

# ПАКЕТ ПРОГРАММ ЛОГОС. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРОЧНОСТИ

*А. В. Казанцев, Д. Ю. Дьянов, К. В. Циберев, В. В. Борляев, А. А. Челаков, М. В. Медведкина, Е. И. Наумова, А. М. Гельберг*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

## Введение

В «РФЯЦ-ВНИИЭФ» разрабатывается пакет программ ЛОГОС [1-2], предназначенный для комплексного математического моделирования процессов аэро-, гидро-, газодинамики, тепломассопереноса, турбулентного перемешивания и прочности с использованием ресурсов современных супер-ЭВМ. Разработка ведется в тесном сотрудничестве с научно-исследовательскими организациями и промышленными предприятиями. Одним из компонентов пакета программ ЛОГОС является модуль динамической прочности. Примером задач, решаемых с использованием модуля динамической прочности, может служить моделирование крэш-тестов, пробития различных преград, взрывных воздействий на конструкции и т.д. Для моделирования указанного класса задач в пакете программ ЛОГОС используются конечно-элементная и SPH [3] аппроксимации по пространству и конечно-разностная по времени. Имеется возможность связанного моделирования SPH и конечно-элементной модели, что позволяет проводить расчеты динамического деформирования конструкций, в которых присутствуют области больших деформаций и разрушения.

В докладе отдельное внимание уделяется описанию некоторых новых возможностей, реализованных в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС в 2017-2018 гг.

## Область применения

Потребность в математическом моделировании задач динамической прочности возникает в большинстве наукоемких отраслей промышленности: в атомной энергетике, аэрокосмической промышленности, автомобилестроении, машиностроении и др. Ниже приведено лишь несколько примеров задач, решение которых на предприятиях в настоящее время уже не обходится без математического моделирования. Для атомной энергетики это задачи обоснования надежности транспортно-упаковочных комплектов для ядерного топлива при различных аварийных ситуациях и штатных режимах эксплуатации, анализ последствий аварийных ситуаций на ядерных энергетических установках, динамическая

прочность защитных сооружений атомных реакторов в условиях возможных аварий. В аэрокосмической отрасли актуальны расчёты следующих классов задач: обрыв лопатки работающего газотурбинного двигателя летательного аппарата, анализ последствий попадания птиц в различные элементы летательного аппарата, жесткая посадка без шасси, разрушение элементов шасси при взлете и посадке, проблемы высокоскоростного воздействия космического мусора на космические аппараты. На предприятиях автомобилестроения проводят расчёты динамического деформирования конструкций транспортных средств в результате аварийных ситуаций с анализом последствий для водителей и пассажиров (виртуальные крэш-тесты), моделируется работа подвески при различных режимах эксплуатации, проводится оценка безопасности экипажа бронированного автомобиля при подрыве и обстреле.

## Основные принципы математической методики

Для описания физических процессов в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС используются современные физико-математические модели, подходы и алгоритмы. Расчёт задач выполняется на неструктурированных сетках. Для аппроксимации по пространству используется метод конечных элементов и метод сглаженных частиц (SPH). Для аппроксимации по времени применяется метод конечных разностей. Реализована возможность проведения расчёта связанных задач прочности, когда сеточная часть модели взаимодействует с sph-частичами.

Доступна обширная библиотека конечных элементов, включающая в себя шестигранные и тетраэдральные объёмные элементы (линейные и квадратичные, с полным и сокращённым интегрированием), оболочечные элементы, балочные элементы, дискретные элементы (пружина, точечная масса). При решении задач с использованием сокращённого интегрирования могут возникать искажения счётной сетки, приводящие к снижению качества и точности расчета. В зарубежной литературе для обозначения данного эффекта используется термин «режим песочных часов», поскольку состояние сетки при таких

искажениях часто напоминает песочные часы. Для сглаживания подобных возмущений в пакете программ ЛОГОС доступны следующие алгоритмы: вязкостное сглаживание, вязкостное сглаживание с выделением режима возмущения, жесткостное сглаживание с выделением режима возмущения, жесткостное сглаживание для материалов близких к несжимаемым.

В модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС доступен широкий набор уравнений состояния вещества и моделей упругопластического деформирования и разрушения, среди которых имеются как широкоизвестные, используемые в большинстве коммерческих пакетов программ, а также набор моделей материалов, разработанных во ВНИИЭФ [1]. Доступны следующие модели:

- уравнение состояния идеального газа;
- полиномиальное уравнение состояния;
- уравнение состояния Ми-Грюнайзена; модель упругого изотропного материала;
- модель упругопластического материала с изотропным и кинематическим упрочнением; модель упругого ортотропного материала;
- модели упругопластического материала с температурной зависимостью;
- модель анизотропного материала;
- модель упругого материала с эффектом ползучести;
- модель упругопластического материала с разными пределами текучести на сжатие и растяжение;
- модель вязкоупругого материала;
- модель пористого материала с анизотропными свойствами;
- модель материала с кусочно-линейной диаграммой деформирования; модель грунтов и пеноматериалов;
- модель резины Блатц-Ко;
- модель Джонсона-Кука;
- модель недеформируемого материала;
- модель бетона и железобетона;
- модель упругого композитного материала;
- модель пользовательского материала;
- модель керамики, стекла и других хрупких материалов.

Для моделирования разрушения доступны следующие критерии:

- по максимальному давлению, по минимальному давлению,
- по эквивалентному напряжению,
- по минимальной главной деформации,
- по максимальной главной деформации,
- по сдвиговой деформации,
- по главному напряжению,
- по выбранному шагу,
- критерий Тулера-Бутчера,
- критерий Галилея-Лейбница,
- критерий Кулона-Мора,
- критерий Писаренко-Лебедева,
- критерий Цая-Ву,

- критерий Хоффмана,
- критерий Мизеса-Хилла.

В настоящий момент в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС выполнена программная реализация алгоритмов контактного взаимодействия элементов конструкции с учетом их разрушения и трения. Основной идеей всех реализованных алгоритмов является отслеживание проникания одной части конструкции в другую и выработка контактных сил, препятствующих данному прониканию.

Расчет контактного взаимодействия разделен на два основных этапа: определение зоны контакта и вычисление контактных сил. Определение зоны контакта реализовано на основе алгоритма глобального поиска LPOCA (Linear POsition Code Algorithm) и алгоритмов локального поиска методом «узел-сегмент» или «сегмент-сегмент».

Вычисление контактных сил проводится методом «штрафа» или методом множителей Лагранжа. Доступна возможность проведения расчёта задач, в которых расчётная модель представляет собой совокупность конечно-элементных и sph-подобластей с возможностью расчёта контактного взаимодействия между ними. Такой подход позволяет решать задачи динамической прочности, в которых возникают области больших деформаций и разрушений, сопровождающиеся разлетом вещества. Расчёт контактного взаимодействия между конечно-элементной моделью и моделью, представленной набором sph-частиц, выполняется на основе метода «штрафа» при подходе «узел-сегмент», где в качестве «узлов» рассматриваются sph-частицы, а в качестве «сегментов» – граничные сегменты конечно-элементной части расчётной области.

Для учета совместности деформаций несогласованных по сетке поверхностей в пакете программ ЛОГОС доступен алгоритм «склейка». Данный алгоритм накладывает связь между узлами расчётной сетки «подчиненной» поверхности и сегментами сетки «главной» поверхности. Для расчета указанной связи доступно два наиболее распространенных метода: метод кинематических связей и метод «штрафа».

Реализованные функциональные возможности позволяют проводить высокоточные имитационные расчёты широкого круга практических задач динамической прочности. Следует также отметить, что большинство задач данного класса характеризуется долгим временем счёта и требует больших вычислительных ресурсов. Конкурентоспособность пакета программ ЛОГОС по сравнению с ведущими пакетами программ инженерного анализа, такими как LS-DYNA [4], ABAQUS [5], AUTODYN [6], обеспечивается за счёт высокого уровня распараллеливания на смешанной модели (OpenMP+MPI). Данный подход выполняет геометрическую декомпозицию счётной области по MPI-процессам, взаимодействие между которыми осуществляется при помощи MPI-сообщений. Внутри MPI-процессов реализовано распараллеливание на общей памяти с помощью

OpenMP. Такой подход позволяет проводить комплексное моделирование на тысячах процессорных ядрах суперЭВМ с поддержанием высокого уровня эффективности использования вычислительных ресурсов.

### **Описание некоторых новых возможностей**

Одним из условий успешного внедрения пакета программ ЛОГОС в полный цикл разработки изделий на предприятиях ОПК и высокотехнологичных предприятий гражданской отрасли является его наполнение наиболее востребованными моделями, доступными в ведущих коммерческих программах инженерного анализа. Далее приведено описание некоторых новых возможностей, реализованных в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС в 2017–2018 гг.

