ограничивающая рассмотренный выше газ, мгновенно исчезает, то начинается его изэнтропическое истечение в пустоту. На C^\pm -характеристиках уравнений (1.1), описывающих возникшее течение, выполняются уравнения

$$C^\pm: \frac{dt}{dr} = \frac{1}{u \pm a}, \quad \frac{du}{dr} \pm \frac{2}{\gamma-1} \frac{da}{dr} \pm \frac{(\nu-1)au}{r(u \pm a)} + \frac{Gm}{r^{\nu-1}(u \pm a)} = 0, \quad (1.5)$$

а его rt -диаграмма, как и на рис. 1, включает центрированную волну разрежения (ЦВР) с фокусом в точке $r = r_0, t = 0$. Правая граница ЦВР – одна из образующих её C^- -характеристик, совпадающая с траекторией частиц (C^0 -характеристикой), т.е. с границей расширяющегося газа и пустоты. На ней $a = 0, m = m_0$ и соответствующее уравнение (1.5) принимает вид

$$\frac{du}{dr} + \frac{Gm_0}{r^{\nu-1}u} = 0. \quad (1.6)$$

В силу уравнения (1.5) для C^+ -характеристики, пересекающей ЦВР в фокусе, скорость газа в начальной точке границы с пустотой, как и при отсутствии гравитации, равна $u_+ = 2a(1)/(\gamma-1)$, а для достаточно малых r_0 с учётом (1.4)

$$u_+^2 = \frac{4s_0 K^{\gamma-1}}{(\gamma-1)^2 r_0^{\nu(\gamma-1)}}.$$

Проинтегрировав от $r = r_0$, где $u^2 = u_+^2$ и $t = 0$, (1.6) и уравнение для t из (1.5), найдём, что на границе газа и пустоты

$$u^2 = \frac{4s_0 K^{\gamma-1}}{(\gamma-1)^2 r_0^{\nu(\gamma-1)}} + 2Gm_0 \begin{cases} (r_0 - r), \nu = 1 \\ (\ln r_0 - \ln r), \nu = 2 \approx \frac{4s_0 K^{\gamma-1}}{(\gamma-1)^2 r_0^{\nu(\gamma-1)}}, t \approx \frac{(\gamma-1)r_0^{\nu(\gamma-1)/2}}{2\sqrt{s_0 K^{\gamma-1}}}(r - r_0) \\ (1/r - 1/r_0), \nu = 3 \end{cases}$$

с приближёнными равенствами, справедливыми для тех же γ , для которых $\alpha \rightarrow 0$ при $r_0 \rightarrow 0$. Следовательно, во всех этих случаях скорость расширения границы сильно сжатого газа растёт с уменьшением r_0 , обращаясь в бесконечность при $r_0 = 0$. При достаточно малых r_0 влияние гравитации на расширение границы с пустотой несущественно.

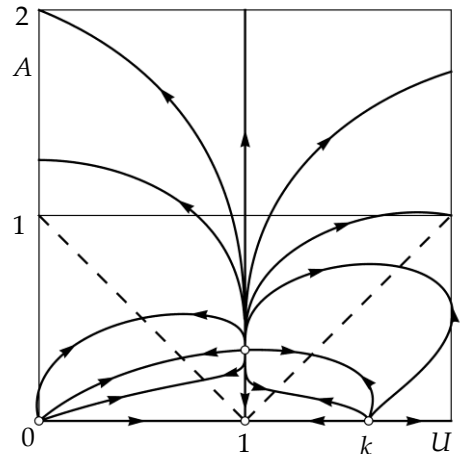
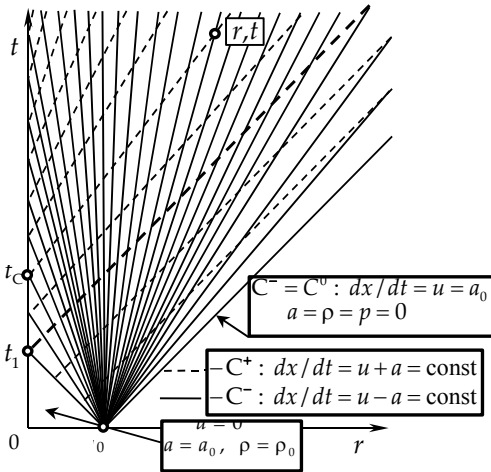


