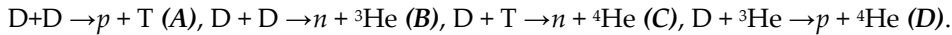


## УТОЧНЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

А.А. Белов<sup>1</sup>, Н.Н. Калиткин<sup>2</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия<sup>2</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

**1. Введение.** Интерес к проблеме управляемого термоядерного синтеза не ослабевает из-за надежды на решение острых проблем мировой энергетики. В рассматриваемых проектах важную роль играют дейтериевые мишени. При их расчете обычно учитываются следующие 4 важнейшие термоядерные реакции:



Еще в 1950-е годы были проведены первые экспериментальные измерения зависимостей сечений этих реакций  $\sigma(E)$  от энергий  $E$  этих частиц в системе центра масс. Зависимости скоростей реакций  $K(T)$  от температуры  $T$  получались сверткой сечения с максвелловским распределением по скоростям в предположении локального термодинамического равновесия.

В последующие годы появились десятки экспериментальных работ, содержащих ~2000 измерений, и несколько их обработок, собранных в [1]. Характерная картина показана на рис. 1. Видно, что данные различных работ сильно отличаются (до 6 раз!). Существовавшие математические методы плохо работали в такой ситуации. Обычно эксперименты, казавшиеся менее надежными, просто отбрасывали; хотя произвол такого отбрасывания может ощутимо влиять на результат.

До сих пор расчеты термоядерных мишеней предсказывают гораздо больший выход нейтронов, чем наблюдается в экспериментах. Объяснить это расхождение не удастся. Поэтому приходится проверять все составляющие расчета. Одной такой составляющей являются используемые значения  $K(T)$ . Поэтому мы провели уточненную обработку экспериментов и впервые разработали метод, позволяющий дать объективную оценку полученных кривых. Была достигнута точность лучше 4%, что в ~5 раз точнее известных ранее аппроксимаций.

**2. Метод обработки.** Обрабатывать удобно не сами сечения  $\sigma(E)$ , а так называемый S-фактор  $S(E)$ . Он получается делением сечения на множитель Гамова – проникаемость кулоновского барьера. Надо учитывать важное обстоятельство. Эксперименты имеются лишь при  $E > 2-3$  кэВ. Однако пока при сжатии термоядерных мишеней достигаются лишь температуры ~100 эВ когда энергии сталкивающихся частиц соответственно малы. Поэтому нужна такая аппроксимация  $S(E)$ , которая хорошо экстраполируется за нижнюю границу энергий. Обычные математические методы экстраполировать не позволяют.

Если экспериментальные данные являются высокоточными, то хорошую экстраполяцию дает метод двойного периода [2]. Это специфическое разложение непериодической функции в ряд Фурье, где к обычным гармоникам добавлено несколько (~3) нечетных гармоник вдвое большего периода. Коэффициенты Фурье подбираются методом наименьших квадратов. Однако при больших погрешностях точек аппроксимирующая кривая “пытается” передать эти точки, и на ней появляются высокочастотные осцилляции.

Для такой ситуации была разработана регуляризация метода двойного периода, подавляющая высокочастотные осцилляции [3]. Для этого в метод наименьших квадратов к сумме квадратов ошибок в отдельных точках добавляется стабилизатор

$$\alpha \sum a_j^2 \omega_j^4, \quad (1)$$

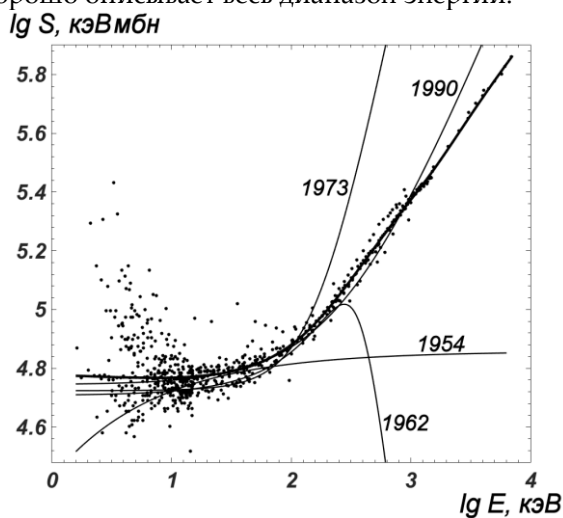
где  $\alpha > 0$  – параметр регуляризации,  $a_j$  – коэффициенты Фурье,  $\omega_j$  – частоты гармоник. Математики традиционно используют в стабилизаторе  $\omega_j^2$ , но это хуже подавляет высокие гармоники и при

