

УДК 539.3

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

*Н. А. Абросимов, А. В. Елесин*

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,  
Нижний Новгород

В рамках прикладной теории оболочек сформулирована энергетически согласованная разрешающая система уравнений и разработан численный метод, позволяющий на основе явной вариационно-разностной схемы решать как квазистатические, так и динамические задачи нелинейного неосесимметричного деформирования и потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек. Квазистатический режим нагружения моделируется заданием внутреннего давления в виде линейно растущей функции с выходом на стационарное значение в течение трех периодов колебаний композитной цилиндрической оболочки по низшей форме. Критический уровень нагрузки потери устойчивости определяется по характерному излому на кривой зависимости: максимальный прогиб – амплитуда воздействия. Адекватность разработанного метода подтверждена сравнением результатов расчетов и экспериментальных данных. Для различных структур армирования проведен анализ характерных пространственных конфигураций и критических нагрузок потери устойчивости стеклопластиковых цилиндрических оболочек в зависимости от величины предварительного нагружения квазистатическим внутренним давлением и последующего динамического нагружения внешним давлением в широком скоростном диапазоне.

*Ключевые слова:* материалы композитные, оболочки цилиндрические, деформирование нелинейное, устойчивость, методы численные, нагрузки квазистатические и динамические.

### Введение

Для рационального использования широких возможностей композитных материалов необходимо всестороннее исследование их динамического деформирования и потери устойчивости элементов конструкций из композитных материалов при совместных квазистатических и динамических воздействиях.

Известные в этом направлении исследования посвящены, в основном, анализу нелинейного поведения и потери устойчивости цилиндрических оболочек из традиционных изотропных материалов [1–7]. В статье [1] приведены результаты экспериментально-теоретического исследования области неустойчивости стальной цилиндрической оболочки при импульсном нагружении внешним давлением в комбинации с внешним (или внутренним) статическим давлением. В [2] представлены результаты экспериментальных исследований влияния внутреннего статического давления и скорости нагружения на устойчивость алюминиевых цилиндрических оболочек при импульсном нагружении внешним давлением.

Экспериментальный анализ выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек при локальном импульсном нагружении внешним давлением и различных значениях усилий осевого статического сжатия представлен в [3]. Численное исследование процесса потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек при динамических нагрузках рассматривались в работах [4–8].

Однако нелинейные пространственные задачи динамического деформирования и потери устойчивости предварительно нагруженных композитных цилиндрических оболочек исследованы явно недостаточно [4].

Цель данного исследования – разработка методики компьютерного моделирования нелинейного нестационарного деформирования и потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек при комбинированных квазистатических и динамических воздействиях.

## 1. Постановка и метод решения задачи

Рассмотрим цилиндрическую оболочку, образованную перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала, в ортогональной криволинейной системе координат  $\alpha_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ), совпадающей с линиями главных кривизн и внешней нормалью к внутренней поверхности оболочки. Коэффициенты Ламе рассматриваемой оболочки  $H_1 = 1$ ,  $H_2 = 1 + k_2 \alpha_3$ ,  $H_3 = 1$ , главные кривизны  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = \frac{1}{R}$ , где  $R$  – радиус внутренней поверхности оболочки.

Компоненты нелинейного тензора деформаций прикладной теории цилиндрических оболочек определяются на основе простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости [9]:

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{1}{H_1} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{13}^2 / 2 + \alpha_3 \chi_{11}), \\ e_{12} &= \frac{1}{H_1} [\varepsilon_{12} + \varepsilon_{13} \varepsilon_{23} / 2 + \alpha_3 \chi_{12}] + \frac{1}{H_2} [\varepsilon_{21} + \varepsilon_{13} \varepsilon_{23} / 2 + \alpha_3 \chi_{21}], \\ e_{13} &= \frac{1}{H_1} (\varphi_1 + \varepsilon_{13}), \\ (1 \leftrightarrow 2) \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + k_1 u_3, \quad \chi_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha_1}, \\ \varepsilon_{12} &= \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1}, \quad \chi_{12} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha_1}, \\ \varepsilon_{13} &= \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1, \\ (1 \leftrightarrow 2) \end{aligned} \quad (2)$$

$u_i(\alpha_1, \alpha_2, t)$  ( $i = \overline{1,3}$ ) – перемещения точек внутренней поверхности в направлениях осей  $\alpha_i$ ,  $\varphi_j$  ( $j = \overline{1,2}$ ) – углы поворота нормали к внутренней поверхности.

