

УДК 519.635.6

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ФОРМИРОВАНИЯ КРИОГЕННОГО СЛОЯ D-T СМЕСИ В СФЕРИЧЕСКОМ КОНТЕЙНЕРЕ

Е. А. Веселова, Ю. Н. Дерюгин, В. М. Изгородин, Е. Ю. Соломатина

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, Саров

При замораживании газонаполненной микросферы, которая подвешивается на нити в контейнере, в результате влияния силы тяжести происходит несимметричное охлаждение мишени. Вследствие энерговыделения при распаде трития в D-T смеси происходит естественная симметризация твердой фазы D-T смеси в мишени. Для описания этого явления требуется создание многомерной расчетной модели. Целью данной работы является разработка экономичной методики расчета формирования криогенного слоя D-T смеси в микросфере на основе двумерного подхода и уравнений движения газовой фазы в приближении Буссинеска. Тепловая задача представляет собой задачу Стефана с фазовым переходом газ-твердое тело с выделением фронта фазового перехода на подвижной эйлеровой сетке. Расчетная методика построена на структурированных подвижных сетках. Методика реализована в рамках пакета программ ЛОГОС. Приводятся результаты расчетов формирования криогенного слоя для различных значений температур, размеров и материалов оболочки.

Ключевые слова: газовая динамика, приближение Буссинеска, теплоперенос, фазовый переход, программа, моделирование.

Введение

Разработка технологии получения криогенных мишеней для ЛТС требуется знание влияния температуры окружающих деталей камеры и остаточного газа на температурный режим самой мишени, толщину криогенного слоя и его распределения по внутренней поверхности микросферы. В работе [1] была создана одномерная расчетная модель процесса симметричного замораживания газонаполненной микросферы. Данная модель представляет собой задачу Стефана с двумя фазовыми переходами с учетом потенциального движения замораживаемого газа. С использованием созданной методики вычислены пространственно-временные распределения температуры внутри и вне сферы, скорость движения газа внутри сферы и время замораживания в широких пределах размеров микросфер, количества содержащегося в них газа и скорости охлаждения.

При замораживании газонаполненной микросферы, которая подвешивается на нити в контейнере, в результате влияния силы тяжести происходит не симметричное охлаждение мишени. В работах [2, 3] отмечается, что в следствии энерговыделения при распаде трития в D-T смеси происходит естественная симметризация твердой фазы D-T смеси в мишени. Описание этого явления требует создание многомерной расчетной модели. Целью данной работы является разработка экономичной методики расчета формирования криогенного слоя D-T смеси в микросфере на основе двумерного подхода и уравнений движения газовой фазы в приближении Буссинеска. Тепловая задача представляет собой задачу Стефана с фазовым переходом газ-твердое тело с выделением фронта фазового перехода на подвижной эйлеровой сетке. Термодинамические свойства веществ в рассматриваемом диапазоне температур приведены в [4]. Расчетная методика построена на структурированных подвижных сетках. Расчетный шаг расщепляется на два этапа. На первом этапе решаются уравнения движения газовой фазы, которые аппроксимируются неявной разностной схемой. На втором этапе решается внутренняя задача Стефана. Здесь используется алгоритм с выпрямлением фазового фронта.

Уравнение теплопереноса аппроксимируется неявной разностной схемой, которая записывается в дельта-форме, относительно приращения температуры. Системы разностных уравнений расщепляются по направлениям на одномерные системы, которые решаются методом прогонки. Методика реализована в рамках пакета программ ЛОГОС [5]. Приводятся результаты расчетов формирования криогенного слоя для различных значений температур, размеров и материалов оболочки.

Математическая модель

Расположение мишени в контейнере и типичное положение криогенного слоя внутри микросферы показано на рис. 1. Внешней частью (0) является сферический контейнер, внутри которого располагается сферическая оболочка (3) из полистирола или бериллия. Центры контейнера и оболочки совпадают. В области между ними (4) находится теплообменный газ (гелий). Внутри оболочки расположен неоднородный по толщине твёрдый слой (2) смеси дейтерий-тритий (D-T), замороженный на внутреннюю поверхность оболочки. В центральной части находится насыщенный пар (1) изотопов водорода (D-T смеси). Микросфера подвешена на нити (5) к сферическому контейнеру-термостату. Диаметр контейнера составляет 5 – 10 мм, диаметр оболочки – 1,5 – 3 мм.

При конденсации газообразного топлива газ движется к границе (R_1) разделяющей твердую и газообразную фазы D-T смеси. Скорость этого движения практически во много раз меньше скорость звука c . Поэтому давление внутри микросферы выравнивается очень быстро. Процесс конденсации происходит при давлении, равном давлению насыщенных паров при температуре, равной температуре внутренней стенки микросферы. Зависимости давления насыщения от температуры стенки аппроксимируются следующей формулой [4]:

$$p = \exp\left(-\frac{138,3}{T_S} + 1,479 \cdot \ln T_S + 0,9255\right), \quad (1)$$

где T_S – температура на границе газ-твёрдое тело.

Движения газовой фазы D-T смеси в области 1 описывается на основе уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска [6]. В этом приближении газ считается несжимаемым. Работа сил давления моделируется массовой силой определяемой перепадом температур. Исходные уравнения в цилиндрических координатах имеют вид:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{y \partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{y \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{y \partial y} \left(y \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \rho g \beta (T - T_0), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{y \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{y \partial y} \left(y \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right). \quad (4)$$

Здесь $\vec{g} = (-g_x, 0)$ – вектор силы тяжести, β – коэффициент теплового расширения, T^0 – среднее значение температуры в газовой области на текущий момент времени:

$$T^0 = \frac{\int \rho C_p T dV}{\int \rho C_p dV} \quad (5)$$

Изменение температуры в газовой фазе описывается уравнением сохранения энергии с учетом энерговыделения от поглощения нейтронов при распаде трития:

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} + C_{p u} \frac{\partial T}{\partial x} + C_{p v} \frac{\partial T}{y \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{y \partial y} \left(y \chi \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \Phi(\vec{R}, t) + q(\vec{R}, t). \quad (6)$$

Плотность, давление и температура в газовой фазе связаны уравнением состояния Ван-дер-Ваальса.