Рисунок 1. rt -диаграмма течения при $\nu = 1$ и $\gamma = 3$ Рисунок 2. Интегральные кривые уравнения (2.3)

Весьма ценную информацию не только о движении границы с пустотой, но о всём течении даёт решение рассмотренной выше задачи разлёта плоского слоя совершенного газа с $\gamma = 3$ без гравитации. Хотя реально таких показателей адиабаты не бывает, именно решение этой задачи в [6-8] подсказало авторам правильное решение в общем случае. Указанная задача заслуживает более подробного рассмотрения, чем в [6-8], и по ряду других причин.

В случае $\gamma = 3$ решение сформулированной неавтономной задачи легко получается благодаря тому, что для такого γ в плоском изэнтропическом течении на C^+ -характеристиках постоянен инвариант $u + 2a/(\gamma-1) = u + a$. Аналогично на C^- -характеристиках постоянен инвариант

$u - a$. В результате, как для $r \geq 0$ изображено на рис. 1, указанные инварианты постоянны на прямолинейных характеристиках обоих семейств. Благодаря этому и равенству нулю скорости газа u на плоскости симметрии (на оси t) при $t_c \geq t_1 = r_0/a_0$ с учётом формул для наклонов прямолинейных C^\pm -характеристик, найдём

$$\frac{r_0}{t_c} = \frac{r}{t-t_c} = u+a, \quad \frac{r-r_0}{t} = u-a \rightarrow t_c = \frac{r_0 t}{r_0+r}, \quad u = \frac{r}{t}, \quad a = \frac{r_0}{t}. \quad (1.7)$$

Это решение справедливо в секторе $0 \leq r \leq a_0(t-t_1)$ при том, что в полоске $a_0(t-t_1) \leq r \leq r_0 + a_0 t$ скорость звука a уменьшается до нуля, а скорость газа u растёт до a_0 . Когда $r_0 \rightarrow 0$ (следствие чего $a_0 \rightarrow \infty$ и $t_1 \rightarrow 0$), эта полоска превращается в линию, которая ложится на ось r . В пределе во всём квадранте ($r \geq 0, t \geq 0$):

$$u = r/t, \quad a = 0. \quad (1.8)$$

Неудачи [4, 5] – в поиске решений с конечными скоростями разлёта границы газового шара.

Решение (1.7) интересно не только, как этап на пути к автомодельному пределу (1.8). Помимо этого оно демонстрирует, как при сколь угодно малой, но отличной от нуля величине r_0 сверхплотный газ непрерывно расширяется до вакуума. Такая демонстрация снимает вопросы о применимости уравнений сплошной среды (1.1) к получающемуся в их рамках автомодельному решению (1.8) с нулевой скоростью звука, а вместе с ней и плотностью газа.

2. При пренебрежении гравитацией ($G = 0$) в решённой в [6-8] автомодельной задаче разлёта газа в пустоту из точки с бесконечными начальными a_0, p_0 и $\rho_0, u_0 = 0$ и конечными m_0 и s_0 решение уравнений (1.1) искалось в форме ($\tau = Ct/r^k$ – автомодельная переменная с найденными из анализа размерностей показателем автомодельности k и постоянной $C = (m_0^{\gamma-1} s_0)^{1/2}$)

$$u = \frac{r}{kt} U, \quad a = \frac{r}{kt} A, \quad \rho = \frac{m_0}{r^\nu} R, \quad p = \frac{m_0}{k^2 r^{\nu-2} t^2} P, \quad k = 1 + \frac{\gamma-1}{2} \nu, \quad P = \frac{1}{\gamma} A^2 R. \quad (2.1)$$

