

# НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ ОБРАТНЫХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

*И. Н. Кутяев, А. Е. Дубинов*

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Рассматриваются особенности распространения ионно-звуковых и пыле-звуковых волн (DAW) в плазме с движущимися ионным и пылевым потоками соответственно. В результате анализа дисперсионных соотношений показано, что ионно-звуковые волны и DAW при определенных условиях могут существовать в форме обратных волн с антипараллельными групповой и фазовой скоростями. Найдены диапазоны скоростей ионного и пылевого потоков для реализации обратных ионно-звуковых волн и DAW. Получено и проанализировано дисперсионное уравнение для ионно-звуковых волн в двумерной постановке задачи. Найдены границы области на плоскости  $\{k_x, k_y\}$ , в которой существуют обратные волны (ОВ).

## Введение

ОВ называются волны, у которых фазовая и групповая скорости антипараллельны:  $v_{ph} \uparrow \downarrow v_{gr}$ , или, в обобщенном смысле, – волны, у которых угол между направлениями скоростей  $v_{ph}$  и  $v_{gr}$  тупой. Значение ОВ в фундаментальной и прикладной физике уже сейчас достаточно велико [1], и количество примеров их успешного применения растет. Например, на возбуждении и усилении ОВ основан принцип действия СВЧ-лампы обратной волны (ЛОВ) – карсинотрона [2, 3]. Кроме того, можно назвать еще несколько примеров устройств с ОВ – плоские суперлинзы [4–7] и маскирующие оболочки [8, 9].

В работе [4] была поставлена задача поиска материалов, в которых могли бы распространяться электромагнитные ОВ. В природе до сих пор не нашлось сред или материалов, в которых бы они могли распространяться. Решение задачи создания таких сред пришло с созданием новых технологий метаматериалов [10–12], которые представляют собой композиты, состоящие из периодического множества одинаковых или иногда неодинаковых проволочных элементов – метаатомов. В [13] утверждается, что среды, о которых известно, что в них могут распространяться акустические или оптические ОВ с тупым углом между направлениями скоростей  $v_{ph}$  и  $v_{gr}$ , – только искусственные.

В [4] затрагивался также вопрос о существовании ОВ в плазме. И действительно, плазма обладает большим числом волновых степеней свободы. По-

этому найти ОВ среди плазменных волн оказалось несложно. Например, известно, что ионные и электронные бернштейновские моды в замагниченной плазме [14–18] имеют в своем спектре диапазоны длин волн, на которых волна имеет отрицательную  $v_{gr}$  при положительной  $v_{ph}$ . Однако, возможность существования ОВ для других типов плазменных волн в литературе до сих пор не рассматривалась.

В данной работе на примере ионно-звуковых волн и DAW показывается, что обычные электростатические волны при определенных условиях могут распространяться в немагнитной плазме в форме ОВ. Излагаемая здесь идея возможности ионно-звуковой и пыле-акустической ОВ в плазме основана на специально подобранном направленном течении соответствующей фракции плазмы.

## Обратная ионно-звуковая волна (одномерный случай)

Получим дисперсионное соотношение для ионно-звуковых волн в плазме в одномерной постановке задачи. Будем для краткости называть направлением «вперед» направление вдоль оси  $Ox$ , а направлением «назад» – против оси  $Ox$ .

Рассмотрим электрон-ионную бесстолкновительную немагнитную квазинейтральную плазму, в которой ионы двигаются в одном направлении с одинаковой скоростью упорядоченного движения  $v_{0i}$ . Электроны будем считать безынерционными и распределенными по Больцману:

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{k_B T_e}\right), \quad (1)$$

где  $n_e$  – концентрация электронов,  $n_0$  – невозмущенная концентрация электронов и ионов,  $T_e$  – их температура,  $\varphi$  – электростатический потенциал,  $e$  – элементарный заряд,  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Такая модель плазмы может описывать, например, солнечный ветер [19], т. е. фактически быть природной средой. Другим примером плазмы, к которой применима данная модель, можно считать плазму с набегающим на приэлектродный слой ионным потоком в соответствии с критерием Бома [18, 20–23].

Будем исходить из следующих уравнений ионной динамики

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i v_i)}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{m_i n_i} \frac{\partial p_i}{\partial x}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e - n_i), \quad (4)$$

где  $n_i$  – концентрация ионов,  $v_i$  – их скорость,  $p_i$  – их газодинамическое давление,  $m_i$  – масса отдельно иона и считается, что ионы однократно заряжены.