Символ  $(1 \leftrightarrow 2)$ , находящийся один в строке, означает, что каждое приведенное выше соотношение дополняется еще одним соотношением путем замены индексов 1 на 2, 2 на 1. Указанный символ, расположенный в строке с соотношениями, означает ту же операцию с соотношениями этой строки.

Физические соотношения элементарного слоя формулируются с учетом гипотез прикладной теории оболочек в следующем виде [10]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \left( A_{11} - \frac{A_{13}^2}{A_{33}} \right) e_{11} + \left( A_{12} - \frac{A_{13} A_{23}}{A_{33}} \right) e_{22}, \\ \sigma_{12} &= A_{66} e_{12}, \\ (1 \leftrightarrow 2), \\ \sigma_{13} &= A_{44} e_{13}, \quad \sigma_{23} = A_{55} e_{23}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $A_{mn}$  – жесткости однонаправленного слоя, которые вычисляются через модули упругости и коэффициенты Пуассона элементарного слоя и являются ступенчато изменяющимися функциями переменной  $\alpha_3$ .

Определяющие соотношения в изотропной оболочке формулируются на основе дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением [11]

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{2(1+\nu)} e'_{ij}, \\ e_{ij} &= e'_{ij} + e''_{ij}, \quad e = e_{11} + e_{22} + e_{33}, \quad \dot{e}_{ij} = \dot{\gamma} S_{ij}, \quad \sigma = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3, \\ \sum_{i,j=1}^3 S_{ij} S_{ij} &= 2/3 \sigma_*^2, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} - \rho_{ij}, \quad \rho_{ij} = 2g e''_{ij}, \quad e''_{ij} = \int_0^t \dot{e}''_{ij} dt,\end{aligned}\quad (4)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $e'_{ij}$ ,  $e''_{ij}$  – упругие и пластические компоненты тензора деформации;  $\delta_{ij}$  – тензор Кронекера;  $\sigma_*$ ,  $g$  – предел текучести и модуль упрочнения материала;  $\dot{\gamma}$  – скалярный параметр.

Энергетически согласованная система уравнений движения прикладной теории цилиндрических оболочек выводится из условия минимизации функционала полной энергии оболочки, который для цилиндрической оболочки, нагруженной динамическим внутренним (внешним) давлением, запишем в виде [11]:

$$\begin{aligned}& \iint_S \left[ N_{11} \frac{\partial(\delta u_1)}{\partial \alpha_1} + N_{21} \frac{\partial(\delta u_1)}{\partial \alpha_2} + N_{22} \frac{\partial(\delta u_2)}{\partial \alpha_2} + N_{12} \frac{\partial(\delta u_2)}{\partial \alpha_1} - N_{23}^* k_2 \delta u_2 + \right. \\ & + N_{13}^* \frac{\partial(\delta u_3)}{\partial \alpha_1} + N_{23}^* \frac{\partial(\delta u_3)}{\partial \alpha_2} + N_{22} k_2 \delta u_3 + M_{11} \frac{\partial(\delta \varphi_1)}{\partial \alpha_1} + M_{21} \frac{\partial(\delta \varphi_1)}{\partial \alpha_2} + Q_{13} \delta \varphi_1 + \\ & + M_{22} \frac{\partial(\delta \varphi_2)}{\partial \alpha_2} + M_{12} \frac{\partial(\delta \varphi_2)}{\partial \alpha_1} + Q_{23} \delta \varphi_2 \left. \right] d\alpha_1 d\alpha_2 + \iint_S \left[ (\bar{B}_{11} \ddot{u}_1 + \bar{B}_{12} \dot{\varphi}_1) \delta u_1 + (\bar{B}_{11} \ddot{u}_2 + \bar{B}_{12} \dot{\varphi}_2) \delta u_2 + \right. \\ & \left. + \bar{B}_{11} \ddot{u}_3 \delta u_3 + (\bar{B}_{22} \dot{\varphi}_1 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_1) \delta \varphi_1 + (\bar{B}_{22} \dot{\varphi}_2 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_2) \delta \varphi_2 \right] d\alpha_1 d\alpha_2 - \iint_S F_3 \delta u_3 d\alpha_1 d\alpha_2 = 0,\end{aligned}\quad (5)$$

