

ПАРАДОКС ЛЕОНАРДО. СПИРАЛЬНАЯ ТРАЕКТОРИЯ ВСПЛЫВАЮЩИХ  
ПУЗЫРЕЙ МИЛЛИМЕТРОВОГО РАЗМЕРА

С.Ю. Седов

РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров, Россия

**Введение**

В докладе рассмотрены всплывающие в воде пузыри миллиметрового размера, а именно, в диапазоне радиусов  $\sim 1-2$  мм. Изучение движения пузырей в этом диапазоне размеров представляет интерес в связи с изучением проблем нелинейной динамики, зарождения хаоса и турбулентности.

Спиральное движение пузырей в этом диапазоне радиусов наблюдал и описывал еще Леонардо да Винчи. Такое движение получило название парадокса Леонардо (см. обзор А. Prosperetty [1]). Оно является следствием развития неустойчивости прямолинейной траектории. Первый вид неустойчивости траектории пузыря – зигзагообразный. Второй вид неустойчивости – спиралевидное винтовое движение. Как оказалось, причиной этого является формирование вихрей в следе пузыря. Пионерами исследований в области спиралевидного движения пузырей были Ниси и Портер (1923), а также Сэфмэн (1956, [2]). Сэфмэн использовал классический гидродинамический подход, и определял течение вокруг “шапочки” пузыря, а также ее форму. Сэфмэн заключил, что прямолинейное движение становится нестабильным при аспектном соотношении  $\chi$  полуосей эллипсоида, превышающем значение 1.2 (экспериментальное значение равно 1.8). Он предположил существование следа внизу пузыря, и пришел к заключению, что возможно переключение на разные режимы течения из-за влияния следа за пузырем. Но влияние следа за пузырем Сэфмэн не исследовал. Публикация [2] – это первая детальная теоретическая попытка рассмотрения течения жидкости вокруг пузыря миллиметрового размера. Отметим, что количественного согласия с экспериментом у Сэфмэна не достигнуто. Попытку описания спирального движения пузыря предпринял А.Г.Петров [3] в 1971 году. В вычислениях использованы лагранжевы формализм, приближение эллипсоидальности пузыря и потенциальность течения. Получены выражения для радиуса траектории и частоты вращения пузыря; согласия с экспериментом по частоте вращения нет. В 1987 году Бенджамин [4] развил гамильтонов подход к описанию движения пузыря в жидкости. Аналитически выведены соотношения для радиуса и частоты вращения винтовой траектории. Согласия с экспериментом в расчетах не достигнуто. Вихри позади пузыря Бенджамином не учитывались. Отметим, что, к тому же, результаты Бенджамина в принципе не совпадают с результатами Петрова. Возникает вопрос: кто же из двоих авторов ошибся в вычислениях параметров траектории пузыря в рамках приближения потенциальности течения?

Рассмотрим более реалистичные результаты, полученные Магнодом и соавторами [5]. При численном моделировании течения вязкой жидкости использовано приближение “жесткого пузыря” в виде эллипсоида с заданным аспектным отношением  $\chi$ , но для жидкости используются граничные условия типа свободной поверхности. Учтены также вихри в следе за пузырем. Достигнуто согласие с экспериментами по значению амплитуд зигзаговой и спиралевидной траекторий и частоте вращения траектории. Численно прослежен механизм перехода зигзаговой траектории в спиральную. Маггод и соавторы предложили сформулировать феноменологическую модель пузыря в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задача, поставленная Магнодом и соавторами о формулировке удобной компактной модели всплытия пузыря в виде системы конечного числа обыкновенных дифференциальных уравнений, решена Пинтоном и соавторами [6] для радиуса пузыря 1 мм. Для этого радиуса достигнуто согласие с экспериментом. Опишем здесь модель Пинтона и соавторов. Представим пузырь, поднимающийся в воде, в виде жесткого эллипсоида. Исходим из рассмотрения уравнений движения жидкости в системе отчета, скрепленной с пузырем. Удобно пользоваться переменными  $U, \vartheta, \varphi$ . Здесь  $\vec{U}$  – скорость пузыря,  $\vartheta$  – угол наклона скорости  $\vec{U}$  пузыря к вертикали. Ось 1

направим по скорости всплытия пузыря. На пузырь, как целое, со стороны жидкости действует архимедова сила  $\vec{F}_B$ , сила сопротивления  $\vec{F}_D$  жидкости, и подъемная сила  $\vec{F}_L$ . Подъемная сила – это понятие, возникшее в аэродинамике. На крыло горизонтально летящего самолета действует подъемная сила, удерживающая его в воздухе. Она должна быть направлена вверх. В данном случае, поскольку пузырь движется вверх, подъемная сила направлена “вбок”, то есть перпендикулярно скорости движения пузыря  $\vec{U}$ . Если бы подъемная сила осциллировала по абсолютной величине, но ее направление всегда совпадало бы с направлением по оси 2, перпендикулярной оси 1, то получилось бы зигзаговое движение.