Удельная теплоемкость газообразной фазы D-T смеси (область 1 на рис. 1) в диапазоне характерного изменения температуры описываются [4]:

$$C_{P1}(T) = \rho_1 c_{P1}(T) = 0,1228 + 0,0207 \cdot T - 1,8825 \cdot 10^{-3} T^2 + 5,62 \cdot 10^{-5} T^3. \quad (7)$$

Зависимости от температуры коэффициента теплопроводности и динамической молекулярной вязкости для газообразной фазы D-T смеси определяются выражениями:

$$\chi_1 = -2,485 \cdot 10^{-7} + 6,894 \cdot 10^{-8} T - 1,61 \cdot 10^{-10} T^2; \quad (8)$$

$$\mu = \frac{8,1 \cdot 10^{-9} \sqrt{T}}{1 + \frac{27,89}{T}}. \quad (9)$$

Объемное тепловыделение в газе задается формулой:

$$q_1 = 1,216 \cdot 10^{-4} \frac{P}{T}. \quad (10)$$

Функция Φ описывает диссипацию энергии за счет работы вязких сил.

В области (2), отвечающей твердой фазе D-T смеси, изменение температуры описывается уравнением теплопроводности с учетом энерговыделения от поглощения нейтронов при распаде трития:

$$C_p \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y \chi \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q(\bar{R}, t). \quad (11)$$

Термодинамические свойства твердой фазы D-T смеси описываются зависимостями [4]:

$$C_{P2} = \rho_2 c_{P2} = \left(1,5 \cdot 10^{-3} - 3,6 \cdot 10^{-5} \cdot T \right) \cdot T^3, \quad (12)$$

$$\chi_2 = \frac{83,42}{T^{4,49}} \cdot \exp \left\{ -\frac{33,13}{T} \right\}. \quad (13)$$

Энергия от поглощения нейтронов при распаде трития задается выражением:

$$q_2 = 4,9 \cdot 10^{-4}. \quad (14)$$

В сферической оболочке (область 3) изменение температуры описывается уравнением теплопроводности (11) с учетом возможного выделения энергии от поглощения нейтронов образующихся при распаде трития. Здесь термодинамические свойства сферической оболочки из полистирола или бериллия в диапазоне характерного изменения температуры описываются зависимостями [4]: полистирол:

$$C_{P3} = -0,445 + 0,0693 \cdot T - 2,55 \cdot 10^{-4} \cdot T^2, \quad (15)$$

$$\chi_3 = 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot \left(1 + 0,0445 \cdot T - 2,05 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 \right); \quad (16)$$

бериллий:

$$C_{P3} = 4,16 \cdot 10^{-3} + 3,31 \cdot 10^{-6} \cdot T^3 - 16,3514 \cdot 10^{-9} \cdot T^4, \quad (17)$$

$$\chi_3 = 1,94 \cdot 10^{-4} \cdot T - 11,8146 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 - 4,3456 \cdot 10^{-8} \cdot T^3. \quad (18)$$

Условие возникновения конвекции определяется величиной произведения чисел Прандтля ($Pr = C_p \mu / \chi$) и Грасгофа ($Gr = g \rho^2 \ell^3 \Delta T / \mu^2$) [6]. Практически единственным газом, который может быть применен в качестве теплообменного при криогенном замораживании D-T смеси, является гелий при низком давлении ($p < 1$ Торр). Проведенная оценка чисел Прандтля и Грасгофа, для характерного размера полости $\ell = 1$ см привела к следующему диапазону изменения произведения этих чисел: $Pr \cdot Gr = 0,04 \div 4$. Согласно [6] условием возникновения конвекции между двумя параллельными твердыми плоскостями является условие: $Pr \cdot Gr > 1710$. Хотя для нашего случая (сфера

в сфере) условие более жесткое, можно, по-видимому, свободной конвекцией пренебречь. В этих предположениях газ гелий считается неподвижным, а изменение температуры в полости (1) описывается уравнением теплопроводности (11). Удельная объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности $\chi_4(T)$ определяются выражениями, зависящими от давления p_4 и температуры по следующим формулам:

$$C_{p4} = 2,481203 \cdot \frac{p_4}{T}, \quad (19)$$

$$\chi_4 = \frac{7,17 \cdot 10^{-7} \sqrt{T}}{\left(1 + \frac{3,43}{T}\right) \left(1 + \frac{1 - 0,0067 \cdot (T-4)}{1 + 0,0067 \cdot (T-4)}\right) \frac{1,31138 \cdot 10^{-7} \cdot T}{1 + \frac{3,43}{T}} \cdot \frac{T}{p_4}}. \quad (20)$$

В начальный момент времени во всех зонах задано распределение температуры, в частности, задана одинаковая температура.

В области (1) D-T смесь имеет начальное давление p_1^0 , которой определяется по формуле (1) при температуре конденсации $T_S = T_1^0$. Начальная плотность ρ_1 D-T смесь определяется по уравнению состояния при температуре и давлении, соответственно, T_1^0 и p_1^0 .

На границе сферического контейнера ($|\vec{R}| = R_4$) ставится граничное условие первого рода, когда задана температура, либо второго рода, когда задан тепловой поток. На границе зон твердой и газовой фаз D-T смеси ($|\vec{R}| = R_1$) выставляются условия описывающие поглощение количества тепла, затрачиваемого на фазовый переход:

$$\rho_2 \Delta h \left(\frac{d\vec{R}_1}{dt} \cdot \vec{n} \right) = \left(\chi_2 \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{|\vec{R}|=R_1^+} - \left(\chi_1 \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{|\vec{R}|=R_1^-}, \quad (21)$$

где Δh – удельная энтальпия фазового перехода определяемая по формуле:

$$\rho_2 \Delta h = \Delta H = \rho_2 480 \left[1 + 7,96 \left(1 - \frac{T_S}{39,4} \right)^{0,443} \right]. \quad (22)$$

Из законов сохранения массы газовой и твердой фаз D-T смеси следует, что должно выполняться условие:

$$\int_{R_1(t)}^{R_2} \rho_2 dV + \int_0^{R_1(t)} \rho_1 dV = M_{TF} + M_{GF} = M^0, \quad (23)$$

где M^0 полная масса твердой (M_{TF}) и газовой (M_{GF}) фаз D-T смеси.

Кинематическое условие на границе фазового перехода соответствует условию прилипания. При этом нормальная компонента вектора скорости в D-T газе определяется из условия

$$\rho_1 (U_n - W_n) = -\rho_2 W_n = -\rho_2 \left(\frac{d\vec{R}_1}{dt} \cdot \vec{n} \right), \quad (24)$$

которое отвечает условию сохранения массы.