$$\text{где} \quad (N_{11}, N_{12}, M_{11}, M_{12}, Q_{13}) = \int_0^h (\sigma_{11}, \sigma_{12}, \alpha_3 \sigma_{11}, \alpha_3 \sigma_{12}, \sigma_{13}) H_2 d\alpha_3,$$

$$N_{13}^* = Q_{13} + N_{11} \varepsilon_{13} + N_{12} \varepsilon_{23}, \quad (1 \leftrightarrow 2)$$

$$\bar{B}_{11} = \rho(h + k_2 h^2 / 2); \quad \bar{B}_{22} = \rho(h^3 / 3 + k_2 h^4 / 4); \quad \bar{B}_{12} = \bar{B}_{21} = \rho(h^2 / 2 + k_2 h^3 / 3),$$

$S$  – внутренняя поверхность оболочки,  $F_3$  – нагрузка по направлению координатной оси  $\alpha_3$ ,  $\rho$  – плотность материала оболочки,  $h$  – толщина оболочки.

Усилия и моменты в соотношениях (5) можно представить через обобщенные деформационные характеристики  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{12}$ ,  $\varepsilon_{21}$ ,  $\varepsilon_{13}$ ,  $\varepsilon_{23}$ ,  $\chi_{11}$ ,  $\chi_{22}$ ,  $\chi_{12}$ ,  $\chi_{21}$  внутренней поверхности оболочки в виде [12]:

$$\begin{aligned}N_{11} &= B_{11} \bar{\varepsilon}_{11} + B_{12} \bar{\varepsilon}_{22} + C_{11} \chi_{11} + C_{12} \chi_{22}, \\ N_{12} &= B_{33}^{11} \bar{\varepsilon}_{12} + B_{33}^{12} \bar{\varepsilon}_{21} + C_{33}^{11} \chi_{12} + C_{33}^{12} \chi_{21}, \\ M_{11} &= C_{11} \bar{\varepsilon}_{11} + C_{12} \bar{\varepsilon}_{22} + D_{11} \chi_{11} + D_{12} \chi_{22}, \\ M_{12} &= C_{33}^{11} \bar{\varepsilon}_{12} + C_{33}^{12} \bar{\varepsilon}_{21} + D_{33}^{11} \chi_{12} + D_{33}^{12} \chi_{21}, \\ Q_{13} &= K_1 (\varepsilon_{13} + \varphi_1), \\ &(1 \leftrightarrow 2),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{11} &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{13}^2 / 2, & \bar{\varepsilon}_{12} &= \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}\varepsilon_{23} / 2 & (1 \leftrightarrow 2), \\ B_{jj} &= I_{jj}^{(0)}, & B_{12} &= B_{21} = J_{12}^{(0)}, & C_{jj} &= I_{jj}^{(1)}, & C_{12} &= C_{21} = J_{12}^{(1)}, \\ B_{33}^{jj} &= I_{33,jj}^{(0)}, & B_{33}^{12} &= B_{33}^{21} = J_{33}^{(0)}, & C_{33}^{jj} &= I_{33,jj}^{(1)}, & C_{33}^{12} &= C_{33}^{21} = J_{33}^{(1)}, \\ D_{jj} &= I_{jj}^{(2)}, & D_{12} &= D_{21} = J_{12}^{(2)}, & D_{33}^{jj} &= I_{33,jj}^{(2)}, & D_{33}^{12} &= D_{33}^{21} = J_{33}^{(2)}, \\ K_j &= h^2 \left[ \sum_{\kappa=1}^K \frac{H_j^{(\kappa)} h_{\kappa}}{A_{j+3j+3}^{(\kappa)}} \right]^{-1} & (j=1,2), & H_1^{(\kappa)} &= \frac{(1 + \bar{h}_{\kappa} k_1)}{(1 + \bar{h}_{\kappa} k_2)} & (1 \leftrightarrow 2), \\ h_{\kappa} &= z_{\kappa} - z_{\kappa-1}, & \bar{h}_{\kappa} &= (z_{\kappa} + z_{\kappa-1}) / 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{11}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{11}^{(\kappa)} H_2^{(\kappa)} (z_{\kappa}^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}), \\ I_{33,11}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{33}^{(\kappa)} H_2^{(\kappa)} (z_{\kappa}^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}), \\ J_{12}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{12}^{(\kappa)} (z_{\kappa}^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}), \\ J_{33}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{33}^{(\kappa)} (z_{\kappa}^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}) & (i=0,1,2), \\ & (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned}$$

$A_{ij}^{(\kappa)}$  – эффективные жесткостные характеристики элементарного слоя, которые вычисляются через модули упругости и коэффициенты Пуассона;  $z_{\kappa}$  – координаты слоев, отсчитываемые от внутренней поверхности оболочки,  $K$  – число слоев.