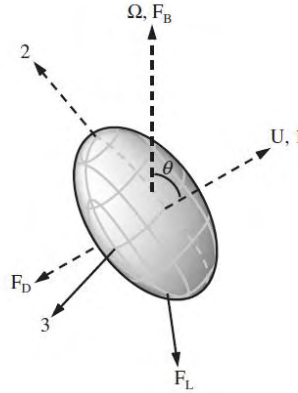


Рисунок 1. Эллипсоидальный пузырь [6]

Приравнивая покомпонентно действующие силы проекциям изменения импульса, получаем уравнения модели пузыря, основанной на обобщенных уравнениях Кирхгофа из [6]:

$$A_{11} \frac{dU}{dt} = F_1, \quad \Omega_3 A_{11} U = F_2, \quad -\Omega_2 A_{11} U = F_3 \quad (1)$$

$$D_{ii} \frac{d\Omega_i}{dt} = \Gamma_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Здесь  $A_{ij}$  - тензор присоединенных масс,  $D_{ij}$  - тензор инерции,  $A_{11} = M$  - масса,

$$\Omega_1 = \frac{d\phi}{dt} \cos \theta, \quad \Omega_2 = \frac{d\phi}{dt} \sin \theta, \quad \Omega_3 = -\frac{d\theta}{dt} \quad (3)$$

Система трех уравнений для описания траектории поднимающегося пузыря выглядит следующим образом:

Уравнение  $M \frac{dU}{dt} = F_D + F_{B1}$ , выражающее баланс сил в направлении 1, записывается так:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{3C_D U^2}{8C_M R} + \frac{g \cos \vartheta}{C_M} \quad (4)$$

где  $F_D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \pi \cdot U^2 R^2$  - сила сопротивления,  $C_D$  - коэффициент сопротивления,

$C_M$  - коэффициент присоединенной массы эллипсоида при движении вдоль короткой полуоси эллипсоида вращения,  $M = C_M \rho \cdot V = C_M \frac{4}{3} \pi R^3$ ,  $F_{B1}$  - компонента силы Архимеда, направленная вдоль оси 1. Следующие два уравнения связаны с уравнениями для баланса компонент сил в

направлениях 2 и 3 (рисунок 1). Компонента подъемной силы  $\vec{F}_L$  уравновешена компонентой силы Архимеда в направлении 2 (в случае зигзага  $\beta = 0$ ):

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{g \sin \vartheta}{C_M U} + \frac{F_L \cos \beta}{\rho V C_M U} \quad (5)$$

Компонента подъемной силы  $\vec{F}_L$  в направлении оси 3 вызывает вращение пузыря при  $\beta > 0$  (для спирали  $\beta > 0$ ):

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{F_L \sin \beta}{\rho V C_M U \sin \vartheta} \quad (6)$$

Здесь  $F_L$  - подъемная сила, направленная перпендикулярно вертикальной оси,  $\beta$  - угол наклона подъемной силы к оси 2. Для стационарной траектории пузыря величины  $F_L$  и  $\beta > 0$  не вычислялись Пинтоном и соавторами аналитически, они находилась из эксперимента. Итак, есть два существенных феноменологических параметра в данной модели: величина подъемной силы  $F_L$  и угол  $\beta$ . В стационарном случае для зигзага  $\beta = 0$ , спирали  $\beta = 0.88$ .

### 1. Стационарный случай

Из уравнений модели [6] для винтового движения пузыря можно вывести полезные соотношения. Стационарное значение угла наклона траектории спирали (угла наклона скорости  $U$  к вертикали):

$$\vartheta_{sp} = \arcsin\left(\frac{F_L \cos \beta}{\rho \cdot V \cdot g}\right) = \arccos\left(\frac{3 C_D U^2}{8 g R}\right),$$

Частота вращения для спиральной траектории в радианах в единицу времени:

$$\Omega_{sp} = \frac{F_L \sin \beta}{\rho V C_M U \sin \vartheta_{st}} = \frac{g \cdot \operatorname{tg} \beta}{C_M U}.$$

Радиус винтового движения (по спирали):

$$R_{sp} = \frac{U \sin \vartheta_{sp}}{\Omega_{sp}} = \frac{C_M U^2}{g \cdot \operatorname{tg} \beta} \sin\left[\arccos\left(\frac{3 C_D U^2}{8 g R}\right)\right].$$

Экспериментальные данные по значениям  $\Omega_{sp}$  и  $R_{sp}$  описываются при эмпирической величине  $F_L = 20 - 21$  мкН [6,7] для эквивалентного радиуса пузыря  $R \sim 1$  мм. Эмпирическое значение угла  $\beta = 0.88$  для спирального движения, и  $\beta = 0$  для зигзага [6] при  $R = 1$  мм. Теоретические значения  $C_M$  и  $C_D$  приведены в [8,9].