Положим, что ионная фракция плазмы подчиняется уравнению состояния  $p_i = n_i k_B T_i$ , причем температура ионного газа  $T_i = \text{const}$ . Придадим плазме малое волновое возмущение:

$$n_i = n_0 + \tilde{n}_i \exp[i(kx - \omega t)]; \quad (5)$$

$$v_i = v_{0i} + \tilde{v}_i \exp[i(kx - \omega t)]; \quad (6)$$

$$\varphi = \tilde{\varphi} \exp[i(kx - \omega t)]. \quad (7)$$

Такая запись возмущений означает, что фазовая скорость волны направлена вперед при положительных значениях  $\omega$  и  $k$ .

Подставим (5)–(7) в уравнения (2)–(4). После линеаризации и несложных алгебраических вычислений получим дисперсионное соотношение в канонической форме записи

$$1 = \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - kv_{0i})^2 - \omega_{pi}^2 \lambda_{Di}^2 k^2} - \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2}, \quad (8)$$

или в форме, разрешенной относительно частоты  $\omega$ ,

$$\omega(k) = \omega_{pi} \sqrt{\frac{k^2}{k^2 + \lambda_{De}^{-2}} + \lambda_{Di}^2 k^2} + kv_{0i}. \quad (9)$$

В (8), (9) и далее используются обозначения

$$\omega_{pi}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_i}, \quad \lambda_{De,i}^2 = \frac{k_B T_{e,i}}{4\pi e^2 n_0}. \quad (10)$$

Для плазмы с неподвижными ионами, т. е. при  $v_{0i} = 0$ , уравнения (8) и (9) принимают вид дисперсионного соотношения для ионного звука, известный из классических учебников по физике плазмы, а график зависимости  $\omega(k)$  (кривая 1 на рис. 1а и 1б) будет симметричен относительно вертикальной оси.

Обе ветви этого графика имеют по три характерных для ионно-звуковых волн участка [24, 25]: длинноволновый участок с линейным ионным звуком со ионно-звуковой скоростью

$$V_s = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=\pm 0} = \pm \omega_{pi} \sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}, \quad (11)$$

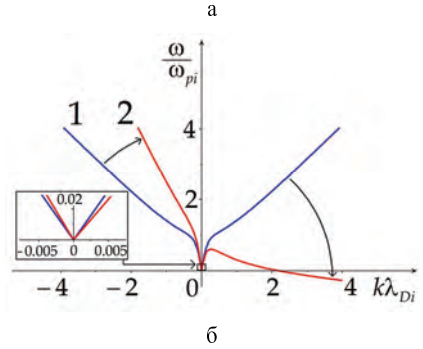
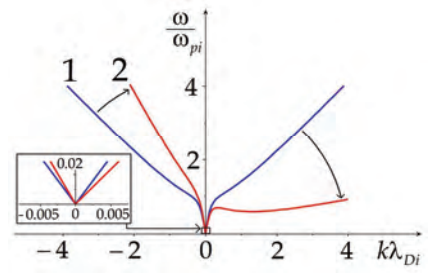


Рис. 1. Дисперсионные кривые ионно-звуковых волн: а – при  $V_1 > v_{0i} > V_2$ ; б – при  $v_{0i} > V_2$ , 1 – для плазмы с неподвижными ионами; 2 – для плазмы с ионным потоком. Дугообразные стрелки показывают направления поворота кривых, врезки показывают изменение линейных ионно-звуковых скоростей при повороте

далее следует средневолновой участок с меньшим наклоном, соответствующий ионно-плазменным колебаниям, и коротковолновый «тепловой участок» с сильным затуханием по механизму Ландау. Симметричное расположение ветвей и знак  $\pm$  в (11) означает одинаковый характер распространения волны вперед и назад.

Если же теперь положить  $v_{0i} \neq 0$  (для определенности мы приняли, что упорядоченное движение ионов направлено назад, т. е.  $v_{0i} < 0$ ), то кривая 1 повернется относительно начала координат по часовой стрелке на угол, тангенс которого равен  $v_{0i}$ , и займет место кривой 2 (рис. 1а и 1б). При этом симметрия графика относительно вертикальной оси теряется, а значения линейных ионно-звуковых скоростей становятся разными для направлений вперед и назад:

$$V_s = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=\pm 0} = \pm \omega_{pi} \sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2} + v_{0i}. \quad (12)$$

Для значений скорости упорядоченного движения из диапазона  $V_1 > v_{0i} > V_2$  с границами

$$V_1 = 4\omega_{pi} \lambda_{Di} \sqrt{\frac{\theta(\theta\sqrt{4\theta+3} + 2\theta + 1)}{(\sqrt{4\theta+3} + 2\theta)^3}}, \quad \text{где } \theta = \frac{\lambda_{Di}}{\lambda_{De}}, \quad (13)$$

$$\text{и } V_2 = \omega_{pi} \lambda_{Di}, \quad (14)$$

угол поворота будет таков, что на правой ветви дисперсионной кривой 2, которая соответствует движению волны вперед, появится спадающий участок (рис. 1а). На этом участке групповая скорость направлена назад. Наличие такого участка свидетельствует о том, что на нем реализуется ОВ.