Минимизация функционала полной энергии оболочки (5) позволяет получить систему уравнений движения

$$\begin{aligned} L_1(N) &= \bar{B}_{11}\ddot{u}_1 + \bar{B}_{12}\ddot{\phi}_1; & L_2(N) + N_{13}^* k_2 &= \bar{B}_{11}\ddot{u}_2 + \bar{B}_{12}\ddot{\phi}_2, \\ L_1(M) - Q_{13} &= \bar{B}_{22}\ddot{\phi}_1 + \bar{B}_{21}\ddot{u}_1; & L_2(M) - Q_{23} &= \bar{B}_{22}\ddot{\phi}_2 + \bar{B}_{21}\ddot{u}_2, \\ L_1(T) &= \frac{\partial T_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial T_{21}}{\partial \alpha_2}, & (1 \leftrightarrow 2) \\ \frac{\partial N_{13}^*}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial N_{23}^*}{\partial \alpha_2} - k_2 N_{22} + F_3 &= B_{11}\ddot{u}_3, \end{aligned} \quad (6)$$

и естественные граничные условия, которые для обеспечения полного закрепления края необходимо принять

$$u_1 = u_2 = u_3 = \phi_1 = \phi_2 = 0. \quad (7)$$

Дополняя соотношения (6), (7) необходимым числом начальных условий

$$\begin{aligned} u_i(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= u_i^0(\alpha_1, \alpha_2), & \phi_j(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= \phi_j^0(\alpha_1, \alpha_2), \\ \dot{u}_i(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= \dot{u}_i^0(\alpha_1, \alpha_2), & \dot{\phi}_j(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= \dot{\phi}_j^0(\alpha_1, \alpha_2) & (i=1,3; j=1,2), \end{aligned}$$

получим полную систему уравнений для анализа нелинейных волновых процессов деформации и потери устойчивости цилиндрических оболочек, полученных укладкой элементарных слоев однонаправленного композитного материала.

Критическая нагрузка потери устойчивости определяется по характерному излому на кривой амплитуда воздействия – максимальный прогиб.

Разработан комплексный численный метод, позволяющий в рамках явной вариационно-разностной схемы решать как квазистатические, так и динамические задачи нелинейного неосесимметричного деформирования и потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек [11, 13]. При проведении расчетов использовалась технология MPI (Message Passing Interface), которая позволяет значительно повысить эффективность решения задач. При этом квазистатический режим нагрузки моделируется заданием внутреннего давления в виде линейно растущей функции с выходом на стационарное значение в течение трех периодов колебаний композитной цилиндрической оболочки по низшей форме.

## 2. Результаты исследования

Обоснование достоверности и точности предлагаемой методики осуществлялась путем сопоставления численных расчетов с экспериментальными данными [2] по динамической устойчивости изотропных цилиндрических оболочек, предварительно нагруженных внутренним давлением и последующим динамическим внешним давлением с различными скоростями, при этом внешнее давление было равномерно распределено по всей поверхности оболочки.

Геометрические и физико-механические параметры материала оболочки были равны:  $R/h = 104$ ;  $h = 0,0005$  м;  $L/R = 1,9$ ;  $E = 73$  ГПа;  $\nu = 0,3$ ,  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma_* = 0,37$  ГПа;  $g = 0,6$  ГПа,  $L$  – длина образующей оболочки.

Статическое внутреннее давление создавалось сжатым воздухом, а динамическое давление осуществлялось в результате электрогидравлического разряда при подрыве калиброванных медных проволок [2]. При этом закрепление краев оболочки было близко к жесткому защемлению.