Энергетическое условие на границе фазового перехода, которое следует из закона сохранения энергии, следующее:

$$\rho_1 h_1 (U_n - W_n) = -\rho_2 (h_2 + \Delta h) W_n, \quad (25)$$

откуда следует связь энтальпий газовой и твердой фаз:

$$h_1(T) = h_2(T) + \Delta h(T). \quad (26)$$

Численный метод

Построение вычислительного алгоритма основывается на конечно-объемном методе, в котором исходные уравнения представляются в дивергентном виде. Для этой цели уравнение теплопереноса во всех областях приводится к общему виду:

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho H u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho H v) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y \chi \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \Phi(\vec{R}, t) + q(\vec{R}, t), \quad (27)$$

где $\theta = T - T^0$ – приращение температуры относительно начального состояния, а $H = h - h(T^0)$ – приращение удельной энтальпии.

В расчетной области вводится структурированная неравномерная сетка. При построении сетки применяется сгущение узлов сетки по геометрической прогрессии как по углу, так и по радиусу. Фрагменты сетки показаны на рис. 2 и 3.

Для составления разностных формул решения системы уравнений Навье-Стокса и уравнения теплопереноса запишем их в общем виде:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \varphi - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho v \varphi - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = -y \Psi_{\varphi}, \quad (28)$$

где немая переменная φ обозначает искомые функции, а правая часть описывает источники.

Интегрируя уравнение (28) по площади $\sigma(t)$ ячейки, которая ограничена подвижным контуром $\partial \sigma(t)$, в результате получим:

$$\int_{\sigma(t)} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} y dx dy + \int_{\sigma(t)} \left(\frac{\partial \rho u \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \varphi}{\partial y} \right) y dx dy - \int_{\sigma(t)} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y \mu \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right) y dx dy = \int_{\sigma(t)} y \Psi_{\varphi} dx dy. \quad (29)$$

Учитывая, что элемент объема для осесимметричной геометрии определяется как $dV = y dx dy$, то формула (29) преобразуется к виду:

$$\int_{\Omega(t)} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV + \int_{\Omega(t)} \left(\frac{\partial \rho u \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \varphi}{\partial y} \right) dV - \int_{\Omega(t)} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y \mu \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right) dV = \int_{\Omega(t)} \Psi_{\varphi} dV. \quad (30)$$

где $\Omega(t)$ – подвижный объем ячейки.

Применяя ко второму и третьему слагаемым в (30) формулу Гаусса-Остроградского и правило Лейбница, получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \rho \varphi dV + \oint_{\partial \Omega(t)} \left(\dot{m}_n \varphi - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = - \int_{\Omega(t)} \Psi_{\varphi} dV, \quad (31)$$

где $W_n = (\vec{W} \cdot \vec{n})$ – скорость движения граней сетки по нормали, а $\dot{m}_n = \rho(U_n - W_n)$.

Воспользуемся теоремой о среднем, будем аппроксимировать интегралы с помощью квадратурной формулы прямоугольников. В качестве среднего значения функции по объему примем значение ее в центре ячейки, а в качестве среднего значения функции на грани – значение ее в центре грани. Аппроксимируя конвективные и диффузионные потоки по верхнему временному слою получим, в результате, систему разностных уравнений относительно искомых функций:

$$\frac{(\rho \varphi \Delta V)_P^{n+1} - (\rho \varphi \Delta V)_P^n}{\tau} + \sum_f \left(\dot{m}_n \varphi - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_f^{n+1} \Delta S_f = - \Psi_{\varphi P}^n \Delta V_P, \quad (32)$$

где индексом «P» обозначен номер ячейки, а индексом «f» номер грани.

Разрешим эту систему уравнений относительно приращения искомого функций $\Delta \varphi = \varphi^{n+1} - \varphi^n$:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}}{\tau}\Delta\varphi_P + \sum_{f=1}^E \left(\dot{m}\Delta\varphi - \mu \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial n} \right)_f \Delta S_f = \\ & = -\frac{1}{\tau} \left(\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1} - \rho^n\Delta V_P^n \right) \varphi_P^n - \sum_{f=1}^E \left(\dot{m}\varphi - \mu \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right)_f^n \Delta S_f + \Psi_P^n \Delta V_P^n. \end{aligned} \quad (33)$$

Поскольку аппроксимация производится на структурированной сетке, то разностные формулы для ячейки $P=(j-1/2, i-1/2)$, опуская повторяющиеся индексы, запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}}{\tau}\Delta\varphi_P + \left\{ \left(\dot{m}\Delta\varphi - \mu \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial n} \right)_j - \left(\dot{m}\Delta\varphi - \mu \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial n} \right)_{j-1} \right\} + \\ & + \left\{ \left(\dot{m}\Delta\varphi - \mu \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial n} \right)_i - \left(\dot{m}\Delta\varphi - \mu \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial n} \right)_{i-1} \right\} = \\ & = -\frac{1}{\tau} \left(\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1} - \rho^n\Delta V_P^n \right) \varphi_P^n - \sum_{f=1}^E \left(\dot{m}\varphi - \mu \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right)_f^n \Delta S_f + \Psi_P^n \Delta V_P^n. \end{aligned} \quad (34)$$

Следуя [7, 8], получим пространственно-факторизованную форму уравнения (34):

$$\begin{aligned} & \left\{ I + \frac{\tau}{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}} \left[\left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_i - \left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_{i-1} \right] \right\} \times \\ & \times \left\{ I + \frac{\tau}{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}} \left[\left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_j - \left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_{j-1} \right] \right\} \Delta\varphi = \\ & = -\frac{\left(\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1} - \rho^n\Delta V_P^n \right) \varphi_P^n}{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}} - \frac{\tau}{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}} \left(\sum_{f=1}^E \left(\dot{m}\varphi - \mu \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right)_f^n \Delta S_f + \Psi_P^n \Delta V_P^n \right). \end{aligned} \quad (35)$$

Пространственная факторизация позволяет свести решения двумерных уравнений к решению двух одномерных задач:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}}{\tau} + \left[\left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_i - \left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_{i-1} \right] \right\} \cdot \widetilde{\Delta\varphi} = \\ & = -\frac{\left(\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1} - \rho^n\Delta V_P^n \right) \varphi_P^n}{\tau} - \sum_{f=1}^E \left(\dot{m}\varphi - \mu \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right)_f^n \Delta S_f + \Psi_P^n \Delta V_P^n, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\left\{ \frac{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}}{\tau} + \left[\left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_j - \left(\dot{m} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \right)_{j-1} \right] \right\} \Delta\varphi = \frac{\rho^{n+1}\Delta V_P^{n+1}}{\tau} \widetilde{\Delta\varphi}_P. \quad (37)$$

Конвективные потоки компонент вектора скорости на грани f разделяющей ячейки P и E газовой области, определяются по следующим формулам:

$$u_f = \frac{1}{2}(u_P + u_E), \quad v_f = \frac{1}{2}(v_P + v_E), \quad \dot{m}_f = \rho(u \cdot n_x + v \cdot n_y - W_n)_f = \rho(U_n - W_n)_f \Delta S_f.$$

На границе фазового перехода величина потока массы и энергии через грань определяется согласно (25) и (26).