этом может заметно исказить саму кривую и ее первую производную. Стабилизатор с  $\omega_j^4$  дает гораздо лучшие результаты.

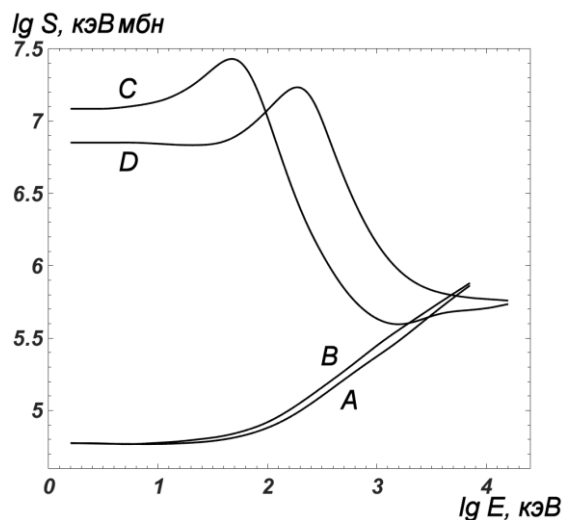
Наиболее сложным является вопрос: как выбрать параметр  $\alpha$  и число гармоник Фурье  $N$ . При увеличении  $\alpha$  сильнее подавляются нефизичные осцилляции аппроксимирующей кривой; однако одновременно возрастает невязка, то есть отклонение аппроксимирующей кривой от экспериментальных точек. Увеличение  $N$  уменьшает невязку, но одновременно быстро возрастают ошибки округления при нахождении  $a_j$  из линейной системы метода наименьших квадратов. Это задача оптимизации с противоречивыми критериями, и надо искать компромиссное решение.

Была разработана следующая процедура. Число гармоник  $N$  бралось настолько большим, чтобы при решении линейной системы терялась примерно половина десятичных знаков компьютера (для 64-битовых вычислений это 8 десятичных знаков). Параметр  $\alpha$  увеличивался до тех пор, пока невязка не увеличивалась примерно до величины среднеквадратичной погрешности экспериментального массива. Например, для реакции (A) это давало  $\alpha = 0.3$ ,  $N = 100$ , что в  $\sim 5$  раз меньше числа экспериментальных точек.

Такая процедура была проделана для всех четырех реакций. Соответствующие S-факторы показаны на рис. 2. На рис. 1 показано сравнение полученного здесь S-фактора с предшествующими обработками. Видно, что все предшествующие обработки не описывали область высоких энергий. А ряд из них плохо экстраполировался на низкие энергии. В то же время предложенная обработка хорошо описывает весь диапазон энергий.



**Рисунок 1.** S-фактор для реакции (A), точки – эксперименты, тонкие линии – обработки разных лет, жирная линия – данная работа



**Рисунок 2.** S-факторы реакций (A)...(D)

**3. Скорости реакций.** Выражения для  $K(T)$  были получены обычной сверткой найденных сечений  $\sigma(E)$  с максвелловским распределением скоростей. Полученные результаты справедливы в диапазоне  $T$  от 0.01 кэВ до 2 МэВ, что перекрывает все актуальный для практики диапазон. Найденные кривые приведены на рис. 3.