#### ***Модель бетона и железобетона***

Необходимость реализации моделей бетона и железобетона в пакете программ ЛОГОС обусловлена потребностью учитывать различные воздействия на конструкции при решении динамических задач прочности, в частности – воздействия снарядов на бетонные и железобетонные преграды, падение тяжелого пассажирского самолёта на контеймент АЭС и т. д.

Одной из основных моделей материалов, используемых в промышленности при решении задач с использованием ведущих пакетов программ инженерного анализа, является модель бетона Джонсона-Холмквиста [7–13]. Эта модель известна тем, что не берет в рассмотрение третий инвариант тензора напряжений. Её можно применять к бетону, испытывающему большие деформации с большой скоростью и высокое давление. В связи с этим была проведена работа по введению в пакет программ ЛОГОС модели Джонсона-Холмквиста для описания деформирования и разрушения бетона. Так же проведена работа по реализации моделей бетона Pseudo-Tensor и РНТ [14].

Железобетон традиционно рассматривается как композиционный материал, состоящий из двух совместно работающих моделей материалов: бетона и стали. В конечно-элементных расчетах, наряду с прямым объемным моделированием стержневой арматуры, можно выделить следующие способы моделирования арматуры в железобетоне [14]:

**1. Дискретный:** узлы стержневых элементов для арматуры совпадают с узлами объемной конечно-элементной сетки для бетона. Согласно схеме дискретного связанного армирования, применяются стержневые элементы, которые имеют общие узлы с объемными элементами. Данная схема используется достаточно редко ввиду необходимости строгого геометрического совпадения узлов объемной сетки с расположением стержневой арматуры;

**2. Встроенный:** узлы сеток арматуры и бетона не совпадают, но связаны уравнениями совместно-

сти. По схеме встроенного армирования также применяются стержневые элементы, но объемные и стержневые элементы имеют отдельные узлы, и при этом задаются уравнения связи между соответствующими степенями свободы в узлах. Таким образом, мы избегаем проблем с сеткой как в методе «общих узлов» (дискретной арматуре):

**3. Распределенный:** предполагается, что арматура равномерно распределена по элементам конечно-элементной сетки для бетона. При таком подходе явного моделирования арматурных стержней не происходит. В соответствии со схемой распределенного армирования арматура учитывается в объемных элементах неявно – как распределенная жесткость в направлении армирования. Материал арматуры может при этом считаться упругопластическим. Данный подход широко применяется в случае геометрически простых схем расположения арматуры в объемных бетонных массивах.

В пакете программ ЛОГОС реализованы все три метода моделирования арматуры в железобетоне, а также модель материала Pseudo-Tensor для метода распределенной арматуры. Кроме того для моделирования железобетонных конструкций реализован учет физической нелинейности для балочных элементов, которыми моделируется арматура.

#### ***Композиционные материалы***

Композиционные материалы находят широкое применение в инженерной практике, так как позволяют создавать конструкции с уникальными весовыми, прочностными и диссипативными характеристиками, которых практически невозможно достичь использованием традиционных конструкционных материалов. Интерес к этим материалам обусловлен тем, что присущий им комплекс свойств и особенностей существенно отличает их от традиционных конструкционных материалов. Стоит отметить, прежде всего, высокую прочность и низкую плотность, а также возможность управления механическими и физическими характеристиками при создании материала конструкции. Свойства композитов зависят в первую очередь от свойств исходных компонентов: армирующих элементов и матрицы. Кроме того, их соединение даёт эффект синергизма, связанный с появлением у композиции свойств, не характерных для изолированных исходных компонентов.

Методы моделирования волокнистых и слоистых композитов:

**1. Прямой метод моделирования волокон или слоев** посредством объемных, оболочечных, балочных и когезионных элементов. Данный подход напрямую моделирует все волокна и слои композитного материала, но требует огромных вычислительных и людских затрат.

**2. Метод, основанный на усредненных характеристиках** (с использованием анизотропных и изотропных моделей и применения опции начальных напряжений в каждом элементе сетки).

3. Метод, основанный на модели многослойного слоистого материала (Laminate method). Композитный материал в данном подходе представляется пакетом однонаправленных слоев, с различными углами укладки друг относительно друга. Каждый слой представляет собой ориентированный материал, армированный параллельными волокнами.

В модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС реализован и используется в счете метод, основанный на усредненных характеристиках, и модель многослойного слоистого материала [7, 15–16].

#### ***Сварочные конструкционные соединения***

Для реализации сварочных конструкционных соединений в пакете программ ЛОГОС был выбран подход, в котором точечное сварное соединение – это жёсткий балочный элемент, соединяющий узлы в узловой паре [7, 17]. Следовательно, вращение и перемещение соединённых узлов сварочного соединения осуществляется совместно. Реализовано хрупкое и пластическое разрушение. Хрупкое разрушение определяется результирующими силами, действующими на сварку, а пластическое разрушение определяется значением пластической деформации в узле точечной сварки. Хрупкое разрушение точечной сварки происходит в случае, если выполняется условие усилия на контактной поверхности. Разрушение точечной сварки в результате пластической деформации происходит в случае, если эффективная пластическая деформация узла превышает заданной значение. Это позволяет моделировать процесс отделения точечной сварки от листового металла, поскольку пластичностью обладает не сам точечный шов, а окружающий его материал. Узловые значения пластической деформации получаются с помощью метода наименьших квадратов по значениям, полученным в точках интегрирования элемента.

#### ***Контактное взаимодействие с учетом особенностей геометрической формы балочных и оболочечных элементов***

В расчётной практике всё чаще встречаются ситуации, когда залогом получения точного результата, является учёт особенностей геометрической формы балочных и оболочечных элементов при расчёте контактного взаимодействия. Реализованные ранее в пакете программ ЛОГОС алгоритмы выполняют расчёт взаимодействия, анализируя проникание узлов сеточной модели через её поверхность. При этом используются подходы «узел-сегмент», либо «сегмент-сегмент». В пакете программ ЛОГОС реализован дополнительный подход «ребро-ребро» [7, 18], который позволяет описывать контактное взаимодействие даже без проникания узлов через граничные сегменты расчётной сетки. Примерами могут служить торцевой контакт оболочечных конструкций, а также балочный контакт.

#### ***«Склейка» с разрывом связи***

Важной потребностью при имитационных расчётах является возможность моделирования разрыва поверхностей под действием определенных нагрузок. В пакете программ ЛОГОС для этого реализована «склейка» с разрывом связи по заданному критерию. Между потерявшими связь поверхностями далее идет расчёт стандартного контактного взаимодействия. В качестве критериев доступно нормальное либо касательное напряженное разрыва [7].

#### ***Различные формы непроницаемой поверхности***

Набор граничных условий модуля динамической прочности пакета программ ЛОГОС дополняется несколькими видами формы жестких стенок. Теперь кроме бесконечной плоскости доступны следующие виды: ограниченная плоскость, цилиндр, сфера и призма [7].

#### ***Модель откола для модуля SPH***

В задачах высокоскоростного взаимодействия ударников с преградами важно учитывать процесс разрушения. В модуле SPH пакета программ ЛОГОС реализована модель откола с эрозионным механизмом и без него [6]. Критерии откола задаются через стандартные критерии разрушения в параметрах модели материала.

Кроме того реализована «склейка» sph-частиц с сеточной частью модели. Данная возможность позволяет значительно сокращать количество sph-частиц в задачах, когда область вне зоны взаимодействия можно моделировать сеточной моделью с менее подробной дискретизацией. А также появилась возможность проведения расчётов в двумерной плоской и осесимметричной постановке методом SPH.

#### **Результаты некоторых демонстрационных расчётов**

В данном разделе приведены результаты некоторых демонстрационных задач, которые показывают работоспособность и функциональные возможности модуля динамической прочности пакета программ ЛОГОС.

#### ***Расчёт пробития стальным ударником железобетонной преграды***

Рассматривается модельная задача пробития стальным ударником железобетонной преграды. Начальная скорость ударника составляет 400 м/с, угол атаки – 3°.

Для моделирования ударника использовался кусочно-линейный упругопластичный материал, для преграды – модель бетона Джонсона-Холмквиста. Армирование моделируется в балочном приближении, когда узлы сеток арматуры и бетона не совпадают, но связаны уравнениями совместности.