На наш взгляд, основной недостаток подхода Пинтона и соавторов [6] - отсутствие аналитических выражений для стационарного значения  $F_L$  и угла  $\beta$ . Очевидно, что  $F_L$  и  $\beta$  зависят от безразмерных чисел задачи. Оценим подъемную силу  $F_L$  в случае пузыря. Для этого рассмотрим на качественном уровне картину формирования завихренности. Завихренность определяется как  $\omega = \operatorname{rot} \vec{v}$ , где  $\vec{v}$  - скорость жидкости (при твердотельном вращении угловая скорость  $\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \vec{\omega} = \operatorname{const}$ ). В идеальной жидкости  $\frac{d \vec{\omega}}{dt} \rho = \operatorname{const}$ . Завихренность связана с циркуляцией соотношением:

$$\Gamma = \int \vec{\omega} \cdot d\vec{S} = \oint_L \vec{v} \cdot d\vec{L}.$$

Оценим горизонтальную компоненту подъемной силы для пузыря по формуле Жуковского:

$$F_{L2} = F_L \cos \beta = \rho \cdot \Gamma_{EXP} \cdot l_1 U = \rho 2\pi \cdot l_1^2 U_{curl} U.$$

Для типичных экспериментов индуцированная вихрями скорость у пузыря  $U_{curl} = 3$  см/с при  $R = 1$  мм,  $l_1 = R\chi^{\frac{2}{3}} \approx 0.6$  мм,  $U = 31.6$  см/с,  $\chi = \frac{l_2}{l_1} = 2.15$  (де Врис, [7]). Отсюда подъемная сила  $F_{L2} = 21$  мкН и экспериментальная циркуляция  $\Gamma_{EXP} = 1.13 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Итак,

$$F_L \cos \beta = \rho \cdot \Gamma_{EXP} \cdot U \cdot R\chi^{\frac{2}{3}}.$$

Источником завихренности является вязкий подслой на поверхности пузыря. Его толщина мала по сравнению с радиусом пузыря, но важна для генерации вихрей. Причина формирования возникающей пары вихрей с циркуляциями противоположного знака на поверхности пузыря та же, что и при обтекании крыла самолета (за исключением того, что для крыла самолета имеет место скачок самой скорости, а для пузыря – скачок производной скорости). По поводу различного происхождения и поведения возмущений на поверхности пузыря см. также работы [10,11]. Предполагаем, что вихри начинаются на эллипсоидальном пузыре. В случае зигзагового движения предполагаем, что циркуляции двух одинаковых вихрей  $\Gamma_1 = -\Gamma_2$ , и центр вихрей движется по выделенному меридиану (образованному сечением эллипсоида вертикальной плоскостью через самую нижнюю точку эллипсоида), осциллируя при этом. Для спирали происходит дополнительное нарушение симметрии ( $\Gamma_1 \neq -\Gamma_2$ ) и, вследствие этого, возникает вращение вихрей (сильного и слабого) по нижней поверхности эллипсоида вокруг самой нижней точки эллипсоида. Положим  $\Gamma = \Gamma_1$ ,  $\Delta\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$  для спирали. Выражение (7) для угловой скорости вращения вихрей находится по аналогии с задачей о вращении вихрей на сфере радиуса из [12]:

$$\Omega_{curl} = \frac{\Delta\Gamma}{2\pi \cdot l_{curl}^2} \sqrt{1 + \frac{l_{curl}^2}{R^2 \chi^3} \frac{\Gamma \cdot (\Gamma - \Delta\Gamma)}{(\Delta\Gamma)^2}}. \quad (7)$$

При оценке угловой скорости вращения вихрей в случае спирального движения полагаем:  $l_{curl} = R \cdot \chi^{\frac{1}{2}}$ ,  $\Gamma_{EXP} \approx \Gamma_1 \approx \Delta\Gamma$ . То есть, в случае спирального движения принимаем приближение сильного и слабого вихрей  $|\Gamma_1| \gg |\Gamma_2|$ . Тогда

$$\Omega_{curl} \approx \chi \frac{\Gamma_{EXP}}{2\pi \cdot R^2}.$$

Пусть радиус пузыря  $R = 1.01$  мм. Оценочное значение угловой скорости вращения вихрей при использовании значения циркуляции  $\Gamma_{EXP}$ :  $\Omega_{curl} \approx 38$  1/с. Экспериментальное значение (де Врис, [7]) угловой скорости вращения пузыря при  $R = 1.01$  мм:  $\Omega_{sp EXP} = 33$  1/с.