Поток и приращение количества движения i -й компоненты вектора скорости определяется донорным методом в зависимости от знака потока массы. Слагаемые, описывающие диффузию аппроксимируются центральными разностями. На грани $f=i$ разделяющей ячейки $P=i-1/2$ и $E=i+1/2$, разностные формулы, аппроксимирующие поток и приращение потока, следующие:

$$\left(\mu \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_i = \frac{2\mu_{i-1/2}\mu_{i+1/2}}{\mu_{i-1/2}\Delta\ell_{i+1/2} + \mu_{i+1/2}\Delta\ell_{i-1/2}}(\varphi_{i+1/2} - \varphi_{i-1/2}),$$

$$\left(\mu \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial n}\right)_i = \frac{2\mu_{i-1/2}\mu_{i+1/2}}{\mu_{i-1/2}\Delta\ell_{i+1/2} + \mu_{i+1/2}\Delta\ell_{i-1/2}}(\Delta\varphi_{i+1/2} - \Delta\varphi_{i-1/2}),$$

На гранях фазового перехода диффузионные потоки полагаются равными нулю.

Последовательность расчета на каждом временном шаге состоит из следующих вычислений.

В начале определяется температура фазового перехода (T_S) на гранях разделяющей области твердой и газовой фаз. Затем определяется скорость движения границы фазового перехода и ее новое положение. После этого рассчитываются новые координаты узлов сетки в областях 1 и 2 и геометрические параметры ячеек и граней. Определяется новое значение плотности в газовой фазе из закона сохранения массы, где учитывается изменения положения фазового фронта и объема занимаемого газовой и твердой фаз DT смеси. В области газовой фазы решаются уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска в результате чего определяется поле скорости в DT газе. На заключительном этапе решаются уравнений теплопроводности во всей области.

Результаты расчетов

Расчеты были проведены для микромишени, которая находится в сферическом контейнере имеющим радиус $R_4 = 3$ см (см. рис. 1). Оболочка микромишени имеет толщину 0,02 см. Внутренний радиус оболочки $R_2 = 0,075$ см. Рассматриваются микромишени с оболочкой из полистирола и бериллия имеющая степень заполнения оболочки 0,058. Результаты относятся к процессу охлаждения при температуре $T = 18^\circ$ К. В этой задаче считается, что в начальный момент времени температура внутри контейнера равна $T = 18^\circ$ К. На внешней границе задается постоянная температура: $T(t) = 18^\circ$ К. Расчеты для двух типов оболочек были проведены в четырех постановках. В первой постановке определялось установившееся поле температуры в контейнере без учета движения газовой фазы DT-смеси только за счет энерговыделения и внешнего охлаждения для сферически симметричной мишени. На рис. 4 показаны графики изменения максимальной температуры на последовательности сгущающихся сеток, а на рис. 5 стационарные поля температур в расчетах с полистироловой и бериллиевой оболочками. Как видно из приведенных графиков стационарное распределение температуры достигается за ~ 5 с с полистироловой оболочкой и за ~ 3 с с бериллиевой оболочкой. Более быстрое охлаждение мишени с бериллиевой оболочкой объясняется тем, что коэффициент теплопроводности у бериллия на три порядка выше, чем у полистирола в области рассматриваемых температур. Температуры в микромишени с полистироловой оболочкой изменяется в пределах $18,018^\circ$ К $< T < 18,023^\circ$ К, а с бериллиевой оболочкой $18,01901^\circ$ К $< T < 18,01902^\circ$ К.

Во второй задаче рассматривалось охлаждения сферически симметричной мишени с учетом фазового перехода. В этом случае происходит незначительная сублимация твердой фазы DT-смеси, которая приводит к повышению плотности и давления в газовой фазе. На рис. 6 показаны графики изменения максимальной температуры (T_{\max}), начальной температуры (T^0) и температуры сублимации (T^*) в зависимости от времени. На рис. 7 иллюстрируются графики изменения плотности в газовой фазе DT-смеси. На рис. 8 приведены стационарные поля температур в расчетах с полистироловой и бериллиевой оболочками. Стационарное распределение температуры достигается за ~ 5 с с полистироловой оболочкой и за ~ 3 с с бериллиевой оболочкой. Перепад температур здесь такой же, который был получен в тепловых расчетах. Температуры в микромишени с полистироловой оболочкой изменяется в пределах $18,018^\circ$ К $< T < 18,023^\circ$ К, а с бериллиевой оболочкой $18,019012^\circ$ К $< T < 18,019019^\circ$ К.

В третьей постановке определялось установившееся поле температуры в контейнере без учета движения газовой фазы DT-смеси только за счет энерговыделения и внешнего охлаждения для несферической мишени. Фрагменты сетки в газовой и твердой фазах такой мишени приведены на рис. 2 и 3. На рис. 9 показаны графики изменения максимальной температуры на последовательности сгущающихся сеток, а на рис. 10 стационарные поля температур в расчетах. Стационарное рас-

пределение температуры здесь достигается за $\sim 5\text{с}$ с полистироловой оболочкой и за $\sim 3\text{с}$ с бериллиевой оболочкой. В установившемся поле температуры с полистироловой оболочкой имеется перераспределения температуры за счет несимметричного твердого слоя ДТ-смеси. Температуры в микромишени с полистироловой оболочкой изменяется в пределах $18,018^\circ\text{K} < T < 18,022^\circ\text{K}$, а с бериллиевой оболочкой в следующем диапазоне $18,01801^\circ\text{K} < T < 18,01898^\circ\text{K}$.