Для удобства использования в прикладных расчетах значения  $K(T)$  аппроксимировались также методом двойного периода по формуле

$$\lg K(T) = \sum_{k=0}^6 (\xi_k \cos kt + \eta_k \sin kt), \quad t = \frac{\pi}{5.3} (\lg T - 3.65), \quad 1.0 \leq \lg T \leq 6.3. \quad (2)$$

Здесь температура берется в единицах эВ,  $K(T)$  – в единицах  $\text{см}^2\text{с}^{-1}$ . Для всех четырех реакций  $\eta_0 = 0$ ,  $\xi_5 = 0$ ; остальные коэффициенты приведены в табл. 1. Во всех предшествующих работах никогда не

делалась оценка погрешности найденных  $K(T)$ . Однако неплохую оценку можно получить следующим методом.

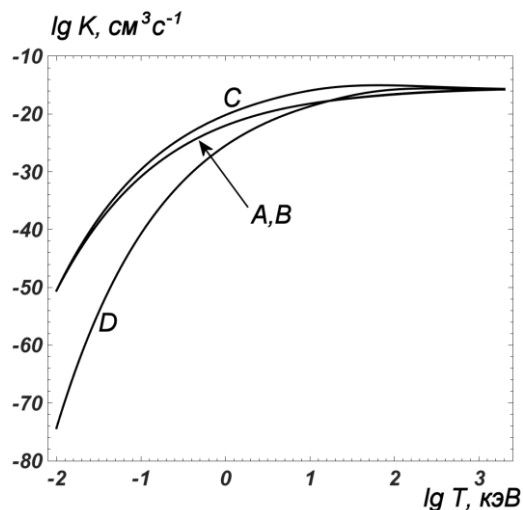


Рисунок 3. Скорости реакций (A)...(D)

Таблица 1. Коэффициенты аппроксимации  $\lg K(T)$  рядом Фурье

	(A)	(B)	(C)	(D)
$\xi_0$	-41.898	-42.145	-42.559	-60.504
$\xi_1$	30.017	30.484	33.312	53.039
$\eta_1$	24.313	24.459	24.394	43.244
$\xi_2$	-9.150	-9.451	-9.876	-16.233
$\eta_2$	-16.995	-17.170	-16.909	-31.497
$\xi_3$	2.140	2.265	2.501	3.980
$\eta_3$	7.572	7.744	7.406	15.707
$\xi_4$	-0.316	-0.346	-0.414	-0.749
$\eta_4$	-2.540	-2.655	-2.148	-6.055
$\eta_5$	0.580	0.630	0.411	1.734
$\xi_6$	0.012	0.015	0	0.004
$\eta_6$	-0.068	-0.079	0	-0.319
$\Delta, \%$	0.7	2.5	4.3	1.3

Ошибка каждой экспериментальной точки содержит как случайную ошибку конкретного измерения, так и систематическую ошибку лаборатории. Если вместе сведены данные разных лабораторий, то для них систематическую ошибку каждой лаборатории тоже можно рассматривать как случайный фактор. Поэтому для такого большого массива данных все ошибки можно считать случайными. Поскольку точек много, то найденная аппроксимация должна хорошо усреднять ошибки и иметь удовлетворительную точность. Тогда отклонение отдельной точки от средней кривой можно рассматривать как суммарную погрешность  $\delta$  этой точки.

Проварьируем отклонение каждой точки от нашей средней кривой как случайную величину с гауссовым распределением и амплитудой  $\delta$ , при этом каждую точку варьируем независимо. Для полученной реализации “экспериментальных” точек снова находим среднее  $\sigma(E)$  и  $K(T)$ .

Повторим эту процедуру  $\sim 30$  раз. Получим столько же средних кривых  $\sigma(E)$  и  $K(T)$ . Они будут распределены относительно первоначальной средней кривой по закону Гаусса. Отсюда легко находится дисперсия этих кривых. Найденные дисперсии  $K(T)$  переведены в процентные отклонения  $\Delta(T)$ . Эти отклонения для рассмотренных 4 реакций показаны на рис. 4, а их максимальные значения также приведены в табл. 1. Видно, что при малых температурах погрешность наибольшая, но даже

для наихудшей реакции она не превышает 4.5%, а для остальных значительно меньше. При повышении температуры погрешность быстро убывает. Такой точности вполне достаточно для расчетов термоядерных мишеней.

