

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В МНОГОПОТОКОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ В ПК «ЛОГОС»

О. Г. Близнюк, А. В. Гичук, О. Е. Власова, И. В. Лялюшкина, И. А. Низамова

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров Нижегородской обл.

Физические процессы, сопровождающиеся изменением агрегатного состояния вещества, являются базовым принципом функционирования многих промышленных установок и бытовых приборов, поэтому актуальность моделирования многофазных течений в ПК «ЛОГОС» не вызывает сомнений.

В данной работе описана модель многофазного течения в многопоточковом приближении [1,2], которую в литературе обычно называют эйлеровой моделью. Каждая фаза описывается своей системой уравнений – неразрывности, движения и энергии, – причем в общем случае эти системы зависимы из-за межфазных обменов массой, импульсом, энергией и уравнений состояния.

В докладе также приведены постановки тестовых задач и результаты численных исследований. Рассмотрены решения задач об ускорении капель воды воздушным потоком, о разделении фаз в поле силы тяжести и о пропускании газа через слой жидкости.

Система уравнений модели

Рассмотрим n -фазное течение. Для каждой фазы записывается система уравнений Навье-Стокса, а также уравнение энергии. В правых частях этих уравнений учитываются межфазные обмены массой, импульсом и энергией.

Уравнения неразрывности для данного течения имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \operatorname{div}(\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q) = \sum_{p=1}^n (m_{pq} - m_{qp}) + S_q \quad (1)$$

Здесь

t – время (с); α_q – объемная концентрация фазы q ,

$\sum_{p=1}^n \alpha_p = 1$ (безразмерная величина);

ρ_q – плотность фазы q (кг/м³);

$\mathbf{v}_q = (v_{q1}, v_{q2}, v_{q3}) = (u_q, v_q, w_q)$ – скорость фазы q (м/с);

m_{pq} – удельная интенсивность массообмена от фазы p к фазе q (кг/(м³×с));

S_q – источниковый член (кг/(м³×с)).

Уравнения движения для n -фазного течения записываются как:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q \mathbf{v}_q) + \alpha_q \nabla P = \\ & = \nabla \cdot (\alpha_q \boldsymbol{\tau}_q) + \alpha_q \rho_q \mathbf{g} + \sum_{p=1}^n (\mathbf{R}_{pq} + m_{pq} \mathbf{v}_{pq} - m_{qp} \mathbf{v}_{qp}) + F \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

P – давление (Па); $\boldsymbol{\tau}_q$ – тензор напряжений для фазы q ;

$\mathbf{g} = (g_1, g_2, g_3)$ – ускорение свободного падения (м/с²);

\mathbf{R}_{pq} – объемная сила межфазного трения (Н/м³);

F – дополнительные межфазные силы; \mathbf{v}_{pq} и \mathbf{v}_{qp} таковы, что

$$\mathbf{v}_{pq} = \begin{cases} \mathbf{v}_p, & m_{pq} \geq 0, \\ \mathbf{v}_q, & m_{pq} < 0, \end{cases} \quad \text{и} \quad \mathbf{v}_{qp} = \begin{cases} \mathbf{v}_q, & m_{qp} \geq 0, \\ \mathbf{v}_p, & m_{qp} < 0. \end{cases}$$

И, наконец, уравнения энергии для многофазного течения записываются в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q h_q) + \operatorname{div}(\alpha_q \rho_q \mathbf{v}_q h_q) - \alpha_q \frac{dP}{dt} = \nabla \cdot (\alpha_q \lambda_q \nabla T_q) + \\ & + \alpha_q \boldsymbol{\tau}_q : \nabla \mathbf{v}_q + \sum_{p=1}^n (Q_{pq} + m_{pq} h_{pq} - m_{qp} h_{qp}) \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

h_q – удельная энтальпия фазы q (Дж/кг);

λ_q – коэффициент теплопроводности фазы q (Вт/(м·К));

T_q – температура фазы q (К);

Q_{pq} – объемная мощность теплопереноса из фазы p в фазу q (Вт/м³);

h_{pq}, h_{qp} – энтальпия межфазной поверхности (Дж/кг).

Для замыкания записанной системы уравнений (1)–(3) требуется описать все межфазные взаимодействия (массообмен, теплообмен, межфазное трение) в терминах переменных, присутствующих в этих уравнениях, а также определить зависимость плот-

ностей, энтальпий и их производных от температур и давления:

$$\rho_q = \rho_q(P, T_q), \lim_{x \rightarrow \infty} h_q = h_q(P, T_q),$$

$$\frac{\partial \rho_q}{\partial P}(P, T_q), \frac{\partial \rho_q}{\partial T_q}(P, T_q),$$

$$\frac{\partial h_q}{\partial P}(P, T_q), \frac{\partial h_q}{\partial T_q}(P, T_q) \quad (4)$$

После учета всех замыкающих соотношений может быть получено решение относительно независимых переменных $(P, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n, T_1, \dots, T_n)$.