В четвертой постановке моделировался процесс самосимметризации твердого слоя ДТ-смеси за счет естественной радиоактивности. Здесь нестационарные расчеты были выполнены на 10 ч вымораживания микромишеней. На рис. 11 и 12 показаны расчетные поля температуры и распределения вектора скорости в мишенях с полистироловой и бериллиевой оболочками. Как видно из приведенных рисунков на это время остается разнотолщинность твердого слоя на уровне 20 %.

Заключение

В результате выполненной работы разработана двумерная расчетная модель процесса формирования криогенного слоя D-T смеси в микросферы. Математическая модель представляет собой задачу Стефана с фазовым переходом газ-твердое тело с учетом движения замораживаемого газа в приближении решения уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска. Расчётно показано, что вследствие естественной радиоактивности происходит симметризация мишени.

Литература

1. Deryugin Yu. N., Izgorodin V. M., Solomatina E. Yu. Numerical simulation of the freezing process of hydrogen isotopes in a spherical container // J. Moscow Phys. Soc. – 1999. – 9. – 165 – 172.
2. Investigation of the effect of a plastic ring on the uniformity of ice layers in cryogenic inertial confinement fusion targets // LLE Review. – 2002. – V. 81. – P. 14.
3. Fan F. Modeling the temperature and ice-thickness profiles within OMEGA cryogenic targets // LLE Review. – 2003. – V. 8. – P. 18.
4. Справочник по физико-техническим основам криогеники / под ред. М.П. Малкова. – М: Энергоатомиздат, 1985.
5. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Голубев А. А., Денисова О. В., Лашкин С. В., Жучков Р. Н., Тарасова Н. В., Сизова М. А. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассопереноса на многопроцессорных ЭВМ: базовые технологии и алгоритмы. // XII Международный семинар «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. науч. тр. / под ред. Р. М. Шагалиева. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2010. – С. 215 – 230.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986.
7. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск: Наука, 1967.
8. Марчук Г. И. Методы расщепления. – М.: Наука, 1988.

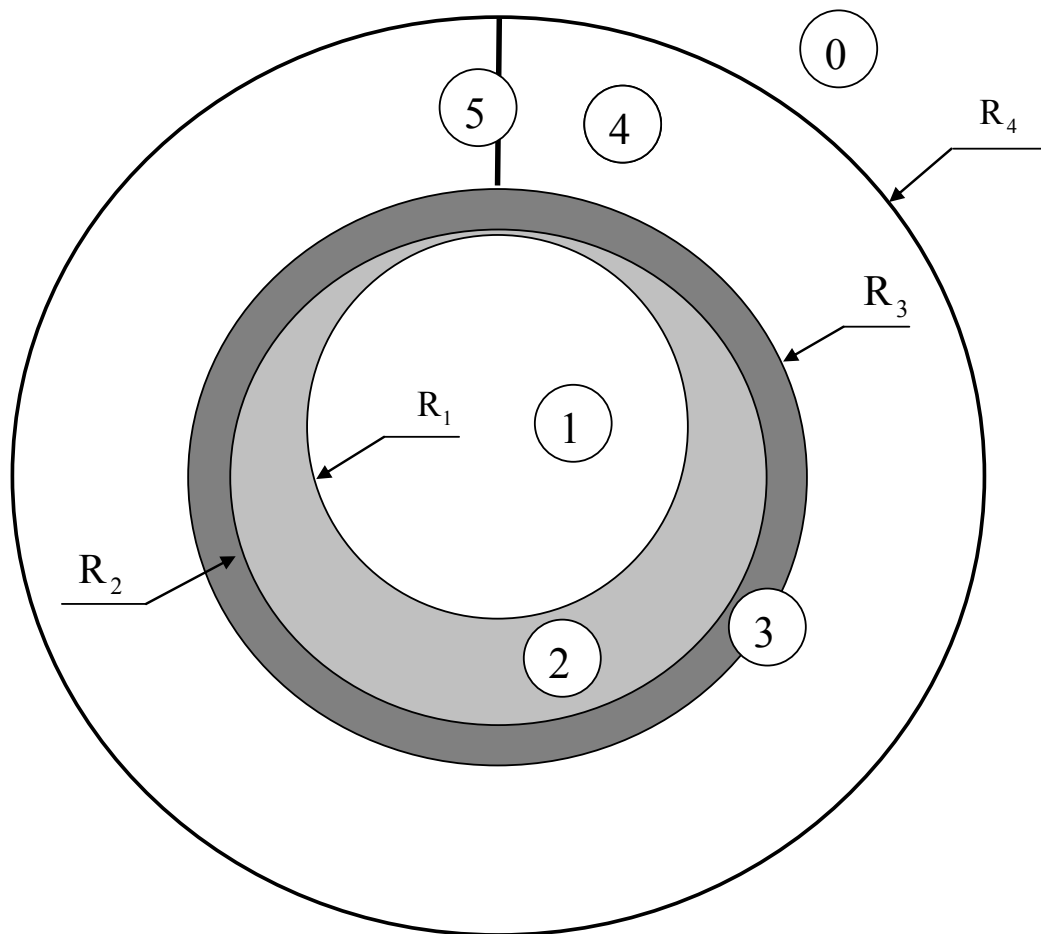


Рис. 1. Геометрия задачи: 0 – сферический контейнер; 1 – насыщенный пар; 2 – замороженный слой D-T смеси; 3 – сферическая оболочка; 4 – теплообменный газ гелий; 5 – нить подвески