Здесь U, A и R – функции τ , определяемые двумя дифференциальными уравнениями и "интегралом энтропии"

$$\tau \frac{dU}{d\tau} = \frac{(U-1)f_1}{kf}, \quad \tau \frac{dA}{d\tau} = \frac{Af_2}{4kf}, \quad R = [A/(k\tau)]^{2/(\gamma-1)},$$

$$f = (1-U)^2 - A^2, \quad f_1 = U(U-k) - \nu A^2, \quad f_2 = 2[(2k+1-\gamma)U - 2k](U-1) + (\gamma-1)^2 \nu U - 4A^2.$$

Следствие первых двух уравнений – дифференциальное уравнение:

$$\frac{dU}{dA} = 4 \frac{U-1}{Af_2} f_1, \quad (2.2)$$

которое сводит решение задачи к анализу его интегральных кривых (ИК) в плоскости UA . В дополнение подстановка представлений (2.1) в первое уравнение (1.1) даёт "интеграл масс":

$$R(1-U) = K$$

с постоянной K , разной на разных ИК. Так, $K = 0$ на прямых $U = 1$ и $A = 0$ – ИК уравнения (2.2).

Для $\nu = 3$ и $\gamma = 1.4$ на рис. 2 представлены ИК (сплошные линии) и особые точки уравнения (2.2) в плоскости UA . На прямых $U = 1$ и $A = 0$ – ИК уравнения (2.2) лежат все его особые точки, из которых для дальнейшего нужен только узел $U = k, A = 0$. Штрихами даны "звуковые" линии $f = 0$: "левая": $1 - U = A$ и "правая": $1 - U = -A$. Стрелки на ИК показывают направления роста автомодельной переменной τ .

Сравнив решение (1.8) и выражения для u и a из (2.1) с $k = 2$, найдём: $U(\tau) = k, A(\tau) = 0$ при $0 \leq \tau \leq \infty$. Отвечая узлу $U = k, A = 0$ уравнения (2.2), это решение справедливо для любых ν и γ . В нём для всех $t > 0$ скорость газа $u = r/t$ – линейная функция r , а траектории частиц – лучи, расходящиеся из начала координат. Последнее – естественное следствие нулевых плотности и давления "газа", что, в свою очередь, – результат мгновенного разлета его конечной массы на всё пространство. В отличие от всех автомодельных задач газовой динамики найденное решение даёт не отрезок ИК, а особая точка.

Хотя промежуточные результаты, в частности, величина k и формула для автомодельной переменной τ – функции ν и γ , окончательное решение (для скорости – в векторной форме)

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}/t, \quad a = p = \rho = h = 0, \quad 0 < t \leq \infty, \quad 0 \leq r \leq \infty \rightarrow 0 \leq u \leq \infty \quad (2.3)$$

не зависят от симметрии задачи и от свойств газа, причём не только от γ , но и от его массы m_0 и энтропии s_0 . Более того, подстановка (2.3) в уравнения (1.1) показывает, что это решение справедливо и при учёте гравитации и для любого газа, у которого при фиксированной энтропии одновременно обращаются в нуль фигурирующие в (2.3) термодинамические параметры.

Отмеченная выше поразительная универсальность найденного решения инициировала его привлечение к описанию Большого взрыва и расширения Вселенной. Для постоянной Хаббла H_0 – коэффициента пропорциональности скорости v расстоянию между разлетающимися частицами, которые затем сформировали галактики, согласно (2.3) имеем

$$H_0 = 977.813/t_0. \quad (2.4)$$

с временем жизни Вселенной t_0 в 10^9 лет и H_0 в км/(с·Мпк). На рис. 3 почти все варианты NASA [9] (более двухсот) с результатами обработки четырёх наборов наиболее надёжных наблюдательных данных десятками космологических теорий образуют серую область. Каждый вариант – крест с горизонталью и вертикалью, равными погрешностям определения t_0 и H_0 (нет десяти вариантов с погрешностями, превышающими 10%). Определенная формулой (2.4) кривая 1 проходит через эту область, согласовывая значения t_0 и H_0 лучше всех теорий, использованных в [9].