Для еще бóльших значений скорости  $v_{0i}$ , когда выполняется  $v_{0i} > V_2$ , угол поворота будет достаточным для пересечения правой ветвью кривой 2 горизонтальной оси (рис. 1б). Это соответствует тому, что для длинноволнового участка, на котором частота положительна, реализуется ОВ, а для коротковолнового участка, где частота отрицательна, реализуется прямая волна с сонаправленными назад скоростями  $v_{ph}$  и  $v_{gr}$ .

Значения граничных скоростей  $V_1$  и  $V_2$  находятся достаточно просто:  $V_1$  есть минимальный тангенс угла наклона касательной к кривой 1, на рис. 1  $V_2$  есть тангенс угла наклона коротковолновой асимптоты кривой 1.

Таким образом, при некоторых значениях скорости упорядоченного движения  $v_{0i}$  может быть реализована ионно-звуковая ОВ.

### Обратная ионно-звуковая волна (двухмерный случай)

Рассмотрим безграничную бесстолкновительную немагнитную плазму. Будем считать, что плазма содержит распределенные по Больцману электроны:

$$n_e = n_{0e} \exp\left(\frac{e\varphi}{k_B T_{0e}}\right), \quad (15)$$

а также ионы, однонаправленно движущиеся вдоль оси  $0x$  со скоростью  $v_{0i}$ . Несмотря на отсутствие магнитного поля рассматриваемая плазма является анизотропной. Поэтому для нее необходимо, по меньшей мере, двумерное рассмотрение.

Запишем векторные уравнения, описывающие движение ионной фракции плазмы

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \mathbf{v}_i) = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + (\mathbf{v}_i \nabla) \mathbf{v}_i = -\frac{e}{m_i} \nabla \varphi - \frac{1}{m_i n_i} \nabla p_i; \quad (17)$$

$$\Delta \varphi = 4\pi e (n_e - n_i). \quad (18)$$

В (15)–(18) введены следующие обозначения:  $n_{e,i}$  – концентрации электронов и ионов,  $T_{0e,0i}$  – температуры электронов и ионов,  $\mathbf{v}_i = \{v_{ix}; v_{iy}\}$  – вектор скорости ионов,  $p_i$  – газодинамическое давление ионной фракции,  $m_i$  – масса иона,  $e$  – эле-

ментарный заряд,  $\varphi$  – электростатический потенциал,  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Предположим, что ионная фракция подчиняется уравнению состояния

$$p_i = n_i k_B T_{0i}. \quad (19)$$

Придадим плазме малое волновое возмущение с волновым вектором  $\mathbf{k} = \{k_x; k_y\}$  (рис. 2):

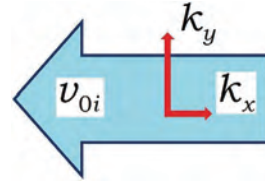


Рис. 2. Направления векторов в задаче

$$n_i = n_{0i} + \tilde{n}_i \exp[I(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]; \quad (20)$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{0i} + \tilde{\mathbf{v}}_i \exp[I(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]; \quad (21)$$

$$\varphi = \tilde{\varphi} \exp I(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t), \quad (22)$$

где  $I$  – мнимая единица. После подстановки (20)–(22) в (16)–(20) и стандартной процедуры линеаризации получим дисперсионное уравнение

$$\frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - kv_{0i})^2} = \frac{k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}}{(k_x^2 + k_y^2) \left[ 1 + \lambda_{Di}^2 (k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}) \right]}, \quad (23)$$

которое можно разрешить относительно частоты  $\omega$

$$\omega(k_x, k_y) = \omega_{pi} \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}} + \lambda_{Di}^2 (k_x^2 + k_y^2)} + v_{0i} k_x. \quad (24)$$

В полученном дисперсионном уравнении были использованы следующие обозначения:

$$\lambda_{De,i}^2 = \frac{k_B T_{0e,0i}}{4\pi e^2 n_{0e,0i}} \quad \text{и} \quad \omega_{pi}^2 = \frac{4\pi e^2 n_{0i}}{m_i}.$$

Уравнения (23) и (24) задают в декартовых координатах  $\{k_x, k_y, \omega\}$  дисперсионную поверхность. При  $v_{0i} = 0$  она имеет вид поверхности вращения вокруг оси  $0\omega$  (рис. 3).

При  $v_{0i} \neq 0$  дисперсионная поверхность не имеет осевой симметрии и наклонена в сторону против направленного движения ионов. Например, если  $v_{0i} < 0$  поверхность наклонена в положительном направлении оси  $0k_x$  (рис. 4).