На рис. 1 приведены экспериментальные и расчетные зависимости коэффициента динамичности  $K = \frac{F_3^*}{F_3^0}$  от скорости нагружения динамическим внешним давлением  $\dot{F}_3^+$  ( $F_3^*$ ,  $F_3^0$  – критические нагрузки потери устойчивости при динамическом и статическом внешнем давлении соответственно). Приведенные результаты получены при статическом внутреннем давлении  $F_3^-$ , которое в безразмерном виде определяется выражением  $\bar{F}_3^- = \frac{F_3^-}{E} \left( \frac{R}{h} \right)^2$  и в данном случае равно  $\bar{F}_3^- = 0,07$ .

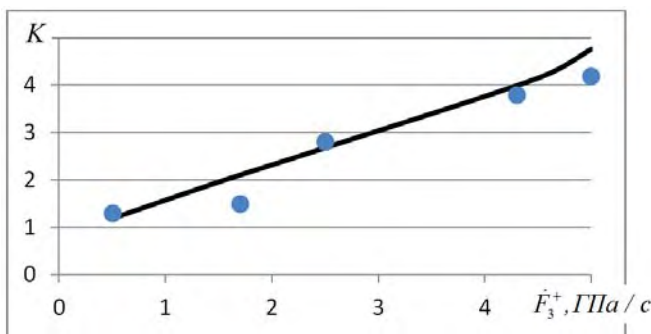


Рис. 1. Зависимость коэффициента динамической перегрузки от скорости нагружения (точки – эксперимент [2], кривая – расчет по данной методике)

Полученные результаты свидетельствуют о хорошем соответствии расчетов и экспериментальных данных.

Далее рассматривалась цилиндрическая оболочка, выполненная из композитного материала со следующими геометрическими и физико-механическими параметрами материала:  $R = 0,072$  м;  $R/h = 112$ ;  $L/R = 2,22$ ;  $E_1 = 200$  ГПа;  $E_2 = E_1/30$ ;  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = E_2 / 2$ ;  $\nu_{12} = 0,25$ ,  $\rho = 1800$  кг/м<sup>3</sup>.

Результаты исследования влияния угла армирования и предварительного статического нагружения внутренним давлением на процесс потери устойчивости оболочки при последующем нагружении динамическим внешним давлением с различными скоростями, равномерно распределенным по всей поверхности оболочки, представлены на рис. 2, 3.

На рис. 2 показаны абсолютные значения максимальных прогибов  $U_3^*$  оболочки во времени для различных углов армирования и скоростей динамического внешнего давления, предварительно нагруженных внутренним статическим давлением  $\bar{F}_3^- = \frac{F_3^-}{E_{11}} \left( \frac{R}{h} \right)^2$ .