Присоединенные вихри в случае спирального движения кружатся по поверхности пузыря, распадаясь на значительном расстоянии от пузыря (вниз по течению). Взаимодействие присоединенных вихрей и поля скорости всплытия  $\vec{U}$  порождает подъемную силу  $F_L$ , направленную под прямыми углами к векторам  $\vec{U}$  и завихренности  $\vec{\omega}$ . Когда вихрь отрывается от пузыря, сила  $F_L$  резко уменьшается и происходит выпрямление траектории подъема пузыря. Подъемная сила для эллипсоида должна выражаться формулой

$$F_L = \left| \rho \vec{U} \times \int \vec{\omega} \cdot dV \right| = f(\chi) \cdot \rho \frac{U^2 R^2}{\sqrt{\text{Re}}},$$

где  $f(\chi)$  - некоторая функция отношения полуосей осесимметричного эллипсоида. Коэффициент подъемной силы (drag law type coefficient) определяется так:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \pi \rho U^2 R^2}.$$

Величина  $f(\chi)$  в нашей модели определялась из данных эксперимента [6,7]:  $f(\chi) = 3.5 \cdot \chi$ . Итак, подъемная сила  $F_L$  для воздушного пузыря в виде эллипсоида записывается как:

$$F_L = 3.5 \chi \cdot \rho \frac{U^2 R^2}{\sqrt{\text{Re}}}.$$

Величина угловой скорости  $\Omega_{sp}$  равна  $\Omega_{curl}$ :

$$\Omega_{sp} = \frac{F_L \sin \beta}{\rho V C_M U \sin \vartheta_{st}} = \Omega_{curl} = \chi \frac{\Gamma_{EXP}}{2\pi \cdot R^2}.$$

С другой стороны, в нашей модели  $F_L \cos \beta = \rho \cdot \Gamma_{EXP} \cdot U \cdot R \chi^{\frac{2}{3}}$ . Отсюда находим

$$\text{tg} \beta = \frac{2}{3} C_M \cdot \chi^{\frac{5}{3}} \sin \vartheta_{st}.$$

Приведем теперь формулы для расчета параметров спиральной траектории пузырей. Для удобства справок они сведены здесь вместе в удобном виде.

Эквивалентный радиус пузыря  $R$  определяется через его объем  $V$ :

$$R = \left( \frac{3}{4\pi} V \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

Число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{2RU}{\nu} \quad (9)$$

где  $U$  - скорость подъема пузыря,  $\nu$  - кинематический коэффициент вязкости; для воды  $\nu = 0.995 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Формулы для аспектного соотношения  $\chi = \frac{l_2}{l_1} \geq 1$  полуосей сплюснутого эллипсоида вращения и коэффициента присоединенных масс  $C_M$ :

$$\chi = 2.25R - 0.10 \quad (10)$$

(наша аппроксимация)

$$C_M = 0.5 \cdot (-0.132 + 1.132 \cdot \chi) \quad (11)$$

(Lamb, van Wijngaarden, Veldhuis [9]).

Формулы для коэффициента сопротивления:

$$C_D = \frac{48}{\text{Re}} G(\chi) \cdot \left( 1 + \frac{H(\chi)}{\sqrt{\text{Re}}} \right), \quad (12)$$

$$G(\chi) = \frac{\frac{1}{3} \chi^{\frac{4}{3}} (\chi^2 - 1)^{\frac{3}{2}} \left[ (\chi^2 - 1)^{\frac{1}{2}} - (2 - \chi^2) \sec^{-1} \chi \right]}{\left[ \chi^2 \sec^{-1} \chi - (\chi^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right]^2}, \quad (13)$$

$$H(\chi) = 2.2 \left( \frac{\chi^2 - 1}{3.7} - 1 \right) \frac{1.4(\chi^2 - 1) + 4}{1.1(\chi^2 - 1) + 4} \quad (14)$$

(Moore, [8]).

Формула для подъемной силы  $F_L$ :

$$F_L = 3.5 \chi \cdot \rho \frac{U^2 R^2}{\sqrt{\text{Re}}}, \quad (15)$$

(наша аппроксимация)

Формула для угла наклона  $\mathcal{G}_{st}$  скорости пузыря к вертикали:

$$\mathcal{G}_{st} = \arcsin \left( \frac{F_L \cos \beta}{\rho \cdot V \cdot g} \right) \quad (16)$$

(Shew, Pinton, [6]).

Формула для скорости пузыря  $U$ :

$$U = \sqrt{\frac{8 g R \cos \mathcal{G}_{st}}{3 C_D}} \quad (17)$$

(Shew, Pinton, [6]).