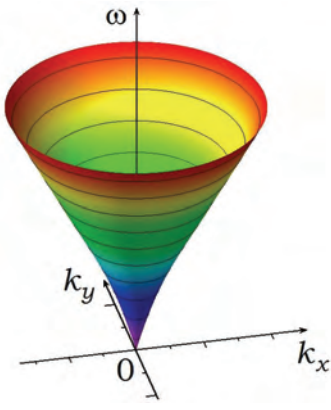


Рис. 3. Дисперсионная поверхность ионно-звуковых волн для изотропной плазмы при  $T_i/T_e = 0,25$ ,  $v_{0i} = 0$

При достаточном угле наклона на поверхности возникает локальная впадина, в окрестности которой ионно-звуковая волна может принимать форму ОВ.

Найдем границы области на плоскости  $\{k_x, k_y\}$ , в которой угол между фазовой и групповой скоростью ионного звука тупой.

Известны общие выражения для этих скоростей [27, 28]:

$$\mathbf{v}_{ph} = \frac{\omega}{\mathbf{k}} \text{ и } \mathbf{v}_{gr} = \frac{d\omega}{d\mathbf{k}} = \text{grad}_{\mathbf{k}} \omega. \quad (25)$$

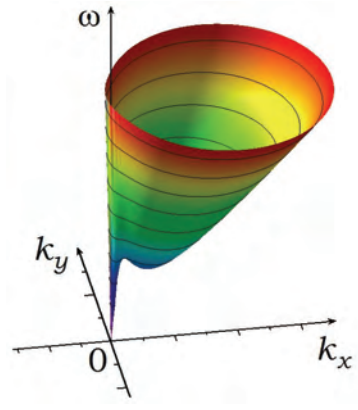


Рис. 4. Дисперсионная поверхность ионно-звуковых волн для плазмы с однонаправленно движущимися ионами при  $T_i/T_e = 0,25$ ,  $v_{0i} = 0,95\omega_{pi}\lambda_{Di}$

Угол  $\psi$  между векторами  $\mathbf{v}_{ph}$  и  $\mathbf{v}_{gr}$ , называемый углом сноса, можно найти из векторного произведения следующим образом:

$$\cos \psi = \frac{(\mathbf{v}_{ph} \mathbf{v}_{gr})}{v_{ph} v_{gr}}, \quad (26)$$

Причем, если  $\cos \psi < 0$ , то угол сноса  $\psi$  является тупым.

Приведем некоторые результаты вычислений. Выражение для фазовой скорости:

$$\mathbf{v}_{ph} = \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} \left[ \omega_{pi} \sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}} + \lambda_{Di}^2 (k_x^2 + k_y^2) + v_{0i} k_x} \right] (k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j}), \quad (27)$$

выражение для групповой скорости

$$\mathbf{v}_{gr} = \left\{ \frac{\omega_{pi} \left[ \frac{k_x \lambda_{De}^{-2}}{(k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2})^2} + k_x \lambda_{Di}^2 \right]}{\sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}} + \lambda_{Di}^2 (k_x^2 + k_y^2)}} + v_{0i} \right\} \mathbf{i} + \left\{ \frac{\omega_{pi} \left[ \frac{k_x \lambda_{De}^{-2}}{(k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2})^2} + k_x \lambda_{Di}^2 \right]}{\sqrt{\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + \lambda_{De}^{-2}} + \lambda_{Di}^2 (k_x^2 + k_y^2)}} \right\} \mathbf{j}, \quad (28)$$

где  $\mathbf{i}$  и  $\mathbf{j}$  – единичные векторы в плоскости  $\{k_x, k_y\}$ .

Выражение для  $\cos \psi$  является очень громоздким. Поэтому приведем только график линии  $\cos \psi = 0$ , рассчитанный для различных значений скорости  $v_{0i}$  (рис. 5).

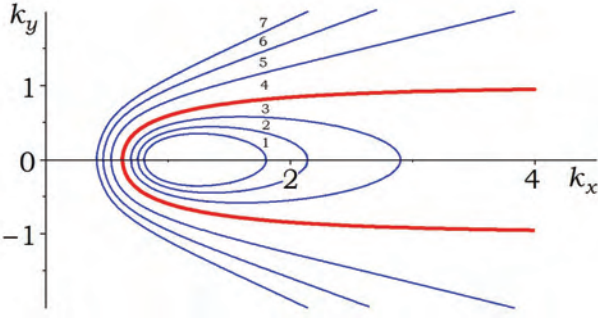


Рис. 5. Границы областей, в которых ионно-звуковые волны являются ОВ при  $T_i/T_e = 0,25$ : 1 – при  $v_{0i} = 0,90\omega_{pi}\lambda_{Di}$ , 2 – при  $v_{0i} = 0,92\omega_{pi}\lambda_{Di}$ , 3 – при  $v_{0i} = 0,95\omega_{pi}\lambda_{Di}$ , 4 (сепаратриса) – при  $v_{0i} = 1,00\omega_{pi}\lambda_{Di} = V_2$ , 5 – при  $v_{0i} = 1,10\omega_{pi}\lambda_{Di}$ , 6 – при  $v_{0i} = 1,20\omega_{pi}\lambda_{Di}$ , 7 – при  $v_{0i} = 1,30\omega_{pi}\lambda_{Di}$

Именно он является границей области в плоскости  $\{k_x, k_y\}$ , в которой угол  $\psi$  является тупым.