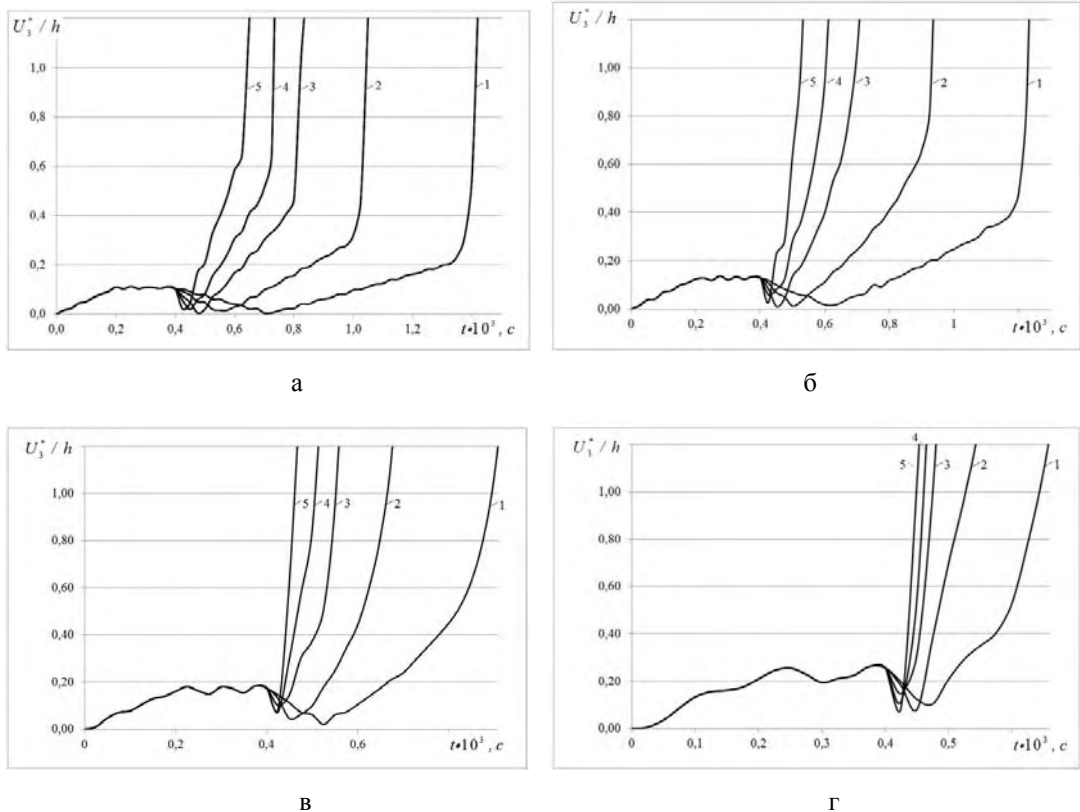


Рис. 2. Абсолютные значения максимального прогиба оболочки от времени с учетом предварительного внутреннего статического давления  $\bar{F}_3^- = 0,1$  для скоростей динамического внешнего давления: 5 ГПа/с (1); 10 ГПа/с (2); 20 ГПа/с (3); 30 ГПа/с (4); 50 ГПа/с (5) и углах армирования: 90° (а); 60°(б); 45° (в); 30° (г) относительно образующей оболочки соответственно

Из рис. 2 видно, что угол армирования и скорость динамического внешнего давления оказывают существенное влияние на величину критической нагрузки потери устойчивости.

Деформированные конфигурации оболочек, иллюстрирующие влияние угла армирования на характер потери устойчивости при квазистатическом и динамическом нагружении со скоростью 5 ГПа/с как нагруженных предварительной нагрузкой, так и без нее, представлены на рис. 3.

При квазистатическом деформировании оболочки с ярко выраженной анизотропией теряют устойчивость с образованием вмятин втянутых вдоль образующей, а потеря устойчивости оболочки армированной под углом 45° носит гофрообразный характер с более высокой величиной гофра вблизи закрепленных краев.

Для динамического нагружения оболочки с армированием 90° характерна потеря устойчивости в виде двух рядов вмятин вдоль образующей оболочки и ребра жесткости в средней части оболочки. Потеря устойчивости оболочек с армированием 60 и 45° обусловлена вмятинами вдоль всей

образующей оболочки и увеличением их числа по окружности для оболочки, армированной под углом  $45^\circ$ . Конфигурация потери устойчивости оболочки, армированной под углом  $30^\circ$ , имеет гофрообразный характер.