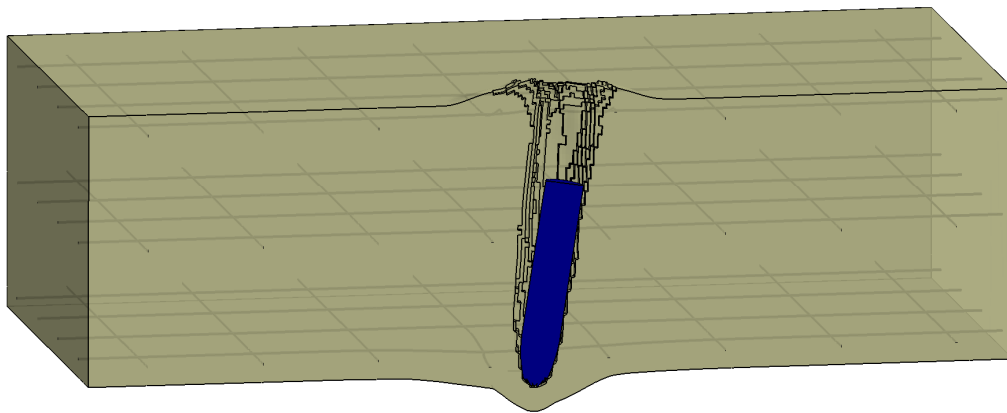


Рис. 1. Расчёт задачи пробития стальным ударником железобетонной преграды

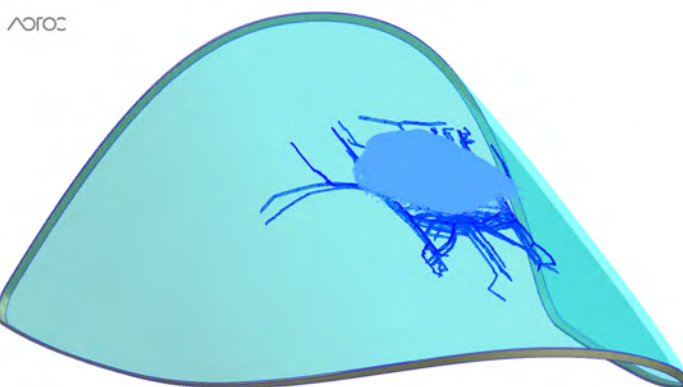


Рис. 2. Расчёт попадания птицы в остекление летательного аппарата

На рис. 1 представлены результаты расчёта на один из моментов времени.

Данная задача показывает работоспособность реализованных алгоритмов для моделирования железобетона. Кроме того демонстрируется надёжность алгоритмов пакета программ ЛОГОС в части расчёта сложного контактного взаимодействия с учетом процесса разрушения.

#### ***Расчёт попадания птицы в остекление летательного аппарата***

Рассматривается модельная задача (параметры и геометрические размеры отличаются от реальной конструкции) о попадании птицы в остекление летательного аппарата. Масса птицы – 1,83 кг, начальная скорость – 160 м/с.

Размерность конечно-элементной модели стекла составляет 33 млн. элементов. Птица моделируется sph-подобластью и состоит из 3,5 млн. частиц.

В расчёте используются модельные параметры остекления с целью демонстрации работоспособности алгоритмов.

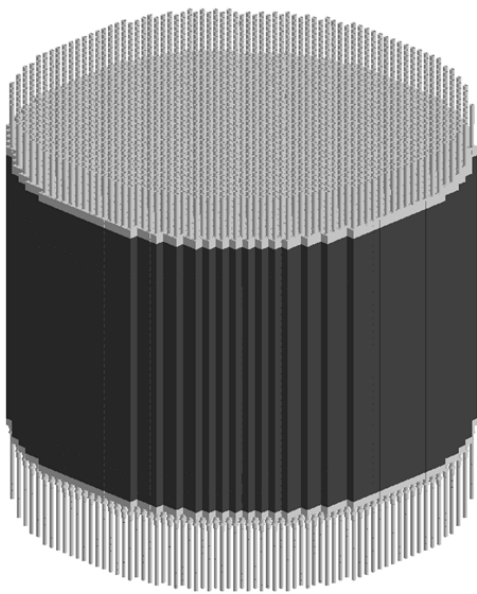
На рис. 2 представлены результаты расчёта на один из моментов времени.

Данная задача демонстрирует работоспособность, заложенных в пакет программ ЛОГОС алгоритмов связанного моделирования задач прочности и гидродинамики сглаженных частиц. Кроме того показана корректность реализованных моделей деформирования и разрушения материалов, использованных в данном расчёте.