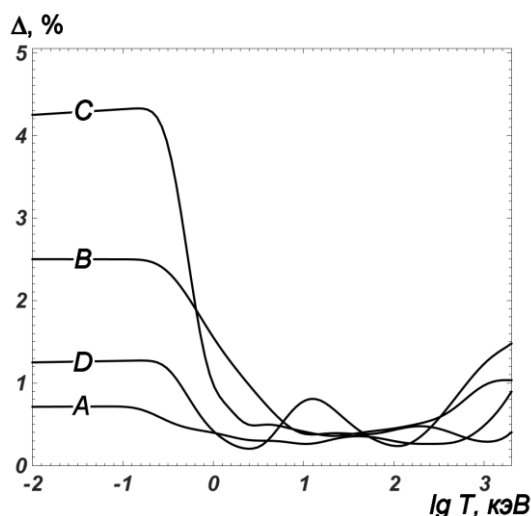


Рисунок 4. Доверительные коридоры кривых  $K(T)$  для реакций (A)...(D)

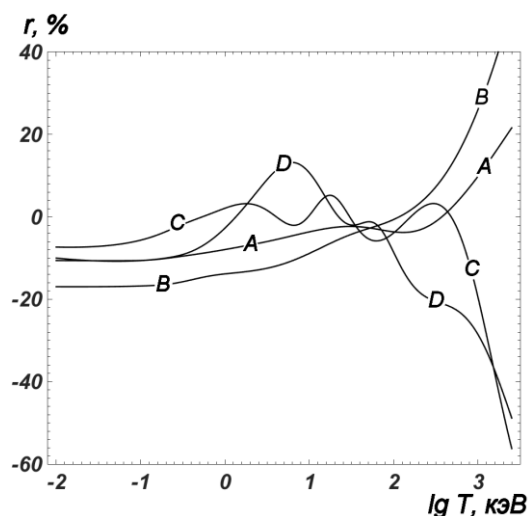


Рисунок 5. Отношение формул Козлова к скоростям реакций из (2)-

Наши результаты сравнивались с формулами Б.Н. Козлова [4], наиболее употребительными в отечественных расчетах. S-фактор Козлова для реакции (A) приведен на рис. 1 (1962 год). Результаты сравнения формул для  $K(T)$  показаны на рис. 5. Видно, что в области низких температур  $T < 100$  кэВ погрешность формул Козлова достигает 20%. Вблизи  $T = 100$  кэВ она существенно уменьшается, но при  $T > 100$  кэВ формулы Козлова быстро теряют свою применимость.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-31-00068.

### Список литературы

1. NEA Data Bank – Nuclear Data Services. <http://www.oecd-nea.org/janisweb/search/exfor>
2. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. // ДАН. Информатика. 2000. Т. 374. № 4. С. 464.
3. Белов А.А., Калиткин Н.Н. // ДАН. Информатика. 2016. Т. 470. № 3. С. 266.
4. Козлов Б.Н. // Атомная энергия. 1962. Т. 12. № 3. С. 238.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ СЖИМАЕМОСТИ АБС 20/20 С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДИК МАНГАНИНОВОГО ДАТЧИКА ДАВЛЕНИЯ И МИКРОВОЛНОВОЙ ДИАГНОСТИКИ В ДИАПАЗОНЕ ДАВЛЕНИЙ 8-40 ГПа

А.В. Цветков, Е.Н. Богданов, М.Е. Шаврин, В.И. Буренин, А.В. Родионов, Г.А. Козлов, Е.В. Рычагов

РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров, Россия

### Введение

Распространение ударных волн в органических веществах сопровождается физико-химическими превращениями, связанными с преобразованием формы молекул и разрывом связей в них. Практический интерес представляет конструкционный материал АБС 20/20 (сополимера стирола ( $C_8H_8$ ) с бутадиеном ( $C_4H_6$ , 20%) и акрилонитрилом ( $C_3H_3N$ , 20%),  $\rho_0=1,05$ ), который