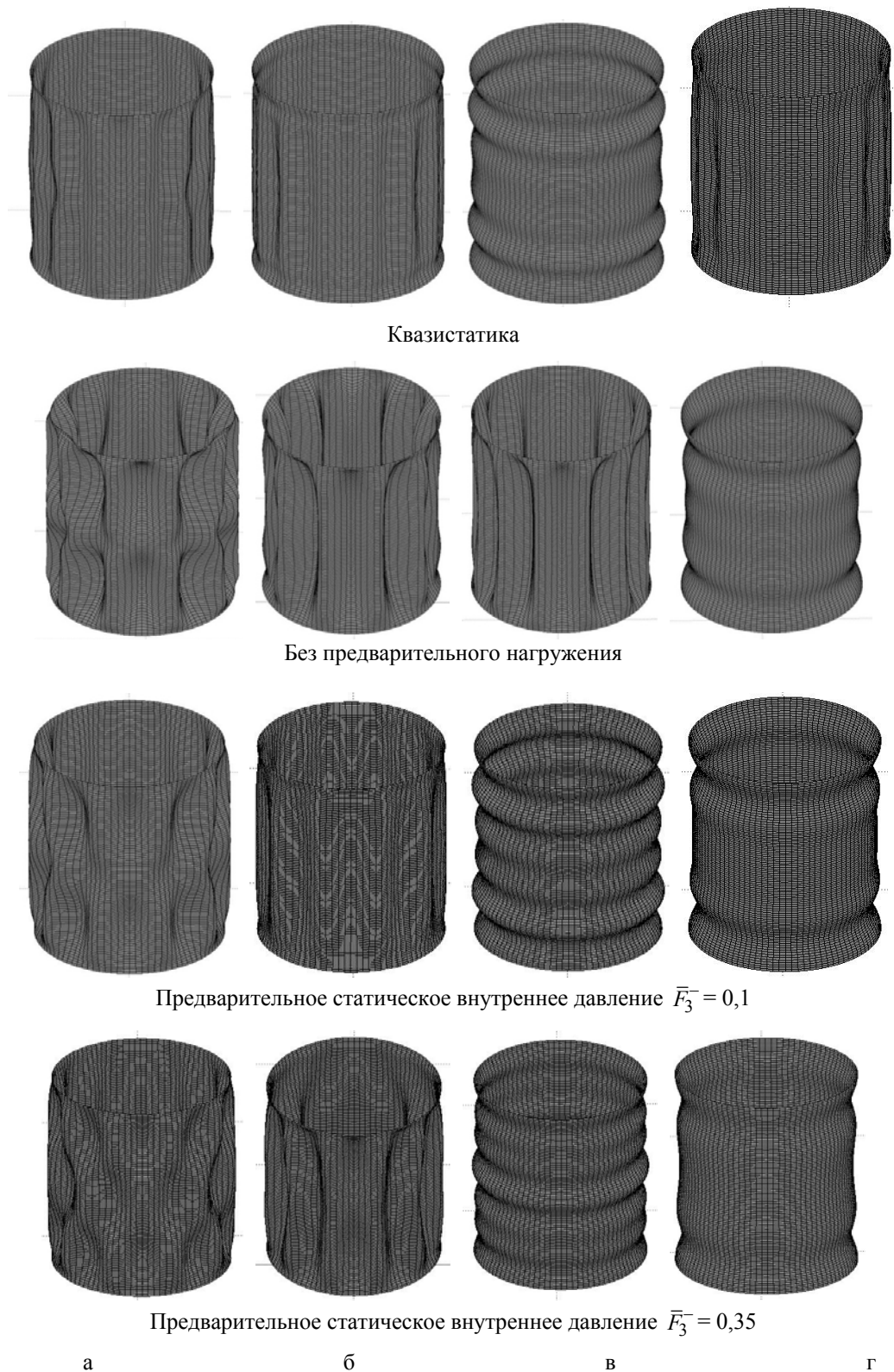


Рис. 3. Характерные формы потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек: для разных углов армирования:  $90^\circ$ (а);  $60^\circ$ (б);  $45^\circ$ (в);  $30^\circ$ (г) относительно образующей оболочки

Оболочки, подвергающиеся действию комбинированных квазистатических и динамических нагрузок с армированием под углом  $90^\circ$ , теряют устойчивость с образованием двух и трех рядов вмятин при внутреннем давлении  $\bar{F}_3^- = 0,1$  и  $\bar{F}_3^- = 0,35$  соответственно. Оболочки, армированные под углом  $60^\circ$ , теряют устойчивость с образованием вмятин, вытянутых вдоль образующей оболочки. Для оболочек с армированием  $45^\circ$  характерна гофрообразная форма потери устойчивости, причем число гофров увеличивается по мере роста внутреннего статического давления. Конфигурация потери устойчивости оболочек, армированных под углом  $30^\circ$ , характеризуется образованием кольцевых складок вблизи закреплённых торцов оболочки.

Сравнительный анализ деформированных конфигураций оболочек в процессе потери устойчивости показал их качественные различия при статическом и динамическом нагружениях. При варьировании углом армирования происходит трансформация характерных форм потери устойчивости оболочки от конфигурации с вмятинами вытянутыми вдоль образующей оболочки до гофрообразной формы.

Увеличение скорости роста внешнего давления динамически нагруженных композитных цилиндрических оболочек приводит к увеличению числа волн как в окружном, так и продольном направлениях.

Из полученных результатов следует, что скорость нагружения, уровень предварительной статической нагрузки и угол армирования оказывают существенное влияние как на величину коэффициента динамической перегрузки, так и на характерные формы волнообразования в процессе потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек.

Проведено аналогичное исследование влияния предварительного осевого квазистатического нагружения на динамическую потерю устойчивости композитной цилиндрической оболочки, нагруженной импульсом внешнего давления. Анализ полученных результатов показал, что предварительное осевое нагружение значительно влияет на характерные формы потери устойчивости для структур армирования  $0 - 30$  градусов, при больших углах армирования формы потери устойчивости практически одинаковы. Для всех углов армирования предварительное растяжение-сжатие незначительно влияет на величину критического значения импульса внешнего давления (гораздо меньше, чем в случае предварительного статического нагружения внутренним давлением).