При различных значениях скорости  $v_{0i}$  граница может иметь различный вид. Так, при

$$v_{0i} < V_1 = 4\omega_{pi}\lambda_{Di} \sqrt{\frac{\theta(\theta\sqrt{4\theta+3}+2\theta+1)}{(\sqrt{4\theta+3}+2\theta)^3}}, \quad (29)$$

где  $\theta = \frac{\lambda_{Di}}{\lambda_{De}}$ , такой границы нет вообще, при

$$V_1 < v_{0i} < V_2 = \omega_{pi}\lambda_{Di}, \quad (30)$$

граница существует, она замкнута и ограничивает конечную яйцеобразную область, приходящуюся на ионно-плазменные колебания, однако при  $v_{0i} > V_2$  граница разомкнута, она ограничивает бесконечную область. Значения критические скоростей  $V_1$  и  $V_2$  ранее получены в [26]. Замкнутые и разомкнутые границы отделяются сепаратрисой (кривая 4 на рис. 5) при  $v_{0i} = V_2$ .

### Обратная DAW

Пыле-акустические волны (DAWs) в плазме были предсказаны в [29]. Первые экспериментальные наблюдения DAWs были осуществлены в [30–32]. Впоследствии экспериментально измерялись дисперсионные соотношения DAWs [33–35], исследовались DAWs в условиях невесомости на международной

космической станции [36, 37], наблюдалась дифракция DAW на преграде [38].

Нелинейная теория и эксперименты с DAWs описаны в многочисленных статьях [39–41]. Были теоретически и экспериментально изучены следующие формы DAWs: периодические DAWs [42], ударные DAWs [43, 44], DA-солитоны [45, 46], DA-суперсолитоны [47], DA rogue waves [48, 49], цилиндрические и сферические DA-солитоны [50–52].

Недавно был представлен обзор исследований DAWs за 25-летний период после их открытия [53], в котором отмечено значение DAWs для фундаментальной физики плазмы, для понимания природных явлений в космосе, таких как планетарные кольца, мезосфера земли, хвосты комет, и в прикладных исследованиях, например, агломерации твердых микрочастиц в процессах плазменных технологий. Укажем, что направленное течение заряженной пыли сквозь плазму очень часто возникает в различных экспериментах [54].

Теперь выведем дисперсионное соотношение для DAWs в одномерной постановке задачи. Будем для краткости называть направлением «вперед» направление вдоль оси  $Ox$ , а направлением «назад» – против оси  $Ox$ . Рассмотрим бесстолкновительную немагнитную квазинейтральную запыленную плазму, в которой частицы пыли двигаются в одном направлении с одинаковой скоростью упорядоченного движения  $v_{0d}$ . Электроны и ионы будем считать безынерционными и распределенными по Больцману:

$$n_{e,i} = n_{0e,i} \exp\left(\pm \frac{e\phi}{k_B T_{e,i}}\right), \quad (31)$$

где  $n_{e,i}$  – концентрации электронов и ионов,  $n_{0e,i}$  – невозмущенные концентрации электронов и ионов,  $T_{e,i}$  – их температуры,  $\phi$  – электростатический потенциал,  $e$  – элементарный заряд,  $k_B$  – постоянная Больцмана, знак + используется для электронов.

Будем исходить из следующих уравнений динамики:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial z} = 0; \quad (32)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial z} = \frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{1}{m_d n_d} \frac{\partial p_d}{\partial z}; \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 4\pi e(n_e - n_i + q_d n_d), \quad (34)$$

в которых обозначено:  $q_d$  – средний электрический заряд пылинок;  $m_d$  – их масса;  $v_d$ ,  $n_d$ ,  $p_d$  – переменные скорость, концентрация и газодинамическое давление пылевой фракции плазмы.

Положим, что пылевая фракция плазмы подчиняется уравнению состояния  $p_d = n_d k_B T_d$ , причем будем считать, что температура пыли  $T_d = \text{const}$ . Придадим плазме волновое возмущение:

$$n_d = n_{0d} + \hat{n}_d \exp[i(kz - \omega t)]; \quad (35)$$

$$v_d = v_{0d} + \hat{v}_d \exp[i(kz - \omega t)]; \quad (36)$$

$$\varphi = \hat{\varphi} \exp[i(kz - \omega t)] \quad (37)$$

с малыми амплитудами. Такая запись возмущения означает, что фазовая скорость волны направлена вперед при положительных значениях  $\omega$  и  $k$ .