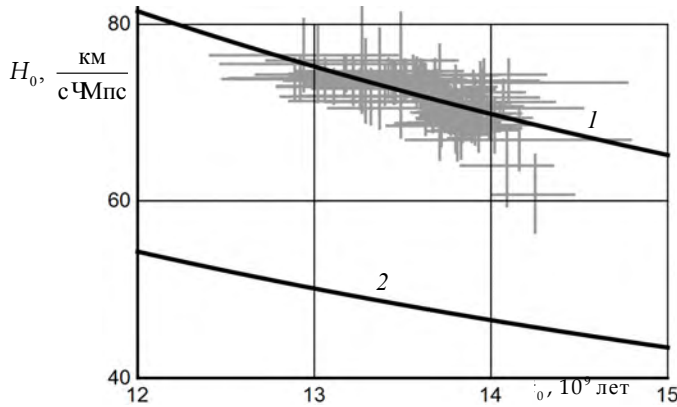


Рисунок 3. Связь H_0 и t_0 по данным NASA – серые кресты и по формулам (2.4) и (0.2) – кривые 1 и 2

3. В классическом приближении сжатая в точку конечная масса газа мгновенно разлетается на всё пространство. Следствия этого – неограниченная скорость, всюду нулевая плотность и отсутствие влияния гравитации. Согласно и СТО, и общей теории относительности (ОТО) скорость газа не может превышать скорости света c , и ту же задачу нужно решить в рамках СТО или ОТО. Однако и здесь классическое решение не бесполезно. В нём, несмотря на бесконечную при $t = 0$ самогравитацию сжатого в точку газа, его разлёт в отличие от решения А. Фридмана определяется также бесконечным начальным перепадом давления. Это оправдывает решение в рамках СТО, а не ОТО, причем без учёта, как и в классическом приближении, гравитации. В пользу предлагаемого подхода говорят и задачи с гравитацией разд. 1. Из-за связи $E = mc^2$ энергии и массы газа релятивистские эффекты вносят принципиальные изменения уже в постановку задачи. Начальная масса сжатого в точку газа бесконечна вместе с его энергией и при любом конечном расширении бесконечна и гравитация, препятствующая разлёту. Следовательно, уже только в силу равенства $E = mc^2$ в релятивистской постановке разлёт начинается не из точки, а из конечного, но малого по сравнению с последующим расширением объёма при конечных, хотя и больших начальных массе m_0 и энергии $E_0 = m_0 c^2$. Наряду с m_0 будем считать заданным неизменное общее число атомов N_0 .

В рамках СТО без тяготения одномерные нестационарные течения идеального газа описываются уравнением неразрывности и двумя уравнениями энергии-импульса

$$\frac{\partial(r^{v-1}nu^0)}{c\partial t} + \frac{\partial(r^{v-1}nu^1)}{\partial r} = 0, \quad u^0 = \sqrt{\beta}, \quad u^1 = \frac{u}{c}\sqrt{\beta}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial(r^{v-1}T^{00})}{c\partial t} + \frac{\partial(r^{v-1}T^{01})}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T^{01}}{c\partial t} + \frac{\partial T^{11}}{\partial r} + \frac{v-1}{r} \frac{\beta w u^2}{c^2} = 0, \quad \beta = \frac{1}{1-u^2/c^2}, \quad (3.2)$$

$$T^{00} = \beta w - p, \quad T^{01} = \frac{\beta w u}{c}, \quad T^{11} = \frac{\beta w u^2}{c^2} + p,$$