Межфазное трение

Учитывается добавлением в правую часть уравнения движения для фазы q члена

$$\sum_{p=1}^n \mathbf{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq}(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_q) \quad (5)$$

Здесь $K_{pq} (= K_{qp})$ – коэффициент межфазного обмена импульсом. В общем виде формула для этого коэффициента записывается как

$$K_{pq} = \frac{\rho_p f}{6\tau_p} d_p a_i \quad (6)$$

где f – функция трения, τ_p – время релаксации,

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_q} \quad (7)$$

Функция трения может находиться множеством способов. Простейший из них – постоянный коэффициент трения. В ПК ЛОГОС помимо функции трения с постоянным коэффициентом реализованы функции трения по моделям Шиллера – Науманна [3], Морси – Александра [4], Вонга [5] и симметричная модель. Опустим здесь подробное описание каждой модели в виду множества коэффициентов в них.

Тестирование

Задача об ускорении капель воды воздушным потоком

В движущийся с постоянной скоростью поток воздуха впрыскиваются водяные капли. Необходимо исследовать изменение скорости капель, увлекаемых потоком.

В данном случае непрерывная фаза – это воздух, движущийся со скоростью 5 м/с, а дисперсная фаза – вода, движущаяся со скоростью 1 м/с. Диаметр частиц воды равен 0,0005 м.

Целью данной задачи является исследование ускорения дисперсной фазы благодаря влекущей силе

непрерывной фазы. Геометрия задачи представлена на рис. 1.

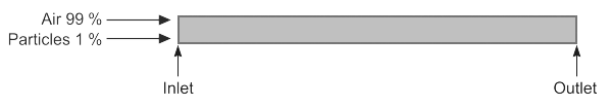


Рис. 1. Геометрия задачи

В данной задаче моделируется многофазное ламинарное течение. Концентрация воды берется равной 1%. Расчет производится в стационарном режиме до сходимости, точность получаемого решения была задана равной 10^{-6} .

Расчеты проводились с использованием разных моделей межфазного трения. В табл. 1 приведены полученные значения скорости воды в выходном сечении.

Таблица 1

Скорость воды в выходном сечении

Модель трения	Скорость воды в выходном сечении канала, м/с
Постоянное трение, коэффициент 0,44	3,0832
Шиллер – Науманн	3,7469
Морси – Александр	3,7289
Вонг	3,3110
Симметричная модель	4,4345

Видно, что выбор модели межфазного трения сильно влияет на итоговую скорость, поэтому очень важно использовать модель, наиболее подходящую конкретной задаче. Возможно, далее при расчете производственных задач понадобится реализация и других моделей межфазного трения, учитывающих особенности течения.

Задача о разделении фаз в поле силы тяжести

Целью данной задачи является моделирование отстаивания двухфазной смеси в прямоугольном резервуаре. Предполагается, что смесь внутри резервуара на 90% состоит из воды и на 10% – из воздуха. Из-за действия сил гравитации более тяжелая фаза концентрируется у основания резервуара, так происходит оседание. На конечный момент времени более тяжелая фаза полностью заполнит нижнюю часть резервуара, два вещества разделят расчетную область согласно значению объемной доли каждого вещества. Геометрия задачи и предполагаемый результат представлены на рис. 2.

В данной задаче моделируется многофазное ламинарное течение. Расчет производится в нестационарном режиме до 12 секунд с шагом 0,02 секунды. На рис. 3 представлено распределение объемной доли несущей фазы на моменты времени