Подставим (35)–(37) в уравнения (32)–(34). После линеаризации и несложных алгебраических вычислений получим дисперсионное соотношение в канонической форме записи

$$1 = -\frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} + \frac{\omega_{pd}^2}{(\omega - kv_{0d})^2 - \omega_{pd}^2 \lambda_{Dd}^2 k^2}, \quad (38)$$

или в форме, разрешенной относительно частоты  $\omega$ ,

$$\omega = \omega_{pd} \sqrt{\frac{k^2}{k^2 + \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}} + \lambda_{Dd}^2 k^2} + kv_{0d}. \quad (39)$$

В (38), (39) и далее используются обозначения

$$\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi q_d^2 n_{0d}}{m_d}; \quad \lambda_{De,i,d}^2 = \frac{k_B T_{e,i,d}}{4\pi e^2 n_{0e,i,d}}. \quad (40)$$

Для плазмы с нулевым потоком пылинок, т. е. при  $v_{0d} = 0$ , уравнения (38) и (39) принимают известный вид дисперсионного соотношения для DAW, а график зависимости  $\omega(k)$  (кривая 1 на рис. 6, а, б) будет симметричен относительно вертикальной оси.

Обе ветви этого графика имеют по три характерных для DAW участка: длинноволновый участок с линейным пылевым звуком со скоростью

$$c_s = \lim_{k \rightarrow \pm 0} \frac{\omega}{k} = \pm \omega_{pd} \sqrt{\frac{\lambda_{De}^2 \lambda_{Di}^2}{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2} + \lambda_{Dd}^2}, \quad (41)$$

далее следует средневолновой участок с меньшим наклоном, соответствующий ДА-колебаниям, и коротковолновый «тепловой участок» с сильным затуханием по механизму Ландау. Симметричное расположение ветвей кривой 1 и знак  $\pm$  в (41) означает одинаковый характер распространения волны вперед и назад.

Для значений скорости упорядоченного движения из диапазона  $V_1 > v_{0d} > V_2$  с границами

$$V_1 = 4\omega_{pd} \lambda_{Dd} \sqrt{\frac{\lambda_{Dd}^2 \sqrt{4\lambda_{Dd} (\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{1/2} + 3} + \frac{2\lambda_{Dd}^2}{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2} + \lambda_{Dd} \sqrt{\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}}}{\left[ \sqrt{4\lambda_{Dd} (\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{1/2} + 3} + 2\lambda_{Dd} (\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{1/2} \right]^3}} \quad (43)$$

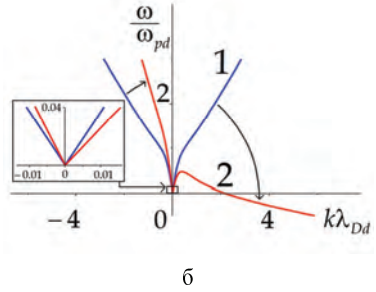
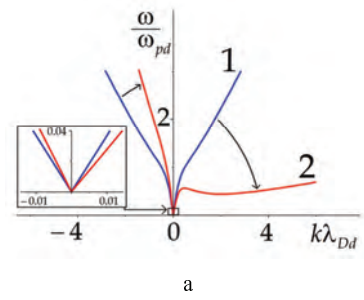


Рис. 6. Дисперсионные кривые DAW: а – при  $V_1 > v_{0i} > V_2$ ; б – при 1 – для плазмы с неподвижными пылинками; 2 – для плазмы с пылевым потоком. Дугообразные стрелки показывают направления поворота кривых, врезки показывают изменение линейных DAW при повороте.

Если же теперь положить  $v_{0d} \neq 0$  (для определенности мы приняли, что упорядоченное движение пыли направлено назад, т. е.  $v_{0d} < 0$ ), то кривая 1 повернется относительно начала координат по часовой стрелке на угол, тангенс которого равен  $v_{0d}$ , и займет место кривой 2 (рис. 6а и 6б). При этом симметрия графика относительно вертикальной оси теряется, а значения линейных пыле-звуковых скоростей становятся разными для направлений вперед и назад:

$$c_s = \lim_{k \rightarrow \pm 0} \frac{\omega}{k} = v_{0d} \pm \omega_{pd} \sqrt{\frac{\lambda_{De}^2 \lambda_{Di}^2}{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2} + \lambda_{Dd}^2}. \quad (42)$$