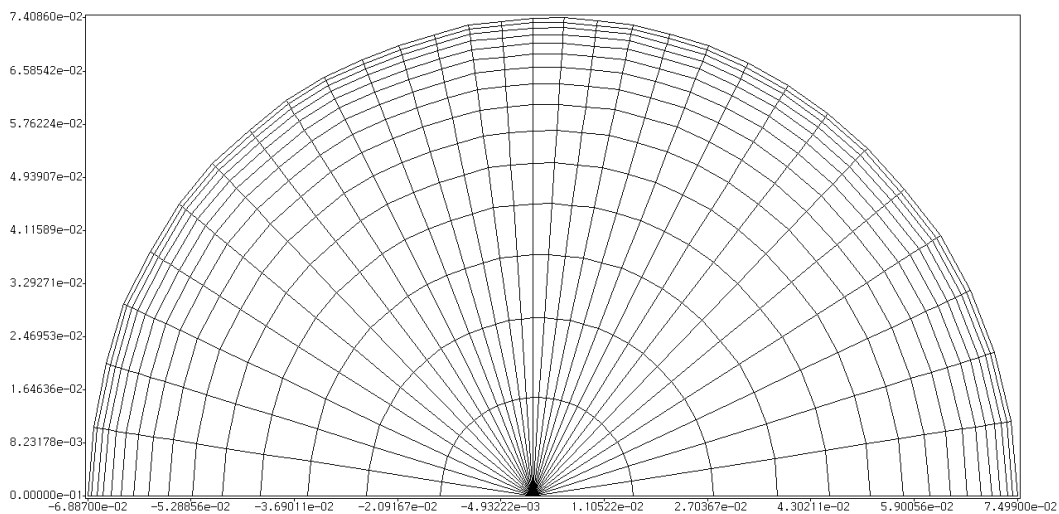


Рис. 2. Фрагмент сетки в области газовой фазы DT смеси

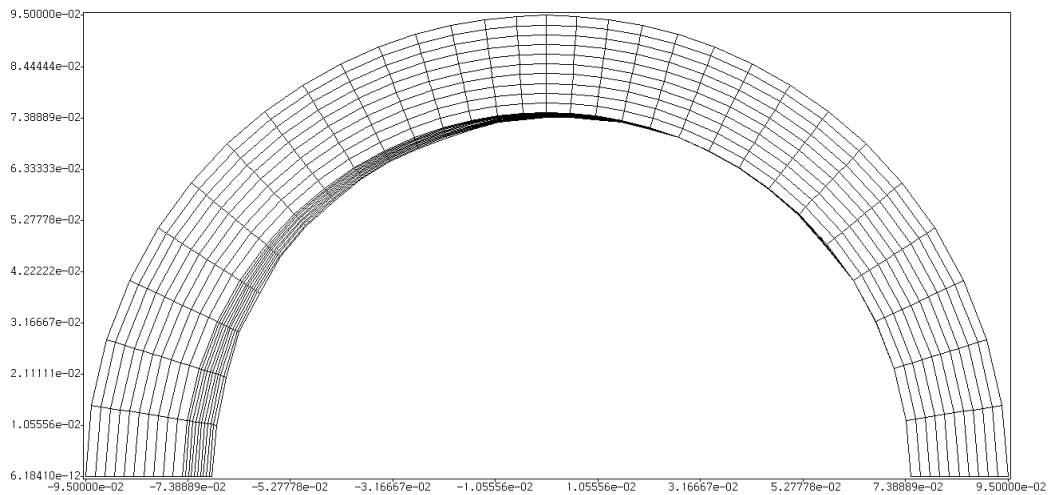


Рис. 3. Фрагмент сетки в области твердой фазы DT смеси и оболочка

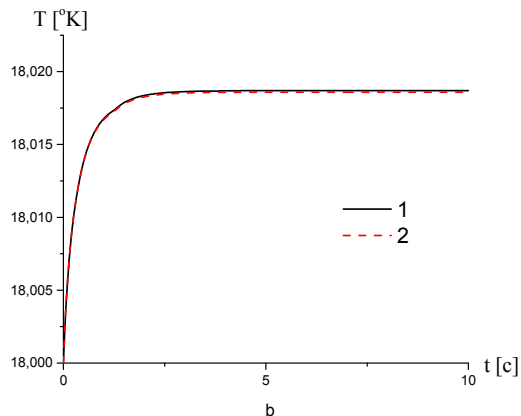
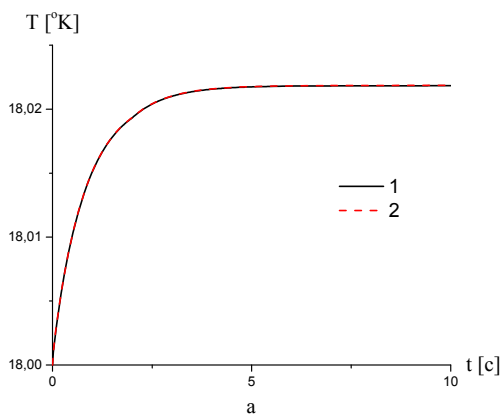


Рис. 4. Изменение максимального значения температуры в микроишени: оболочка из полистирола; б – оболочка их бериллия; 1 – сетка 30×70 , 2 – сетка 60×140

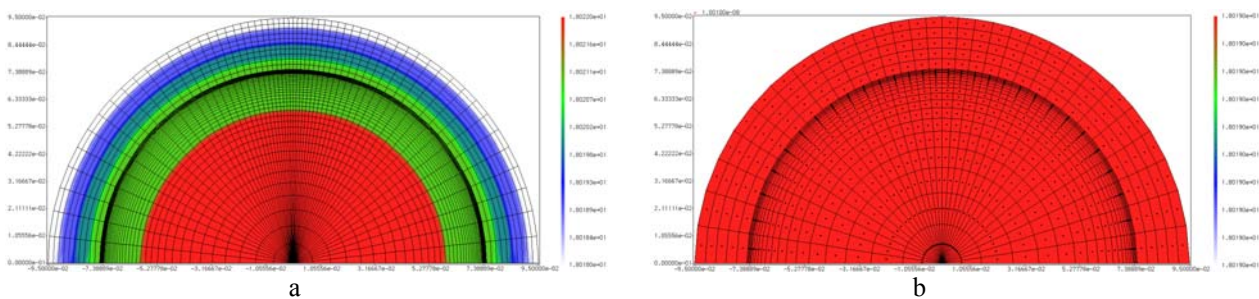


Рис. 5. Поле температуры в микроишени: оболочка из полистирола; б – оболочка их бериллия; 1 – сетка 30×70