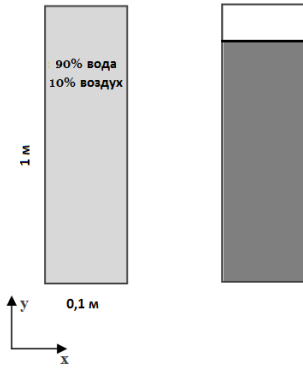


Рис. 2. Геометрия задачи

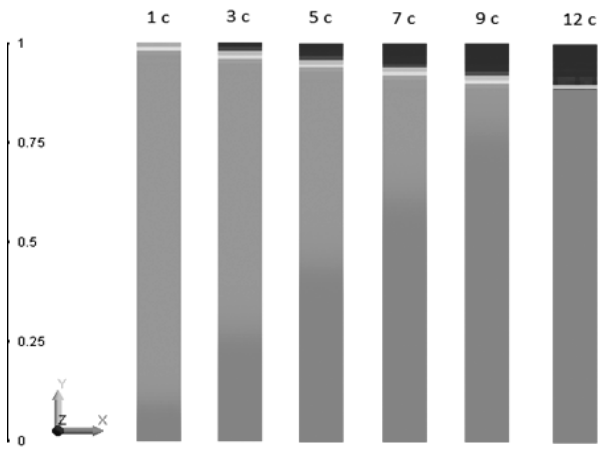


Рис. 3. Распределение концентрации воды на разные моменты времени

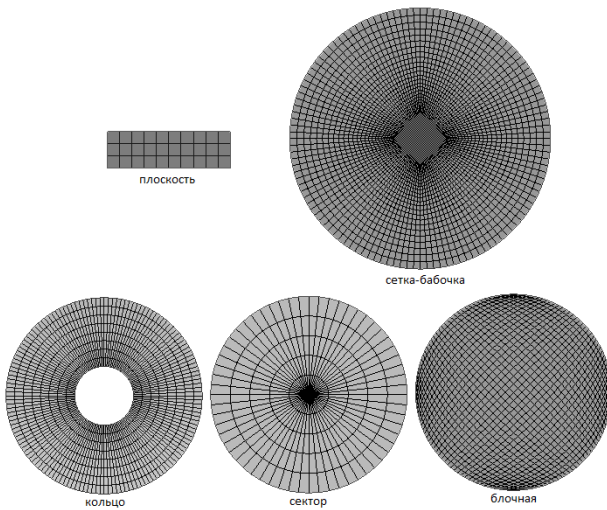


Рис. 4. Поперечное сечение расчетных сеток

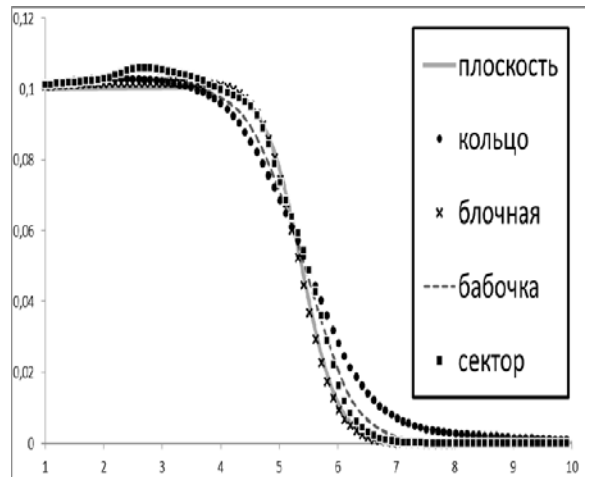


Рис. 5. Зависимость концентрации воздуха от времени в центральном сечении резервуара

1 секунда, 3 секунды, 5 секунд, 7 секунд, 9 секунд и 12 секунд соответственно.

Далее было проведено исследование влияния сетки на результаты моделирования. Рассмотрено 3 различных геометрии: «плоскость», «кольцо» и «цилиндр». Также на цилиндре было построено 3 различных типа сеток: «сектор», «блочная» и «сетка-бабочка». Для более наглядного представления поперечное сечение расчетных сеток показано на рис. 4.

На рис. 5 приведена зависимость средней по сечению концентрации воздуха от времени в центральном сечении резервуара для всех рассматриваемых типов сеток.

Наибольшее отклонение результатов наблюдается на сетке «кольцо», что, скорее всего, связано с влиянием дополнительной внутренней стенки.

Задача о моделировании выхода газа через полупроницаемую стенку

В прямоугольный резервуар с текущей водой через отверстия снизу подается воздух. Верхняя стенка проницаема для воздуха, но непроницаема для воды. В данной задаче учитывается сила тяжести и используется $k-\epsilon$ модель турбулентности для многофазных течений. Геометрия задачи приведена на рис. 6.

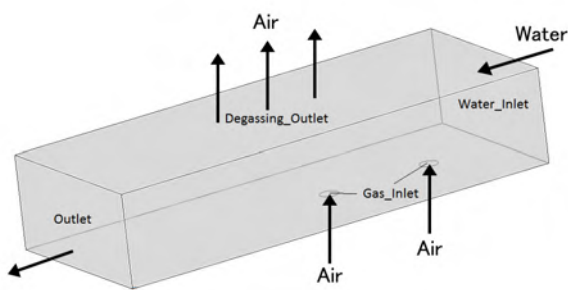


Рис. 6. Геометрия задачи и границы

Подобные процессы, т. е. всплытие газа в жидкости лежит в основе работы ряда промышленных установок, например, в барботажных колоннах, при аэрации, кипении, дистилляции и абсорбции.

Расчет производится в стационарном режиме до 1000 итераций. Задача считалась с двумя моделями трения: Шиллера – Науманна и Вонга. На рис. 7 представлен профиль распределения концентрации воздуха в продольном сечении резервуара. На рис. 8 показан массовый расход пузырьков воздуха, выходящих через полупроницаемую границу резервуара в различных постановках. В табл. 2 представлены численные значения массового потока воздуха на всех границах и общий дисбаланс массы в системе, по которому можно судить о сходимости задачи.