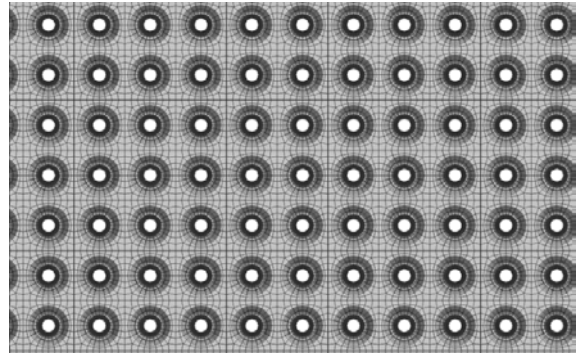
#### ***Разрыв технологического канала на периферии активной зоны реактора***

Рассматривается задача по моделированию деформирования конструкции активной зоны реакторной установки под давлением пароводяной смеси при разрыве одного из технологических каналов.

Основным элементом активной зоны реактора является графитовая кладка, которая представляет собой цилиндр радиусом около 7 м и высотой 8 м, и включает в себя 2488 вертикальных графитовых колонн. Каждая колонна набрана из графитовых блоков, по центру которых проходит технологический канал (ТК).

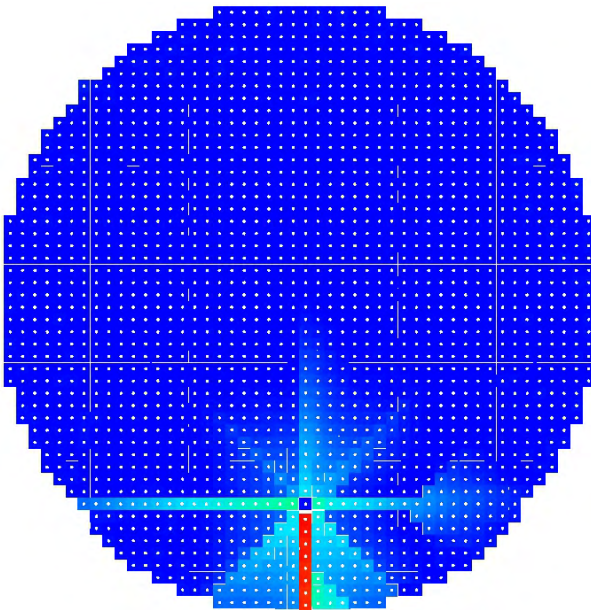


а

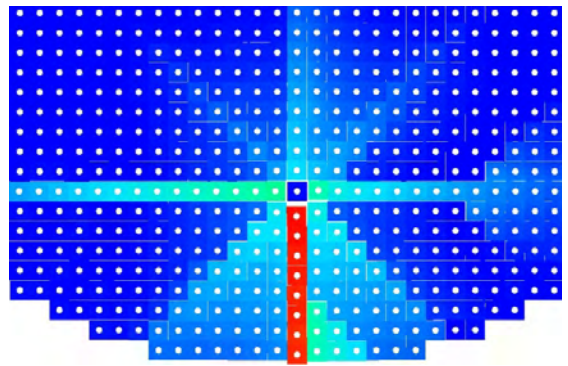


б

Рис. 3. Расчётная модель: а – общий вид; б – фрагмент конечно-элементной сетки



а



б

Рис. 4. Расчёт разрыва ТК реактора: а – общий вид зоны разрыва сверху; б – приближенный вид зоны разрыва

Конечно-элементная сетка была построена из объёмных восьмиузловых элементов и оболочных четырёхузловых элементов общим числом 160 757 760. Общий вид расчётной модели и фрагмент конечно-элементной сетки приведены на рис. 3.

Моделирование проводилось в упругопластической постановке.

Нагружение кладки происходит в результате разрыва одного из периферийных ТК. Разрыв моделировался навязанным по определённому закону давлением.

Расчет проводился в параллельном режиме с использованием 1250 вычислительных ядер. Общее время счета составило около 20 дней.

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования на один из моментов времени.

### Заключение

В работе представлено описание функциональных возможностей пакета программ ЛОГОС в части решения задач динамической прочности. Отдельно

рассмотрены некоторые новые возможности, реализованные в 2017–2018 гг. Расширение функциональности предназначено для решения не охваченных ранее актуальных классов задач предприятий ОПК и промышленности. Приведены результаты некоторых модельных задач, которые демонстрируют работоспособность и функциональные возможности модуля динамической прочности пакета программ ЛОГОС.