Здесь n – число частиц в единице объёма ("плотность числа частиц"), а $w = \varepsilon + p$ и ε – энтальпия и внутренняя энергия единицы объёма. Автомодельное решение этих уравнений ищем в форме

$$\xi = \frac{r}{ct}, \quad u = cU, \quad \varepsilon = \frac{m_0 c^2}{r^v} E, \quad w = \frac{m_0 c^2}{r^v} W, \quad p = \frac{m_0 c^2}{r^v} P, \quad n = \frac{N_0}{r^v} N, \quad (3.3)$$

где U, E, \dots – функции ξ или $\tau = 1/\xi$, а ξ и U , изменяются от нуля до единицы.

Подстановка представлений (3.3) в уравнение неразрывности (3.1) приводит к уравнению

$$\frac{d}{d\tau} \left(N \frac{1-\tau U}{\sqrt{1-U^2}} \right) = 0,$$

а затем при нулевой константе интегрирования – к интегралу

$$N(1-\tau U) = 0. \quad (3.4)$$

Нулевая константа интегрирования получается даже для найденного в [3] $N \sim (1-\xi)^{-2}$.

Из-за $N_0 > 0$ и конечной скорости разлёта теперь единственное следствие интеграла (3.4) – формула: $U = \xi$. Результат этого – решение (в векторной записи)

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}/t, \quad 0 < t \leq \infty, \quad 0 \leq r \leq ct, \quad 0 \leq u \leq c, \quad (3.5)$$

отличающееся от первого равенства (2.3) лишь релятивистскими ограничениями: $r \leq ct$ и $u \leq c$. Как показано в [3], если $\mathbf{u} \sim \mathbf{r}/t$, то в рамках СТО этот закон сохраняется при совмещении начала \mathbf{r}' с произвольной частицей газа. При этом время t естественно заменяется на время t' , отсчитываемое от начала разлёта в движущейся с выбранной частицей системе координат.

Подстановка представлений (3.3) в первое уравнение (3.2) приводит к уравнению

$$\frac{d}{d\tau} \left(W \frac{1-\tau U}{1-U^2} - P \right) = 0$$

и к его интегралу

$$W \frac{1-\tau U}{1-U^2} - P = K.$$

Отсюда с учётом справедливого при всех ξ равенства: $1 - \tau U = (\xi - U)\tau = 0$ и того, что на границе с пустотой (при $\xi = \tau = U = 1$): $p = 0$, найдём, что $p = 0$ при всех ξ . Наконец, подстановка $u = c\xi$, $p = 0$ и представления для w из (3.3) во второе уравнение (3.2) даёт конечное уравнение: $v\beta\xi W(\xi) = 0$. Единственное его следствие – равенство нулю W и w также при всех ξ . Существенно, что выполненное выше решение уравнений (3.1) и (3.2) не потребовало привлечения уравнений состояния.

Согласно полученным результатам решение задачи состоит в мгновенном (при $t = + 0$) обращении в нуль давления p , удельной энтальпии w , а следовательно, и внутренней энергии $\varepsilon = w - p$ при всех $0 \leq \xi \leq 1$, т.е. в приближении СТО без гравитации при разлете из точки в пустоту мгновенно вся внутренняя энергия газа преобразуется в его кинетическую энергию. Итак,

$$\varepsilon = w = p = 0, \quad 0 < t \leq \infty, \quad 0 \leq r \leq ct \quad (3.6)$$

при отсутствии, что принципиально, таких же равенств для p и n .

Как и в классической модели, решение (3.5) и (3.6) удовлетворяет релятивистским уравнениям (3.1) и (3.2) при неизменном общем числе частиц. Однако в первые три минуты [10], а затем в течение $10^5 - 10^6$ лет состав и термодинамика горячей плотной и неоднородной Вселенной претерпели грандиозные изменения. Определяющие их равновесные и неравновесные процессы зависят от многих размерных постоянных, делающих эту стадию разлёта неавтомодельной. В силу предположения о постоянстве состава построенное решение заведомо несправедливо в указанный начальный период и как следствие этого – в соответствующем слое вблизи границы Вселенной.