Из рисунков 7, 8 видно, что выбор модели межфазного трения существенно влияет на результаты моделирования.

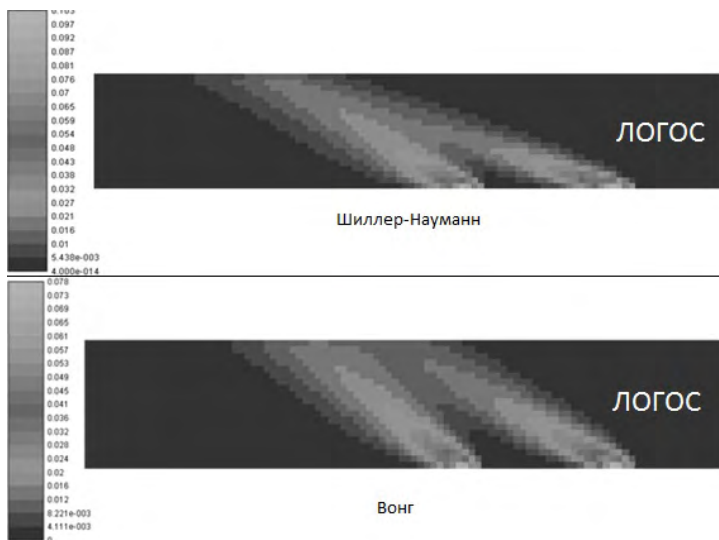


Рис. 7. Распределение концентрации воздуха в продольном сечении резервуара

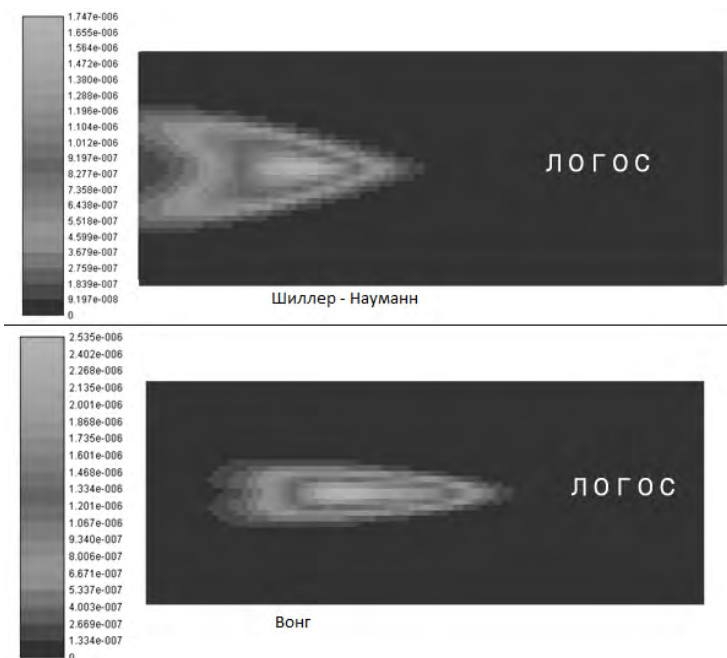


Рис. 8. Массовый расход воздуха [кг/с] на полупроницаемой границе

Массовый поток воздуха и дисбаланс

Межфазное трение	Границы				Дисбаланс	%
	Degassing Outlet	Gas Inlet	Outlet	Water Inlet		
Шиллер – Науманн	3.84063e-04	-4.337e-04	4.9694e-05	-2.9603e-13	1.4003e-09	3.228e-04
Вонг	4.33128e-04	-4.337e-04	6.3216e-07	-2.9603e-13	1.1647e-09	2.685e-04

Заключение

Проведенные расчеты двухфазных течений подтверждают работоспособность модуля эйлеровой многофазности ПК «ЛОГОС» по следующим показателям:

- выполнение законов сохранения массы и импульса;
- корректный учет внешних сил (гравитация);
- корректный учет влияния турбулентности (k-ε модель);
- корректный учет внутренних взаимодействий (межфазное трение).

В дальнейшем планируется расширять круг решаемых задач, ориентируясь на практически значимые постановки.

Литература

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред (в 2-х частях) – М.: Наука, 1987.
2. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения – Издательство «Мир», Москва, 1972.
3. Schiller L. and Naumann Z., Ver Z. Deutsch. Ing. 77. 318. 1935
4. Morsi S. A., Alexander A. J. An Investigation of Particle Trajectories in Two-Phase Flow Systems / J. Fluid Mech., September 26, 1972. 55(2). 193–208.
5. Wang C. Y., Cheng P. A multiphase mixture model for multiphase, multicomponent transport in capillary porous media – I. Model development. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1996. 39/17 (3607-3618).