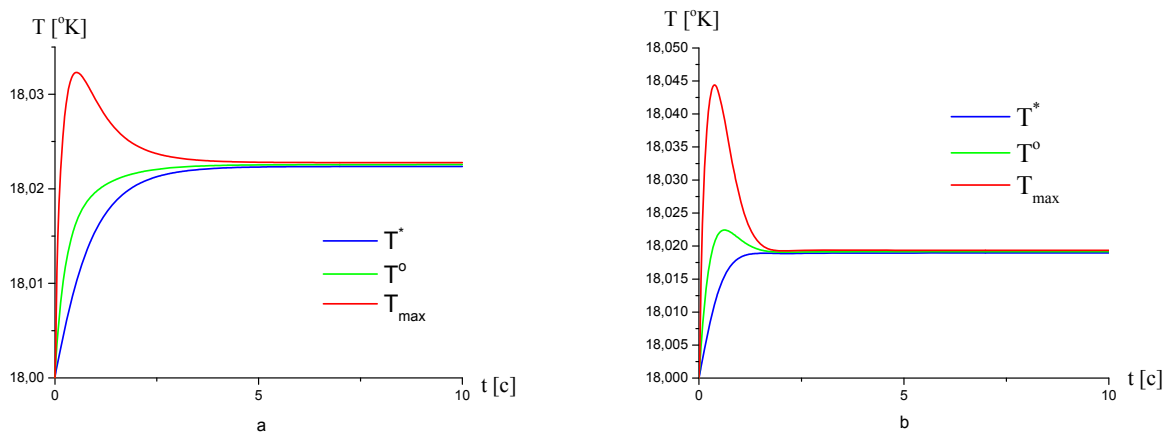


Рис. 6. Изменение значения температуры в микроишени: оболочка из полистирола; b – оболочка из бериллия

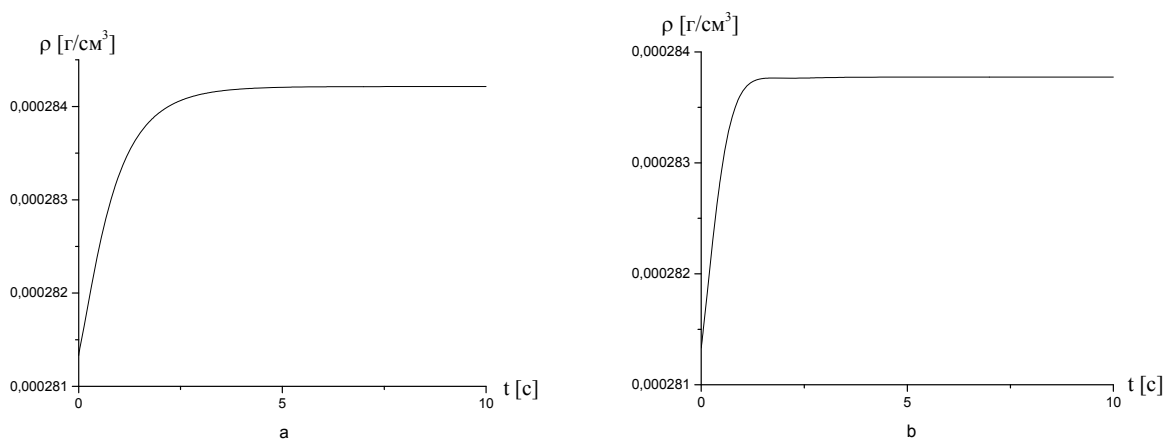


Рис. 7. Изменение плотности в газовой фазе DT-смеси: оболочка из полистирола; b – оболочка из бериллия

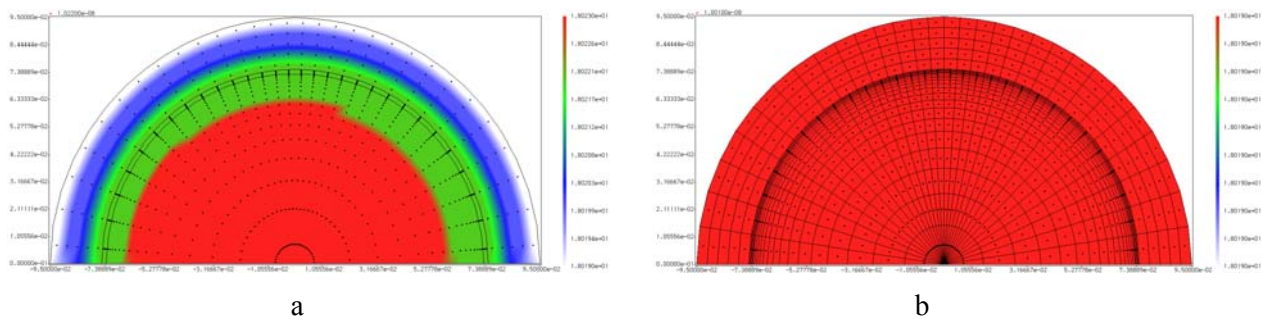


Рис. 8. Поле температуры в микроишени: оболочка из полистирола; b – оболочка из бериллия

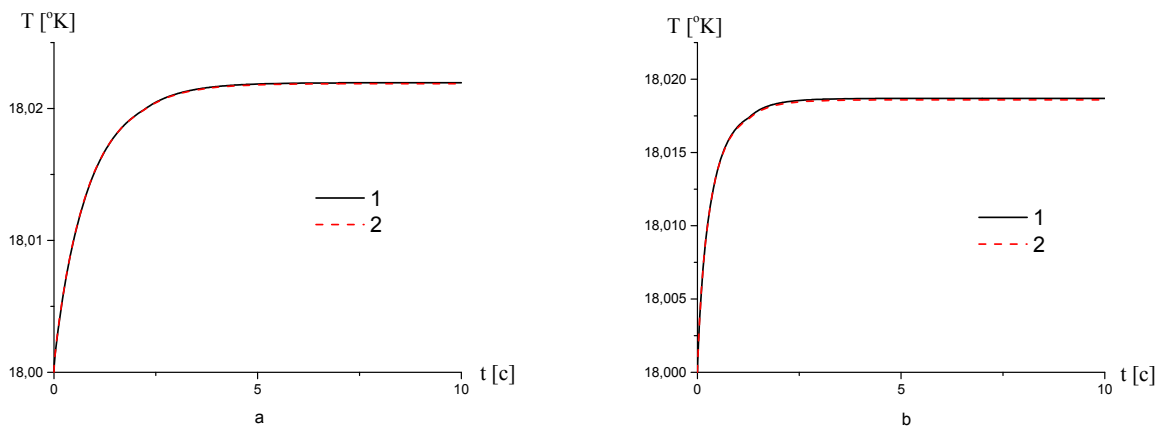


Рис. 9. Изменение максимального значения температуры в микроишени: оболочка из полистирола; b – оболочка их бериллия; 1 – сетка 30×70 , 2 – сетка 60×140