$$V_2 = \omega_{pd} \lambda_{Dd}, \quad (44)$$

угол поворота будет таков, что на правой ветви дисперсионной кривой 2, которая соответствует движению волны вперед, появится спадающий участок (рис. 6а). На этом участке групповая скорость направлена назад. Наличие такого участка свидетельствует о том, что на нем реализуется обратная волна. Для еще больших значений скорости  $v_{0d}$ , когда выполняется  $v_{0d} > V_2$ , угол поворота будет достаточным для пересечения правой ветвью кривой 2 горизонтальной оси (рис. 6б). Это соответствует тому, что для длинноволнового участка, на котором частота положительна, реализуется обратная волна, а для коротковолнового участка, где частота отрицательна, реализуется прямая волна с сонаправленными назад групповой и фазовой скоростями  $v_{ph}$  и  $v_{gr}$ . Значения граничных скоростей  $V_1$  и  $V_2$  (43) и (44) находятся достаточно просто:  $V_1$  есть минимальный тангенс угла наклона касательной к кривой 1 или минимальная групповая скорость для кривой 1 на рис. 6а и 6б, а  $V_2$  есть тангенс угла наклона коротковолновой асимптоты кривой 1.

### Выводы

Таким образом, доказана возможность существования ионно-звуковых волн и DAW в форме ОВ в плазме, в которой существует направленный поток частиц. Было выведено и проанализировано дисперсионное уравнение для ионно-звуковых волн в двумерной постановке задачи. Показано, что ионно-звуковые волны могут существовать в форме ОВ. Найдены границы области на плоскости  $\{k_x, k_y\}$ , в которой существуют ОВ.

Рассмотренный в работе подход пригоден и для других классов электростатических волн в плазме: например, ленгмюровских волн в плазме с электронным потоком.

Обычно плазма представляет собой среду, которая может содержать сразу несколько фракций частиц. Тем не менее, для существования ОВ достаточно направленного движения только одной фракции частиц – носителей волны.

Описанные здесь плазменные ОВ открывают принципиальную возможность создания ЛОВ ионно-звукового типа.

### Литература

1. Блюх К. Ю., Блюх Ю. П. // *УФН*. 2004. Т. **174**. С. 439 [Bliokh K Yu, Bliokh Yu P *Phys. Usp.* **47** 393 (2004)]
2. Гершензон Е. М., Голант М. Б., Негирев А. А., Савельев В. С. *Лампы обратной волны миллиметро-*

*вого и субмиллиметрового диапазонов волн*. М.: Радио и связь, 1985.

3. Abubakirov E. B., Denisenko A. N., Fuks M. I. et al // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2002. Vol. **30**. P. 1041.
4. Веселаго В. Г. // *УФН*. 1967. Т. **92**. С. 517 [Veselago V. G. *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
5. Pendry J. B. // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. **85**. P. 3966.
6. Pendry J. B. // *Opt. Expr.* 2003. Vol. **11**. P. 755.
7. Fang N., Zhang X. // *Appl. Phys. Lett.* 2003. Vol. **82**. P. 161.
8. Ingrej P. S., Hopcraft K. I., French O., Jakeman E. // *Opt. Lett.* 2009. Vol. **34**. P. 1015.
9. Дубинов А. Е., Мытарева Л. А. // *УФН*. 2010. Т. **180**. С. 475 [Dubinov A. E., Mytareva L. A. *Phys. Usp.* 2010. Vol. **53**. P. 455].
10. Capolino F. *Applications of Metamaterials* (Boca Raton-London-NY: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009)
11. Cai W., Shalaev V. *Optical Metamaterials* (NY-Dordrecht-Heidelberg-London: Springer, 2010)
12. Cui T. J., Smith D. R., Liu R. *Metamaterials* (NY-Dordrecht-Heidelberg-London: Springer, 2010)
13. Буров В. А., Волошинов В. Б., Дмитриев К. В., Поликарпова Н. В. // *УФН*. 2011. Т. **181**. С. 1205 [Burov V. A., Voloshinov V. B., Dmitriev K. V., Polikarpova N. V. // *Phys. Usp.* 2011. Vol. **54**. P. 1165].
14. Crawford F. W., Tataronis J. A. // *J. Appl. Phys.* 1965. Vol. **36**. P. 2930.
15. Ault E. R., Ikezi H. // *Phys. Fluids*. 1970. Vol. **13**. P. 2874.
16. Schmitt J. P. M. // *Phys. Rev. Lett.* 1973. Vol. **31**. P. 982.
17. Goree J., Ono M., Wong K. L. *Phys. Fluids*. 1985. Vol. **28**. P. 2845.
18. Chen F. F. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion* (NY: Plenum Press, 1984) [Чен Ф. *Введение в физику плазмы*. М.: Мир, 1987].
19. Meyer-Vernet N. *Basics on the Solar Wind* (Cambridge: Cambridge University Press, 2007)
20. Bohm D. *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields* (NY: McGraw-Hill, 1949)
21. Allen J. E. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 1976. Vol. **9**. P. 2331.
22. Альтеркоп Б. А., Дубинова И. Д., Дубинов А. Е. // *ЖЭТФ*. 2006. Т. **129**. С. 197 [Alterkop B. A., Dubinova I. D., Dubinov A. E. // *JETP*. 2006. Vol. **102**. P. 173].
23. Дубинов А. Е., Сенилов Л. А. // *Письма в ЖТФ*. 2011. Т. **37** (19). С. 23 [Dubinov A. E., Senilov L. A. // *Tech. Phys. Lett.* 2011. Vol. **37**. P. 900].
24. Каплан С. А., Цытович В. Н. // *УФН*. 1969. Т. **97**. С. 77 [Kaplan S. A., Tsytyovich V. N., *Sov. Phys. Usp.* 1969. Vol. **12**. С. 42].
25. Дубинов А. Е., Сазонкин М. А. // *Физ. Плазмы*. 2009. Т. 35. С. 18 [Dubinov A. E., Sazonkin M. A. // *Plasma Phys. Rep.* 2009. Vol. **35**. P. 14].
26. Dubinov A. E., Kitayev I. N. // *Physics of Wave Phenomena (in press)*.

27. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматгиз, 1960.
28. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1965.
29. Shukla P. A. and Silin V. P. // *Phys. Scripta*. 1992. Vol. **45**. P. 508.
30. Barkan A., Merlino R. L., and D'Angelo N. // *Phys. Plasmas*. 1995. Vol. **2**. P.3563.
31. Prabhakara H. R. and Tanna V. L. // *Phys. Plasmas*. 1996. Vol. **3**. P. 3176.
32. Pramanik J., Veerasha B. M., Prasad G., Sen A., and Kaw P. K. // *Phys. Lett.* 2003. Vol. A **312**. P. 84.
33. Pieper J. B. and Goree J. // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. **77**. P. 3137.
34. Thompson C., Barkan A., D'Angelo N., and Merlino R. L. // *Phys. Plasmas*. 1997. Vol. **4**. P. 2331.
35. Williams J. D. and Snipes E. K. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2010. Vol. **38**. P. 847
36. Yaroshenko V. V., Annaratone B. M., Khrapak S. A., Thomas H. M., Morfill G. E., Fortov V. E., Lipaev A. M., Molotkov V. I., Petrov O. F., Ivanov A. I., and Turin M. V., *Phys. Rev.* 2004. Vol. E **69**. P. 066401.
37. Schwabe M., Zhdanov S. K., Thomas H. M., Ivlev A. V., Rubin-Zuzic M., Morfill G. E., Molotkov V. I., Lipaev A. M., Fortov V. E., and Reiter T. // *New J. Phys.* 2008. Vol. **10**. P.033037.
38. Kim S.-H., Heinrich J. R., and Merlino R. L. // *Phys. Plasmas*. 2008. Vol. **15**. P. 090701.
39. Shukla P. K. and Mamun A. A. // *New J. Phys.* 2003. Vol. **5**. P. 17.
40. Shukla P. K. and Eliasson B. // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. **81**. P. 25.
41. Merlino R. L., Heinrich J. R., Kim S.-H., and Meyer J. K. // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2012. Vol. **54**. P. 124014.
42. Thomas E. // Jr., *Phys. Plasmas* 2006. Vol. **13**. P. 042107.
43. Heinrich J., Kim S.-H., and Merlino R. L. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. **103**. P. 115002.
44. Sarma S. K., Boruah A., Nakamura Y., and Bailung H. // *Phys. Plasmas*. 2016. Vol. **23**. P. 053702.
45. Rao N. N., Shukla P. K., and Yu M. Y. // *Planet. Space Sci.* 1990. Vol. **38**. P. 543.
46. Verheest F. // *Planet. Space Sci.* 1992. Vol. **40**. P. 1.
47. Hellberg M. A., Baluku T. K., Verheest F., and Kourakis I. // *J. Plasma Phys.* 2013. Vol. **79**. P. 1039.
48. Moslem W. M., Sabry R., El-Labany S. K., and Shukla P. K. // *Phys. Rev.* 2011. Vol. E **84**. P. 066402.
49. Selim M. M., Abdelwahed H. G., and El-Attafi M. A. // *Astrophys. Space Sci.* 2015. Vol. **359**. P. 25.
50. Mamun A. and Shukla P. K. // *Phys. Lett.* 2001. Vol. A **290**. P. 173.
51. Xue J.-K. // *Phys. Plasmas*. 2003. Vol. **10**. P. 3430.
52. Annou K. "Effects of spherical geometry and two temperature electrons on dust acoustic waves," *Astrophys. Space Sci.* 2014. Vol. **350**. P. 211.
53. Merlino R. L. // *J. Plasma Phys.* 2014. Vol. **80**. P. 773.
54. Vyalykh D. V., Dubinov A. E., L'vov I. L., Sadovoi S. A., and Selemir V. D. // *Technical Phys.* 2004. Vol. **49**. P. 1521.