Формулы для частоты вращения спиральной траектории  $\Omega_{sp}$ :

$$\Omega_{sp} = \frac{F_L \sin \beta}{\rho V C_M U \sin \mathcal{G}_{st}} \quad (18)$$

$$\Omega_{sp} = \frac{g \cdot \text{tg} \beta}{C_M U} \quad (19)$$

(Shew, Pinton, [6]).

Значение радиуса спиральной траектории  $R_{sp}$ :

$$R_{sp} = \frac{U \sin \mathcal{G}_{st}}{\Omega_{sp}} \quad (20)$$

(Shew, Pinton, [6]).

Величина угла  $\beta$ :

$$\beta = \text{arctg} \left( \frac{2}{3} C_M \cdot \chi^{\frac{5}{3}} \sin \mathcal{G}_{st} \right) \quad (21)$$

(наша аппроксимация).

Формулы (8-21) образуют полный набор для вычисления всех характеристик стационарной спиральной траектории пузыря. Отметим, что формулы неявно согласованы, поэтому значения  $U$ ,  $\mathcal{G}_{st}$ ,  $\Omega_{sp}$ ,  $R_{sp}$  должны находиться итерациями. Так например  $U$  через  $\text{Re}$  входит в  $C_D$  в (12), но  $C_D$  само используется для вычисления  $U$  в (17). В вычислениях надо задать радиус  $R$  в м,  $g = 9.8$  м/с<sup>2</sup>,  $\nu = 0.995 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, и затравочное значение скорости  $U$ . Коэффициент поверхностного натяжения воды был взят равным  $\sigma = 0.07 \frac{\text{H}}{\text{M}}$ . На рисунке 2 показаны результаты расчетов зависимости диаметра спирали  $2R_{sp}$  от диаметра пузыря  $2R$ .