## Заключение

Проведенные исследования свидетельствуют о том, что внутреннее статическое давление приводит к существенному повышению критической нагрузки потери устойчивости цилиндрической оболочки. Характерный вид деформированной конфигурации в процессе потери устойчивости существенно зависит от угла армирования. Предварительное сжатие или растяжение оболочки существенно влияет на формы потери устойчивости для углов армирования  $0 - 30$  градусов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 18-08-01234, 19-08-00828).

## Литература

1. Маневич Л. И., Михайлов Г. В., Павленко И. Д., Прокопало Е. Ф. Исследование устойчивости оболочек при совместном действии статических и динамических нагрузок // Прикладная механика. – 1977. – Т. XIII, № 1. – С. 27 – 32.
2. Баскаков В. Н., Костоготов А. И., Швецова Л. А. Исследование динамической устойчивости гладких цилиндрических оболочек // Проблемы прочности. – 1982. – № 5. – С. 31 – 33.
3. Бендюков В. В., Дерюшев В. В. Динамическая коротковолновая неустойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек при локальном действии импульса внешнего давления // Проблемы прочности. – 1995. – № 4. – С. 36 – 43.



4. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. – Рига: Зинатне, 1987.
5. Викторов И. В., Товстик П. Е. Некоторые задачи устойчивости анизотропных цилиндрических оболочек // XIII Междунар. конф. «Современные проблемы механики сплошной среды»: сб. науч. тр. Ростов-на-Дону, 2009. Том I. – С. 57 – 62.
6. Jansen E. L. Dynamic stability problems of anisotropic cylindrical shells via a simplified analysis // *Nonlinear Dyn.* – 2005. – V. 39. – P 349 – 367.
7. Bisagni C. Dynamic buckling of fiber composite shells under impulsive axial compression // *Thin-Walled Struct.* – 2005. – V. 43. – P. 499 – 514.
8. Rahman T., Jansen E. L., Gürdal Z. Dynamic buckling analysis of composite cylindrical shells using a finite element based perturbation method // *Nonlinear Dynamics.* – 2011. – V. 66, no. 3. – P. 389 – 401.
9. Шаповалов Л. А. Об учете поперечного обжатия в уравнениях нелинейной динамики оболочек // *Известия РАН МТТ.* – 1997. – № 3. – С. 156 – 168.
10. Малмейстер А. К. Соппротивление полимерных и композитных материалов. / А. К. Малмейстер, В. П. Тамуж, Г. А. Тетерс. – Рига: Зинатне, 1980.
11. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002.
12. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: – Машиностроение, 1988.
13. Абросимов Н. А., Елесин А. В. Численный анализ динамического деформирования и потери устойчивости предварительно напряженных композитных цилиндрических оболочек // *Проблемы прочности и пластичности.* – 2017. – Т. 79, № 4. – С. 450 – 461.

## **COMPUTER SIMULATION OF THE STABILITY LOSS PROCESS OF PRESTRESSED COMPOSITE CYLINDRICAL SHELLS UNDER PULSED LOADING**

*N. A. Abrosimov, A. V. Yelesin*

Research Institute of mechanics, Nizhny Novgorod Lobachevsky State University,  
Nizhny Novgorod

Within the framework of the applied theory of shells, an energetically consistent resolving system of equations was formulated and a numerical method was developed that allows solving both quasistatic and dynamic problems of nonlinear nonaxisymmetric deformation and loss of stability of composite cylindrical shells on the basis of an explicit variational difference scheme. The quasi-static loading mode is modeled by setting the internal pressure in the form of a linearly growing function with a steady state value during three periods of oscillation of the composite cylindrical shell according to the lowest form. The critical level of load loss of stability is determined by the characteristic fracture on the dependence curve: the maximum deflection is the amplitude of the impact. The adequacy of the developed method is confirmed by comparing the results of calculations and experimental data. For various reinforcement structures, the analysis of characteristic spatial configurations and critical loads of buckling of fiberglass cylindrical shells was carried out depending on the magnitude of preloading with quasi-static internal pressure and subsequent dynamic loading with external pressure in a wide velocity range.

*Key words:* Composite materials, cylindrical shells, nonlinear deformation, stability, numerical methods, quasi-static and dynamic loads.