### Литература

1. Циберев К. В., Авдеев П. А., Артамонов М. В., Борляев В. В., Величко С. В., Волков А. Ю., Володина Н. А., Дьянов Д. Ю., Корсакова Е. И., Косарим С. С., Кулыгина О. Н., Мышкина И. Ю., Наумов А. О., Присташ М. М., Резвова Т. В., Резяпов А. А., Родионов А. В., Симонов Г. П., Спиридонов В. Ф., Стародубов С. В., Тарадай И. Ю., Филимонкин Е. А., Челаков А. А., Шувалова Е. В., Рябов А. А., Романов В. И., Куканов С. С., Речкин В. Н., Вяткин Ю. А., Корнев А. В., Ермакова Ю. В., Митрофанов О. В., Чупин П. В., Иевлев Д. Г., Душко А. Н., Крундаева А. Н., Новоселов А. В., Габов Д. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения задач прочности // Труды XIII международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование» – Саров, 2011.

2. Дьянов Д. Ю., Спиридонов В. Ф., Циберев К. В., Наумова Е. И., Борляев В. В., Стародубов С. В., Шувалова Е. В., Медведкина М. В., Артемова Е. О., Челаков А. А., Казанцев А. В., Рябов А. А., Романов В. И., Куканов С. С. Пакет программ ЛОГОС. Модуль решения динамических задач прочности // Журнал ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов, 2018. Вып. 1, С. 3–13.

3. Дьянов Д. Ю., Казанцев А. В., Морозов С. В., Стародубов С. В., Циберев К. В., Челаков А. А. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения связанных задач прочности и гидродинамики сглаженных частиц / Под ред. Р.М. Шагалиева // Труды XV международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2014.

4. [Электронный ресурс]: LS-DYNA | Livermore Software Technology Corp. Режим доступа: <http://www.lstc.com/products/ls-dyna>.

5. [Электронный ресурс]: Abaqus Unified FEA – SIMULIA by Dassault Systems Режим доступа: <http://www.3ds.com/simulia/products/abaqus>.

6. AUTODYN. Explicit Software for Nonlinear Dynamics. User manual // Century Dynamics Inc. – 2005.

7. Hallquist John O. LS-DYNA Theory Manual // Livermore Software Technology Corporation. – 2015.

8. Holmquist T. J., Johnson G. R., Cook W. H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures // I Proc. 14th Int. Symp. Ballistics. Quebec City, Canada, 26-29 September, 1993. Vol.2. P.591-600.

9. Polanco-Loria M., Hopperstad O.S., Borvik T., Berstad T. Numerical prediction of ballistic limits for concrete slabs using a modified version of the HJC concrete model // Int. J. Impact Engng. 2008. Vol.35. No.5. P.290-303.

10. Kala J., Husek M. Improved Element Erosion Function for Concrete-like Materials with the SPH Method // Brno, Czech Republic, 2016

11. Meyer C. S. Development of Geomaterial Parameters for Numerical Simulations Using the Holmquist-Johnson-Cook Constitutive Model For Concrete // Weapons and Materials Research Directorate, June 2011.

12. Islam M. J., Swaddiwudhipong S., Liu Z. S. Penetration of concrete targets using a modified Holmquist-Johnson-Cook material model // International Journal of Computational Methods Vol. 9, N.4 (2012) p.19

13. Hanchak S. L., Forrestal M. J., Young E. R., Ehrgott J.Q. Perforation of concrete slabs with 48 MPa and 140 MPa unconfined compressive strengths // Int. J. Impact Engng. 1992. Vol.12. No.1. P. 1–7.

14. Лукин А. В., Модестов В. С. Конечно-элементное моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций // Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. – 2014.

15. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутинов А. Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.:ФИЗМАТЛИТ. - 2006.

16. Bathe K.J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. – 1996.

17. Yunki Baik. Spot weld modeling for vehicle durability performance with ANSA. 4th ANSA & μETA International Conference. – 2011.

18. Shen R. Wu, Lei Gu. Introduction to the explicit finite element method for nonlinear transient dynamics // A John Wiley & Sons Inc. Publication. – 2012.