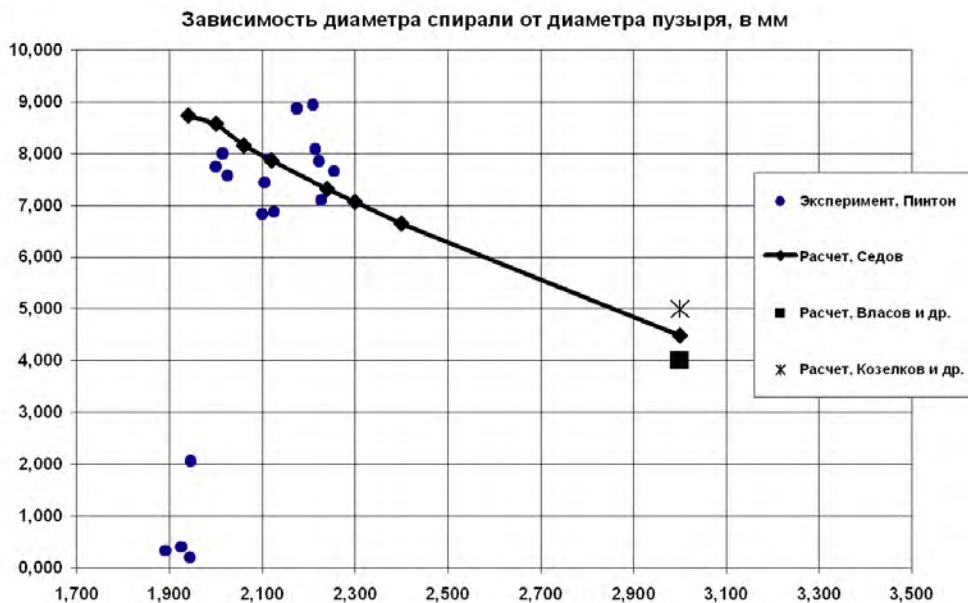


Рисунок 2. Сравнение экспериментов и расчетов

## 2. Случай загрязненной воды

Следует отметить, что даже немного загрязненная вода сильно влияет на движение пузыря миллиметровых размеров. Это связано с наличием примесей, скапливающихся на дне пузыря. Данный факт отмечали многие авторы. В монографии Михаелидиса [13] говорится, что форма, движение и коэффициент сопротивления пузыря значительно отличаются для чистой и загрязненных жидкостей, даже если степень загрязненности низка. В монографии Клифта и Грейса [14] говорится, что поверхностно-активные добавки действуют на скорость подъема пузыря наиболее сильно в области его эллипсовидной формы. На рисунке 3 из [14] показан коэффициент сопротивления для пузыря в зависимости от числа Рейнольдса. На рисунке 4 показано аспектное отношение в зависимости от диаметра пузыря в мм для чистой воды, и загрязненной воды. Отметим, что весьма небольшое добавление солей тяжелых металлов может изменить коэффициент поверхностного натяжения в несколько раз. Видно сильное отличие графиков для очищенной и водопроводной воды. Уравнения нашей модели позволяют учесть эти различия, но тогда вместо коэффициента сопротивления  $C_D$  и аспектного соотношения  $\chi(R)$ , полученных в теории Мура, нужно пользоваться феноменологическими зависимостями для грязной воды. То есть, модифицировать два уравнения из 12 уравнений модели (8-21). Феноменологические зависимости коэффициента сопротивления  $C_D$  предложены Tomiyama [16] для различного уровня загрязненности жидкостей. Для аспектного отношения загрязненной воды предложено соотношение  $\chi = 1 + 0.64 \cdot R$  [16]. На рисунке 5 приведены примеры трех зависимостей диаметра спирали траектории от диаметра пузырька. Используются разные феноменологические формулы для коэффициента сопротивления пузыря, связанные с загрязненностью воды:

$$\text{для "грязной" воды } C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.10 \cdot Re^{0.687}),$$

$$\text{для "очень грязной" воды } C_D = \max \left( \frac{24}{Re} (1 + 0.15 \cdot Re^{0.687}), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right).$$

Отметим, что такие вариации в расчетах легко делать в рамках нашей модели. В связи с этим поставим любопытный вопрос: нельзя ли использовать экспериментально измеренный диаметр

спирали для пузыря известного радиуса как параметр загрязненности воды? На наш взгляд это интересная постановка вопроса о спиральной траектории пузырька. Но, видимо, такой метод потребовал бы проведения очень тщательных измерений.

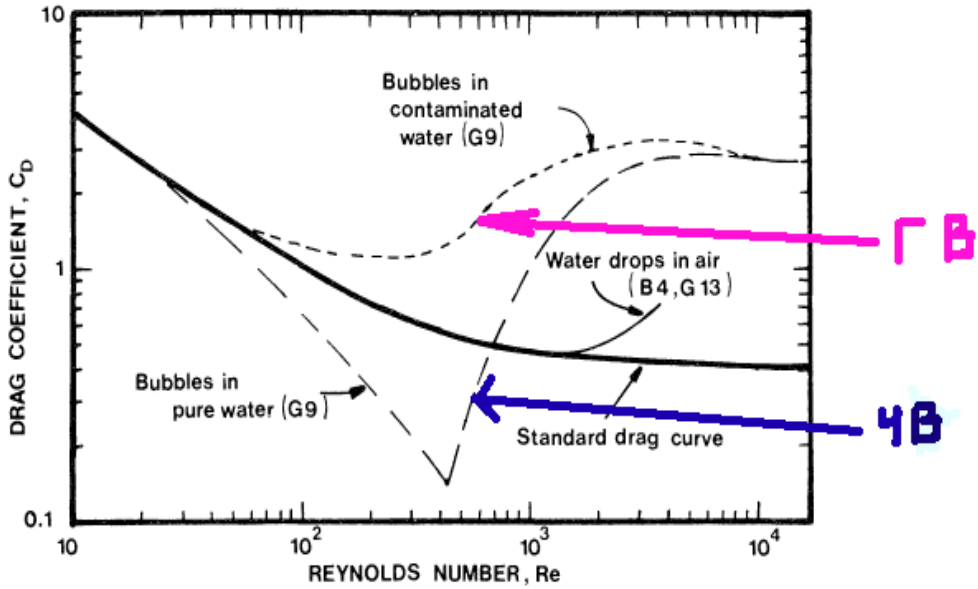


FIG. 7.2 Drag coefficient as function of Reynolds number for water drops in air and air bubbles in water, compared with standard drag curve for rigid spheres.

Рисунок 3 из [14]. Коэффициент сопротивления для пузыря в зависимости от числа Рейнольдса