Однако при возрасте Вселенной $t_0 \approx 1.4 \cdot 10^{10}$ лет толщина этого слоя составляет не более $10^{-5} - 10^{-4}$ от её радиуса, равного ct_0 .

Итак, для самых надёжных наблюдательных данных найденное решение без эмпирических констант согласует значения времён жизни Вселенной и постоянной Хаббла лучше любых современных космологических теорий (Λ CDM) с тёмными энергией (Λ) и материей (CDM – Cold Dark Matter). Если тёмная материя может понадобиться для описания замедления расширения Вселенной, то в свете построенного решения, основные формулы которого, включая $\mathbf{u} = \mathbf{r}/t$, не содержат эмпирических постоянных, введение тёмной энергии излишне.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 14-01-00146 и 17-01-00126).

Список литературы

1. Л.И. Седов. Методы подобия и размерности в механике. // М.: Наука, 1987, 430 с.
2. Зельдович Я.Б. Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975. 735 с.
3. E.A. Milne. Relativity, Gravitation and World-structure // Oxford: Clarendon Press, 1935, 365 p.
4. Г.К. Мак Витти. Общая теория относительности и космология // М.: ИИЛ, 1961. 284 с.
5. Валиев Х.Ф., Крайко А.Н. Автомодельные задачи о сжатии идеального газа и его разлете из точки // ПММ. 2015. Т. 79. Вып. 3. С. 344-361.
6. Валиев Х.Ф., Крайко А.Н. Сжатие идеального газа в точку, разлет из точки его конечной массы в пустоту, Большой взрыв и расширение Вселенной // Труды междунар. конф. XVII Харитоновские тематические научные чтения – Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны / Под ред. А.Л. Михайлова. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2015. 911 с. С. 614-620.
7. Валиев Х.Ф., Крайко А.Н. Разлет идеального газа из точки в пустоту. Новая модель Большого взрыва и расширения Вселенной // ПММ. 2015. Т. 79. Вып. 6. С. 793-807.
8. Kraiko A.N., Valiyev Kh.F. The new model of the Big Bang and the Universe expansion. A comparison with modern observational data and cosmological theories // AIP Conference Proceedings. V. 1770 (INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE METHODS OF AEROPHYSICAL RESEARCH (ICMAR 2016): Proceedings of the 18th International Conference on the Methods of Aerophysical Research / Ed. by Vasily Fomin. American Institute of Physics, 2016). P. 020002-1-020002-11.
9. WMAP Cosmological parameters Model/Data Set Matrix. NASA; <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/parameters.cfm>
10. Стивен Вайнберг. Первые три минуты. Современный взгляд на происхождение Вселенной // М.: Энергоиздат, 1981, 208 с.

THE MODEL OF THE BIG BANG AND THE UNIVERSE EXPANSION WITH THE DISPERSION TO THE VOID A GAS, COMPRESSED "ALMOST IN A POINT". A COMPARISON WITH OBSERVATIONAL DATA AND MODERN COSMOLOGICAL THEORIES

A.N. Kraiko, Kh.F. Valiyev

Central Institute of Aviation Motors named after of P.I. Baranov, Moscow, Russia

E. Hubble, measuring of the light Doppler shift, has formulated the law in 1929, according to which remote galaxies move away from us with speed \mathbf{u} , proportional to distance \mathbf{r} to them: $\mathbf{u} = H(t)\mathbf{r}$. Time-dependent t function $H(t)$ called Hubble constant. If galaxies scatter, then, having a "suitable" solution, one can determine when they were together, i.e. when they (more precisely, particles of gas, from which the