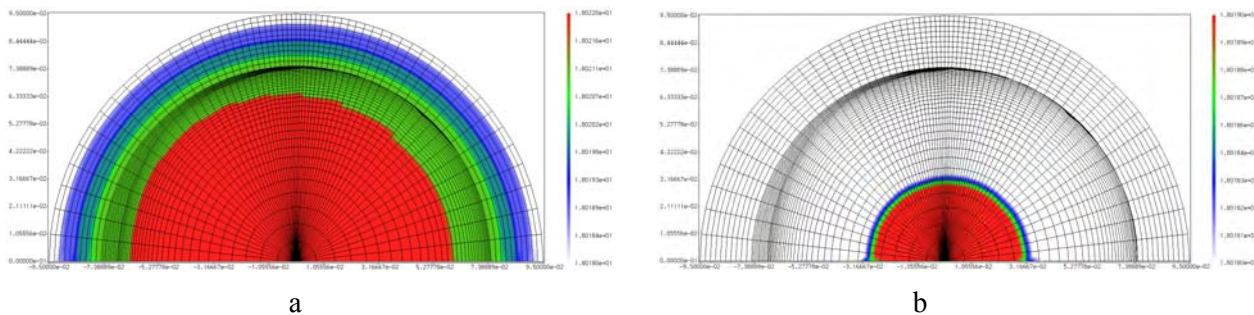


Рис. 10. Установившееся поле температуры в микроишени: оболочка из полистирола; b – оболочка из бериллия

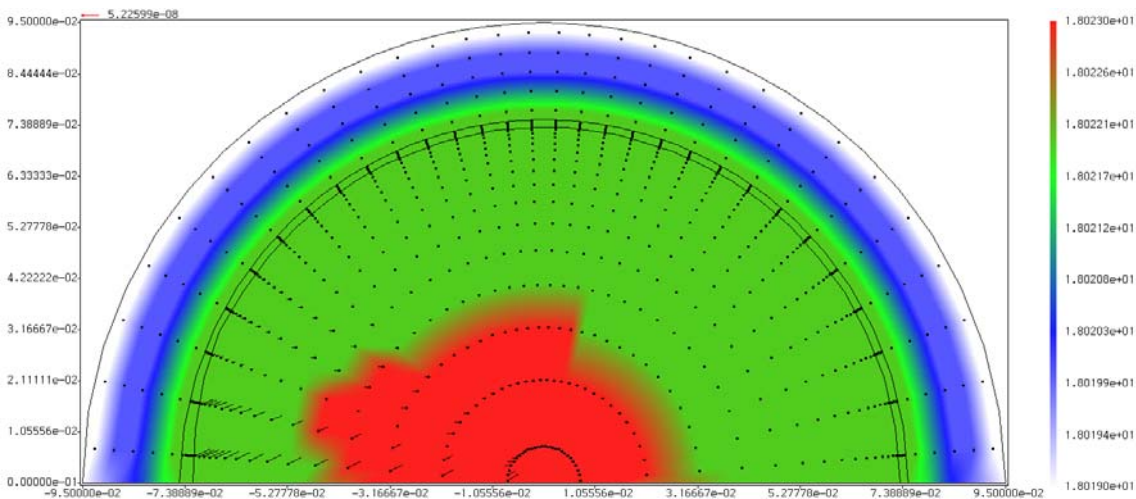


Рис. 11. Поле температуры и распределение вектора скорости в микроишени с оболочкой из полистирола на время вымораживания 10 ч

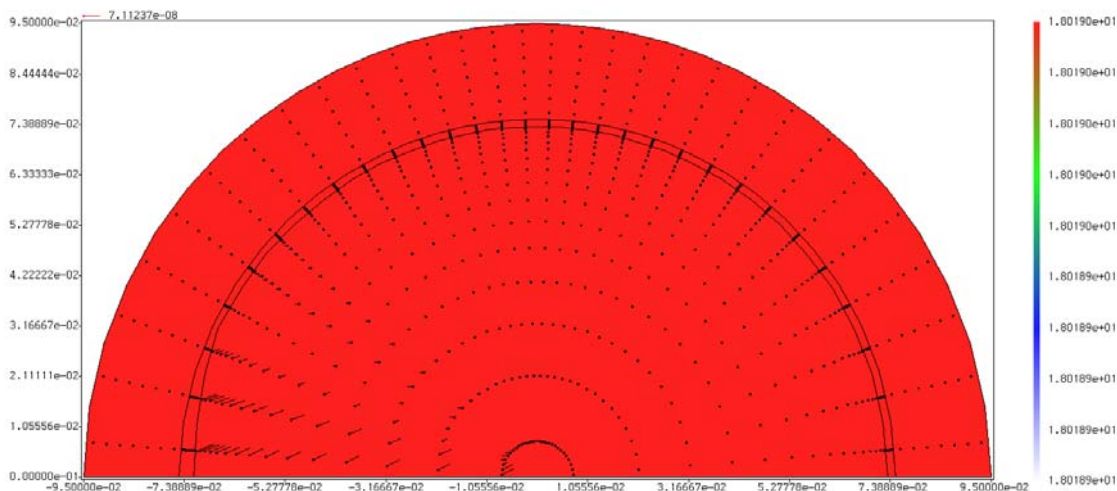


Рис. 12. Поле температуры и распределение вектора скорости в микрошени с оболочкой из бериллия на время вымораживания 10 ч

A COMPUTATIONAL TECHNIQUE FOR THE PROCESS OF FORMING A CRYOGENIC LAYER OF D-T MIXTURE IN A SPHERICAL CONTAINER

E. A. Veselova, Yu. N. Deryugin, V. M. Izgorodin, E. Yu. Solomatina

Russian Federal Nuclear Center –
All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov

When freezing a gas-filled microsphere, which is hung by a filament in container, the target is cooled asymmetrically due to the gravity force effect. The natural symmetrization of the D-T mixture solid phase in the target takes place due to the energy release from tritium decay in the mixture. To describe this phenomenon, a multidimensional computational model is required. The goal of the present work is the development of a cost-efficient technique to simulate the formation of a cryogenic layer of D-T mixture in the microsphere based on a 2D approach and solution of equations describing the gaseous phase motion in Boussinesq approximation. The heat problem is the Stefan problem with the gas-to-solid phase transition and tracking of the phase transition front on a moving Eulerian grid. The computational technique is based on moving structured grids. The computational technique is implemented in the LOGOS software package [4]. Simulation results for the cryogenic layer forming process at different temperatures, sizes and materials of shell are presented.

Key words: gas dynamics, Boussinesq approximation, heat transfer, phase transition, code, simulation.