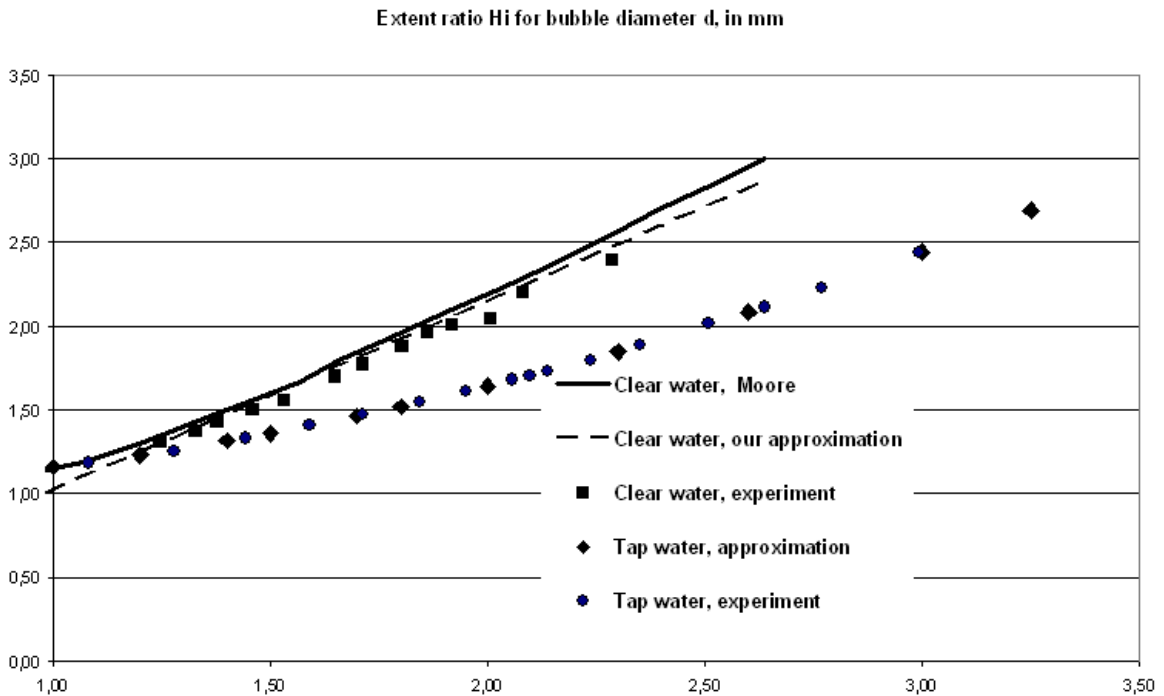
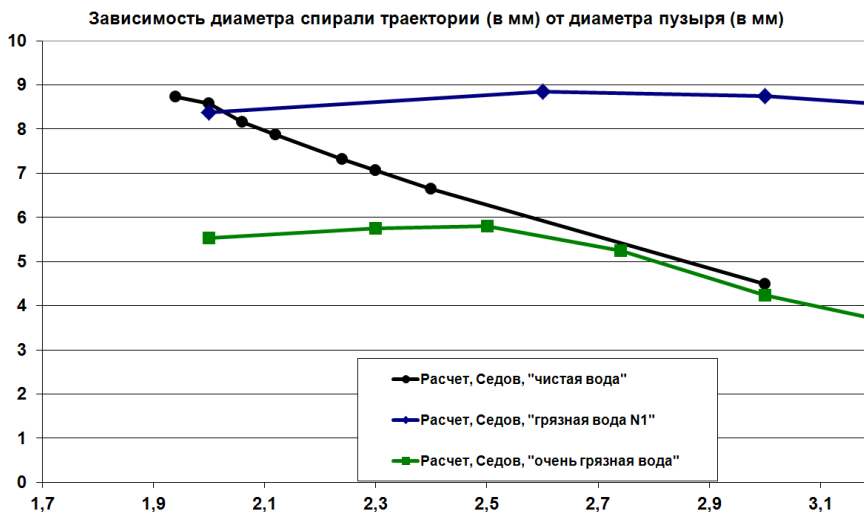


Рисунок 4. Аспектное отношение от диаметра пузыря в мм для чистой воды [8], и загрязненной воды [15]. Показаны также наши расчеты





**Рисунок 5.** Зависимость диаметра спирали от диаметра пузырька при различной степени загрязненности воды. Наши расчеты

## Заключение

В докладе рассмотрена задача о форме траектории всплывающего пузыря диаметром 1-2 мм, имеющая долгую историю. Рассмотрены аналитические подходы, имеющиеся в текущей литературе. Предложена модель вычисления параметров траектории пузырька в чистой воде и даны примеры ее модификации для загрязненной воды.

## Список литературы

1. Prosperetty A. Bubbles //Physics of Fluids, Vol 16, N6. 2004. P.1852-1865.
2. Saffman P.G. On the rise of small air bubble in water //Journal of fluid mechanics, Vol. 1. 1956. P. 249-275.
3. Петров А.Г. Криволинейное движение эллипсоидального пузыря //ПИМТФ, N3. 1971. С.90-93.
4. Benjamin T.Brooke. Hamiltonian theory for motions of bubbles in an infinite liquid //J.Fluid Mech., Vol. 181. 1987. P.349-379.
5. Magnaudet Guillaume, Magnaudet Jacques. Path instability of a rising bubble //Physical Review Letters, Vol.88, N1. 2002. P.014502-014504.
6. Woodrow L. Shew and Jean-Francois Pinton. Dynamical Model of Bubble Path Instability //Physical Review Letters, Vol.97, N1. 2006. P.144508(1-4).
7. De Vries A. Path and wake of the rising bubble. Phil. Dissertation. Twente University. Burgerscenter. 2001. P.1-106.
8. Moore D.W. The velocity of rise of velocity gas bubble in a liquid of small viscosity //Journal of fluid mechanics, Vol. 23, part 4, 1965. P. 749-766.
9. Leen van Wijngaarden, Christian Veldhuis. On hydrodynamical properties of ellipsoidal bubbles //Acta Mech., Vol 201. 2008. P.37-46.
10. Седов С.Ю. К вопросу об эволюции осесимметричных возмущений на куполе всплывающего воздушного пузыря //ВАНТ.Серия Математическое моделирование физических процессов. Вып. 4, 2008. С.46-53.
11. Bazarov Y.B., Kuratov S.E., Meshkov E.E., Meshkov D.E., Olkhov O.V., Sedov S.Y., Sivolgin V.S. Analysis of hydrodynamic instability growth in a 2D flow //Physica Scripta, T.142. 2010. P.014018(1-6).

12. Борисов А.В., Мамаев И.С., Соколовский М.А. Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей. Москва-Ижевск: Изд-во "РХД", 2003. С.1-353.
13. Michaelides E.E. Particles, bubbles & drops. World Scientific. 2006. P.1-410.
14. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. Bubbles, Drops and particles. Academic Press. 1978. P.1-380.
15. Dominique Legendre, Roberto Zenit and J. Rodrigo Velez-Cordero. On the deformation of gas bubbles in liquids //Physics of fluids, Vol 24. 2012. P.043303(1-12).
16. A. Tomiyama, G. P. Celata, S. Hosokawa and S. Yoshida. Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime //Int. J. Multiphase Flow, Vol. 28. 2002. P.1497-1519.

## РЕГИСТРАЦИЯ ВЫБРОСА ЧАСТИЦ ИЗ УДАРНО-НАГРУЖЕННЫХ МЕТАЛЛОВ МЕТОДАМИ СИ

*К.А.Тен<sup>1</sup>, Э.Р. Прууэл<sup>1</sup>, А.О. Кашкаров<sup>1</sup>, И.А. Рубцов<sup>1</sup>, М.В. Антипов<sup>2</sup>,  
А.Б. Георгиевская<sup>2</sup>, И.А. Спиринов<sup>2</sup>, Л.И. Шехтман<sup>3</sup>, В.В. Жуланов<sup>3</sup>, Б.П. Толочко<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>РФЯЦ ВНИИЭФ, Саров, Россия

<sup>3</sup>Институт ядерной физики им. Будкера СО РАН Новосибирск, Россия

<sup>4</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН Новосибирск, Россия

### 1. Введение

Выход сильной ударной волны на свободную поверхность (СП) металлического образца приводит к выбросу потока частиц из передней части образца [1-11]. Разрушение СП на микрочастицы происходит из-за растягивающих напряжений, которые возникают в результате взаимодействия падающих и отраженных ударных волн. Реальная СП всегда имеет мелкие неоднородности, в которых происходит концентрация напряжений, приводящая к отрыву микрочастиц от СП. В литературе рассматриваются варианты начального отрыва частиц из микроуглублений, так и из микробутовок [5]. Когда при ударно-волновом нагружении происходит плавление образца, растягивающие напряжения формируются в жидкой среде, и приводят к созданию расширяющегося облака жидких частиц [6]. Экспериментальное исследование этих процессов сильно затруднено из-за малых размеров микрочастиц (0,1 – 100 мкм) и больших скоростей их полета (1-3 км/с). Несмотря на приложенные большие усилия по регистрации этого явления, до сих пор не ясны полная масса частиц, выбрасываемая со СП, ее распределение, и ее эволюция вдоль движения во времени, динамика размеров частиц в потоке.

В данной работе регистрация потока частиц со свободной поверхности металлов проводилась при помощи синхротронного излучения (СИ) от коллайдера ВЭПП-3 в Институте ядерной физики им. Будкера (Новосибирск) [13-14]. СИ от ВЭПП-3 обладает мягким рентгеновским спектром (до 30 кэВ), идентичными короткими импульсами (менее 1 нс), малой расходимостью (менее 0.5 мрад), что позволяет регистрировать очень малые плотности потока частиц. Высокая повторяемость СИ позволяет проводить тщательную калибровку детектора до и после проведения взрывного эксперимента. Точность калибровки детектора дает возможность определить распределение массы потока частиц вдоль их движения. В экспериментах визуализация потока микрочастиц с помощью СИ проводилась одновременно с записью показаний пьезодатчиков [3,7, 19]. Сопоставление (сравнение) данных СИ о распределении плотности потока микрочастиц с данными полученными пьезодатчиком дает возможность проводить независимую калибровку показаний датчика.